UNIÓN

REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Número 3

Septiembre de 2005

Índice

Créditos………………………………………………………………………………….. 2

Ambiente Informático Interactivo para el aprendizaje de las cónicas

José Carlos Cortés……………………………………………………..……………. 3

El calendario de Tai

Rosario Nomdedeu Moreno……………………………………………..…….......... 15

La indigestión de Gulliver
(¿Es posible un mundo a escala?)

Agustín Martínez Menéndez ……………………………………………………..... 19

Relación entre los estilos de aprendizaje, el rendimiento en matemáticas y la elección de asignaturas optativas en alumnos de enseñanza secundaria obligatoria (E.S.O.)

Ricardo Luengo González y José Juan González Gómez…………………..... 25

Dinamización matemática: TOJUMAT

Departamento de Matemáticas del IES Viera y Clavijo, La Laguna, Tenerife, España…………………………….. 47

Sistemas educativos: A Educação Matemática no Brasil

Celia Maria Carolino Pires.. …………………….... 53

Historia: A Geometria escolar ontem e hoje: algumas reflexões sobre livros didáticos de Matemática

Maria Célia Leme da Silva…………………………………………………............. 73

Cronoludia: Terminología Matemática… al desnudo

Ismael Roldán y José Muñoz…………………………………………………. 87

El rincón de los problemas:

Uldarico Malaspina……………………………………………………………..…….. 93

Libros: *Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor, Vicente Bermejo (Coordinador). Editorial CCS*

Mª Aurelia Noda………………………………………………………………….... 97

Matemáticas a través de las Tecnologías de la Información y la Comunicación: Presentación.

Agustín Carrillo de Albornoz Torres……………………………………………. 101

DosPIUnión. La sección de UNION con las matemáticas más juveniles: Presentación 103

DosPIUnión.

Santiago López Arca y Gonzalo Temperán Becerra…………………………. 105

Instrucciones para publicación…………………………..…………………. 109

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, página 2
ISSN: 1815-0640

Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática es una publicación de la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática **(FISEM)**. Tendrá una periodicidad trimestral, de modo que se publicarán cuatro números al año, en los meses de marzo, junio, septiembre y diciembre.

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, páginas 3 - 14
ISSN: 1815-0640

Ambiente Informático Interactivo para el aprendizaje de las cónicas

José Carlos Cortés

Resumen

El artículo siguiente tiene como objetivo el presentar un acercamiento informático, a través de un software educativo, que permite a los estudiantes entender y ejercitar aspectos relacionados con los tema de geometría analítica. Se utiliza el software "RecCon"[i] (Rectas y Cónicas) diseñado y desarrollado por nosotros como un medio que permite generar un ambiente interactivo de aprendizaje.

Introducción

El presente trabajo está compuesto de dos partes: la primera en la que se expone la teoría en la que está basado el software desarrollado (RecCon) y la segunda que es la exposición de cómo funciona.

La parte teórica con la cual fue diseñado "RecCon" está basada en la teoría de registros semióticos de representación propuesta por Duval (1988) por lo que en dicho software se plantean tareas de tratamiento y de conversión entre registros semióticos de representación. Otro aspecto importante, que consideramos al diseñar "RecCon", es el relacionado con la visualización matemática como un medio de entendimiento y construcción de conceptos.

En la segunda parte se hace una breve exposición del manejo técnico y de algunas de las actividades de aprendizaje propuestas en "RecCon".

"RecCon" está basado técnicamente en el software de "Rectas" elaborado por el que esto escribe (Cortes, 1994).

1. Registros Semióticos de Representación

En las matemáticas las representaciones son necesarias debido a que los objetos matemáticos para ser comunicados deben ser representados y con esto intentar dar un significado a una cuestión abstracta. Al representar se intenta construir significados (Moreno, 1992), que permiten enlazar el pensamiento operativo (operacional, procedimental) y el estructural (figurativo, conceptual).

De acuerdo con Duval (1993) existe la posibilidad de confundir el objeto matemático con una de sus representaciones, ya que "Toda representación es cognitivamente parcial en referencia a lo que ella representa y de una representación a otra, no son los mismos aspectos de un contenido los que son representados", por lo que es importante que un objeto matemático sea presentado en diferentes tipos de representaciones.

Ahora bien, la relación existente entre los diferentes modos de representación, debe necesariamente ser considerada, dentro de las actividades de aprendizaje, con la finalidad de tener una multi-representación del concepto, que lo globalice. En diferentes estudios, se ha comprobado que la actividad cognitiva asociada a el entendimiento de las variables visuales en un tipo de representación es diferente a otro tipo y que esta actividad causa un conflicto que no es trivial; por ejemplo Hitt (1992), detectó errores en profesores de matemáticas al no contextualizar analíticamente una variable independiente que aparece en una gráfica; Duval (1988), afirma que es de mayor dificultad el paso de una representación gráfica a una algebraica; Mejía (1997), encontró que muchos estudiantes tienen dificultad en establecer conexiones entre datos gráficos y numéricos. Es decir, múltiples estudios han demostrado la existencia de problemas en el traslado entre representaciones. Por lo que es necesario realizar actividades donde estén presentes múltiples representaciones y además que estas actividades sean diseñadas para promover la conversión a diferentes formas de representación.

Partiendo de los modos de representación que propone Janvier para una variable, y extendiéndolo hacia el tema de rectas y cónicas, encontramos cuatro formas de representación las cuales son: descripción verbal, tablas, gráficas y fórmulas o ecuaciones, de las cuales en el software realizado, se utilizan solo tres que son: tabla, gráfica y ecuación. En particular aquí nos haremos referencia solamente al tema de rectas.

Otro aspecto importante que debe ser considerado en las actividades propuestas es, el relacionado en cómo se dan estas conversiones, es decir cada conversión puede pasar por un proceso diferente, por lo que Janvier ha definido dos tipos de conversiones, la directa y la indirecta, considerando la directa como aquella donde es posible pasar de un modo de representación a otro, y la indirecta aquella donde, para pasar de una forma de representación hacia otra, existe la necesidad de intercalar una tercera que sirva de puente; ejemplo de conversión directa los tenemos en el paso de tabla a gráfica, un ejemplo de conversión indirecta, lo tenemos en el paso de una ecuación a una gráfica cuyo proceso es ecuación-tabla-gráfica.

La tabla 1 muestra como son las conversiones, con base en lo propuesto por Janvier.

	Tabla	**Gráfica**	**Ecuación**
Tabla		Directo	Indirecto
Gráfica	Directo		Indirecto
Ecuación	Directo	Indirecto	

Tabla 1

Aunque en este sentido, creemos que el gran problema de las conversiones indirectas se relaciona con el desconocimiento de las reglas de correspondencia semiótica, es decir, en el ejemplo de conversión ecuación-gráfica, puede realizarse, sin la necesidad de construir una tabla, siempre y cuando se tengan bien identificadas las unidades significativas propias de la escritura algebraica, y cómo influyen éstas en la gráfica. Aquí es conveniente retomar lo dicho por Duval (1988) "La lectura de representaciones gráficas presupone la discriminación de las variables visuales pertinentes y la percepción de las variaciones correspondientes de la escritura algebraica" y considerarlo en forma inversa, es decir, la comprensión de la escritura algebraica nos lleva a determinar que nos está representando gráficamente cada uno de los términos de esta escritura.

Duval (1988) define lo que es un registro semiótico de representación (RsR) como una representación que permite tres actividades cognitivas: 1) la identificación de una representación; 2) la transformación interna en el mismo sistema de representación (tratamiento) y 3) la transformación de un tipo de representación a otro (conversión). En “RecCon” se intenta proponer actividades en las cuales estén presentes estas tres actividades. Un método de conversión entre una representación algebraica y una gráfica debe señalar cuales son las unidades significativas en la escritura algebraica -en este caso de una ecuación- que permiten identificar la gráfica que le corresponde. Por ejemplo en la ecuación de la recta $y = -4x + 8$ las unidades significativas son -4 (pendiente) y 8 (ordenada al origen) tal y como vemos en la figura 1.

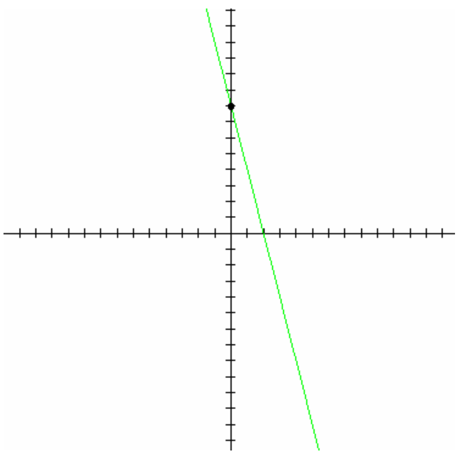


Figura 1

Considerando lo anteriormente expresado, construimos la tabla número 2, que muestra cual es el proceso a seguir para realizar una conversión.

--->	**Tabla**	**Gráfica**	**Ecuación**
Tabla		localizar puntos en el plano	localizar los valores de la tabla significativos
Gráfica	transformar los puntos del plano en coordenadas		localizar los puntos gráficos significativos
Ecuación	evaluar la ecuación en los puntos de interés	localizar en la ecuación el significado de los parámetros	

Tabla 2

Así, para realizar conversiones entre registros semióticos de representación entran en juego diferentes aspectos, los cuales serán más ampliamente explicados para cada una de las conversiones.

Tabla a gráfica.- El proceso de conversión de una tabla a una gráfica se lleva a cabo localizando los puntos de la tabla en el plano cartesiano, considerando a un par de números como un punto en dicho plano, después de hacerlo para cada pareja de números se parte de una hipótesis de continuidad y regularidades y se unen los puntos quedando la gráfica como resultado de esta unión.

Tabla a ecuación.- En este proceso de conversión entra en juego el hecho de determinar cuáles son los puntos de la tabla que nos permiten escribir la ecuación, por ejemplo, encontrar el valor de ***"Y"*** cuando ***"X"*** es cero (ordenada al origen o término independiente), encontrar el valor de ***"X"*** cuando ***"Y"*** es cero (abscisa al origen) y entonces realizamos la división de la ordenada al origen entre el valor de la abscisa al origen, cambiamos su signo y dará la pendiente de la recta.

Gráfica a tabla.- Cuando realizamos una conversión de gráfica a tabla lo que hacemos es localizar un punto en la gráfica y obtener su proyección tanto en el eje de las **"*X*"** como en el eje de las **"*Y*"**; es decir, transformar un punto del plano cartesiano a un pareja de números.

Gráfica a ecuación.- Uno de los aspectos importantes para realizar este tipo de conversión es el de encontrar los parámetros significativos de una gráfica y cómo estos parámetros se relacionan con la escritura algebraica, en el caso de gráficas de líneas rectas estos parámetros pueden ser:

1. El cruce de la recta con el eje de las **"*Y*"** cuya traducción en términos algebraicos corresponde al término independiente.
2. El cruce con el eje de las **"*X*"** que al dividir al término independiente y cambiarle de signo dará el valor de la pendiente.
3. La inclinación que tiene la recta lo cual determina el signo de la pendiente (positiva o negativa).

4. De aquí que el inciso "2" y el "3" nos determinan el coeficiente que multiplica a la variable ***"x"***.

Ecuación a tabla.- En este caso el proceso de conversión envuelve la utilización de un algoritmo de evaluación en el cual entra en juego el asignar un valor numérico a una de las variables y haciendo las operaciones marcadas en la ecuación (sumas, restas, multiplicaciones o divisiones), obtener el valor de la otra variable.

Ecuación a gráfica.- Para realizar esta conversión debemos conocer lo que nos representa cada uno de los parámetros de la escritura algebraica, para el caso de ecuaciones lineales que están escritas en su forma ***Y=mX+b*** son:

1. El término independiente representa el cruce con el eje de las "*Y*".
2. Que el número que acompaña a la variable ***"x"*** nos representa la pendiente o la inclinación de la recta, y su signo nos dice el tipo de inclinación (positiva o negativa) lo cual determina, siendo ya conocido el signo del término independiente, el signo del eje de las "*X*" por el cual cruzará la gráfica de la recta.
3. Que al dividir el término independiente entre el coeficiente de la variable **"*x*"** y cambiando su signo, tenemos el punto por donde cruza la recta al eje de las **"*X*"** o en otras palabras la abscisa al origen.

2. Aspectos relacionados con la Visualización matemática

En el proceso del aprendizaje de las matemáticas la visualización es de gran importancia ya que resulta una herramienta útil para la comprensión.

El proceso visual involucra el pensamiento figurativo y al operacional, por lo que podemos considerar a este proceso un preludio a la abstracción de conceptos (Hitt, 1992) que permitirá formar modelos de una situación. La visualización va más allá de la simple percepción apoyando la formación de imágenes conceptuales (Hitt, Chávez, 1992). Dado que la visualización permite introducir la abstracción de conceptos matemáticos debe entonces ser uno de los recursos didácticos que debe utilizar un profesor, por lo que es necesario contar con materiales y actividades que promuevan en los estudiantes los procesos visuales.

Los conceptos matemáticos deben ser representados (por figuras, gráficas, fórmulas, tablas, símbolos o expresiones verbales). Un proceso visual en cada una de estas representaciones involucra la habilidad para detectar variables significativas y operar apropiadamente con ellas; involucra también la traducción en términos cognitivos de las relaciones abstractas de la manipulación y transformación de las representaciones creando imágenes visuales poderosas.

Un software apropiado aporta un ambiente interactivo en el que se promueve la generación de imágenes que estimulen y promuevan el desarrollar las habilidades de visualización en los estudiantes. Por lo tanto, la implementación de actividades que sean incorporadas en un software dan como resultado una herramienta que apoya este campo. Partiendo de lo expuesto por Tall-West (1987), acerca de que el cerebro está equipado para procesar información visual, que puede ser explotado, usando el poder de graficación que ofrecen las computadoras, y si añadimos a esto, la posibilidad de que el estudiante explore, usando un software preparado, le ayudaremos a tener una mejor comprensión de muchos conceptos matemáticos Tall (1991), ya que las representaciones dinámicas de estos procesos matemáticos, suministran cierto grado de realidad psicológica, que permite a la mente, manipularlos en forma más fructífera, lo cual jamás podría lograrse partiendo del texto y los cuadros estáticos de un libro.

Partiendo de lo anterior, podemos decir, que la utilización de la computadora, como un medio de relación entre diferentes formas de representación, tanto en la graficación, como en la tabulación y en la escritura de ecuaciones, puede ayudar a revelar una gran cantidad de datos que las expresiones algebraicas ocultan.

3. Registros semióticos de Representación a través de "RecCon"

El software "RecCon" está basado en una serie de actividades que promueven que: 1) el usuario determine cuales son las unidades significativas dentro de una ecuación, de una tabla y de una gráfica. 2) la aplicación de estas variables significativas para realizar conversión entre RsR.

Por otro lado, en "RecCon" las actividades se realizan a través de proponer ejercicios para que sean resueltos por el estudiante, considerando que ello les ayuda a obtener habilidades, ya que como dicen Suydam-Dessart "las habilidades se obtienen de hacer" (Suydam-Dessert 1980), y las habilidades son una componente importante en el aprendizaje de un concepto. Se propone que para poder llevar a cabo el desarrollo de estas habilidades, en algunas ocasiones, se debe contar con un ambiente de lápiz y papel.

Resumiendo los objetivos didácticos que se persiguen con el software "RecCon" son:

1.- Que el estudiante trabaje con tres diferentes RsR (algebraica, gráfica y tabular), para que pueda experimentar y realizar conversiones que le ayuden a articular de una mejor manera las correspondencias entre ellas.

2.- Mostrar una estrategia educativa desde un punto de vista computacional para abordar un tema de matemáticas del bachillerato.

3.- Desarrollar un software que trate de unir diferentes usos de la computadora en la educación, y que pueda ser útil tanto para el profesor como para el alumno; ya que el profesor lo puede utilizar como:

a) Una herramienta en el salón de clase para la explicación del tema, tomando como base las actividades propuestas.

b) Una herramienta para la elaboración e implementación de nuevas actividades.

por su parte al estudiante le sirve como:

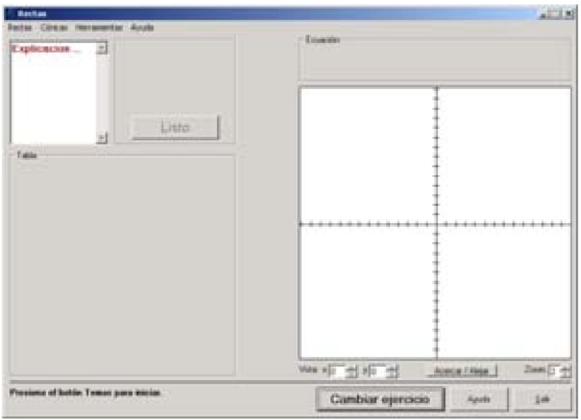
a) Un programa generador de ejercicios y evaluador de sus respuestas.

b) Un programa donde él pueda experimentar acerca del tema.

4. DESCRIPCIÓN DE “RecCon”

Presentación del software

Al iniciar “RecCon” aparecerá la siguiente pantalla:



Esta es la pantalla inicial de “RecCon” para iniciar con un ejercicio haga clic en uno de los menús.

Rectas

Usando el menú Rectas puede seleccionar un tema de ejercicios relacionados con las rectas.

Dentro de este menú se encuentran los temas:

- ***Rectas***

En esta opción puede escoger ejercicios como encontrar la gráfica de una recta usando diferente información, encontrar su pendiente, abscisa al origen, ordenada al origen y encontrar su ecuación.

- ***Intersección***

En este menú se encuentran los ejercicios referentes a la intersección de dos rectas, como son encontrar el punto de intersección de dos rectas conociendo algunos de sus elementos o encontrar la ecuación de una recta pasando por un punto de intersección.

- ***Paralelas***

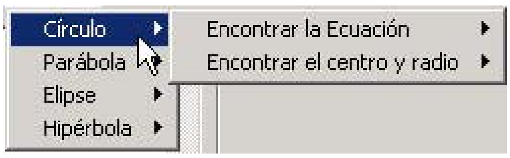
Aquí puede seleccionar ejercicios relacionados con las rectas paralelas. Puede graficar una recta paralela a otra dada, o dar su ecuación.

- ***Perpendiculares***

Elija esta opción para hacer ejercicios usando rectas perpendiculares como encontrar la recta perpendicular a una dada o dar su ecuación.

Cónicas

Con este menú puede acceder a los ejercicios relacionados con los círculos, parábolas, elipses e hipérbolas.



- ***Círculo***

En este menú se encuentran ejercicios como deducir la ecuación de un círculo usando sus parámetros o tres puntos. También ejercicios de encontrar sus propiedades.

- ***Parábola***

Aquí pueden hacer ejercicios relacionados con las parábolas como encontrar algunos de sus parámetros o encontrar su ecuación.

- ***Elipse***

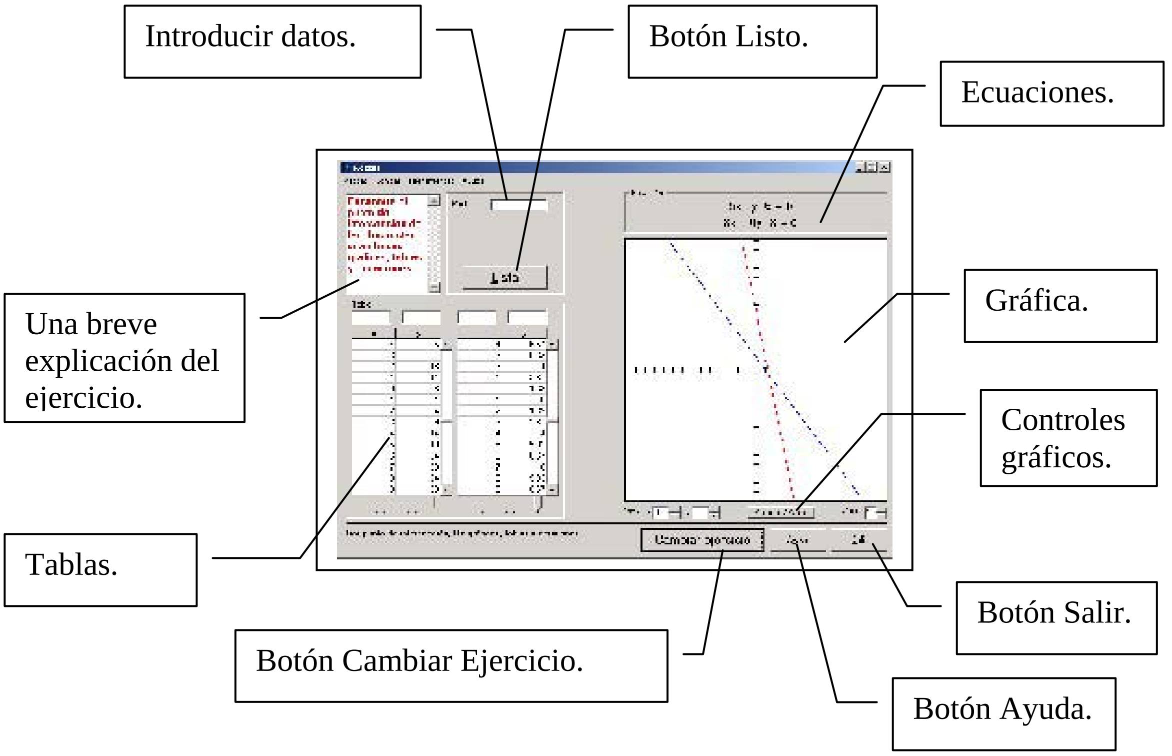
Los ejercicios en este menú se relacionan con elipses, encontrar sus propiedades o su ecuación.

- ***Hipérbola***

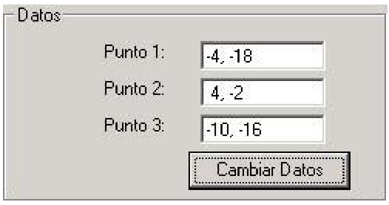
Al entrar en este menú podrá hacer ejercicios relacionados con las hipérbolas, encontrar sus propiedades o su ecuación.

Detalles Generales

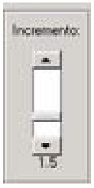
Cuando haya seleccionado un tema para los ejercicios, aparecerá una pantalla similar a la siguiente:



Aquí es donde debe ir su respuesta al ejercicio, puede escribirla o puede usar los controles a la derecha para llegar al valor deseado. Para las repuestas que necesiten un punto en el plano el formato es escribir la primera entrada, una coma, y la segunda entrada. También puede escribir expresiones como 2+3 o (1/2)*(3+5). Cuando tenga lista la respuesta haga clic en Listo.

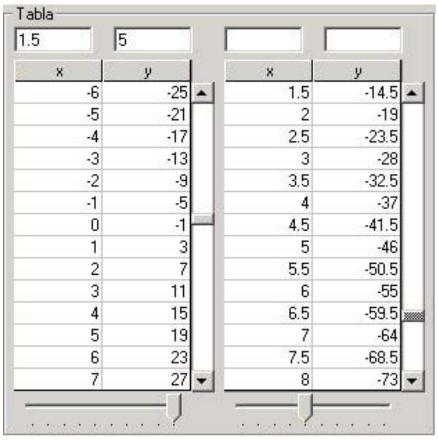


Algunas veces aparecerá un cuadro que contiene información adicional que es necesaria para poder resolver el ejercicio. Esta información varía dependiendo del ejercicio

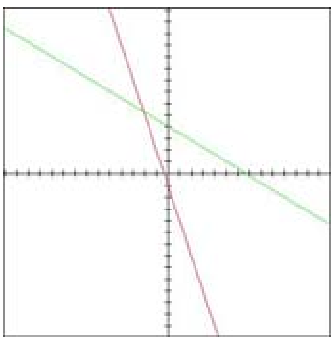


Use este control para modificar el incremento en los controles anteriores

Con el botón Cambiar ejercicio se pueden cambiar los datos del ejercicio y obtener otro del mismo tema. El botón Ayuda muestra una breve pantalla de ayuda. Con el botón Salir se termina el programa.



Con estas tablas se dan a conocer algunos de los puntos por los que pasan las rectas. La primera tabla corresponde a la recta de color verde y la segunda a la de color azul. Puede usar los controles a la derecha de las tablas para ver mas puntos y los controles abajo para cambiar el incremento de los puntos mostrados. En los cuadros de texto situados arriba de cada tabla puede escribir un valor y dar ENTER, con esto aparecerá el valor correspondiente en el otro cuadro.



En esta área es donde aparecerán las gráficas de las rectas o de las cónicas.

Con estos controles se puede manipular el área de las gráficas. Con los controles Vista se puede cambiar la posición de la gráfica. Con el botón Acercar/Alejar se puede hacer un acercamiento a la gráfica al hacer clic en la gráfica con el botón izquierdo del ratón. Si se hace clic en la gráfica con el botón derecho del ratón, la gráfica se alejará. Con el control Zoom se puede cambiar el nivel de acercamientos.

Esta es la ventana con la cual podrá introducir una ecuación. Para acceder a ella haga clic en el botón Ingresar Ecuación (aparecerá en el área de introducir datos). Introduzca la ecuación usando los botones de la ventana, cuando halla terminado haga clic en Terminar.

Esta es una sencilla calculadora que podrá usar en cualquier momento si requiere hacer alguna operación. Recuerde que puede poner expresiones matemáticas en los cuadros de texto. Puede acceder a esta ventana desde el menú Herramientas.

Bibliografía

- Cortes,C. (1994). "Rectas: Software de apoyo al aprendizaje". Memoria de la VIII reunión centroamericana y del caribe sobre formación de profesores e investigación en matemática educativa. Costa Rica 1994.
- Duval, R. (1988). "Graphiques et Equations: l'Articulation de deux registers". en Annales de Didactique et de Sciances Cognitives (1988). pp. 235-253.
- Duval, R. (1993). Semiosis y noesis, lecturas en didáctica de las matemáticas SME-Cinvestav, México, pp. 118-144.
- Hitt, F. E. (1992). "Dificultades en el paso de una representación gráfica a un contexto real y viceversa" en Memorias del IV Simposio Internacional sobre

Investigación en Educación Matemática. DME-Cinvestav. Mexico 1992. pp.43-55.
- Hitt, F.- Chavez H. (1992). "Visualización Relacionada a Conceptos de Cálculo con Microcomputadora", en Memorias de la VI Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa Vol. 2. UAEM. Mexico 1992. pp. 30-35.
- Janvier, C. (1987). "Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics". Lawrence Erlabum associates 1987. pp. 27-31.
- Mejía, H. (1997). Geometría Analítica, Gráficas y Tablas. Memorias del Octavo seminario nacional de calculadoras y computadoras en educación matemática, pp. 315-322.Universidad de Sonora.
- Moreno, L. (1992). "Visualización y Recursividad: Un enfoque computacional". en Memorias del IV Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática. DME-Cinvestav. Mexico 1992. pp. 19-42.
- Suydam, M.- Dessart, D. (1980). "Skill Learning, Research in Mathematics Educations" en Research in Mathematics Education, National Council of Teachers of Mathematics. Ed. por R. Shumway. pp. 207
- Tall, D.- West, B. (1987). "Graphic Insight into Calculus and Differential Equations". en Churchhouse, R. F. et al (eds.). 1987. The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching. (ICMI). Cambridge: Cambridge University Press. pp. 107-119.
- Tall, D. (1991). "Computer environments for learning of mathematics", en didactics of mathematics as a scientific discipline. pp.189-199.
- Manual del Software RECTAS. Elaborado por Carlos Cortés Zavala.

José Carlos Cortés, ha realizado estudios de Maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa en el Cinvestav, México.
Se ha doctorado en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa en el Cinvestav, México.
Es Profesor de la Facultad de Físico Matemáticas de la Universidad Michoacana en México.
E-mail: jcortes@umich.mx

---

i http://polya.dme.umich.mx/carlos/inicio.htm dirección donde se puede obtener RecCon.

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, páginas 15 - 17
ISSN: 1815-0640

El calendario de Tai

Rosario Nomdedeu Moreno

Tai estaba dispuesta a evitar que su hija fuese ignorada en la sociedad como lo había sido ella.

El día que nació, más bien la noche (que esa es la costumbre de los bebés), tomó buena nota de los detalles que la ayudarían a recordar ese momento: la luna estaba casualmente llena, absolutamente llena. Hacía mucho frío, era la época más fría del año. Tai sabía que la próxima vez que el cielo luciera luna llena las temperaturas serían más benignas. Su niña tendría ya dos lunaciones cuando sus pequeños ojitos verían las primeras flores del almendro. Todo eso sería anotado cuidadosamente por Tai en el libro familiar que comenzó el día de su boda. Por cierto también había luna llena aquella su primera noche, en su nueva casa, con Poe. Y también hacía mucho frío.

Tres lunaciones más tarde comenzó a sentir extraño su cuerpo, cuando comenzaron las plantaciones de las hortalizas en el pequeño huerto de la aldea.

Tres lunaciones más tarde, Tai ya estaba convencida de que iba a ser madre, la época de calor parecía especialmente intensa. Tai no sabía si era así o ella lo sentía más fuerte que en otras ocasiones por la emoción que le producía sentir el latido de una nueva vida en sus entrañas.

Para la siega del trigo Tai ya estaba muy pesada. Poe cargó por esta vez con una parte del trabajo de Tai. Ambos estaban ilusionados. Pronto, con la vuelta del frío intenso, vendría su primera criatura al mundo: 9 lunaciones desde los primeros momentos (sus periodos coincidían exactamente con los de la luna, por eso pudo contarlos exactamente cuando desaparecieron), 12 desde el día de su boda. Tai lo registraba todo.

Tai quedó satisfecha de la tabla que había confeccionado, la decoró y la colgó en una pared de la casa.

Poe vio aquella tabla que registraba acontecimientos tan importantes en sus vidas y observó que él no hubiera tabulado el tiempo de la misma forma: en su aldea es costumbre agrupar las jornadas de 7 en 7, "coincidiendo" con la duración de cada fase de la luna.

Le comunicó a Tai la posibilidad de hacer esta agrupación y aquí surgió la primera desavenencia: Tai le hizo ver que 7+7+7+7 son 28 y ella estaba segura, muy segura de que la luna tardaba 29 días y un poco más, cada vez, para pasar de llena a llena (no en vano su periodo coincidía, desde hacía muchos años, con el de la luna).

Como no llegaban a un acuerdo estuvieron pensando en algún procedimiento nuevo y aceptable por ambos.

Pasó mucho tiempo, cada cual anotaba los acontecimientos según su criterio, pero ninguno perdía de vista el objetivo: encontrar un criterio común.

Mientras tanto la niña iba creciendo, y las responsabilidades de Tai y Poe a lo largo de la jornada también:

Tenían que alimentar a los animales al amanecer, preparar la comida para la familia, cuidar los campos, sacar, vigilar y recoger al rebaño, reparar los desperfectos de la casa y de los útiles domésticos, preparar ropa y alimentos para la época fría o negociar el intercambio de excedentes.

Tantas eran las tareas que pronto la niña entró a formar parte del equipo: quedó encargada del rebaño de ovejas. Comenzó a cuidarlas durante la época de la recolección, Tai y Poe estaban abrumados por el exceso de trabajo, necesitaban todas sus fuerzas para terminar la recolección antes de que las lluvias lo echaran todo a perder.

Pronto llegaron las lluvias, los vientos y las escarchas y el día comenzó a ser más corto que la noche. Acortó tanto que Poe y Tai sufrían mucho cuando caía el día, pues temían que la niña se hubiera entretenido excesivamente y le pillara la noche cerrada por el camino.

Tai conocía bien las montañas, los árboles y las casas y también sabía leer lo avanzado que estaba el día en las sombras que arrojaban esos objetos, pero su niña era pequeña y podía confundir unas cosas con otras, de modo que Tai se puso a cavilar para resolver el problema.

Decidió ir, al comienzo de cada fase, y marcar en el suelo una señal, justo en el extremo de la sombra de algún objeto inconfundible, de modo que cuando la sombra tocase esa marca con su extremo, la niña debía iniciar el regreso. Como el sol seguía bajando, cada 7 u 8 días Tai corregía la marca, y para observar mejor el comportamiento de las sombras de las cosas a lo largo del día, plantó un palo en la puerta de la casa. Durante un periodo completo de labores agrícolas fue marcando con piedrecillas la sombra arrojada por el palo, cada día y en diferentes momentos del día. Hizo muchos descubrimientos, pero sobre todo uno la emocionó:

Transcurridos 365 días, la sombra volvía a ocupar la misma posición que el día que comenzó su experimento

Le explicó su hallazgo a Poe: el sol le daba la razón a ella:

Tai tenía calculado cada periodo agrícola en 12 lunaciones de más de 29 días por lunación, es decir 348 días (lo que faltaba hasta completar una "solación", un periodo solar, debía ser por el "algo más" de 29 días de cada periodo lunar o lunación).

Desde luego, lo que no cuadraba en absoluto era que las lunaciones fuesen más cortas de 29 días, 28 según la aldea de Poe.

Poe aceptó la propuesta de Tai, a él también le resultaba atractivo que el periodo solar pudiera dividirse en un número entero de periodos lunares. Tai por su parte aceptó considerar grupos de siete días, semanas en la aldea de Poe, para medir temporadas más cortas que la lunación.

Para celebrar el acuerdo decidieron establecer un día de fiesta, de fiesta grande: sería cuando el día empieza a ser más largo que la noche. Estos días eran para Tai alegres y festivos, pues el clima es benigno, la luz del día vence a la oscuridad de la noche, su niña vuelve a casa rendida antes de que el sol se oculte tras las montañas. Así pues el día de fiesta grande sería último de la semana de luna llena en que el día empieza a ser más largo que la noche. Esta semana está llena de luna y llena de sol, por eso la eligieron para celebrar su acuerdo luni-solar.

Tai siguió durante muchas, muchas solaciones, haciendo observaciones, mediciones y acuerdos con Poe convencida de que en una solación ocurrían 12 lunaciones exactas.

En este empeño perfeccionó los instrumentos de observación, el método para tomar las anotaciones, indagó en otras aldeas otras costumbres y, aunque nunca pudo probar su idea, aprendió mucho del sol, de la luna y de otras gentes. Pero todo ello forma ya parte de otro cuento...

Rosario Nomdedeu Moreno. Castellón. Otoño 1995

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, páginas 19 - 23
ISSN: 1815-0640

La indigestión de Gulliver
(¿Es posible un mundo a escala?)

Agustín Martínez Menéndez

"....Le será entregada diariamente una ración de comestibles y bebidas suficientes para alimentar a 1728 súbditos de Liliput..."

Los viajes de Gulliver
Jonathan Swift

Es una constante de la literatura de imaginación el plantear variaciones apreciables en tamaño y forma. De los elaborados textos victorianos de Swift, Pope o Carroll hasta los relatos ultramodernos de algunos escritores de ciencia-ficción, se ha presentado el aumento o disminución de tamaño como algo interesante y, además, intrínsecamente factible, a falta de los medios materiales para ello.

Es esta una motivación que puede ayudar a comprender claramente el concepto de magnitud y la relación existente entre diferentes tipos de esta. Es ideal para que se borren los conceptos erróneos, y producir el choque necesario que haga al alumno abrir la mente a temas poco habituales. En último extremo un estudio profundo de estos temas llevaría al planteamiento fisico-matemático de las teorías de modelos, que son ya excesivamente complejos para nuestro propósito.

El trabajo de crítica y reflexión sobre las variaciones de magnitud no es evidentemente nuevo; ya Galileo estudio los principios de semejanza hace mas de 300 años (Ley cuadrático-cúbica) y mas modernamente, científicos como J.B.S. Haldane y D'Arcy Wentworth Thompson o divulgadores de la categoría de Perelman o Asimov han tratado el tema con profundidad, aunque con fortuna variable.

No se pretende pues introducir un problema nuevo, sino acercarlo a nuestra realidad y tratar de plantear una serie de casos llamativos y explícitos.

En muchas ocasiones la realidad no se corresponde con lo que "lógicamente" pensaríamos que ha de ocurrir, por ejemplo:

La torre Eiffel de París mide 300 metros de altura y pesa unos 8 millones de kilos. Si encargamos un modelo exacto de dicha torre, también de hierro y que pese sólo un kilo ¿qué altura tendrá? ¿será mayor o menor que un lápiz?

Con las dimensiones dadas podríamos pensar que, con sólo un kilo de peso, será muy pequeña, incluso menor que el lápiz. Pero hagamos números.

Si el modelo pesa un kilo, su volumen, al estar fabricado de igual material que el original, será 8 millones de veces menor que el de este. Sabemos (por la ley cuadrático-cúbica) que la relación entre los volúmenes de dos cuerpos semejantes es igual a la que existe entre los cubos de sus alturas respectivas. Por lo tanto, el modelo ha de ser 200 veces mas bajo que el original ya que $200^3 = 8000000$.

La altura de la torre es de 300 metros, luego la del modelo será:

$$300/200 = 1{,}5 \text{ metros}$$

es decir, un altura similar a la de un hombre.

¿Es sorprendente?

De igual forma podemos trabajar un sinnúmero de casos adicionales con los alumnos, así por ejemplo:

- Una familia está en armonía: el padre prácticamente el doble que el hijo mayor, que a su vez duplica a su hermano pequeño en todas sus dimensiones. Compran una docena de ovillos de lana y hacen un jersey para el padre con nueve de ellos. Con la lana sobrante ¿podrá vestir idénticamente a sus dos hijos?

Orientación: La variación de las estaturas ¿qué relación tiene con la superficie corporal?

- Sea un montón de espárragos de igual grueso y longitud. Se hacen manojos de 25 espárragos con una cuerda de 35 centímetros (no se considera el nudo), y se vende al precio de 500 ptas el manojo. Se decide hacer manojos con cuerdas de 14 centímetros (sin contar el nudo) ¿cuántos espárragos cabrán en cada manojo? ¿A cuanto se debe vender cada uno de estos manojos?

Orientación: el número de espárragos es proporcional al grosor de los mismos.

- ¿Por qué una astilla arde con mayor rapidez que el leño del cual se ha cortado?

Orientación: la velocidad de combustión depende de la superficie en contacto con el aire y del volumen del cuerpo que arde.

- En un día de frío, una persona mayor y un niño van igualmente vestidos ¿cual de los dos tiene mas frío?

Orientación: La generación de calor es proporcional al volumen y su pérdida a la superficie corporal

- En una ciudad se va a construir un pabellón deportivo de 40x40x20 metros. Se desea instalar un sistema de calefacción por placas radiantes. Para diseñar dicho sistema se estudia la distribución de placas en una habitación de 4x4x2 metros. Dado que el pabellón es 10 veces mayor en todas sus dimensiones, se decide que las placas, que en la habitación modelo eran de 1 m^2, sean también 10 veces mayores, con lo cual ocuparán una superficie de 100 m^2. ¿es acertada la decisión?

Este tipo de cálculo que podríamos llamar "geométricos" ha sido durante bastantes años la base de las teorías de modelos. El problema es que en muchos casos los factores que intervienen no sólo dependen de las medidas del sujeto, sino de parámetros no relacionados con ellos y, en muchos casos, ajenos al mismo sujeto. Una aproximación al tema muy sugerente nos la da el texto de Swift que encabeza la comunicación.

> "....Le será entregada diariamente una ración de comestibles y bebidas suficientes para alimentar a 1728 súbditos de Liliput..."

¿Es correcto el número?

Si atendemos a la pura geometría, es muy correcto. Gulliver es 12 veces mas alto que los liliputienses, pero también 12 veces mas ancho y 12 veces mas grueso; si, como parece razonable, la cantidad de alimentos ha de ser proporcional al volumen corporal, y dado que este ha aumentado en 12x12x12=1728, el aumento previsto en la cantidad de alimentos es muy lógico.

Pero vamos a profundizar un poco más, y la tabla 1 nos puede aclarar algún concepto

Peso (Kg.)	Calorías/kilo/día	Calorías/día
0,7	223	156,1
2	58	116
70	33	2310
600	22	13200
4000	13	52000
150000	1,7	155000

Tabla 1: Consumo metabólico de los mamíferos

Si Gulliver pesa unos 80 kilos, es claro que un liliputiense medio pesaría 1728 veces menos, ya que el peso es proporcional al volumen corporal. Es decir, su peso andaría alrededor de los 50 gramos.

Si consultamos la tabla, vemos que un liliputiense consume entonces alrededor de 1000 cal/día. Por tanto Gulliver, que consume unas 3000, sólo gasta 3 veces mas, no 1728 como habíamos supuesto.

Esta claro que Gulliver cogería una enorme indigestión. Igualmente interesante podría ser calcular si esta proporción se mantiene para los habitantes de Brobdignag, donde el pequeño es Gulliver. El resultado es sorprendente.

En estos cálculos intervienen obviamente parámetros que no son los puramente geométricos, puesto que los factores metabólicos no están en relación directa con la geometría del individuo.

No son sólo factores metabólicos los que pueden intervenir en consideraciones de este tipo. Pensemos por ejemplo en algo tan común como los ojos. Los habitantes de Liliput ¿verían mejor o peor que Gulliver? ¿y los de Borbdignag?

Vamos a fijarnos en estos últimos. Aparentemente, al ser 12 veces más altos que Gulliver, sus ojos también lo sería, y por lo tanto, habrían de ser 1728 veces más voluminosos. ¿Verían igual? Para discutirlo recordemos algunos principios sencillos de anatomía y óptica.

Un ojo posee en su retina un conjunto de células (conos y bastones), que son las que, al ser excitadas por la luz, permiten la visión. Además para que dos puntos distintos sean reconocidos como tales por el ojo, sus imágenes han de reflejarse en células diferentes.

Si el gigante crece 12 veces mas, sus células son 12 veces mas gruesas, con lo cual, los puntos distintos, para poder ser reflejados en células diferentes, habrán de estar separados 12 veces mas que antes, luego el gigante vería "12 veces peor". Conviene recordar que, en la vida real, los elefantes y las ballenas no tienen unos ojos tan grandes como cabría suponer.

También es interesante el cálculo para los liliputienses, pero tengamos entonces en cuenta que la longitud de un cono o de un bastón es aproximadamente igual a la longitud de onda media del espectro de luz visible (para nosotros)

Al disminuir el tamaño celular y la distancia intercelular 12 veces, los liliputienses verían en el espectro ultravioleta, su realidad no sería entonces la de Gulliver.

Casos como estos son quizás los más útiles para trabajar sobre problemas de magnitud, teniendo en cuanta que en ellos intervienen disciplinas que pueden estar aparentemente desligadas de las matemáticas.

Vamos a dar algunos ejemplos más, junto con orientaciones para su resolución.

- ¿Tendría un liliputiense problemas para salir del agua si se mojase?

Orientación: Un cuerpo sumergido en agua, al ser extraído de la misma, lleva sobre él una capa de líquido cuyo grosor es prácticamente igual sea cual sea el cuerpo. Un ser humano lleva una capa de unos 500 gr. de peso.

- Si un gigante se cae ¿Se hace más o menos daño que un hombre?

Orientación: El impacto de la caída es directamente proporcional a la masa y a la velocidad, e inversamente proporcional al área de contacto.

- Al aumentar el tamaño (o al disminuir) ¿varía la capacidad cerebral?

Orientación: La capacidad cerebral depende del número de neuronas y del número de terminaciones de estas en la superficie del cerebro.

- Los pulmones del gigante, aumentando como hemos visto ¿le permitirían respirar?

Orientación: La capacidad pulmonar depende directamente de la superficie de intercambio de los pulmones.

¿Podrían existir hormigas del tamaño de locomotoras?

Orientación: La respiración de las hormigas es traqueal, no pulmonar.

- Si una pulga creciese al tamaño de un hombre, ¿sería capaz de dar saltos fantásticos?

Orientación: El trabajo para saltar es proporcional a la masa del individuo y a la altura del salto, mientras que la potencia para el salto lo es a la masa.

Para acabar hagamos una reflexión. Si un sujeto varia de tamaño, puede deberse a dos causas, a saber:

a) Variación en la cantidad de átomos en su cuerpo
b) Variación en el tamaño de los átomos de su cuerpo.

¿Cuál es la viable? En la primera conviene pensar en las variaciones en complejidad que eso conlleva. En la segunda, las leyes de la mecánica cuántica tienen algo que decir.

Agustín Martínez Menéndez, es Doctor en Ciencias Físicas; Profesor de Matemáticas del CES Covadonga de Madrid; Profesor Asociado de Física en la Universidad Antonio de Nebrija de Madrid y miembro de la Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas, "Emma Castelnuovo"
E-mail: amartinez@ccovad.fuhem.es

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, páginas 25 - 46
ISSN: 1815-0640

Relación entre los estilos de aprendizaje, el rendimiento en matemáticas y la elección de asignaturas optativas en alumnos de enseñanza secundaria obligatoria (E.S.O.)

Ricardo Luengo González y José Juan González Gómez

Resumen

El presente artículo resume una investigación *cuasi-experimental* realizada en Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.), con dos objetivos bien diferenciados: establecer la posible relación entre las predominancias de los estilos de aprendizaje del alumno (desde la perspectiva de Honey-Alonso) y el rendimiento en Matemáticas; mostrar, de manera crítica, que el proceso orientador en la elección del espacio de optatividad en la E.S.O. no se ha basado en una información objetiva y apropiada para el alumno.
Se concluye que, en la muestra estudiada, existen relaciones significativas entre el rendimiento medio-alto en Matemáticas con una mayor predominancia en las áreas estilísticas *teórica* y *reflexiva.* Se confirma también que el alumnado de cada asignatura optativa conforma un subgrupo homogéneo en cuanto al rendimiento y los estilos de aprendizaje.

Abstract

The present article summarizes an investigation *cuasi-experimental* carried out in Compulsory Secondary Education with two well differentiated objectives: establishing the possible relation between the learning styles of the student (from the perspective of Honey-Alonso), and the performance in Maths; to show, in a critical way, if the process of orientation to elect optional subjects in Compulsory Secondary Education is based on an information which should be of quality, objective and appropriate for the student.
As synthesis, in the sample studied, significant relations among the middle-high performance in Math exist, with a greater one emphasis in the reflexive and theoretical areas. It is also concluded that the students of each optional subject conform a homogeneous subgrup with respect to the performance and the learning styles.

1. Introducción

Los problemas existentes en nuestros Sistemas Educativos, producidos en parte por la transferencia al entorno escolar de problemáticas sociales complejas y cambiantes, por el reemplazo de valores culturales y morales anteriores, la virtual eliminación de las ideologías y por la desaparición progresiva de nuestras tradiciones educativas propias, están favoreciendo nuevas organizaciones estructurales educativas más complejas y adaptadas a las demandas sociales actuales. La intensa transformación y modernización de nuestra Sociedad, el creciente desarrollo económico y el ejercicio de las libertades democráticas están provocando cambios en los marcos legales que regulan a los Sistemas Educativos, motivados también por el cambio en las aspiraciones formativas del alumnado. Este cambio debe realizarse desde una autocrítica responsable, y respondiendo a preguntas del tipo ¿qué debemos ofrecer? ¿qué podemos enseñar? ¿cómo debemos educar al ciudadano del siglo XXI? Sin duda alguna, el currículo oficial y las metodologías actuales siguen anclados en ideologías y necesidades anteriores, que nada tendrán que ver con las futuras, a corto y a medio plazo. Además, el desarrollo de las Tecnologías de las Información y la Comunicación está ya provocando un nuevo modo de entender la educación, hecho del que ya nos hemos ocupado en otras ocasiones (Luengo, Cubo, Mendoza y González, 2000; Luengo, Casas y González, 2001; Cubo, González y Lucero, 2003; González y Sánchez, 2003; Luengo, González y Corcho, 2002; Luengo y Cubo, 2004; Cubo, González y González, 2005).

Por otra parte, el fenómeno de la integración europea y la inmigración en general -108.000 alumnos extranjeros en la E.S.O. en el curso 2003-2004 según el Ministerio de Educación y Ciencia M.E.C.- hace que la diversidad de nuestras aulas sea ahora "multidimensional", con el necesario redoble de esfuerzos para atender a los nuevos alumnos y sus nuevos problemas y necesidades, en pos de conseguir una mezcla de culturas que a la postre resulte enriquecedora, y produzca una sinergia de esfuerzos que fomente la tan necesaria Calidad de la Educación.

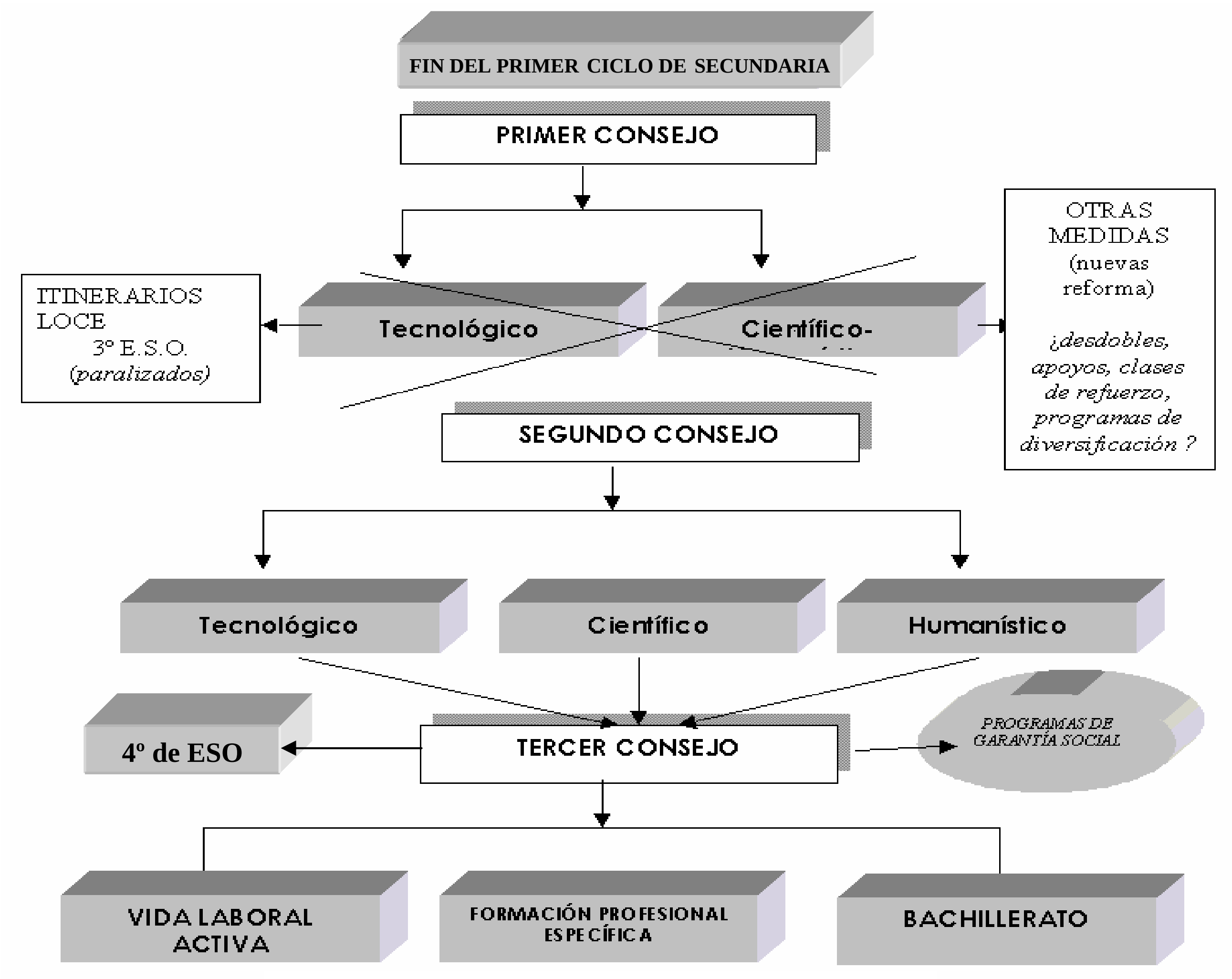
2.Problema de investigación.

Uno de los cambios más importantes que se propuso en la parcialmente vigente Ley de Orgánica de Calidad de la Educación (L.O.C.E., 2002) fue el de la diversificación en itinerarios a partir de tercero de E.S.O. No obstante, esta opción parece plantear dos problemas importantes: la restricción de la posibilidad de elección de los alumnos, al imponerles la opción por un itinerario rígido y prefijado, escasamente flexible para atender a la diversidad de intereses personales; el establecimiento de una jerarquía implícita entre los itinerarios, pues podría asociarse a los menos capaces con la formación profesional, hecho que no respondería en absoluto a la realidad. Las propuestas actuales del M.E.C. pretenden cambiar estos itinerarios por clases de refuerzo y apoyo, programas de diversificación curricular, desdobles, reagrupamientos, etc., para los alumnos con más dificultades en las materias instrumentales [1]. Estas propuestas irían orientadas a la mejora de la atención a la diversidad de los alumnos, ofreciendo vías escolares adaptadas y poniendo énfasis en que ninguna alternativa sea irreversible o conduzca a la exclusión como resultado inevitable. Asimismo, el Informe de la ponencia sobre la situación de las enseñanzas científicas en la Educación Secundaria (Senado, 2004), hace hincapié en el elevado índice de fracaso escolar en nuestro país, proponiendo algunas soluciones y dando razones a lo inadecuado de los itinerarios L.O.C.E.:

> "...el establecimiento de itinerarios educativos diferenciados pudiera tener (...) un efecto *rebote*, por el que amplias capas de la población traten de que sus hijos sigan el itinerario más prestigioso, aunque no estén capacitados para ello, lo que acabaría incrementando el fracaso escolar..." (Senado, 2004, 54)

De acuerdo con los últimos datos oficiales publicados por el M.E.C., la tasa bruta de población que alcanza los objetivos de la enseñanza obligatoria –en torno a la edad prevista- se situó en 2001 en el 74,4% [2]. Las cifras españolas se encuentran aún lejos de las tasas de titulación que alcanzan otros países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo económico (O.C.D.E.) y la Unión Europea: el último informe P.I.S.A. [3] (Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo I.N.E.C.S.E, 2005) demuestra que hemos de mejorar numerosos aspectos de nuestro Sistema Educativo. El nuevo marco legal que se está debatiendo, la futura Ley Orgánica de Educación L.O.E. estará, sin duda, orientada a solventar todos los problemas de que venimos hablando.

Es sabido que en el segundo ciclo de la E.S.O. existe una gran diversidad de alumnado al cohabitar en el mismo sistema alumnos con realidades y opciones de futuro muy diferentes: los que desean proseguir con sus estudios, los que prefieren optar por la Formación Profesional o los que desean abandonar el Sistema Educativo reglado para integrarse en la vida laboral activa; los que tienen dificultades serias de aprendizaje, problemas familiares, etc. En función de todas estas variables, pueden distinguirse diferentes grupos de jóvenes que se sitúan de modo distinto ante los estudios, y que obtienen también resultados diferentes.



Esquema 1: Toma de decisiones en la ESO

Para propiciar una adecuada atención a la diversidad, la Ley Orgánica General del Sistema Educativo (L.O.G.S.E., 1990) propuso una serie de espacios de opcionalidad en tercero y cuarto de E.S.O. Este modelo, que aún permanece vigente tras la L.O.C.E., consiste en elegir una asignatura optativa en 3º y otra en 4º, entre: Cultura Clásica / Procesos de Comunicación; Segunda Lengua Extranjera (Francés) y Taller de Matemáticas.

Parece ser que el papel de la orientación académica y vocacional debe ser principal, en un mundo en el que el grado de elección aumenta; por eso también jugarán un papel fundamental los estilos de aprendizaje del alumnado: para la elección de asignaturas optativas, para el diseño del tratamiento pedagógico al alumno con dificultades, para la adecuación del sistema de evaluación a sus modos y ritmos de aprendizaje, para la creación de grupos desdoblados o reagrupamientos, etc.

Realmente, la falta de orientación y criterios de elección objetivos del alumno se hace patente, ya que no conoce sus aptitudes, preferencias, posibilidades y, desde luego, sus estilos de aprendizaje, en gran parte de los casos. Parecen necesarias una orientación y acción tutorial efectivas, con nuevos métodos y estrategias que resuelvan el problema de la elección de asignaturas e itinerarios. El proceso de orientación debería permitir al alumno la consecución de un grado de auto y heteroconocimiento, de sí mismo y del Sistema en el que está inmerso, para llevar a cabo una toma de decisiones más acertada.

En cuanto a los antecedentes existentes en nuestro país, las investigaciones más sobresalientes desarrolladas acerca de la importancia de los Estilos de Aprendizaje como variable para la orientación vocacional y en cuanto al rendimiento académico son las de Tirados (1983 y 1986); Alonso (1991a, 1991b, 1992, 1994), Albuerne (1992); Cano y Justicia (1993); Valverde (1994); Salas (1998); González (1997); León (2001); Nevot Luna (2001). A pesar de todo:

> "No hay todavía constancia de que se haya desarrollado una investigación de los mismos como un aspecto más del desarrollo vocacional y la opcionalidad curricular en la adolescencia". (León, 2001, 282)

Es en este punto donde esta investigación adquiere un mayor sentido e importancia, dentro de los estudios ya realizados en nuestro país.

3.Planteamientos. Objetivos generales de la investigación.

Los objetivos generales de la investigación son los siguientes:

1. Revisar y analizar el estado actual de las investigaciones sobre los Estilos de Aprendizaje y el Rendimiento Académico en Matemáticas de la E.S.O.
2. Evaluar qué preferencia de Estilos poseen aquellos alumnos que obtienen un rendimiento mayor en Matemáticas en los tres primeros cursos de la E.S.O.

3. Analizar si los alumnos con más preferencia en los Estilos Teórico y Reflexivo obtienen un nivel mayor de rendimiento en Matemáticas.
4. Contrastar si existe relación entre las preferencias de Estilos y la asignatura optativa escogida en tercero de la E.S.O, y entre las preferencias de Estilos y el género.
5. Estudiar si existen diferencias significativas en el rendimiento en cuanto al género.
6. Comprobar si existe relación entre el rendimiento académico y la asignatura optativa escogida en tercero de la E.S.O.

4.Hipótesis de la investigación.

Para responder a los objetivos anteriormente expuestos, las hipótesis planteadas fueron las siguientes:

H1: Existe una relación entre los Estilos de Aprendizaje y el Rendimiento en Matemáticas en la E.S.O. (Alto, Medio, Bajo).

H2: Se hallan diferencias significativas en los Estilos de Aprendizaje, en relación con la nota media en Matemáticas en 1º-2º-3º de la ESO.

H3: Existe una relación entre la variable "estilo" y la variable "género", y diferencias significativas en los estilos de aprendizaje según el "género", en los alumnos de 3º de ESO de este centro.

H4: Existe una relación entre la variables "género" y la variable "rendimiento" en Matemáticas de la E.S.O, y diferencias significativas en el "rendimiento" con respecto al "género".

H5: Existe una relación entre la variables "rendimiento" (Alto, Medio, Bajo) y la variable "optativa".

H6: Existe una relación entre los "estilos" y la variable "optativa".

H7: Existen diferencias significativas entre las "optativas" respecto del "rendimiento" y de los "estilos".

H8: Existe correlación y diferencias significativas entre todos los estilos de aprendizaje del alumnado de 3º de la ESO en este centro.

5.Diseño metodológico.

5.1 Población y muestra:

Las limitaciones en cuanto a recursos y tiempo de la investigación obligaron a tomar una muestra ya creada, de tipo incidental: los alumnos de tercero de la E.S.O. del Centro I.E.S. "José Manzano", en Don Benito (Badajoz), con edades entre 14 y 15 años. En el estudio no se tuvieron en cuenta los grupos-clase ya creados, sino la población de la muestra en total, siendo el número de varones de 107, y el de mujeres de 109 (total=216). En ningún caso hubo criterio intencionado alguno en el muestreo sino el de su accesibilidad. Por todo esto, la falta de aleatorización de la muestra hace que la inferencia de las conclusiones deba tomarse con reserva.

5.2 Variables de la investigación:

Las variables son las siguientes:

1. Género: Hombre (H), Mujer (M).
2. Optativa elegida: Taller de Matemáticas (TM), Procesos de Comunicación (PC), Francés (FR).
3. Rendimiento académico en Matemáticas: nota media en Matemáticas obtenido en los cursos 1º-2º-3º. También se han considerado, para ordenar las puntuaciones, los siguientes intervalos nominales: BAJO = (0,5), MEDIO = [5,7), ALTO = [7, 10)
4. Estilos de Aprendizaje: "son rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables de cómo los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje" (Alonso, Gallego y Honey, 1994, 48). Han sido medidos a través del cuestionario C.H.A.E.A.

El carácter de las mismas es:

- *Variables independientes*: "Estilos de aprendizaje", "Género" y "Optativa elegida".
- *Variable dependiente*: "Rendimiento Académico".
- Las *variables extrañas* que pueden interferir en la investigación pueden ser: instrumento de medida, presentación del cuestionario, operativización de las variables, desmotivación del alumno.

5.3 Planificación de la investigación. Fases:

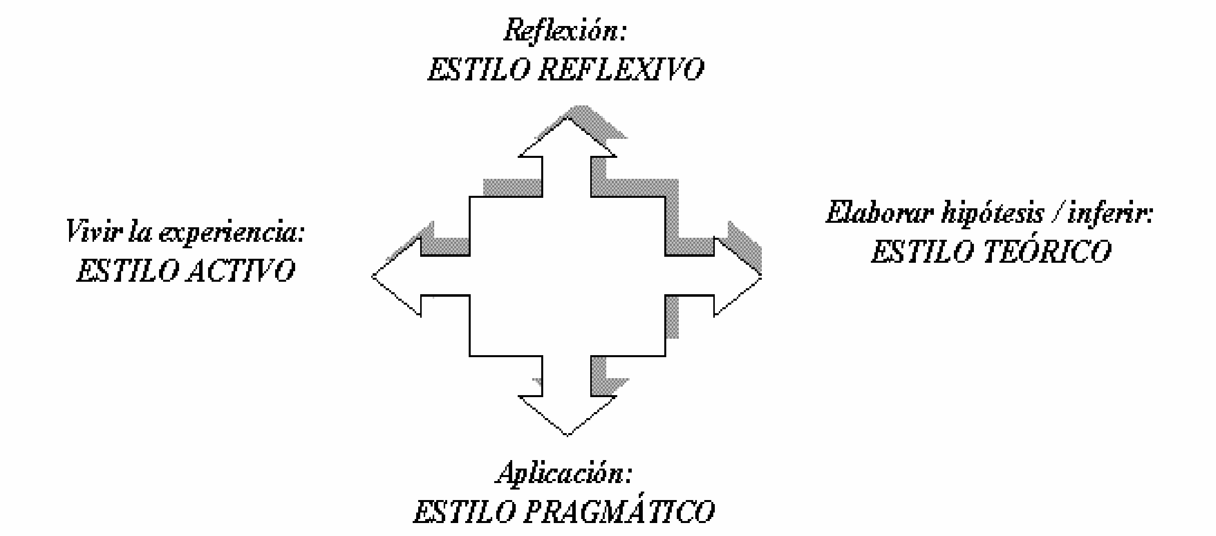
Se intenta establecer si existe algún tipo de relación entre el rendimiento académico del alumno en Matemáticas de la E.S.O, los estilos de aprendizaje, el género y la optatividad de asignaturas. El diseño es cuasi-experimental ex post facto prospectivo, debido a que solo se pretenden describir posibles relaciones y diferencias significativas entre las variables, y en ningún momento se han podido manipular las variables independientes. Se circunscribe al ámbito de la Pedagogía Aplicada, teniendo aspectos más de indagación y evaluación que experimentales (en futuras investigaciones se propondría aplicar un programa de desarrollo y mejora de los estilos de aprendizaje). En cuanto a las diferentes fases de la investigación, fueron tres:

- Primera fase (Septiembre-Diciembre 2002): concreción los objetivos de la misma; formulación de las hipótesis de trabajo; revisión bibliográfica.
- Segunda fase (Febrero-Junio 2003): toma de datos. Aplicación del cuestionario y obtención de las notas.
- Última fase (Junio-Septiembre 2003): análisis de los datos; conclusiones finales.

6.Análisis y aplicación del instrumento de obtención de datos.

Se escogió el instrumento C.H.A.E.A. (Honey & Alonso, 1992), adaptación al castellano del Learning Styles Questionnaire (L.S.Q.) (Honey & Mumford, 1986), diseñado para entornos empresariales. La elección se motivó principalmente por: su proximidad y orientación hacia el ámbito académico y escolar; por la base conceptual que lo sustenta, la Teoría del Aprendizaje Experiencial de David Kolb (1984); por haberse utilizado ya en investigaciones anteriores.

Las teorías de Kolb (1984) suponen un aprendizaje cíclico en cuatro etapas, dotando de una importancia central al concepto de Aprendizaje Experiencial [4]. Según los estudios de Honey y Mumford (1986), los sujetos tienen mayor o menor preferencia acerca de alguna de las cuatro etapas del aprendizaje que Kolb propone, que denominan "Estilos": activo, reflexivo, teórico y pragmático [5].



Esquema 2 – Estilos de aprendizaje según Honey-Alonso

Al rellenar el cuestionario se puede obtener una preferencia que varía en una escala de preferencia del uno al veinte. El cuestionario consta de 80 ítem, balanceados, de modo que a cada estilo le corresponden 20 ítem para medirlo. Se trata de preguntas de carácter dicotómico ("estoy de acuerdo" = -, "estoy en desacuerdo" = +).

La tabla de comparación permite establecer si la predominancia es "muy baja", "baja", "moderada", "alta" o "muy alta", sobre el baremo general de interpretación que aparece en el estudio de Alonso (1992). Así, la baremación de los resultados tendrá un carácter relativo, ya que los resultados de cada sujeto están en función de los resultados de todos los sujetos que participan. El cuestionario se presentó on-line, como método motivador y más efectivo para la participación del alumno. Aparte del cuestionario en sí, el alumno debía rellenar otra hoja con los datos socio-académicos que consideramos importantes, siempre guardando el anonimato del mismo: Edad, Sexo, Número en clase; Optativa escogida en tercero.

Fue aplicado en sendas sesiones de tutoría (Febrero 2003): en la primera se trató el tema de la orientación en la E.S.O., y se explicó a los alumnos la importancia de la teoría de los Estilos de aprendizaje con respecto a la orientación personal, vocacional, profesional y académica, con la ayuda del Departamento de Orientación; en la siguiente sesión de tutoría de cada grupo, se utilizó el aula de informática del centro, que dispone de conexión a Internet, para realizar el cuestionario C.H.A.E.A. on-line (30 minutos) [6].

7. Análisis estadístico de los datos.

7.1 Análisis descriptivo:

El perfil de aprendizaje del alumnado de 3º de la ESO en este centro se caracteriza por presentar una preferencia “moderada” en los estilos, reflexivo y teórico, “moderada” (tendiendo a alta) en el pragmático y “alta” en el estilo activo, como muestra la siguiente tabla de medias (con respecto al baremo de Alonso, 1992):

Tabla 1 – Medias y desviaciones de predominancias de estilos y rendimiento

Estadísticos

		Activo	Reflexivo	Teórico	Pragmático	Rendimiento
N	Válidos	217	217	217	217	217
	Perdidos	0	0	0	0	0
Media		13,01	14,18	12,74	13,35	6,097
Desv. típ.		3,25	3,88	3,32	3,20	1,867

Tras el estudio descriptivo, se concluye que se trata de un alumnado con un rendimiento “medio” – “alto” (un 80% aproximadamente) en la asignatura de Matemáticas, aunque también hay que considerar un porcentaje moderado con rendimiento “bajo” (en torno al 20%), que han promocionado automáticamente en 3º de la E.S.O. con “Matemáticas” como asignatura pendiente.

En cuanto a la optativa escogida, existe una alta preferencia por “Francés”, como puede verse en la tabla 2:

Tabla 2 – Optativa escogida

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	FRANCES	116	53,5	53,5	53,5
	TALLER DE MATEMÁTICAS	44	20,3	20,3	73,7
	PROCESOS DE COMUNICACIÓN	57	26,3	26,3	100,0
	Total	217	100,0	100,0	

Los resultados obtenidos muestran que existe un elevado porcentaje de alumnado que obtendría una predominancia moderada-alta-muy alta (en torno al 80% del total) en el estilo “Activo”. Para el estilo “Reflexivo” esta situación cambia sustancialmente, existiendo ya un porcentaje mayor de alumnos con predominancia muy baja - baja, concentrándose el mayor porcentaje en la preferencia moderada, para bajar paulatinamente el porcentaje en la predominancia alta y muy alta.

En los estilos teórico y pragmático vuelve a concentrarse un mayor número de alumnos en el tramo preferencial “moderado-alto-muy alto”, aunque también aparece un porcentaje (en torno al 20%) de alumnos con preferencia baja - muy baja.

Tras el análisis descriptivo sobre el perfil óptimo de estilo de aprendizaje en aquellos alumnos de 3º con un rendimiento académico alto en Matemáticas, se llegó a la conclusión de que se trataría de alumnos con una preferencia moderada en el estilo activo, y moderada (tendiendo a alta) en los estilos reflexivo y pragmático; la conclusión más significativa será que estos alumnos poseen una predominancia “alta” (como media) en el estilo teórico, por lo que podríamos pensar que existe una relación más estrecha de las características de dicho estilo con la idiosincrasia de la disciplina matemática. No obstante, si nos centramos en los sexos, parece que el femenino no tiene un gran porcentaje de alumnas con predominancia “alta” o “muy alta”, y sin embargo existe un mayor porcentaje de mujeres que de hombres con un rendimiento “alto”. Esto nos invitó a pensar que el estilo “activo” también juega un papel importante en el rendimiento.

Los datos sobre las posibles diferencias entre estilos de aprendizaje según las asignaturas optativas de 3º de E.S.O., nos permitieron establecer el perfil general de predominancias de los alumnos según la optativa escogida:

1. Los alumnos del “Taller de Matemáticas” poseen estilos activo y pragmático con predominancia “alta”, teniendo en el teórico una predominancia “moderada” y en el reflexivo una predominancia “baja”. Por una parte, parece que estas conclusiones responden a la filosofía general de dicha asignatura, al tratarse de un modo más intuitivo, práctico y experimental de acercarse a las matemáticas,

aunque la puntuación "baja" en el estilo reflexivo indicaría que el alumno seguro que tiene problemas en la asignatura de Matemáticas, donde adquiere gran importancia la lógica y la reflexión.

2. Consideraciones similares caben hacer en cuanto a la asignatura "Procesos de Comunicación", con una carga de actividad y pragmatismo importante. No obstante, debido a la predominancia "baja" en el estilo reflexivo, puede indicar problemas de comprensión sintáctica y analítica del alumno en la asignatura de Matemáticas y posiblemente Lengua.
3. Finalmente, el alumnado de "Francés" parece alcanzar una mayor armonía de predominancias entre todos los estilos, que tiende a estar entre el límite de "moderada" y "alta", alcanzando incluso en el teórico una predominancia "alta". Esto podría indicar, en líneas generales, que se trata de un alumno con un mayor desarrollo intelectual y madurez, que le hace obtener un mayor rendimiento en la asignatura de Matemáticas (Tabla 3).

Tabla 3 – rendimiento x predominancia

RENDIMIENTO / PREDOMINANCIA	**ACTIVO**	**TEÓRICO**	**REFLEXIVO**	**PRAGMÁTICO**
ALTO	MODERADA	ALTA	MODERADA (tendiendo a alta)	MODERADA (tendiendo a alta)
MEDIO	MODERADA	MODERADA (tendiendo a alta)	BAJA (tendiendo a moderada)	MODERADA
BAJO	MODERADA	BAJA (tendiendo a moderada)	BAJA	MODERADA

La tabla 4 recoge los distintos niveles en los estilos según la optativa escogida:

Tabla 4 – Optativa x predominancia

PERFILES	ACTIVO	TEORICO	REFLEXIVO	PRAGMÁTICO
TALLER	ALTA	MODERADA	BAJA	ALTA
PROCESOS	ALTA	MODERADA	BAJA	MODERADA
FRANCÉS	MODERADA (tendiendo a alta)	ALTA	MODERADA	MODERADA (tendiendo a alta)

Los datos de las dos tablas anteriores muestran que los alumnos de "Francés" obtienen un rendimiento "alto" en la asignatura de matemáticas, mientras que los que eligen "Taller" y "Procesos" tienen un rendimiento "bajo". Aunque no se ha podido constatar, dichos alumnos podrían presentar dificultades en el área de matemáticas y lenguaje desde edades tempranas y a lo largo de todo su proceso de escolarización.

Cabe destacar que, en esta muestra, parece ser que el sexo femenino alcanza cotas de predominancia menores que el masculino en los estilos teórico y reflexivo, y lo supera en los otros dos estilos: pragmático y activo. Estos resultados son particulares para la muestra, y debe tenerse excesivo cuidado de inferir cualquier conclusión general dada la escasa significación de dichas diferencias.

7.2 Resultados del análisis inferencial y contraste de hipótesis:

En este apartado se realizan diferentes pruebas estadísticas que permiten contrastar las hipótesis planteadas. Se fijo un nivel de significación del 5%.

₪ H1: Para contrastar la primera hipótesis, se realizó un análisis estadístico según pruebas no paramétricas, en particular las tablas de contingencia y las pruebas de Chi-Cuadrado (Pearson y razón de verosimilitud), con el apoyo del coeficiente C de contingencia. Según las pruebas de Chi-cuadrado (Pearson = 0,121; Razón de verosimilitud = 0,129), no se pudo concluir que existiese una relación estadísticamente significativa entre el rendimiento y las predominancias en el estilo activo (a un nivel de confianza del 5%). El coeficiente de contingencia (si pensamos que la relación es covariación) vino a apoyar esta conclusión (C=0,235, con significación aproximada de 0,121).

Tabla 5 – Tabla de contingencia Activo x Rendimiento

		Rendimiento			
		BAJO	MEDIO	ALTO	Total
Activo	predominancia muy baja	1	2	3	6
	predominancia baja	5	8	4	17
	predominancia moderada	17	25	26	68
	predominancia alta	7	12	24	43
	predominancia muy alta	15	43	25	83
Total		45	90	82	217

Sin embargo, para el caso del estilo reflexivo, sí parece existir una relación estadísticamente significativa con respecto al rendimiento, según las pruebas Chi-Cuadrado, que mostraron una significación asintótica del 0,0. El coeficiente de contingencia mostró, además, que el sentido de esta relación de covariación era positivo y moderadamente fuerte (C=0,510), es decir, a mayor predominancia en el estilo reflexivo, mayor rendimiento en matemáticas.

Igualmente se concluyó que existía una relación estadísticamente significativa entre las predominancias del estilo teórico y el rendimiento, y entre las del estilo pragmático y el rendimiento, siendo el sentido de la covariación positivo y moderado, según indicó el coeficiente de contingencia.

₪ H2: Para contrastar estas hipótesis, se utilizaron pruebas paramétricas, específicamente un Análisis de la Varianza de una Vía (ANOVA), pues los valores de la variable de factor son enteros y la variable dependiente es cuantitativa. Además, el grupo es una muestra aleatoria independiente procedente de una población normal. Por otra parte, son numerosos los estudios que garantizan que el rendimiento se distribuye según la curva normal. El último requisito es que los grupos deben proceder de poblaciones con varianzas iguales; para contrastar este supuesto, se utilizó el Test de Levenne de homogeneidad de la varianza. Según el Test de Levenne, existía homogeneidad en las varianzas para los estilos “teórico” y “activo” (significación de 0,102 y 0,141), pero no es así para el resto; por tanto no se pudo aplicar un ANOVA de una vía para los estilos “reflexivo” y “pragmático”, utilizándose un estudio por parejas de notas mediante el contraste de la diferencia de medias para muestras independientes (prueba T).

Tabla 6 – Anova para teórico y activo

Teórico	Inter-grupos	772,837	8	96,605	12,549	,000
	Intra-grupos	1601,191	208	7,698		
	Total	2374,028	216			
Activo	Inter-grupo	390,352	8	48,794	5,348	,000
	Intra-grupo	1897,630	208	9,123		
	Total	2287,982	216			

Las pruebas post hoc de Tukey (tabla 7, Anexo I) nos mostraron entre qué pares de notas existen tales diferencias:

- En el estilo activo: diferencias entre 3 y 5-7-9; entre 6 y 5-7-9; entre 9 y 3-6-8.
- En el teórico: entre 3 y 5-6-7-8-9-10; entre 4 y 6-9-10; entre 5 y 6-9-10; entre 6 y 7; entre 7, y 9-10.

Con los estilos reflexivo y pragmático, se realizaron las pruebas T con respecto a algunos pares de notas. Por ejemplo, según los datos obtenidos por el coeficiente T para las notas 4 y 7, únicamente existen diferencias significativas entre las mismas para el estilo reflexivo.

H3: En cuanto a si existen diferencias significativas en los estilos de aprendizaje según el sexo (considerando puntuaciones), se utilizaron pruebas paramétricas (ANOVA de una vía), siempre que se diese el supuesto de normalidad y homogeneidad de las varianzas. El primero se comprobó a través de la prueba de Kolmogorov-Smirnov. Para comprobar la homogeneidad en las varianzas se aplicó el test de Levenne: el único estilo en el que no existe igualdad de varianzas es el “Teórico” (sig. de 0,10), para el cual se realizaron pruebas T para muestras independientes. Según los datos de las tablas 8 y 9 (Anexo I), se concluyeron diferencias significativas en el estilo teórico entre los géneros.

Tras aplicar un ANOVA para el resto de estilos, no se observaron diferencias de medias significativas en cuanto al sexo. Así, se corroboró en parte la tesis obtenida por Alonso (1992), que afirmaba que entre el teórico y el activo había una influencia del sexo.

H4: Para contrastar la hipótesis de la existencia de diferencias significativas en el rendimiento con respecto al sexo. Se aplicó la Prueba T para muestras independientes, asumiendo (en virtud del Test de Levenne) varianzas iguales, concluyéndose que no existen diferencias significativas en el rendimiento de hombres y mujeres, aunque puede observarse que las mujeres obtienen una media un poco superior a la de los hombres.

H5: Uno de nuestros objetivos más importantes fue el de contrastar esta hipótesis. Se utilizaron las mismas pruebas no paramétricas que en casos anteriores, al tratarse de una hipótesis relacional con variables nominales. Los resultados obtenidos indicaron que existía una relación entre el rendimiento y la optativa escogida en tercero de la E.S.O. Además, según el coeficiente de contingencia, dicha covariación es positiva y de carácter moderado-fuerte (C=0,564): a mayor rendimiento, la asignatura que se tiende a escoger es Francés.

Tabla 10 – Perfiles de rendimiento con respecto a los estilos

R.A. / Pred	ACTIVO	TEÓRICO	REFLEXIVO	PRAGMÁTICO
ALTO (7-10)	MODERADA	ALTA	MODERADA (tendiendo a alta)	MODERADA (tendiendo a alta)
MEDIO (5-7)	MODERADA	MODERADA (tendiendo a alta)	BAJA (tendiendo a moderada)	MODERADA
BAJO (0-4)	MODERADA	BAJA (tendiendo a moderada)	BAJA	MODERADA

₪ H6: Cómo antes, volvimos a utilizar las pruebas no paramétricas; los resultados permitieron inferir que existe una relación estadísticamente significativa (con un nivel de significación del 5%) entre las predominancias de los estilos y la optativa que el alumno escoge:

Tabla 11 – Perfiles de predominancias por optativa

PERFILES DE PREDOMINANCIA	ACTIVO	TEORICO	REFLEXIVO	PRAGMÁTICO
TALLER DE MATEMÁTICAS	ALTA	MODERADA	BAJA	ALTA
PROCESOS DE COMUNICACIÓN	ALTA	MODERADA	BAJA	MODERADA (tendiendo a alta)
FRANCÉS	MODERADA (tendiendo a alta)	ALTA	MODERADA (tendiendo a alta)	MODERADA (tendiendo a alta)

₪ H7: Mediante un ANOVA de una vía se concluyó la existencia de diferencias significativas entre las optativas respecto del rendimiento. Tras realizar las Pruebas post hoc de Tukey, se pudo constatar que existen diferencias significativas de las medias de rendimiento entre las asignaturas de "Francés" con "Taller de Matemáticas", y de "Francés" con "Procesos de Comunicación". No obstante, no existen diferencias de medias entre las asignaturas de "Taller de Matemáticas" y "Procesos de Comunicación". Tras este análisis post-hoc, se puede concluir la existencia de dos subconjuntos homogéneos en cuanto al rendimiento: el formado por los alumnos que escogen "Taller" y "Procesos", y el formado por los alumnos que eligen "Francés". Debido a la falta de homogeneidad en las varianzas, se realizaron Pruebas T de diferencias de medias, obteniendo las siguientes conclusiones para los estilos:

Tabla 12 – Diferencias entre estilos por pares de optativas

DIFERENCIAS DE MEDIAS	ACTIVO	REFLEXIVO	TEÓRICO	PRAGMÁTICO
FRANCES / TALLER	NO	SI	SI	SI
FRANCES / PROCESOS	NO	SI	SI	NO
TALLER / PROCESOS	NO	NO	NO	SI

En esta muestra los grupos de "Taller" y "Procesos" con bastante parecidos, salvo para el estilo pragmático. El grupo de "Francés" se diferencia de ambos en los estilos reflexivo y teórico. Es destacable que en el estilo "activo" no aparezcan, en ningún caso, diferencias significativas.

₪ H8: Se realizó un estudio de correlaciones bivariadas (Prueba de Pearson) para las diferentes parejas de estilos. Por los datos obtenidos, se concluyó que existía una correlación lineal entre todos los estilos, siendo más fuertes las correlaciones entre los estilos Activo y Pragmático que las correlaciones entre los estilos Teórico y Reflexivo. No hemos podido constatar que la correlación entre los pares Activo-Reflexivo y Activo-Teórico sea de carácter negativo, como concluye León (2001:339).

Finalmente, tras realizar una Prueba T para una muestra, los datos obtenidos permitieron inferir que existían diferencias significativas entre todos los estilos de aprendizaje del alumnado de 3º de la ESO en este centro.

7.3 Conclusiones e implicaciones pedagógicas:

La Teoría de Estilos de Aprendizaje según Honey-Alonso tiene claras aplicaciones en la acción tutorial y en la acción orientadora de la E.S.O. Numerosos trabajos la destacan como instrumento importante en la orientación vocacional del alumno, ya que propicia una autonomía en la elección de su futuro académico y profesional. A partir de esta pequeña investigación, se ha intentado enriquecer la base del proceso de orientación, proponiendo soluciones a los errores y lagunas existentes en dicho proceso, e intentando establecer los diferentes perfiles de alumnado en cuanto al rendimiento, sexo y optativa escogida (en esta muestra).

► Los resultados obtenidos indican que existen relaciones entre las predominancias de ciertos estilos y el rendimiento académico en Matemáticas, fundamentalmente entre los estilos teórico y reflexivo. El perfil del alumno que obtiene mejores notas es el que tiene predominancias altas en los estilos teórico y reflexivo, y moderadas en el activo y pragmático. Esto parece estar de acuerdo con el carácter abstracto de las matemáticas, y también respeta la importancia de la manipulación activa y aplicaciones prácticas de sus elementos y resultados.

► Tras las pruebas estadísticas aplicadas podemos concluir que existen, en nuestra muestra, diferencias en el estilo teórico entre hombres y mujeres. No obstante, desde nuestro punto de vista, y sin más datos que aporten luz a este hecho, no parece razonable inferir conclusiones que trasciendan esta muestra, y que pudieran falsear la realidad y llevar a confusión al lector.

► Como cabía esperar, según numerosos estudios que nos anteceden, no existen diferencias significativas en el rendimiento en cuanto al sexo.

► Elevamos a la categoría de conclusiones importantes la siguiente: existen relaciones significativas entre el rendimiento en Matemáticas y la asignatura optativa escogida en tercero de la E.S.O., de modo que los que obtienen un rendimiento mayor escogen “Francés”, y los que obtienen un rendimiento bajo o medio se reparten entre “Taller de Matemáticas” y “Procesos de Comunicación”.

Este hecho nos permite realizar las siguientes reflexiones:

Debido a que la agrupación de las clases se realiza a través de la elección de la optativa (criterio agrupador elegido en este centro y muy posiblemente en otros muchos por funcionalidad), existe una clara homogeneidad del alumnado en los grupos-clase, al menos en el rendimiento, lo que es bastante significativo. De este modo, no se está respetando el principio de heterogeneidad en las agrupaciones, al existir aptitudes, motivaciones y niveles de conocimiento parecidos intra-grupos. En definitiva, este modelo de agrupación seguirá propiciando el habitual modelo de homogeneización didáctica como principio de intervención, en contra del espíritu de la L.O.G.S.E, la L.O.C.E. y previsiblemente el de la futura L.O.E.

El diseño curricular de las asignaturas “Taller de Matemáticas” y “Procesos de Comunicación” no indica que sean asignaturas de refuerzo en Matemáticas y Lengua (respectivamente), ni que deban matricularse en las mismas alumnos con dificultades en esas áreas, como así parece indicar el perfil de alumno que las escoge. El “Taller de Matemáticas” es una asignatura ofertada para el alumno que tiene un interés especial por las Matemáticas, y se fundamenta en una presentación de las mismas desde un punto de vista más real y aplicado, incluso lúdico y manipulativo. Esta contradicción puede convertir a esa asignatura en algo inviable, o bien a llevar al profesor a plantearla como un refuerzo, debido a la negativa predisposición del alumnado que la elige (o que es “orientado” a elegirla).

También es posible que el proceso de orientación se vea distorsionado por los propios Departamentos de las asignaturas, que deben “venderla” para el año posterior, e imponen a priori el nivel de exigencia de las mismas.

► Como cabía esperar, los que escogen “Francés” poseen predominancias moderadas-altas en todos los estilos, mientras que para las otras dos asignaturas únicamente ocurre para el estilo activo y pragmático. Aparte de la homogeneidad en el rendimiento, se concluye aquí la homogeneidad en cuanto a estilos en los grupos de tercero de la E.S.O. Se comete aquí otro nuevo fallo en el proceso de orientación, que no ha tenido en cuenta los estilos de aprendizaje, permitiendo la creación de dos grupos muy parecidos (Taller/Procesos) y otro diferente (Francés).

Concluiremos con algunas reflexiones generales. Creemos firmemente que el profesor debe conocer el perfil de aprendizaje de cada alumno, para así adaptar su estilo de enseñanza a cada alumno (en la medida de lo posible), y conseguir una interacción más ajustada. Igualmente, se debe enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje con un mayor abanico de actividades que faciliten al alumno la consolidación y desarrollo de sus estilos de aprendizaje, propiciando en fin el autoconocimiento y autonomía necesarias para avanzar globalmente en su formación integral como adulto.

Aparte de otras reflexiones anteriores, proponemos desde aquí la existencia de un co-tutor que trabajase con los alumnos de modo individual, una vez por semana, y complementase así el trabajo del tutor de grupo, que en cierta medida solo puede trabajar para el grupo general. Así, el concepto de "rendimiento = adquisición de contenidos" debe ser profundamente transformado en el que diga "rendimiento = dominio de estrategias de aprendizaje y habilidades que permitan aprender a aprender", y un instrumento que puede ayudarnos son los estilos de aprendizaje (que nos informan sobre cómo aplicamos cada uno esas estrategias generales).

Nuestro sistema educativo no es neutro, y en nuestra opinión favorece a los alumnos teóricos y reflexivos por encima de todos los demás. Aunque en algunas asignaturas los alumnos pragmáticos pueden aprovechar sus capacidades, a menudo se encuentran con que el ritmo que se impone a las actividades es tal que no les deja tiempo para elaborar y matizar las ideas como ellos necesitan. Todo esto demuestra la necesidad de cambio en las metodologías de enseñanza, sistemas de evaluación, atención y orientación, que hasta ahora no habían tenido en cuenta los estilos individuales de aprendizaje.

Notas

[1] Obtenido de http://debateeducativo.mec.es/paginas/b2.html

[2] Tomado de las estadísticas oficiales del M.E.C., en

http://wwwn.mec.es/mecd/jsp/plantilla.jsp?id=301&area=estadisticas

[3] Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (Programme for International Student Assessment, P.I.S.A.). Versión electrónica tomada del Instituto Nacional de la Calidad Educativa (I.N.C.E.)

http://www.ince.mec.es/pub/pisa2003resumenespana.pdf y

http://www.ince.mec.es/pub/pisa2003resumenocde.pdf

[4] Véase León (2001, 44) para una definición del concepto.

[5] Ver Alonso (1992), Alonso y Gallego (2000), para una descripción de los mismos.

[6] Web del I.C.E. de la Universidad de Deusto:

http://www.ice.deusto.es/guia/test0.htm

Bibliografía

- Adán León, M.I, (2001). Estilos de aprendizaje y rendimiento académico en las modalidades de bachillerato. Tesis doctoral inédita. UNED, Madrid.
- Albuerne López, F. (1991). Los estilos de aprendizaje: una revisión sobre el tema. Aula Abierta, 58, pp. 17-58.
- Albuerne López, F. (1992). Estilos de aprendizaje en los alumnos de C.O.U. Implicaciones orientadoras. Tesis doctoral inédita. Universidad de Oviedo, Oviedo.
- Albuerne López, F. (1994). Estilos de aprendizaje y desarrollo: perspectiva evolutiva. Infancia y Aprendizaje, 67-68, pp. 19-34.
- Alvarez Castrillo, C.; Albuerne López, F. (2001). Rendimiento académico y estilos de aprendizaje en alumnos de segundo de Bachillerato LOGSE. Aula Abierta, 14, p. 77-84.
- Alonso, C.M. (1991a). Estilos de Aprendizaje y estudiantes universitarios. Actas de las III Jornadas Nacionales de Didáctica Universitaria. Evaluación y Desarrollo (Las Palmas de Gran Canaria, I.C.E. de la Universidad de las Palmas).
- Alonso, C.M. (1991b). Análisis y diagnóstico de los estilos de aprendizaje en estudiantes universitarios. Tesis doctoral. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Alonso, C.M. (1992). Estilos de aprendizaje y Tecnologías de la Información. En Proceeding European Conference about Information Technology in Education: A Critical Insight (pp. 361-372). Barcelona: Universidad de Barcelona.
- Alonso, C.M. (1993). Educational Technology and Learning Styles. En Rethinking the Roles of Technology in Education. The Tenth International Conference on Technology and Education, p. 1277-1279. USA, Massachussets Institute of Technology y The University of Texas at Austin.
- Alonso, C.M. (1995). Estilos de aprendizaje. En Rivas (ed.). Manual de Asesoramiento y Orientación Vocacional. Madrid: Síntesis.
- Alonso, C.M., Gallego, D.J.; Honey, P. (1994). Los estilos de aprendizaje. Procedimientos de diagnóstico y mejora. 1ª edición. Bilbao, Ediciones Mensajero.
- Alonso, C.M; Gallego, D.J.; Honey, P. (1999). Los estilos de aprendizaje. Procedimientos de Diagnóstico y Mejora. 4ª Edición. Bilbao, Ediciones Mensajero.
- Bisquerra Alzina, R. (1989). Métodos de investigación educativa: guía práctica. Barcelona: C.E.A.C..
- Cano, F. (1990). Estrategias y estilo de aprendizaje en la Universidad: un análisis multivariado. Tesis doctoral inédita. Universidad de Granada. Granada.
- Cano, F. y Justicia, F. (1993). Factores académicos, estrategias y estilos de aprendizaje, Revista de Psicología General y Aplicada, 46, pp. 89-99.
- Cano, F. y Justicia, F. (1996). Los estilos de aprendizaje en Psicología y Educación. Psicología de la instrucción, 2, pp. 87-110.
- Cubo Delgado, S.; González Gómez, J.J. (2002). Teleformación y plataformas virtuales de enseñanza. En Blázquez Entonado, F. y González Rodríguez, M. Paz (Coords) Materiales para la enseñanza universitaria, 3 (pp.159-189). Badajoz: ICE-UEX.
- Cubo Delgado, S.; González Gómez, J.J. y Lucero Fustes, M. (2003). Posibilidades pedagógicas del multimedia, Revista Española de Pedagogía R.E.P., 225, 2003, pp 309-334.

- Dunn, R. y Dunn, K. (1984) La enseñanza y el estilo individual de aprendizaje. Madrid: Anaya.
- Esteban, M.; Ruiz, C.; Cerezo, F. (1997). Los estilos de aprendizaje y el rendimiento académico. Validación del ILP-R, versión española. Revista de Psicología, 18, pp.107-122
- García Rodriguez, M.S. (1997). Estrategias de enseñanza y aprendizaje en la educación secundaria. Tesis doctoral inédita. Universidad de Oviedo. Oviedo.
- García, M. y Pascual, F. (1994). Estilos de aprendizaje y cognitivos. En A. Puente Ferreras (Ed.) Estilos de aprendizaje y enseñanza. Madrid: CEPE.
- González Gómez, J.J. y Sánchez Gómez-Coronado, R. (2003). Uso del programa multimedia CLIC en Matemáticas de la ESO: un tratamiento para alumnos con alto nivel de desmotivación y necesidades educativas especiales. En Actas del I Congreso Regional sobre Necesidades Educativas Especiales: Situación y Retos de Futuro (pp. 235-243). Mérida: Junta de Extremadura.
- González Tirados, R.M. (1983). La influencia de la naturaleza de los estudios universitarios en los estilos de aprendizaje de los sujetos. Tesis doctoral inédita. Universidad Complutense de Madrid. Madrid.
- González Tirados, R.M (1986). Estudio de la fiabilidad y validez del inventario de Estilos de Estilos de Aprendizaje. Bordón, 262, pp 277-292.
- Honey, P. y Mumford, A. (1986). Using our learning styles.Berks, U.K.: Peter Honey.
- Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (I.N.E.C.S.E) (2005): Informe PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas. Revista de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas SUMA, Monografía 3, pp. 9-26.
- Kolb, D.A. (1976). Learning Style Inventory: Tecnical Manual. Boston, U.S.A: McBer& Co.
- Kolb, D.A. (1976). Management and Learning Processes. California Management Review, 18, pp. 21-31. U.S.A.
- Kolb, D.A. (1984). Experiancial learning. Experiencie as the source of learning and development Englewood Cliffs, N.J., U.S.A: Prentice Hall.
- Kolb, D.A. (1984). Learning Styles Inventory. Boston, U.S.A.: McBer & Co.
- Kolb, D.A. (1985). Learning Styles and Disciplinary differences. En Chickerin (Ed.), The modern American College. San Francisco, U.S.A: Jossey- Bass.
- Kolb, D.A., Fry ,R. (1975). Towards and applied theory of experiential learning. En Cooper (Ed.). Theories of group processes. London: John Wiley.
- León, O. y Montero, I. (1993). Diseño de investigaciones en Educación. Madrid: McGraw Hill.
- Luengo González, R.; González Gómez, J.J., Casas, L.M. (2001) La construcción del conocimiento matemático a partir de la manipulación de objetos abstractos modelizados: el micromundo de los vectores. En Alonso y Gallego. (Eds) Los educadores ante el reto de las tecnologías de la información y la comunicación, I, (pp. 1321-1333). Madrid: UNED.
- Luengo González, R.; González Gómez, J.J. (2002). Enseñanza colaborativa en la Red: el entorno virtual BSCW. Campo Abierto, 22, pp. 113-134.
- Luengo González, R. y Casas García, L.M. (2003). Redes Asociativas Pathfinder y Teoría de los Conceptos Nucleares. Aportaciones a la investigación en Didáctica de las Matemáticas. En Castro,E.; Flores, P.; Ortega T., Rico, L. y A. Vallecillos (Eds.) Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad

Española de Investigación en Educación Matemática (S.E.I.EM.) Pgs 179-188. Universidad de Granada. Granada

- Luengo González, R. (2003). Las nuevas titulaciones y el contexto del espacio superior europeo: Las titulaciones relacionadas con la educación matemática. En Castro,E.; Flores, P.; Ortega T., Rico, L. y A. Vallecillos (Eds.) Investigación en Educación Matemática. Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (S.E.I.EM.) (pp 47-60). Universidad de Granada. Granada.
- Luengo González, R. y Casas García, L.M. (2004). Representación del conocimiento y aprendizaje. Teoría de los conceptos nucleares. Revista Española de Pedagogía R.E.P. año LXII, 227 enero-abril 2004, pp. 59-84.
- Luengo González, R. y cols (2004). Líneas de Investigación en Educación Matemática. (vol. I). En Luengo González, R. (Coord.) Colección "Investigación en Educación Matemática". Badajoz: Coedición S. Extremeña de educación Matemática Ventura Reyes Prósper y F.E.S.P.M.
- Monereo, C. (1990). Las estrategias de aprendizaje en la Educación formal: enseñar a pensar y sobre el pensar. Infancia y Aprendizaje, 50, pp. 3-25.
- Montero, L. (1990). Los estilos de enseñanza y las dimensiones de la didáctica. En Palacios, Coll Y Marchesi (Eds.) Desarrollo psicológico y Educación Madrid: Alianza.
- Nevot Luna, A. (2000). Análisis crítico de los estilos de aprendizaje de los estudiantes de enseñanza secundaria y propuesta pedagógica para la enseñanza de la matemática. Tesis doctoral inédita. Universidad de Salamanca. Salamanca.
- Pérez Boullosa, A. (1986) La orientación educativa. Un análisis factorial para determinar su campo conceptual. Valencia: Promolibro.
- Pérez-gonzález, F.; García-Ros, R.; Molina, G.; Hinojosa, E. (1998). Estilos y estrategias de aprendizaje en Ciencias Experimentales: Algunas implicaciones para la enseñanza en Educación Secundaria. Revista de Psicología de la Educación, 24, pp. 45-59.
- Pérez Gutierrez, L. (2001). Estilos de aprendizaje y tendencia actitudinal al quehacer docente. Tesis doctoral inédita. Universidad de Oviedo. Oviedo.
- Sánchez Riesco, O. (1998). Estilos de aprendizaje y estilos de enseñanza. Psicología Educativa, 35, pp. 135-156.
- Senado Español (2004). Informe de la ponencia sobre la situación de las enseñanzas científicas en la educación secundaria. Madrid: Secretaría General del Senado Español.
- Serrano Pastor, F. J. (1993). Evaluación de la interacción de los estilos de enseñanza y de aprendizaje en contextos escolares. Tesis doctoral inédita. Universidad de Murcia. Murcia.
- Serrano Pastor, F.J. (1994). La interacción estilos de aprendizaje-estilos de enseñanza: emparejamiento versus no-emparejamiento. Anales de Pedagogía, 12-13, pp. 81-112.
- Torre, S.; Díaz, L.A.; Oliver, C; Villaseñor, G. (1993). Los Estilos: un enfoque innovador centrado en los alumnos. Innovación Educativa, 2, pp. 75-90.
- Valdivia Ruíz, F. (2001). Evaluación de estilos de aprendizaje en educación primaria. Tesis doctoral inédita. Universidad de Málaga. Málaga.
- Valverde Berrocoso, J. (1994). Pedagogía de los procesos cognitivos: el estilo cognitivo dependencia-independencia de campo y el estilo de aprendizaje en

alumnos de secundaria. Tesis doctoral inédita. Universidad de Salamanca. Salamanca.
- Villanueva Alfonso, M.L. (1999). Estilos de aprendizaje y desarrollo de la autonomía: un punto de vista estratégico y procesual. Articles de Didáctica de la Llengua i de la Literatura, 18, pp 25-40.

Ricardo Luengo González, nacido en 1950, es Doctor en Matemáticas y Catedrático numerario de Escuela Universitaria de la Universidad de Extremadura (Área Didáctica de la Matemática). Ha sido Director de la E.U. de Magisterio y Vicerrector de Innovación Educativa y Nuevas Tecnologías en la Uex. En más de 30 años de docencia ha dirigido varias tesis doctorales y es profesor de numerosos cursos de actualización y perfeccionamiento.
Su labor investigadora, reconocida por el Ministerio de Educación y Ciencia Español con dos sexenios, se ha centrado fundamentalmente en el área de la Didáctica de la Matemática, en las Nuevas Tecnologías aplicadas a la Educación, en el estudio de los Procesos Cognitivos y en el uso de Estrategias en Matemáticas, habiendo participado en diferentes congresos y jornadas, como conferenciante y ponente, y en proyectos de investigación. Es, autor de varios libros y multitud de artículos en revistas de Pedagogía y Didáctica.
Miembro de varias Sociedades de Educación Matemática y de Investigación, actualmente preside la Sociedad Extremeña de Educación Matemática "Ventura Reyes Prósper" y es Director del Servicio de Publicaciones de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (F.E.S.P.M.).
Universidad de Extremadura. Facultad de Educación.
Avda. de Elvas s/n (Badajoz)
rluengo@unex.es

José Juan González Gómez, nacido en 1977, es Licenciado en Matemáticas por la Universidad de Extremadura y Especialista en Informática Educativa por la UNED; actualmente imparte clases como profesor de Matemáticas en el Instituto de Enseñanza Secundaria "Ildefonso Serrano" (Segura de León, Badajoz), como funcionario de carrera numerario, siendo Jefe del Departamento de Matemáticas.
Es autor de algunos artículos sobre Nuevas Tecnologías y sus aplicaciones en la Educación Secundaria, y otros relacionados con la Didáctica de las Matemáticas y la atención a la diversidad. Recientemente ha obtenido el Diploma de Estudios Avanzados en el área de "Didáctica de las Matemáticas", dentro del programa de doctorado "Formación del Profesorado" (Uex). Es miembro del grupo de investigación de la Uex que dirige el Dr. D. Ricardo Luengo González.
I.E.S. "Ildefonso Serrano".Departamento de Matemáticas.
Segura de León (Badajoz).
Jgog0066@ficus.pntic.mec.es

ANEXO I: Tablas estadísticas del estudio.

Tabla 7 – Prueba T para notas 4 y 7 y los estilos reflexivo y pragmático

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Reflexivo	Se han asumido varianzas iguales	13,024	,001	-5,790	67	,000	-3,89	,67	-5,23	-2,55
	No se han asumido varianzas iguales			-4,803	27,733	,000	-3,89	,81	-5,55	-2,23
Pragmático	Se han asumido varianzas iguales	11,929	,001	-,860	67	,393	-,76	,88	-2,52	1,00
	No se han asumido varianzas iguales			-,739	29,600	,466	-,76	1,02	-2,85	1,34

Tabla 9– Prueba T para el estilo teórico

		Prueba de Levene para la igualdad de varianzas		Prueba T para la igualdad de medias						
									95% Intervalo de confianza para la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Error típ. de la diferencia	Inferior	Superior
Teórico	Se han asumido varianzas iguales	6,697	,010	4,376	215	,000	1,89	,43	1,04	2,74
	No se han asumido varianzas iguales			4,381	204,479	,000	1,89	,43	1,04	2,74

Tabla 10 – ANOVA estilos Activo, Reflexivo y Pragmático

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Activo	Inter-grupos	16,585	1	16,585	1,570	,212
	Intra-grupos	2271,396	215	10,565		
	Total	2287,982	216			
Reflexivo	Inter-grupos	23,774	1	23,774	1,581	,210
	Intra-grupos	3233,572	215	15,040		
	Total	3257,346	216			
Teórico	Inter-grupos	194,164	1	194,164	19,150	,000
	Intra-grupos	2179,863	215	10,139		
	Total	2374,028	216			
Pragmático	Inter-grupos	3,446	1	3,446	,336	,563
	Intra-grupos	2207,632	215	10,268		
	Total	2211,078	216			

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, páginas 47 - 51
ISSN: 1815-0640

Dinamización matemática

Departamento de Matemáticas
Instituto de Enseñanza Secundaria Viera y Clavijo (La Laguna, Tenerife, España)

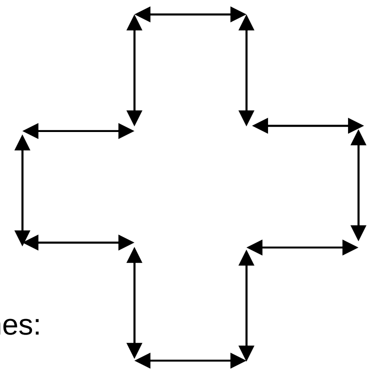
Prueba 5

Departamento de Matemáticas
IES Viera y Clavijo
La Laguna – Tenerife

TOJUMAT (**TO**rneo de **JU**egos **MAT**emáticos)

El mismo perímetro. Distinta área.

Normas para el desarrollo de la prueba



1.- Dispones de 12 palillos y con ellos formas una cruz tal como se muestra en el dibujo.

2.- Tomando el palillo como unidad, es decir, un palillo=1unidad, responde a las siguientes cuestiones:

- ¿Cuál es el área de la cruz? Área =________ u^2
- Con los mismos palillos construye dos figuras que tengan de áreas: $3\ u^2$, $4\ u^2$, $5\ u^2$, $6\ u^2$, $7\ u^2$, $8\ u^2$ y $9\ u^2$.
- Hacer las figuras con los palillos y dibujarlas en la hoja.

3.- Gana la prueba el equipo que haya obtenido más figuras.

	Área						
	$3\ u^2$	$4\ u^2$	$5\ u^2$	$6\ u^2$	$7\ u^2$	$8\ u^2$	$9\ u^2$
Figura							
Figura							

Equipo Ganador: ……………………………………………….
Firma de los participantes:

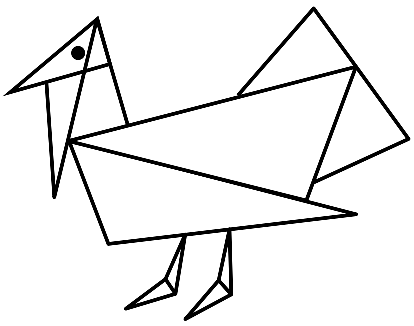
Prueba 6

Departamento de Matemáticas
IES Viera y Clavijo
La Laguna – Tenerife

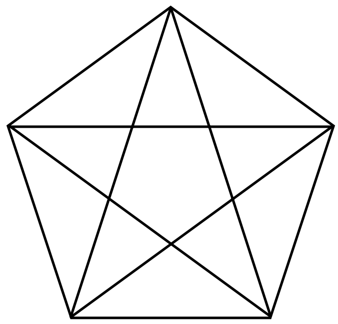
TOJUMAT (**TO**rneo de **JU**egos **MAT**emáticos)

¡Cuantos triángulos! ¿Cuántos triángulos?

Descripción: a continuación te mostramos dos figuras. En cada una de ellas tienes que contar el número de triángulos que se pueden ver.



Pavo



Estrella Pitagórica

Normas para el desarrollo de la prueba

1.- Cada equipo buscará la forma de contar todos los triángulos que hay en cada figura y lo explicará, en esta hoja, con dibujos o por escrito.

2.- La prueba durará como máximo 15 minutos.

3.- Gana la prueba el equipo que primero dé los resultados correctos, suficientemente explicados.

4.- Si cada equipo resuelve bien sólo una figura se considerará empate.

	Pavo	Estrella
Nº de triángulos		
Forma de contarlos		

Nombre del equipo: ……………………………………………………

Prueba 7

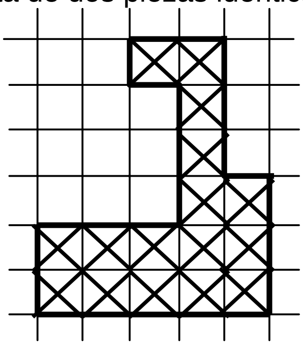
Departamento de Matemáticas
IES Viera y Clavijo
La Laguna – Tenerife

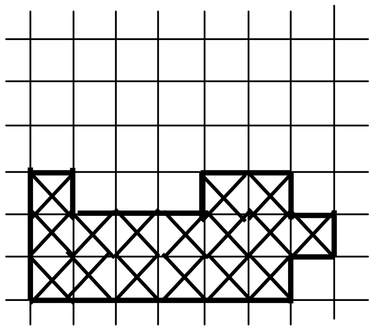
TOJUMAT (**TO**rneo de **JU**egos **MAT**emáticos)

Puzzles de dos piezas

Descripción: Las figuras siguientes están formadas, cada una de ellas, por dos piezas. En un caso, una de las piezas es la imagen en un espejo de la otra. En el otro caso, se trata de dos piezas idénticas ¿Puedes encontrar estas piezas?

a)

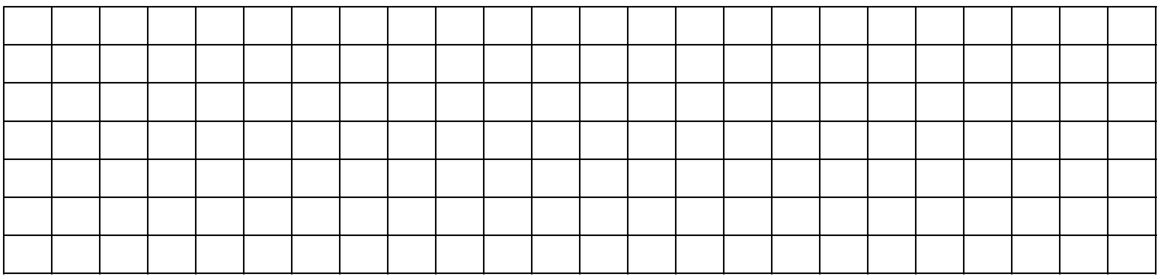




b)

Normas para el desarrollo de la prueba

1.- Cada equipo buscará las piezas de cada puzzle y las dibujará en la siguiente cuadrícula diferenciándolas con las siglas: **a_1, a_2, b_1 y b_2**.



2.- Se dispone de quince minutos.

3.- ¿Qué equipo gana la prueba? Aquel que dibuje antes las piezas de cada puzzle.

4.- Si se acaba el tiempo y ninguno de los equipos ha terminado, entonces ganará el que más piezas del puzzle tenga conseguidas. Si cada equipo ha conseguido las piezas de uno de los puzzles, entonces se considerará empatada la prueba.

5.- Cuando se haya terminado, mostrar el resultado a algún miembro del Comité de Competición para hacer la comprobación y adjudicar los puntos al equipo ganador.

Nombre del equipo: ……………………..

Resultado obtenido: ……………..

Prueba 8

Departamento de Matemáticas
IES Viera y Clavijo
La Laguna – Tenerife

TOJUMAT (**TO**rneo de **JU**egos **MAT**emáticos)

Partiendo "tartas" en trozos iguales

Normas para el desarrollo de la prueba

1.- En una hoja aparte verás representadas distintas figuras planas. En cada una de ellas aparece un número.

2.- Se trata de dividir cada figura en **n** partes iguales, cada una del mismo tamaño y de la misma forma que las demás. El número de partes iguales n de cada figura es el número que le acompaña.

3.- Se dispone de quince minutos.

4.- Una vez dividida la figura en partes iguales, dibuja la pieza en la cuadrícula de esta hoja indicando la letra que nombra a cada figura.

3.- ¿Qué equipo gana la prueba? Aquel que acabe antes, sin cometer ningún error. Si se acaba el tiempo y ninguno de los equipos ha terminado, entonces ganará el que más figuras haya conseguido dividir de forma correcta. Si tienen el mismo número de figuras divididas correctamente, entonces se considerará empatada la prueba (un punto para cada equipo).

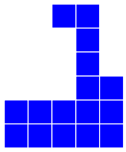
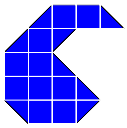
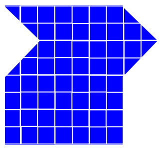
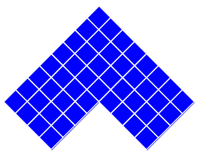
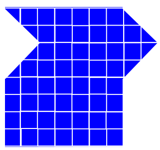
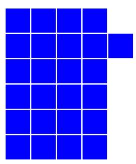
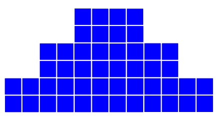
4.- Cuando se haya terminado, mostrar el resultado a algún miembro del Comité de Competición para hacer la comprobación y adjudicar los puntos al equipo ganador.

Nombre del equipo: ……………………………………………………………………………

Departamento de Matemáticas
IES Viera y Clavijo
La Laguna – Tenerife

TOJUMAT (TOrneo de JUegos MATemáticos)

Partiendo "tartas" en trozos iguales

Nombre	Figura	Número de piezas iguales
A		2
B		2
C		3
D		4
E		4
F		5
G		6

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, páginas 53 - 72
ISSN: 1815-0640

Sistemas educativos

A Educação Matemática no Brasil

Celia Maria Carolino Pires

Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM

Federação Iberoamericana de Sociedades de Educação Matemática – FISEM

1. O Sistema Educacional Brasileiro

Nos últimos 30 anos, o sistema educacional brasileiro sofreu uma acelerada expansão, registrando-se neste período um vigoroso crescimento das matrículas em todos os níveis de ensino. Dentre os fatores que contribuíram para impulsionar este processo, além da natural pressão demográfica, destaca-se a forte demanda por serviços educacionais criada em decorrência da rápida urbanização do país e a expansão do acesso à escolaridade obrigatória.

A obrigatoriedade do ensino primário (alunos de 7 a 10 anos) foi estabelecida no país pela Constituição de 1934, reafirmada, posteriormente, nas Constituições de 1937 e 1946. A Constituição de 1967 estendeu a obrigatoriedade para a faixa de 7 a 14 anos. Assim, passou a ter a duração de 8 anos (nos termos da Lei 5.692/1971) provocando aumento nas matrículas. O crescimento no número de matrículas na faixa de 7 a 14 anos provocou um aumento no número de concluintes, criar uma demanda maior no ensino de grau médio (alunos de 15 a 17 anos).

De acordo com os dados do último Censo Escolar, publicado pelo INEP/MEC em 2004, os números referentes às matrículas, nos diferentes níveis da Educação Básica podem ser vistos no quadro a seguir:

Educação Básica Regular	Educação Infantil	Creche	Pré- escola	Total
	Pública	844.066	4.071.879	4.915.945
	Particular	504.171	1.483.646	1.987.817
	Total	1.348.237	5.555. 525	**6.903.762**
	Ensino Fundamental	**1ª. a 4ª. Séries (anos iniciais)**	**5ª. A 8ª. (anos finais)**	**Total**
	Pública	16.991.085	13689869	30.680.954
	Particular	1.783.043	1.548.437	3.331.480
	Total	18.774.128	15.238.306	**34.012.434**
	Ensino Médio	**Regular**	**E. Profissional**	**Total**
	Pública	8.057.966	283.391	8.341.357
	Particular	1.111.391	392.702	1.504.093
	Total	9.169.357	676.093	**9.845.450**

Há ainda uma considerável população na educação supletiva, destinada àqueles que não conseguiram ter acesso ou concluir a educação básica e que constitui a chamada Educação de Jovens e Adultos.

Educação Básica Supletiva	Educação de Jovens e Adultos	E. Fundamental	E. Médio	Total
	Pública	3.900.773	1.504.045	5.404.818
	Particular	108.235	205.008	313.243
	Total	4.009.008	1.709.053	**5.718.061**

2. Reformas curriculares recentes

Desde a ampliação do ensino fundamental, ocorrida em 1971 ate o final da década de 90, as propostas de currículos no Brasil eram feitas por estados e municípios de forma autônoma. A partir de 1996 foram introduzidos no Brasil os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, anunciando-se como propostas de orientação para elaboração do currículo escolar de Matemática nos estados e municípios brasileiros. O Ministério da Educação coordenou um projeto nacional em que, pela primeira vez no Brasil, educadores que atuam em diferentes níveis do sistema educativo debateram e indicaram diretrizes curriculares comuns para a educação básica em nosso país. Anteriormente, cada estado era responsável por definir suas propostas curriculares.

Ao apresentar aos educadores brasileiros os PCN, a intenção do MEC era a de fornecer elementos de discussão para:

- ampliar o debate nacional sobre o ensino de Matemática e socializar informações, resultados de pesquisas, levando-as ao conjunto dos professores brasileiros, para que possam projetar seu trabalho de forma a reverter o quadro atual, que torna essa disciplina altamente seletiva e muito pouco atraente aos alunos.
- construir um referencial que oriente a prática escolar de forma a garantir, a toda criança brasileira, o acesso a um conhecimento matemático que lhe possibilite de fato sua inserção, como cidadã, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura.
- nortear a formação inicial e continuada de professores (na medida em que se tornam claros os fundamentos do currículo, fica implícito o tipo de formação que se pretende para o professor) e para orientar a produção de livros e de outros materiais didáticos, contribuindo dessa forma, para a configuração de uma política voltada à melhoria do ensino fundamental.

3. Matemática no Ensino Fundamental

No que se refere à área de Matemática, as discussões curriculares são, de certo modo, uma conseqüência das iniciadas na década de 1980, em que as críticas ao ensino de Matemática se intensificaram. Tais críticas centravam-se na preocupação excessiva com o treino de habilidades, com a mecanização de algoritmos, com a memorização de regras e esquemas de resolução de problemas, com a repetição e a imitação. Apontavam ainda como problemas a serem enfrentados, a priorização dos temas algébricos e a redução ou, muitas vezes, eliminação do trabalho com a Geometria. Destacavam também a tentativa de se exigir do aluno uma formalização precoce e um nível de abstração em desacordo com seu amadurecimento.

- As diretrizes para a área de Matemática no ensino fundamental (7 a 14 anos) destacam que, quando se fala em ensino de Matemática, duas faces de uma mesma moeda se apresentam. Uma delas mostra a Matemática, reconhecida como necessária à formação do cidadão, característica que aumenta à proporção que a sociedade se torna mais complexa. Outra, mostra a Matemática funcionando como filtro social dentro e fora da escola. As estatísticas comprovam, o ideário cultural reforça, muita gente lida mal com ela.

Ao definir os objetivos do ensino de Matemática para o ensino fundamental os parâmetros explicitam e ampliam o papel da Matemática na educação básica,por meio da proposição de objetivos em que se destacam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

Enfatizam a importância de que o aluno aprenda a utilizar conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis, para resolver situações-problema e, também, a comunicar-se matematicamente e argumentar sobre suas conjecturas.

Ressaltam a importância de estimular o aluno a desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a auto-estima, o respeito ao trabalho dos colegas e a perseverança na busca de soluções.

Ao tratar dos conteúdos no ensino fundamental, os parâmetros apontam como critérios para seleção dos conteúdos, sua relevância social e sua contribuição para o desenvolvimento intelectual do aluno, em cada ciclo. Destacam como um bloco de conteúdo, o tema "Tratamento da Informação", ao lado de outros blocos tradicionalmente abordados como Números, Operações, Medidas e Espaço/Forma, com vistas a destacar a importância do trabalho com representações como gráficos, tabelas e com noções de estatística, probabilidade e combinatória, já no ensino fundamental.

Também, no detalhamento dos blocos mais convencionais, buscam evidenciar os aspectos relevantes, dando destaque, por exemplo, ao trabalho que deve ser feito com os números racionais na forma decimal ou, reafirmando a importância do estudo dos temas métricos e geométricos, ao lado dos aritméticos ou algébricos.

No que diz respeito à organização dos conteúdos, ao apresentarem itens possíveis para a composição de cada bloco, o documento deixa claro que há um trabalho de organização a ser feito pelo professor e que nenhuma organização pode ser concebida como se fosse única, com uma hierarquia pré-definida e absolutamente linear. Ao contrário, os parâmetros destacam a importância de se buscar as várias conexões que podem ser feitas entre os diferentes blocos e de se estabelecer níveis de aprofundamento dos conteúdos em função das possibilidades de compreensão dos alunos em cada ciclo, dando origem a projetos em que os conteúdos são contextualizados e articulados.

Ressaltam a importância do estabelecimento de conexões da Matemática com as demais disciplinas e, em particular, com os conteúdos relacionados à Convivência Social e Ética, de modo a romper o isolamento que a caracteriza nos currículos e a derrubar crenças e preconceitos ligados ao conhecimento matemático.

Os PCN fazem referência ao uso das tecnologias da informação responsáveis pelas mudanças nos ritmos e nas modalidades da comunicação, recomendando a utilização de computadores, quando possível, e das calculadoras como um instrumento motivador para na realização de tarefas exploratórias e de investigação, de verificação de resultados e de auto-avaliação.

Apontam a resolução de problemas, como ponto de partida da atividade matemática, identificando-a com as situações que possibilitam o desenvolvimento de estratégias de resolução, em contraposição a produção de definições e demonstrações precoces.

Em termos de avaliação, os parâmetros reiteram que a avaliação deve ser vista de forma ampla, incluindo não apenas a avaliação do desempenho do aluno, como a de todos os demais elementos envolvidos no processo ensino-aprendizagem e com função diagnóstica, para que se possa, num processo contínuo, detectar problemas e corrigir rumos, apreciar o valor de ações e projetos bem sucedidos e implementá-los.

Como é meta dos parâmetros procurar garantir, a toda criança brasileira, o acesso a um certo padrão de conhecimento matemático, eles apontam critérios de avaliação, ao final de cada ciclo de aprendizagem, para que sirvam como indicadores de avaliação do trabalho escolar.

Na seqüência, apresentamos a relação de conceitos e procedimentos indicados para as diferentes etapas do ensino fundamental, por blocos de conteúdo.

Primeiro Ciclo: 1º. e 2º. anos (alunos na faixa de 7 e 8 anos)

Bloco 1: Números e Operações

- Reconhecimento de números no contexto diário.
- Utilização de diferentes estratégias para quantificar elementos de uma coleção: contagem, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos.
- Utilização de diferentes estratégias para identificar números em situações que envolvem contagens e medidas.
- Comparação e ordenação de coleções pela quantidade de elementos e ordenação de grandezas pelo aspecto da medida.
- Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica.
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de números familiares ou freqüentes.

- Observação de critérios que definem uma classificação de números (maior que, menor que, estar entre) e de regras usadas em seriações (mais 1, mais 2, dobro, metade).
- Contagem em escalas ascendentes e descendentes de um em um, de dois em dois, de cinco em cinco, de dez em dez, etc., a partir de qualquer número dado.
- Identificação de regularidades na série numérica para nomear, ler e escrever números menos freqüentes.
- Utilização de calculadora para produzir e comparar escritas numéricas.
- Organização em agrupamentos para facilitar a contagem e a comparação entre grandes coleções.
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (base, valor posicional).
- Análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial da adição e da subtração.
- Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
- Utilização de sinais convencionais (+, -, x, :, =) na escrita das operações.
- Construção dos fatos básicos das operações a partir de situações-problema, para constituição de um repertório a ser utilizado no cálculo.
- Organização dos fatos básicos das operações pela identificação de regularidades e propriedades.
- Utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado.
- Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais.
- Cálculos de multiplicação e divisão por meio de estratégias pessoais.
- Utilização de estimativas para avaliar a adequação de um resultado e uso de calculadora para desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de cálculos.

Bloco 2: Espaço e Forma

- Localização de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de posição.
- Movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido.
- Descrição da localização e movimentação de pessoas ou objetos no espaço, usando sua própria terminologia.
- Dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e forma.
- Interpretação e representação de posição e de movimentação no espaço a partir da análise de maquetes, esboços, croquis e itinerários.
- Observação de formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem e de suas características: arredondadas ou não, simétricas ou não, etc.
- Estabelecimento de comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos — esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos — sem uso obrigatório de nomenclatura.
- Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.
- Construção e representação de formas geométricas.

Bloco 3: Grandezas e Medidas

- Comparação de grandezas de mesma natureza, por meio de estratégias pessoais e uso de intrumentos de medida conhecidos — fita métrica, balança, recipientes de um litro, etc.
- Identificação de unidades de tempo — dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano — e utilização de calendários.
- Relação entre unidades de tempo — dia, semana, mês, bimestre, semestre, ano.
- Reconhecimento de cédulas e moedas que circulam no Brasil e de possíveis trocas entre cédulas e moedas em função de seus valores.
- Identificação dos elementos necessários para comunicar o resultado de uma medição e produção de escritas que representem essa medição.
- Leitura de horas, comparando relógios digitais e de ponteiros.

Bloco 4: Tratamento da Informação

- Leitura e interpretação de informações contidas em imagens.
- Coleta e organização de informações.
- Criação de registros pessoais para comunicação das informações coletadas.
- Exploração da função do número como código na organização de informações (linhas de ônibus, telefones, placas de carros, registros de identidade, bibliotecas, roupas, calçados).
- Interpretação e elaboração de listas, tabelas simples, de dupla entrada e gráficos de barra para comunicar a informação obtida.
- Produção de textos escritos a partir da interpretação de gráficos e tabelas.

Segundo Ciclo: 3º. e 4º. Anos (alunos na faixa de 9 e 10 anos)

Bloco 1: Números e Operações

- Reconhecimento de números naturais e racionais no contexto diário.
- Compreensão e utilização das regras do sistema de numeração decimal, para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de qualquer ordem de grandeza.
- Formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação decimal de um número racional.
- Extensão das regras do sistema de numeração decimal para compreensão, leitura e representação dos números racionais na forma decimal.
- Comparação e ordenação de números racionais na forma decimal.
- Localização na reta numérica, de números racionais na forma decimal.
- Leitura, escrita, comparação e ordenação de representações fracionárias de uso freqüente.
- Reconhecimento de que os números racionais admitem diferentes (infinitas) representações na forma fracionária.
- Identificação e produção de frações equivalentes, pela observação de representações gráficas e de regularidades nas escritas numéricas.
- Exploração dos diferentes significados das frações em situações-problema: parte-todo, quociente e razão.
- Observação de que os números naturais podem ser expressos na forma fracionária.

- Relação entre representações fracionária e decimal de um mesmo número racional.
- Reconhecimento do uso da porcentagem no contexto diário.
- Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações envolvendo números naturais e racionais.
- Reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e de que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
- Resolução das operações com números naturais, por meio de estratégias pessoais e do uso de técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos.
- Ampliação do repertório básico das operações com números naturais para o desenvolvimento do cálculo mental e escrito.
- Cálculo de adição e subtração de números racionais na forma decimal, por meio de estratégias pessoais e pelo uso de técnicas operatórias convencionais.
- Desenvolvimento de estratégias de verificação e controle de resultados pelo uso do cálculo mental e da calculadora.
- Decisão sobre a adequação do uso do cálculo mental — exato ou aproximado — ou da técnica operatória, em função do problema, dos números e das operações envolvidas.
- Cálculo simples de porcentagens.

Bloco 2: Espaço e forma

- Descrição, interpretação e representação da posição de uma pessoa ou objeto no espaço, de diferentes pontos de vista.
- Utilização de malhas ou redes para representar, no plano, a posição de uma pessoa ou objeto.
- Descrição, interpretação e representação da movimentação de uma pessoa ou objeto no espaço e construção de itinerários.
- Representação do espaço por meio de maquetes.
- Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre corpos redondos, como a esfera, o cone, o cilindro e outros.
- Reconhecimento de semelhanças e diferenças entre poliedros (como os prismas, as pirâmides e outros) e identificação de elementos como faces, vértices e arestas.

- Composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades.
- Identificação da simetria em figuras tridimensionais.
- Exploração das planificações de algumas figuras tridimensionais.
- Identificação de figuras poligonais e circulares nas superfícies planas das figuras tridimensionais.
- Identificação de semelhanças e diferenças entre polígonos, usando critérios como número de lados, número de ângulos, eixos de simetria, etc.
- Exploração de características de algumas figuras planas, tais como: rigidez triangular, paralelismo e perpendicularismo de lados, etc.
- Composição e decomposição de figuras planas e identificação de que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares.
- Ampliação e redução de figuras planas pelo uso de malhas.
- Percepção de elementos geométricos nas formas da natureza e nas criações artísticas.
- Representação de figuras geométricas.

Bloco 3: Grandezas e Medidas

- Comparação de grandezas de mesma natureza, com escolha de uma unidade de medida da mesma espécie do atributo a ser mensurado.
- Identificação de grandezas mensuráveis no contexto diário: comprimento, massa, capacidade, superfície, etc.
- Reconhecimento e utilização de unidades usuais de medida como metro, centímetro, quilômetro, grama, miligrama, quilograma, litro, mililitro, metro quadrado, alqueire, etc.
- Reconhecimento e utilização de unidades usuais de tempo e de tempertura.
- Estabelecimento das relações entre unidades usuais de medida de uma mesma grandeza.
- Reconhecimento dos sistemas de medida que são decimais e conversões usuais, utilizando-as nas regras desse sistema.
- Reconhecimento e utilização das medidas de tempo e realização de conversões simples.
- Utilização de procedimentos e instrumentos de medida, em função do problema e da precisão do resultado.
- Utilização do sistema monetário brasileiro em situações-problema.

- Cálculo de perímetro e de área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas e comparação de perímetros e áreas de duas figuras sem uso de fórmulas.

Bloco 4: Tratamento da Informação

- Coleta, organização e descrição de dados.
- Leitura e interpretação de dados apresentados de maneira organizada (por meio de listas, tabelas, diagramas e gráficos) e construção dessas representações.
- Interpretação de dados apresentados por meio de tabelas e gráficos, para identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos.
- Produção de textos escritos, a partir da interpretação de gráficos e tabelas, e construção de gráficos e tabelas com base em informações contidas em textos jornalísticos, científicos ou outros.
- Obtenção e interpretação de média aritmética.
- Exploração da idéia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de "sorte".
- Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.
- Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais.

Terceiro Ciclo: 5º. e 6º. anos (alunos na faixa de 11 e 12 anos)

Bloco 1: Números e Operações

- Reconhecimento dos significados dos números naturais em diferentes contextos e estabelecimento de relações entre números naturais, tais como "ser múltiplo de", "ser divisor de".
- Compreensão do sistema de numeração decimal, identificando o conjunto de regras e símbolos que o caracterizam e extensão das regras desse sistema para leitura, escrita e representação dos números racionais na forma decimal.
- Reconhecimento de números inteiros em diferentes contextos — cotidianos e históricos — e exploração de situações-problema em que indicam falta, diferença, orientação (origem) e deslocamento entre dois pontos.
- Reconhecimento de números racionais em diferentes contextos — cotidianos e históricos — e exploração de situações-problema em que indicam relação parte/todo, quociente, razão ou funcionam como operador.

- Localização na reta numérica de números racionais e reconhecimento de que estes podem ser expressos na forma fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações.
- Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais, reconhecendo que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e que eventualmente diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
- Cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações — com números naturais, inteiros e racionais —, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos, utilizando a calculadora para verificar e controlar resultados.
- Compreensão da potência com expoente inteiro positivo como produto reiterado de fatores iguais, identificando e fazendo uso das propriedades da potenciação em situações-problema.
- Atribuição de significado à potência de expoente nulo e negativo pela observação de regularidades e pela extensão das propriedades das potências com expoente positivo.
- Compreensão da raiz quadrada e cúbica de um número, a partir de problemas como a determinação do lado de um quadrado de área conhecida ou da aresta de um cubo de volume dado.
- Cálculos aproximados de raízes quadradas por meio de estimativas e fazendo uso de calculadoras.
- Resolução de situações-problema que envolvem a idéia de proporcionalidade, incluindo os cálculos com porcentagens, pelo uso de estratégias não-convencionais.
- Resolução de problemas de contagem, incluindo os que envolvem o princípio multiplicativo, por meio de estratégias variadas, como a construção de esquemas e tabelas.
- Utilização de representações algébricas para expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas e regularidades observadas em algumas seqüências numéricas.
- Compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandezas.
- Construção de procedimentos para calcular o valor numérico de expressões algébricas simples.

Bloco 2: Espaço e Forma

- Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas.
- Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria.
- Classificação de figuras tridimensionais e bidimensionais, segundo critérios diversos, como: corpos redondos e poliedros; poliedros regulares e não-regulares; prismas, pirâmides e outros poliedros; círculos, polígonos e outras figuras; número de lados dos polígonos; eixos de simetria de um polígono; paralelismo de lados, medidas de ângulos e de lados.
- Composição e decomposição de figuras planas.
- Identificação de diferentes planificações de alguns poliedros.
- Transformação de uma figura no plano por meio de reflexões, translações e rotações e identificação de medidas que permanecem invariantes nessas transformações (medidas dos lados, dos ângulos, da superfície).
- Ampliação e redução de figuras planas segundo uma razão e identificação dos elementos que não se alteram (medidas de ângulos) e dos que se modificam (medidas dos lados, do perímetro e da área).
- Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números.
- Construção da noção de ângulo associada à idéia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas.
- Verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º.

Bloco 3: Grandezas e Medidas

- Reconhecimento de grandezas como comprimento, massa, capacidade, superfície, volume, ângulo, tempo, temperatura, velocidade e identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para medi-las, fazendo uso de terminologia própria.
- Reconhecimento e compreensão das unidades de memória da informática, como bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes em contextos apropriados, pela utilização da potenciação.
- Obtenção de medidas por meio de estimativas e aproximações e decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema.

- Utilização de instrumentos de medida, como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão que se requerem, em função da situação-problema.
- Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.
- Indicar o volume de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo pela contagem de cubos utilizados para preencher seu interior.
- Estabelecimento de conversões entre algumas unidades de medida mais usuais (para comprimento, massa, capacidade, tempo) em resolução de situações-problema.

Bloco 4: Tratamento da Informação

- Coleta, organização de dados e utilização de recursos visuais adequados (fluxogramas, tabelas e gráficos) para sintetizá-los, comunicá-los e permitir a elaboração de conclusões.
- Leitura e interpretação de dados expressos em tabelas e gráficos.
- Compreensão do significado da média aritmética como um indicador da tendência de uma pesquisa.
- Representação e contagem dos casos possíveis em situações combinatórias.
- Construção do espaço amostral e indicação da possibilidade de sucesso de um evento pelo uso de uma razão.

Quarto Ciclo: 7º. e 8º. Anos (alunos na faixa de 13 e 14 anos)

Números e Operações

- Constatação que existem situações-problema, em particular algumas vinculadas à geometria e medidas, cujas soluções não são dadas por números racionais (caso do π, da $\sqrt{2}, \sqrt{3}$, etc.).
- Identificação de um número irracional como um número de representação decimal infinita, e não periódica, e localização de alguns deles na reta numérica, com régua e compasso.

- Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros, racionais, e irracionais aproximados por racionais.
- Resolução de situações-problema de contagem, que envolvem o princípio multiplicativo, por meio de estratégias variadas, como a construção de diagramas, tabelas e esquemas sem a aplicação de fórmulas.
- Construção de procedimentos para calcular o número de diagonais de um polígono pela observação de regularidades existentes entre o número de lados e o de diagonais.
- Identificação da natureza da variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (afim ou quadrática), expressando a relação existente por meio de uma sentença algébrica e representando-a no plano cartesiano.
- Resolução de problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas, incluindo a regra de três.
- Resolução de situações-problema que envolvem juros simples e alguns casos de juros compostos, construindo estratégias variadas, particularmente as que fazem uso de calculadora.
- Tradução de situações-problema por equações ou inequações do primeiro grau, utilizando as propriedades da igualdade ou desigualdade, na construção de procedimentos para resolvê-las, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta.
- Resolução de situações-problema por meio de um sistema de equações do primeiro grau, construindo diferentes procedimentos para resolvê-lo, inclusive o da representação das equações no plano cartesiano, discutindo o significado das raízes encontradas em confronto com a situação proposta.
- Construção de procedimentos para calcular o valor numérico e efetuar operações com expressões algébricas, utilizando as propriedades conhecidas.
- Obtenção de expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatorações e simplificações.
- Resolução de situações-problema que podem ser resolvidas por uma equação do segundo grau cujas raízes sejam obtidas pela fatoração, discutindo o significado dessas raízes em confronto com a situação proposta.

Espaço e Forma

- Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado.
- Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas.
- Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas, perpendiculares).
- Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas.
- Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso.
- Identificação de ângulos congruentes, complementares e suplementares em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais.
- Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.
- Determinação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer.
- Verificação da validade da soma dos ângulos internos de um polígono convexo para os polígonos não-convexos.
- Resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor.
- Desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície).
- Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos.
- Identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso.
- Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro).

- Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales.
- Verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras.

Grandezas e Medidas

- Resolução de situações-problema envolvendo grandezas (capacidade, tempo, massa, temperatura) e as respectivas unidades de medida, fazendo conversões adequadas para efetuar cálculos e expressar resultados.
- Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações.
- Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência).
- Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros).
- Cálculo do volume de alguns prismas retos e composições destes.
- Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado e construção dos gráficos cartesianos para representar essas interdependências.
- Resolução de situações-problema envolvendo grandezas determinadas pela razão de duas outras (densidade e velocidade) ou pelo produto (energia elétrica: kWh).
- Compreensão dos termos algarismo duvidoso, algarismo significativo e erro de medição, na utilização de instrumentos de medida.
- Estabelecimento da relação entre a medida da diagonal e a medida do lado de um quadrado e a relação entre as medidas do perímetro e do diâmetro de um círculo.

Tratamento da Informação

- Leitura e interpretação de dados expressos em gráficos de colunas, de setores, histogramas e polígonos de freqüência.
- Organização de dados e construção de recursos visuais adequados, como gráficos (de colunas, de setores, histogramas e polígonos de freqüência) para apresentar globalmente os dados, destacar aspectos relevantes, sintetizar informações e permitir a elaboração de inferências.
- Compreensão de termos como freqüência, freqüência relativa, amostra de uma população para interpretar informações de uma pesquisa.

- Distribuição das freqüências de uma variável de uma pesquisa em classes de modo que resuma os dados com um grau de precisão razoável.
- Obtenção das medidas de tendência central de uma pesquisa (média, moda e mediana), compreendendo seus significados para fazer inferências.
- Construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e a indicação da probabilidade de um evento por meio de uma razão.
- Elaboração de experimentos e simulações para estimar probabilidades e verificar probabilidades previstas.

4. Matemática no Ensino Médio

Os anos 90 se caracterizaram como a década da democratização do acesso ao ensino médio, segmento que tende a se expandir ainda mais nos próximos anos, considerando que menos de 30% da população na faixa etária entre 15 e 17 anos encontra-se atualmente matriculada. No final do século XX, o mercado de trabalho tornou-se mais seletivo, exigindo a formação de nível médio como escolaridade mínima para candidatos a um emprego, independentemente da função a ser exercida, o que estimula a procura por vagas nas escolas de ensino médio. Assim, cerca de 20,5% dos concluintes do ensino médio tem como expectativa, conseguir um emprego melhor e para outros 13% a conclusão do ensino médio é o caminho para se obter um emprego. Em relação a expectativa de dar continuidade aos estudos, 31,5% dos jovens que se formam tem tal objetivo. (Censo Escolar, 1998). Sendo as expectativas dos egressos do ensino médio bastante diversificadas, aumentam as responsabilidades de governo, da sociedade e dos educadores em delinear de modo claro, as finalidades dessa etapa conclusiva da educação básica. Na perspectiva da nova LDBEN, o Ensino Médio, como parte da educação escolar, "deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social" (Art.1º § 2º da Lei nº 9.394/96). Destaca ainda que essa vinculação é orgânica e deve contaminar toda a prática educativa escolar.

Com relação às orientações curriculares para essa etapa da escolaridade, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) de Matemática propõem que os alunos percebam as aplicações da Matemática em variadas situações. No Ensino Médio, quando nas ciências torna-se essencial uma construção abstrata mais elaborada, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes. Mas não é só nesse sentido que a Matemática é fundamental. Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, freqüências e quantas outras variáveis houver. A Matemática como ciência, com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. As formas de pensar dessa ciência possibilitam ir além da descrição da realidade e da elaboração de modelos.

O documento enfatiza que o papel da Matemática no Ensino Médio não é apenas formativo (que ajuda a estruturar o raciocínio dedutivo) ou instrumental (ferramenta que auxilia em todas as atividades humanas), mas que também deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. Destaca também a importância do aluno perceber que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas. Cabe ainda apresentar ao aluno o conhecimento matemático de modo a que ele possa buscar novas informações e instrumentos necessários para que seja possível continuar aprendendo.

Os PCNEM enfatizam como critério essencial para a escolha do conteúdo a ser ensinado o potencial de permitir conexões entre diferentes temas matemáticos, entre temas matemáticos e de outras áreas do conhecimento e entre temas matemáticos e temas transversais. O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência.

Três eixos ou temas estruturadores são propostos para serem desenvolvidos de forma concomitante nas três séries do ensino médio: Álgebra: números e funções, Geometria e medidas e Análise de dados, discriminados a seguir:

4.1.Álgebra: números e funções

- Variação de grandezas: noção de função; funções analíticas e não-analíticas; representação e análise gráfica; seqüências numéricas: progressões e noção de infinito; variações exponenciais ou logarítmicas; funções seno, cosseno e tangente; taxa de variação de grandezas.
- Trigonometria: do triângulo retângulo; do triângulo qualquer; da primeira volta.

4.2. Geometria e medidas

- Geometria plana: semelhança e congruência; representações de figuras.
- Geometria espacial: elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; inscrição e circunscrição de sólidos.

- Métrica: áreas e volumes; estimativa, valor exato e aproximado.
- Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras.

4.3. Análise de dados

- Estatística: descrição de dados; representações gráficas; análise de dados: médias, moda e mediana, variância e desvio padrão.
- Contagem: princípio multiplicativo; problemas de contagem.
- Probabilidade: possibilidades; cálculo de probabilidades.

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Historia
Septiembre de 2005, Número 3, páginas 73-85
ISSN: 1815-0640

A Geometria escolar ontem e hoje: algumas reflexões sobre livros didáticos de Matemática

Maria Célia Leme da Silva

Introdução

Neste texto analisaremos a geometria escolar em livros didáticos utilizados nos Cursos Ginasiais da década de 1960 (hoje, correspondem as 5º a 8º séries do Ensino Fundamental, destinados aos alunos de 11 a 14 anos de idade) influenciados pelas propostas do Movimento da Matemática Moderna (MMM) e discutiremos como vem sendo construída uma nova *vulgata* para a geometria escolar "pós-moderna", isto é, o estágio atual da geometria escolar nos textos para o ensino.

As disciplinas escolares e os livros didáticos

O pesquisador André Chervel (1990) traz uma reflexão teórica sobre a história das disciplinas escolares. Segundo o autor, uma disciplina é caracterizada por vários componentes, entre eles: a exposição pelo professor ou pelo manual de um conteúdo de conhecimentos, as estratégias utilizadas para a motivação do aluno em aprender a disciplina e um aparelho docimológico, conjunto de instrumentos de avaliação como exames e provas (p. 202). Assim sendo, a pesquisa histórica de uma disciplina escolar requer fontes que forneçam elementos para a interpretação desses componentes.

O livro didático, como fonte de pesquisa, na investigação da história da disciplina escolar tem um papel importante, na medida em que sua análise possibilita verificar como os autores apropriaram-se das legislações ou recomendações num determinado período. Chervel (1990) afirma que "em cada época, o ensino dispensado pelos professores é, grosso modo, idêntico, para a mesma disciplina e para o mesmo nível. Todos os manuais ou quase todos dizem então a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a coleção de rubricas e capítulos, a organização do corpus de conhecimento, mesmo os exemplos utilizados ou os tipos de exercícios praticados são idênticos, com variações aproximadas" (p. 203) denominando este fenômeno de vulgata.

Valente (2004) salienta que o historiador de uma dada disciplina defronta-se, com épocas em que a produção didática apresenta-se estável, caracterizando bem uma vulgata escolar. Mas, há momentos, impulsionados pelos mais diversos determinantes, em que o historiador encontra produções que intentam dar origem a um novo modo de organização do ensino. O estudo desses novos manuais poderá revelar importantes elementos constituintes da trajetória de uma dada disciplina escolar (p.173)

As pesquisas sobre o Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil

Nos anos 1960, o ensino de Matemática no Brasil, e também em outros países, sofreu a influência do chamado Movimento da Matemática Moderna – MMM, que buscava aproximar a Matemática desenvolvida na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área. Como conseqüência, as propostas defendidas pelo Movimento enfatizam as estruturas algébricas, a teoria dos conjuntos, a topologia, as transformações geométricas, entre outras. O Movimento provocou discussões e reformas no currículo de Matemática da Educação Básica.

Ao realizar o levantamento das pesquisas sobre o MMM no Brasil, constatamos que o primeiro trabalho sistematizado data de 1987, com a tese de doutorado "The dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for brazilians mathematics education" de Beatriz D`Ambrósio. Daí em diante, outros estudos são realizados (Burigo, 1989; Vitti, 1998; Souza, 1998; Stephan, 2000; Soares, 2001), sendo que cada um deles traz contribuições significativas para o entendimento de como o MMM é interpretado e incorporado à realidade brasileira, compondo assim o ideário modernizador.

As pesquisas acima citadas traçam um panorama geral do contexto social, político e econômico da época, discutem o desenvolvimento dos saberes matemáticos e psicológicos e suas influências no Movimento. Além disso, em muitas delas, são apresentadas e analisadas as falas de líderes do MMM no Brasil, como por exemplo, do professor Osvaldo Sangiorgi, os anais de Congressos de Educação Matemática e os principais grupos de estudos da área existentes, em particular, do GEEM (Grupo de Estudos de Educação Matemática) criado em 1961, na cidade de São Paulo.

Sobre a Geometria Escolar no MMM

Quanto ao ensino de Geometria no período do MMM, as teses e dissertações discutiram muito pouco o tema. D`Ambrósio (1987) relata que no II Congresso de Educação Matemática, realizado em Porto Alegre no ano de 1957, Ubiratan D'Ambrosio sugere para o ensino secundário a introdução do estudo de propriedades de diferentes conjuntos numéricos e de estruturas algébricas de operações, assim como das estruturas que podem ser observadas nas transformações geométricas (p. 87-88). O estudo ainda apresenta uma agenda de cursos oferecidos pelo GEEM no período entre 1960 a 1970, e nela podemos observar que a geometria não foi uma área muito discutida, apresentando um número bastante reduzido de cursos com enfoque na Geometria, se comparado aos demais. Nas conclusões, a pesquisadora afirma que a geometria é ainda relegada para a última parte dos livros didáticos e que os tópicos de Geometria propostos na década de 60, como as transformações geométricas, nunca integraram o currículo (p.221).

Burigo (1989) relata que muitos membros do GEEM participaram de cursos desenvolvidos em outros países, assim como de encontros internacionais. Segundo a pesquisadora, uma das conseqüências desse contato foi o esforço em dar à Geometria um tratamento axiomático, com recurso às estruturas algébricas e à teoria dos conjuntos. A partir de 1969, vários cursos organizados pelo GEEM incluíram a temática das transformações geométricas (p. 169-170). A pesquisadora comenta ainda, que, em 1965, já era desenvolvida no Ginásio do Brooklin (Estado de São Paulo) a experiência da introdução de novos conceitos de Geometria, como os de transformação geométrica, isometria e homotetia (p.169).

Ao discutir o papel da Geometria no MMM, Soares (2001) alega que o novo enfoque dado à Matemática alterou o equilíbrio enciclopédico entre seus diversos campos e com isso, houve um certo desequilíbrio entre a atenção dada à Álgebra e à Geometria. Segundo a pesquisadora, frases mal interpretadas contra a Geometria Euclidiana, como "*Abaixo Euclides!"* do matemático Jean Dieudonné, pertencente ao grupo francês Bourbaki, deixaram ainda mais crítica a situação do ensino da Geometria no Brasil. Em sua conclusão, a pesquisadora afirma que o ensino da Geometria por meio do estudo das transformações lineares e espaços vetoriais não teve lugar na prática. Além disso, continuou-se ensinando a Geometria Euclidiana tradicional, mas empregando-se a linguagem dos conjuntos.

Osvaldo Sangiorgi: livros didáticos que referendaram o MMM no Brasil

Osvaldo Sangiorgi foi professor titular de pós-graduação da Escola de Comunicações e Artes da Universidade de São Paulo (ECA-USP) e professor da Faculdade de Filosofia da Universidade Mackenzie. Licenciado em Ciências Matemáticas pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da USP. A fundação do GEEM deu-se a partir da iniciativa do professor Sangiorgi, um dos pioneiros na divulgação do Movimento no Brasil. Além disso, Osvaldo Sangiorgi foi o primeiro autor de livros didáticos a incorporar as novas propostas defendidas pelo MMM, tendo suas coleções como uma das mais vendidas no Brasil durante a década de 60.

Os livros didáticos que examinaremos são de Osvaldo Sangiorgi, por considerá-los significativos ao período. Trata-se de uma coleção de Matemática com quatro volumes, destinados aos alunos do curso ginasial, o que atualmente corresponde às 5º a 8º séries do Ensino Fundamental.

A Geometria escolar dos livros: "Matemática–curso moderno para os ginásios"

A tabela a seguir descreve o índice das obras, sendo que os temas referentes à Aritmética e Álgebra foram resumidos, de modo a dar uma visão geral ao leitor, e os assuntos relativos à Geometria estão mais detalhados e em negrito.

1º volume (5º série atual) 11 anos	**1.** Estudo dos conjuntos; número natural; **2.** Operações no conjunto dos naturais, propriedades estruturais; **3.** Conjunto dos racionais, propriedades estruturais; **4. Medidas. Sistemas: usuais e métrico decimal, Comprimento de poligonais; circunferência, Unidade de área, Áreas das principais figuras planas, unidade de volume; medidas de capacidade, Volume dos principais sólidos; áreas laterais, Unidades de massa, Sistemas de medidas não-decimal, Medida do tempo; ângulos planos, Sistema Inglês de Medidas, Conversões; operações com números não-decimais.**
2º volume (6º série atual) 12 anos	**1.** Número racional absoluto, razões, proporções; **2.** Números e grandezas proporcionais, regras de três, juros simples; **3.** Números inteiros relativos e número racional relativo, propriedades estruturais; **4.** Moderno tratamento da Álgebra: sentenças e expressões, conjunto-universo e conjunto-verdade, equações e inequações, relações binárias.

3º volume (7º série atual) 13 anos	**1.** Números reais; estrutura de corpo; **2.** Cálculo algébrico; estudo dos polinômios; **3. Estudo das figuras geométricas: objetivos da Geometria, figuras geométricas planas; um pouco de topologia, relações e operações com conjuntos de pontos no plano, semi-reta, segmento de reta, semi-plano, segmentos congruentes, ângulo, ângulos congruentes, práticas demonstrativas;** **4. Polígono, triângulos, congruência de triângulos, Postulados e Teoremas, quadriláteros: teoremas fundamentais, circunferências: teoremas fundamentais.** **Apêndice: Transformações geométricas planas: grupo das translações, grupo das rotações e simetrias.**
4º volume (8º série atual) 14 anos	**1.** Números reais: práticas com números irracionais; **2.** Funções **3. Semelhança: razão e proporção de segmentos, Teorema de Tales, semelhança como correspondência, semelhança de triângulos e de polígonos, homotetia, razões trigonométricas de ângulos agudos, relações métricas no triângulo retângulo, num triângulo qualquer, no círculo e nos polígonos regulares, Teorema de Pitágoras, medida da circunferência, cálculo de π.**

A primeira observação na relação dos conteúdos é a presença acentuada da teoria dos conjuntos e das estruturas algébricas de modo geral, que foi uma característica marcante na proposta do MMM. Com relação ao ensino de Geometria, verifica-se que seu estudo é feito separadamente das demais áreas da Matemática, e nos volumes em que é tratada, nos capítulos finais do livro, como D´Ambrosio (1987) mencionou.

No 1º volume já é apresentada aos alunos uma quantidade significativa de fórmulas referentes às áreas das principais figuras, ao volume dos principais sólidos, com justificativas pontuais e intuitivas, como, por exemplo, "seja o triângulo (fig. abaixo) que, como é fácil de se verificar, é a metade do paralelogramo pontilhado." (p.314). Outro dado a observar é a pouca quantidade de exercícios, sendo que esses poucos se limitam a aplicações simples de fórmulas.

No 3º volume, evidencia-se o emprego da teoria dos conjuntos no trato com entes geométricos, ponto pertencente a reta, a reta está contida no plano, o ponto B é o único elemento comum aos conjuntos do segmento $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$.Além disso, inicia-se o tratamento axiomático da Geometria, há um item denominado "necessidade de um processo dedutivo" (p.232), no qual o autor discute a fragilidade da verificação experimental e chama a atenção do aluno para a necessidade do processo dedutivo, denominado demonstração. Logo a seguir, são apresentados uma lista com os postulados, e a demonstração dos primeiros teoremas. Há ainda um item de ajuda ao aluno denominado "como enfrentar um teorema com êxito", que corresponde a dicas de procedimentos que podem contribuir na demonstração. Na p. 242, o autor apresenta um quadro denominado *Lembrete Amigo* (este tipo de quadro é utilizado em vários capítulos de todos os volumes) com o seguinte recado: "Não há formas rígidas para você conduzir a demonstração de um teorema. As possíveis "regras" iniciais que o vão guiar numa demonstração muito se assemelham às usadas no desenvolvimento de um jogo: quanto mais conhecidas, melhor você irá jogando. Também na geometria, quanto mais você for demonstrando, mais irá apurando o seu espírito dedutivo!". A linguagem empregada no volume é formal, com uso de simbologia matemática.

No apêndice, são apresentadas 14 páginas dedicadas ao estudo das transformações geométricas, do ponto de vista algébrico, ou seja, definem-se as operações das transformações, prova-se as propriedades relativas àquela operação e define-se a estrutura algébrica correspondente, como por exemplo, "o conjunto das translações no plano, com relação à operação adição de translação, tem estrutura de grupo comutativo" (p.305). Esta abordagem dá margem a uma discussão, visto que o estudo da Geometria, via transformações geométricas, é uma abordagem que possibilita o tratamento da Geometria pelas estruturas algébricas, consideradas pelo MMM como elemento unificador da Matemática. Assim, nos parece incoerente um tópico considerado central nas propostas do MMM estar ocupando o apêndice de um volume da coleção.

Finalmente no 4º volume, nota-se uma continuação dos assuntos sobre Geometria, tratados no 3º volume, mantendo a mesma abordagem. Ao discutir a homotetia (ou similitude central) na p. 169, Sangiorgi define como uma transformação geométrica e retoma as transformações estudadas no volume anterior, evidenciando que àquelas conservavam as distâncias e a estudada no momento (homotetia) conserva as proporções.

Em síntese, ao analisar a obra no que se refere ao ensino de Geometria, muitos aspectos são evidenciados, entre eles: emprego acentuado da teoria dos conjuntos no estudo da Geometria, um tratamento preponderante do ponto de vista axiomático da Geometria, utilizando linguagem formal, Geometria estudada desarticuladamente das demais áreas e também em separado das transformações geométricas. Esse conjunto de características compõe o que Chervel (1990) denomina de vulgata, que irá revelar-se em muitos outros livros do período.

Tempos "pós-modernos": Que geometria escolar?

Hoje sabemos que o MMM fracassou no mundo todo, sendo o livro "*O fracasso da matemática moderna*" de Morris Kline uma referência para esse diagnóstico. Apesar disso, um Movimento, da abrangência e importância como o da Matemática Moderna, deixou marcas no ensino de Matemática brasileiro por muito tempo, como veremos em seguida.

Em 1985, cerca de vinte anos depois, é criado o PNLD – Programa Nacional do Livro Didático com o objetivo de distribuir livros escolares a todos os estudantes nas escolas públicas do Brasil. Num primeiro momento os critérios utilizados pelo PNLD na escolha dos livros adquiridos para distribuição gratuita eram puramente técnicos, como durabilidade, qualidade do papel e da encadernação, etc.

Em paralelo ao PNLD, em 1998, o Ministério de Educação e Cultura do Brasil apresenta um documento denominado Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN cujo objetivo é de ampliar e aprofundar um debate educacional que envolva escolas, pais, governos e sociedade e dê origem a uma transformação positiva no sistema educativo brasileiro. Na área de Matemática, o texto afirma que muitas das idéias defendidas pelo MMM ainda permanecem presentes no ensino brasileiro de Matemática: "por exemplo, a insistência no trabalho com a linguagem da teoria dos conjuntos nas séries iniciais, a formalização precoce de conceitos, o predomínio absoluto da álgebra nas séries finais e as poucas aplicações práticas da Matemática no ensino fundamental" (PCN, 1998, p.21).

Quanto ao ensino de Geometria, os PCN (1998, p.51) consideram os conceitos geométricos parte importante do currículo de Matemática, um campo fértil para trabalhar com situações-problemas, destaca a importância das transformações geométricas de modo a permitir o desenvolvimento de habilidades de percepção espacial e como recurso para induzir de forma experimental a descoberta.

Retomando o PNLD, a partir de 1996, a avaliação pedagógica dos livros didáticos passa a ser inserida nesse Programa. Os critérios de avaliação dos livros se dividem em duas partes: uma geral, referente a todas as áreas e uma específica para cada área. O que discutiremos diz respeito à parte específica de Matemática, a qual passamos a relatar brevemente.

Segundo Carvalho e Lima (2002), num primeiro momento a avaliação teve como objetivo excluir do PNLD obras que contivessem erros conceituais graves ou manifestações de discriminação social. Já no segundo momento, a partir de 1999, com o amadurecimento nas duas avaliações anteriores, decidiu-se avaliar as obras inscritas não somente de acordo com sua adequação conceitual e com sua contribuição para o exercício da cidadania, mas também de acordo com sua efetiva contribuição para o domínio das habilidades e procedimentos envolvidos no uso da Matemática.

Ao realizar uma análise quanto aos impactos da avaliação de livros didáticos para o Ensino Fundamental da área de Matemática, Carvalho e Lima (2002) comparando a situação existente antes do início das avaliações e a de hoje, apontam diversas mudanças significativas, das quais destacaremos:

Situação antes do PNLD

- Manutenção de padrão de livro didático de Matemática vigente desde a década de 70, com uso exagerado da linguagem da teoria dos conjuntos, ênfase no formalismo e na terminologia e descaso com a Geometria;
- A maioria das obras enfatizava unicamente o adestramento e a memorização, com a repetição de exercícios totalmente descontextualizados, cuja única finalidade era a mecanização de procedimentos e algoritmos;
- A compartimentalização rígida dos três blocos da Matemática escolar – números e operações, medida, geometria e o isolamento entre eles.

Situação hoje

- A preocupação em propiciar o desenvolvimento simultâneo de várias habilidades cognitivas, como memorização, síntese, análise, generalização, indução, estabelecimento de hipóteses e conjecturas, validação de estratégias e resultados;
- Nota-se um esforço genuíno de contextualização na maioria das coleções. A preocupação com a inserção da Matemática no dia-a-dia dos alunos é evidente;

- A maioria das obras tenta integrar os três grandes blocos da Matemática no Ensino Fundamental. Houve uma mudança substancial na apresentação da Geometria, iniciada freqüentemente com a apresentação de sólidos geométricos e a introdução gradual dos conceitos abstratos de reta, ponto e plano;
- Os exageros da "teoria dos conjuntos" presentes nas obras de há cinco anos atrás praticamente desapareceram. Não se encontram mais livros de primeira série que já nas páginas iniciais apresentavam os conceitos de conjunto vazio e de conjunto unitário.

Uma nova vulgata?

Parece consenso que tanto a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais como o Programa Nacional do Livro Didático provocaram transformações na disciplina Matemática. É preciso, entretanto, aprofundar as análises nessas transformações de modo a compreender melhor como as idéias, sugestões, propostas contidas nesses documentos estão sendo apropriadas nas práticas pedagógicas.

Um das fontes a ser investigada é o livro didático, e, neste sentido, no que diz respeito ao ensino de Geometria, verificamos mudanças, como: a integração, cada vez mais evidente, da Geometria com as outras áreas da Matemática, a diminuição ou até ausência da linguagem de conjuntos, uma preocupação com o dia-a-dia, com a contextualização, em oposição ao enfoque formal dedutivo da época moderna. É possível, então, dizer que se trata de uma nova vulgata para o ensino de Geometria? Será que finalmente a Geometria ganha seu espaço e passa a ser incorporada ao ensino da Matemática?

Carvalho e Lima (2002) também apresentam em suas análises uma preocupação com a cristalização de um modelo único de livro didático de Matemática induzido pela avaliação e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, o que inibe experiências inovadoras e tira opções para o professor escolher entre obras com propostas nitidamente diferentes. Será possível nos libertarmos das vulgatas?

Uma outra questão que julgamos importante investigar é em que medida a abordagem e o enfoque dado na Geometria no período do MMM interferiu, contribuiu para a nova abordagem atual. Será necessário, por exemplo, um formalismo exagerado sob um único ponto de vista – axiomático para depois caminhar em direção ao desenvolvimento de diversas habilidades cognitivas?

Acreditamos que muitas das questões aqui levantadas requerem novas investigações para suas resposta e certamente trarão contribuições significativas para a história da trajetória da disciplina Matemática.

Bibliografia

- Bürigo, E. Z. Movimento da matemática moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1989.
- Carvalho, J. B. P. e Lima, P. F. O PNLD e sua influência sobre os livros didáticos de Matemática. Rio de Janeiro, 2002.
- Chervel, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: Teoria & Educação, Porto Alegre, no 2, 1990, p. 177-229.
- D'ambrosio, B. S. The Dynamics and consequences of the modern mathematics reform movement for Brazilian mathematics education. Thesis (Doctor of Philosophy) Indiana University, 1987.
- Kline, M. O fracasso da Matemática Moderna. São Paulo: Ibrasa, 1976.
- Parâmetros Curriculares Nacionais (5º a 8º série): Matemática - Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/SEF, 1998.
- Sangiorgi, O. Matemática - curso moderno para os ginásios. Companhia Editora Nacional, 1968. 1o e 3o volumes.
- Sangiorgi, O. Matemática - curso moderno para cursos ginasiais. Companhia Editora Nacional, 1965. 2o volume.
- Sangiorgi, O. Matemática: curso moderno para os ginásios. Companhia Editora Nacional, 1969. 4o volume.
- Soares, F. S. Movimento da Matemática Moderna no Brasil: Avanço ou Retrocesso? Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2001.

- Souza, G. L. D. Três décadas de Educação Matemática: um estudo de caso da baixada santista no período de 1953-1980. Dissertação de Mestrado – UNESP, Rio Claro, 1998.
- Stephan, A. M. Reflexão histórica sobre o Movimento da Matemática Moderna em Juiz de Fora. Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Juiz de Fora, 2000.
- Vitti, C. M. Movimento da Matemática Moderna: Memória, Vaias e Aplausos. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Metodista de Piracicaba, 1998.
- Valente, W. R. Mello e Souza e a Crítica aos Livros Didáticos de Matemática: demolindo concorrentes, construindo Malba Tahan. In: Revista Brasileira de História da Matemática, vol. 4, no 8, 2004.

Maria Célia Leme da Silva
celials@pucsp.br
GHEMAT – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática
PUCSP - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Brasil

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, páginas 87-92
ISSN: 1815-0640

Cronoludia Matemática
Ismael Roldán y José Muñoz

Terminología Matemática… al desnudo

Muchas personas consideran que la matemática es un lenguaje mucho más universal que ninguno otro hablado y por ello se envían mensajes matemáticos a las estrellas por si alguna vez conectamos con otras especies inteligentes.

No obstante, existen multitud de términos matemáticos que sólo son entendibles por los iniciados, palabras y frases que tienen un doble sentido y que conviene conocer, sobre todo, para poder seguir una explicación matemática con posibilidades de entender algo.

Ya en Internet se ha comenzado con la loable labor de crear un diccionario matemático-cotidiano y existen muchas páginas web donde aparecen relaciones entre términos (aunque suelen ser las mismas en todos los lugares). Nosotros las hemos recopilado, algunas traducidas del inglés[i], e incluso hemos añadido otras de nuestra propia cosecha. Como siempre, se la presentamos con la intención de que usted mismo, querido lector, nos ayude a ampliar esta colección mandándonos a esta sección todas aquellas que considere convenientes.

Esperemos que disfrute con nuestro diccionario de frases cuya clave fundamental estriba en lo siguiente: en mayúsculas lo que el profesor dice y a continuación, justo por debajo y en minúsculas, lo que realmente quiere decir…

Claramente

No quiero pasar por todos los pasos intermedios.

Trivialmente

Si tengo que mostrarte porqué, te equivocaste de clase.

Obviamente

Si estabas dormido cuando lo expliqué, te aguantas, porque no pienso repetir la explicación.

Les doy una pista

La forma más difícil de hacerlo.

Cronoludia Matemática

Ismael Roldán Castro y José Muñoz Santonja

Como se quería demostrar

Aunque me parecía imposible lo he conseguido demostrar entero y bien.

Podemos asumir que...

Hay muchos casos, pero ahora sólo sé hacer este.

Pasamos sin detenernos por este punto

Ahora no me acuerdo de cómo se hace.

Usando el teorema "..."

No sé que dice, pero sé que sirve para resolverlo.

El resto es álgebra

El resto es la parte aburrida, si no me creen, ¡háganlo!

Tomando un epsilon y un delta convenientes

Esto sólo se verifica en casos muy particulares.

Demostración verbal

Si la escribo pueden encontrar los errores.

Brevemente

Está finalizando la clase, así que escribiré y diré lo mismo pero más rápido.

La dejo como ejercicio

Estoy cansado.

Demostración breve

Ocupa la mitad de la hoja pero se necesita cuatro veces el tiempo normal para entenderla.

Cronoludia Matemática

Ismael Roldán Castro y José Muñoz Santonja

Si y sólo sí

Es lo mismo dicho de otra forma.

Demostración formal

Yo tampoco la entiendo.

Fácilmente demostrable

Hasta ustedes con sus conocimientos infinitesimales pueden demostrarlo sin mi ayuda.

Toda la demostración se fundamenta en este paso

Lo más difícil de entender y que además caerá en el examen.

Esto tiene muchas aplicaciones

Si quieren saber para qué sirve lo buscan ustedes.

Busquemos un contraejemplo

Es más fácil demostrar que no se cumple.

Según un teorema previo

No recuerdo como iba el teorema, pero si lo establecemos como cierto, el resto funciona.

Una prueba de dos líneas

Lo único que sé de esto es la conclusión.

Vamos a proceder formalmente

Voy a manipular los símbolos mediante las reglas, sin ninguna pista de su auténtico significado.

Cuantificar

No puedo encontrar nada erróneo con su prueba excepto que no funciona si x es cero.

Finalmente...

Sólo diez pasos más que dar...

Omitiremos la prueba

Confíen en mí, es verdad.

Forma canónica

Cuatro de cada cinco matemáticos encuestados recomendaron ésta como la solución final de la respuesta.

Los siguientes son equivalentes

Si digo esto significa eso, si digo eso significa aquello, si digo aquello significa lo otro, si digo lo otro...

Recuerden que...

No debería decir esto, pero para aquellos de ustedes que borran su chip de memoria después de cada examen, aquí está otra vez.

Sin perder la generalidad

No voy a hacer todos los casos posibles, así que haré uno e imaginen ustedes el resto.

Cualquiera puede demostrarlo

Uno lo hizo, su nombre es Gauss.

Es bien sabido...

Pueden encontrarlo en “Mathemastische Zeitschrift” vol. XXXVI, 1892.

Cronoludia Matemática

Ismael Roldán Castro y José Muñoz Santonja

Demostración elegante

No requiere conocimientos previos, y no dura ni diez líneas.

Demostración minuciosa

Ahora les mostraré todo lo que sé.

Similarmente

Al menos una línea de la prueba del caso es la misma que antes.

De forma análoga

No voy a volver a repetir lo mismo para este caso.

Ejemplo genérico

Visto este, visto todos.

Reducción al absurdo

Vamos a empezar negando lo evidente a ver donde llegamos.

¿Alguna duda?

Por favor, no pregunten porque mi explicación es suficiente y perfecta.

Hagamos un simulacro de examen

Los problemas que les voy a poner nada tienen que ver con los del simulacro.

Ya pensaré qué hago con los que saquen un 4,5

Los suspenderé, porque en una ciencia seria, exacta y precisa como las matemáticas, medio punto es, objetivamente, muchísimo.

Este examen se hace en 45 minutos

No lo puedo demostrar en la clase porque no me da tiempo, pero ustedes que tardan el tripe tienen que parecerse a mí que soy el ejemplo.

Inténtenlo ustedes

Pedir ayuda no vale, porque lo conseguirían entonces. Sufran un poco, por favor. Las matemáticas entran con dolor.

---

[i] En la muy completa página web del profesor Erich Friedman de la Universidad Stetson de Florida, hemos encontrado una amplia selección que hemos incluido aquí. Su dirección es http://www.stetson.edu/~efriedma/index.html

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, páginas 93-95
ISSN: 1815-0640

El rincón de los problemas

Uldarico Malaspina Jurado

Pontificia Universidad Católica del Perú
umalasp@pucp.edu.pe

Problema

Un amigo te pide consejo respecto a cuál de los siguientes planes de telefonía móvil le conviene adoptar:

Plan 1: Pago de \$ 0,90 por cada minuto o fracción, más cuotas mensuales fijas de \$ 15.

Plan 2: Pago de \$ 0,76 por cada minuto o fracción, más cuotas mensuales fijas de \$ 22,50.

¿Qué le aconsejarías?

Ciertamente este es un problema muy sencillo, pero su cualidad principal para un uso didáctico, está en que lo que pide no es la obtención de una cantidad determinada, sino la búsqueda de un criterio objetivo. Si bien es cierto que se tiene la información necesaria para hacer cálculos, el consejo más adecuado requiere una información que no está dada y que su obtención podría simplificarse con una estimación gruesa, o puede ser el punto de partida para el uso de criterios estadísticos.

Un posible enfoque

Variables:

x = número de minutos de uso al mes

y = número de meses

Funciones:

Plan 1: $f_1(x, y) = 0{,}90\,xy + 15\,y$

Plan 2: $f_2(x, y) = 0{,}76\,xy + 22{,}5\,y$

Algunos cálculos:

x	y	P1	P2	Conviene
30	1	42	45,30	P1
60	1	69	68,10	P2
30	4	168	181,20	P1
50	10	600	605	P1
60	4	276	272,40	P2

Conclusión preliminar:

En algunos casos conviene el Plan 1 y en algunos otros casos conviene el Plan 2.

Otro posible enfoque:

Variables:

x = número total de minutos de uso.

y = número de meses

Funciones:

Plan 1: $g_1(x, y) = 0{,}90\, x + 15\, y$

Plan 2: $g_2(x, y) = 0{,}76\, x + 22{,}5\, y$

Algunos cálculos:

x	y	P1	P2	Conviene
30	1	42	45,30	P1
60	1	69	68,10	P2
100	4	150	166	P1
500	10	600	605	P1
200	4	240	242	P1

***Conclusión preliminar*:**

La misma que la obtenida con el enfoque anterior.

La pregunta es entonces ¿en qué casos conviene el Plan1 y en qué casos conviene el Plan 2?

Una manera de responder a la pregunta es resolviendo una inecuación lineal de dos variables, buscando, por ejemplo, una condición necesaria y suficiente para que el Plan 1 sea más conveniente que el Plan 2. Usando las funciones g_1 y g_2 tendremos:

$$g_1(x, y) < g_2(x, y) \Leftrightarrow 0,90\,x + 15\,y < 0,76\,x + 22,5\,y$$

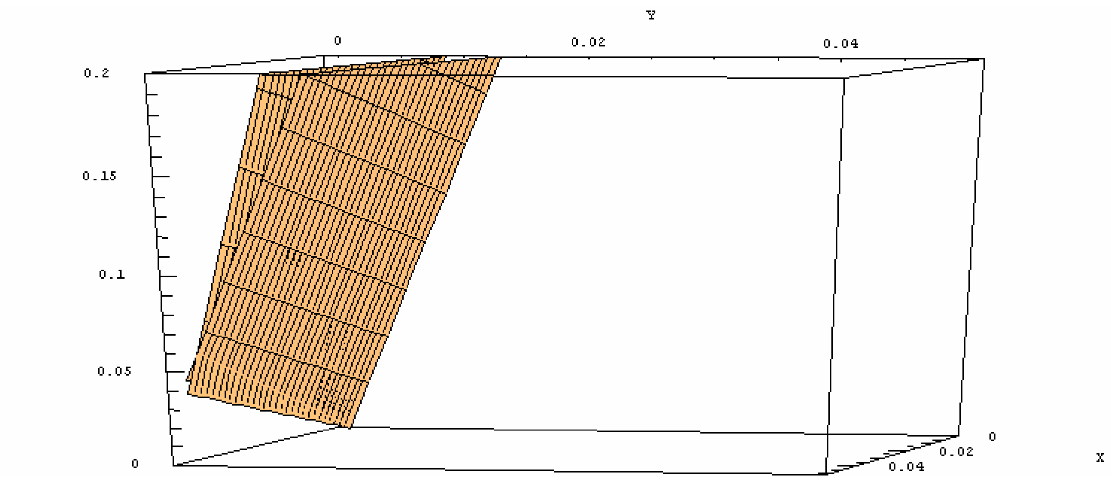
$$\Leftrightarrow 0,14\,x < 7,5\,y$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{y} < \frac{7,5}{0,14} \approx 53,6$$

Lo cual nos dice que el Plan 1 es más conveniente que el Plan 2 sí y sólo si el número de minutos de uso por mes es menor o igual que 53 y tenemos así un criterio objetivo para aconsejar, pues la elección del plan más conveniente dependerá del número de minutos de uso por mes: *si es menor o igual que 53 convendrá el Plan 1 y en caso contrario convendrá el Plan 2.*

Observaciones:

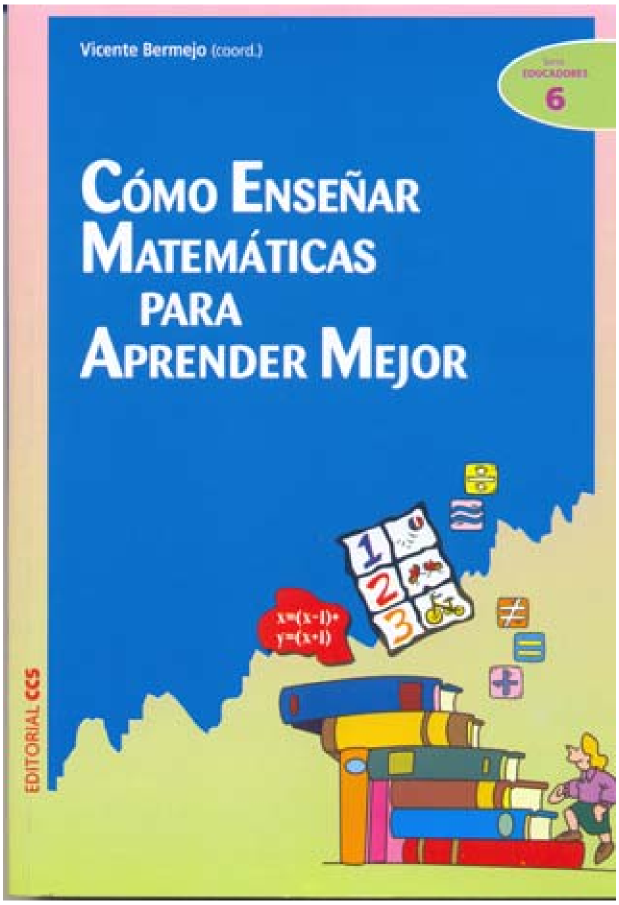
1. Es importante notar que la misma conclusión se obtiene usando las funciones f_1 y f_2, lo cual permite destacar el significado de las variables.
2. ¿Cómo saber el número de minutos de uso por mes? Pueden haber casos en los que ese número es evidentemente mayor o menor que 53, pero pueden haber otros en los que su determinación brinda una excelente oportunidad para usar criterios estadísticos.
3. Además de brindar la oportunidad de hacer estimaciones y cálculos, de resolver inecuaciones, de definir funciones y de usar criterios estadísticos, este problema - si el nivel de los estudiantes lo permite - también brinda la oportunidad de usar software matemático para graficar funciones lineales de dos variables y visualizar que en determinados casos un plano está por debajo del otro, lo cual significa que para esos casos el plan correspondiente es más conveniente que el otro. Usando el software *Mathemática*, se ve que parte de la gráfica de las funciones g_1 y g_2 es:



UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Libros

Septiembre de 2005, Número 3, páginas 97-99
ISSN: 1815-0640



Vicente Bermejo (Coordinador)

Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor.

Editorial CCS, Madrid, 2004.

256 páginas. ISBN: 84-8316-822-7

La obra parte de la gran preocupación que existe en la comunidad educativa, por el alto índice de fracaso escolar en matemáticas de los escolares españoles, mostrando, en la introducción que hace Álvaro Bermejo, algunos de los resultados obtenidos en el estudio realizado por el Eurostat 2001 (Oficina Estadística de la Unión Europea), en las cuatro últimas evaluaciones realizadas por el INCE (Instituto Nacional de Calidad y Evaluación), en el TIMSS (3ª Evaluación Internacional en

Matemáticas y Ciencias), en la IMO 43 (43 Olimpiada Internacional de Matemáticas) y en el informe Pisa (Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos).

Los autores (docentes, matemáticos, psicólogos de la educación e investigadores) pretenden que la lectura de este libro proporcione a los profesores una visión de cómo llevar a cabo su quehacer cotidiano en el aula de matemáticas de una manera eficaz, que motive al alumno, cambie sus actitudes ante las matemáticas, facilite su comprensión y mejore, en definitiva, la educación matemática de los escolares.

La idea central de toda la obra, que consta de 11 capítulos, es que "el protagonista del aula es el niño aprendiendo", por lo que, en los diferentes capítulos, no sólo se comentan las principales teorías generales del aprendizaje, sino que además se describe el proceso de aprendizaje que sigue el niño en la adquisición de contenidos concretos.

La estructura de los 8 primeros capítulos, plantea cómo aprende el alumno unos contenidos específicos, para ocuparse después de cómo enseñarlos. Así, desde esta doble perspectiva, los capítulos 1 y 2 (V. Bermejo, M. T. Bermejo, y A. Martín) abordan el aprendizaje y enseñanza del conteo, los capítulos 3 y 4 (V. Bermejo, M. T. Bermejo, A. Martín, y S. García) de la suma y la resta, los capítulos 5 y 6 (Enrique Castro, Encarnación Castro, y Luis Rico) de la multiplicación y división, y los capítulos 7 y 8 (J. M. Serrano, y Andrés Nortes Checa) de las fracciones.

Capítulo tras capítulo se exponen, para cada uno de los contenidos abordados, reflexiones conceptuales y de evaluación, consideraciones metodológicas y curriculares, y descripciones, de las estrategias más usuales y de los errores y dificultades de aprendizaje más frecuentes. Además, se comentan, brevemente, algunos recursos y materiales y se proponen actividades y juegos para trabajar en el aula.

El capítulo 9 está dedicado al aprendizaje y la enseñanza de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas. Los autores, V. Bermejo, E. Vela, y S. Betancourt, recomiendan "aparcar" la enseñanza del algoritmo tradicional como forma prioritaria de cálculo, e iniciar estos aprendizajes, empleando las estrategias propias de los alumnos, permitiendo la reflexión colectiva sobre cada una de estas estrategias y evaluando su utilidad, para, poco a poco, ir introduciendo formas más abstractas, sistemáticas y económicas de cálculo.

El capítulo comienza con un breve comentario de algunas de las investigaciones que cuestionan la utilidad de los algoritmos tradicionales. Luego, tras la definición de algoritmo y de sus propiedades, se describen los criterios para evaluar la utilidad y validez matemática de los algoritmos inventados por los estudiantes, se proponen algunos algoritmos alternativos que aparecen frecuentemente como procedimientos inventados por los alumnos, y se analizan los errores típicos infantiles. Finalmente, los autores abordan la enseñanza-aprendizaje del algoritmo tradicional, comentando algunos métodos y programas de instrucción para facilitar la comprensión de los símbolos y algoritmos aritméticos, como el llamado “instrucción de emparejamiento” de Resnick y Omanson (1987) y el de Fuson (1992).

El capítulo 10, Dificultades de aprendizaje en matemáticas (M. Blanco y V. Bermejo), sintetiza algunas de las ideas propuestas a lo largo de los capítulos anteriores, para el caso de alumnos con dificultades de aprendizaje de matemáticas, y ofrece algunas estrategias de intervención para el apoyo y facilitación del aprendizaje de las matemáticas.

En el capítulo 11, V. Bermejo describe un programa de intervención para la mejora del rendimiento matemático: PEIM (Programa Evolutivo Instruccional para Matemáticas), basado en el enfoque constructivista sociocognitivo.

La lectura de esta obra, puede ser útil para aquellos que participan o van a participar en la educación matemática de los niños, especialmente para los actuales y futuros profesores de las etapas educativas de Educación infantil y Educación Primaria, ya que aporta una visión general de algunas de las competencias matemáticas a desarrollar en los escolares, y proporciona para cada una de ellas, reflexiones, formas de intervención, recursos y referencias bibliográficas.

Mª Aurelia Noda Herrera

Universidad de La Laguna

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Septiembre de 2005, Número 3, páginas 101-102
ISSN: 1815-0640

Matemáticas a través de las Tecnologías de la Información y la Comunicación

a cargo de

Agustín Carrillo de Albornoz Torres

IES Jándula de Andújar (Jaén - España)

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) constituyen un excelente recurso didáctico que es conveniente, cuanto antes, llevar a las aulas para aprovechar las posibilidades que ofrecen para las distintas áreas y niveles educativos.

No será la primera vez que habrás leído o escuchado que la escuela no puede estar de espaldas a la sociedad y, nos guste o no, las TIC tienen una importante presencia en la sociedad actual y por tanto, debemos hacer lo posible para que también estén presentes en las escuelas.

Como docentes de Matemáticas tenemos que afrontar la tarea de incorporar las TIC en su más amplío sentido a las aulas para actualizar los contenidos y las tareas diarias, para aprovechar el interés y motivación del alumnado hacia estos recursos y sobre todo, para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Sirvan estas líneas para presentar la sección "*Matemáticas a través de las TIC*" como espacio en el que compartir experiencias, ofrecer información y presentar materiales basados en el uso de las TIC como recurso didáctico para el área de Matemáticas.

El principal objetivo de está sección será familiarizar al profesorado y al alumnado con nuevas herramientas como pueden ser programas educativos, Internet, calculadoras, vídeo o DVD para que poco se conviertan en recursos habituales en el aula.

No se tratará de exponer manuales de usuario o del funcionamiento de distintos programas, más bien hay que entender esta sección como el lugar en el que se podrá ofrecer una visión de las posibilidades didácticas de un determinado programa fundamentalmente a través de la propia experiencia, mostrando actividades realizadas en el aula, compartiendo materiales o planteando cuestiones sobre su uso para favorecer el debate sobre la utilización de estos recursos.

Especial dedicación tendrá el software libre, cada vez más difundido y utilizado, que además es la base de numerosos proyectos educativos sobre la incorporación de las TIC al ámbito educativo.

Un tratamiento similar en esta sección podremos plantear para sobre la utilización de Internet en el aula.

Es difícil poner en duda la importancia de la red, tenemos conciencia de que todo la información está en Internet, de que cualquier tarea se puede realizar a través del ordenador, aunque no podemos olvidar que en Internet está lo bueno y útil pero también lo menos bueno y menos legal.

En el ámbito educativo, el hecho de encontrar todo el conocimiento en Internet constituye una posibilidad que no hay que desaprovechar; ofrece documentación y por tanto, conocimiento, constituye una gigantesca biblioteca que cada uno puede enriquecer y recorrer en todos los sentidos y sobre todo, un espacio de comunicación sin precedentes.

Los alumnos aprenden fácilmente a buscar información, a encontrar una gran cantidad de páginas relacionadas con los temas buscados, pero es necesario que les enseñemos a seleccionar, a separar lo realmente útil e interesante en cada momento.

Proponemos que esta sección de la revista permita ofrecer información sobre direcciones de interés, ricas en materiales o con actividades para llevar al aula. En definitiva, servirá como espacio de cooperación entre todos para compartir la información hallada tras horas y horas de búsqueda.

Los mismos planteamientos podemos realizar para el uso de las calculadoras, los vídeos, los DVD o cualquier otro recurso para facilitar la información y materiales necesarios al profesorado que quiera comenzar a trabajar con ellos, ayudando a superar los miedos iniciales que en muchas ocasiones nos llevan al abandono antes de experimentar y comprobar las posibilidades que ofrecen.

Para terminar, sólo me queda animar a todo el profesorado y también al alumnado a participar en esta sección, enviando sus experiencias, materiales, direcciones de Internet, actividades, etc., sobre el uso de las TIC en Matemáticas para que entre todos seamos capaces de utilizarlas y de aprovechar sus posibilidades para enseñar Matemáticas a través de las TIC.

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, página 103
ISSN: 1815-0640

Presentación

Tenemos el gusto y el honor de presentarles en este número la primera entrega de **DosPiUNION** que han elaborado, y seguirán haciéndolo en el futuro, los Profesores Santiago López Arca y Gonzalo Temperán Becerra. Ellos trabajan en A Coruña (Galicia – España) en el Instituto de Enseñanza Secundaria "Ramón Otero Pedrayo" y acumulan una larga experiencia en dinamización matemática especialmente a través de un interesante boletín que distribuyen entre el alumnado y que, a partir de hoy, quieren compartir con todos los colegas del ámbito iberoamericano.

La sección de unión con las matemáticas más juveniles.

DosPiUNION está diseñado para que cualquier profesor, en cualquier lugar, lo pueda bajar y repartirlo entre el alumnado de sus clases, de su centro o colocarlo en los tablones de anuncios.

Agradecemos a nuestros colegas su colaboración y estamos seguros de que será bien acogida entre cuantos queremos acercar las matemáticas al alumnado por otras vías además de las curriculares.

El equipo editor

Septiembre de 2005, Número 3, páginas 105 - 108
ISSN: 1815-0640

DOS UNIÓN 1

La sección de unión con las matemáticas más juveniles.

Por Santiago López Arca y Gonzalo Temperán Becerra

¿Qué es esto?

En septiembre de 1999, cuando el curso escolar 1999-2000 se ponía en marcha, dos profesores del Departamento de Matemáticas del IES Ramón Otero Pedrayo de A Coruña (España) tuvimos la osadía de presentar a nuestras alumnas y alumnos las líneas generales de una idea a la que previamente habíamos dedicado bastantes horas de reflexión: la creación de un espacio que aunase y diese cuerpo común a una serie de actividades, todos relacionadas con las matemáticas, que desarrollaríamos a lo largo del curso.

Trabajos escolares de investigación, talleres de diversos tipos (tangram, Internet, "matemágia", Cabri, poliedros…), confección de exposiciones, organización de gincanas matemáticas, trabajos en el exterior del centro… todo lo que pudiera ocurrírsenos se articularía bajo una organización común. Para dar entidad propia a este conglomerado, teníamos reservado un nombre: lo denominaríamos ***Club Matemático Durán Loriga***.

La elección de esta denominación no fue casual. Juan Jacobo Durán Loriga (1854-1911) es nuestro importante matemático local. Su existencia se nos presentaba como anillo al dedo para afianzar uno de los pilares de partida: utilizar la fuerza de lo próximo y lo cotidiano (nuestra ciudad y sus diversas potencialidades) como un elemento del conjunto de motivaciones para el alumnado.

Juan Jacobo Durán Loriga

El nacimiento del *Club Matemático Durán Loriga* se produce irremediablemente ligado a una de sus propias propuestas. Aquella que funcionará a la vez como su motor y su escaparate: el boletín de divulgación matemática ***DOUSPIERRE*** (expresión en lengua gallega de la medida de longitud de la circunferencia, $2\pi r$).

DOUSPIERRE es nuestra actividad más emblemática. Su aspecto físico es modesto y no va más allá de las cuatro páginas que se obtienen al doblar una hoja de papel DIN-A3. Nuestra pretensión inicial era editar un mínimo de dos números en cada trimestre, pero este objetivo ha sido superado con creces pues en la actualidad, cuando está a punto de comenzar nuestro séptimo curso de existencia, han visto la luz 46 números.

La idea básica de *Douspierre* es que el alumnado adquiera un importante grado de protagonismo. Sus páginas nos sirven para anunciar concursos y actividades, pero también para difundir nuestras propias iniciativas.

Además, es un instrumento para la divulgación de las matemáticas a nivel escolar a partir de los trabajos realizados por el alumnado (en este caso estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria), resolución de problemas propuestos en diferentes concursos, historia de las matemáticas… En definitiva, pretendemos buscar y presentar vertientes atractivas, interesantes, sorprendentes, ocultas, alucinantes… de las **matemáticas**.

Si queréis consultar alguno de nuestros números podéis hacerlo pulsando en el enlace **A lagarada (IPM Tools)** **de** la siguiente dirección electrónica: http://cce.peda.net/magazines/galego/ .

Con ideas e intenciones similares a las que acabamos de referirnos, nace hoy aquí ***DOSPIUNIÓN***. *DosPiUnión* intentará ser el suplemento de **UNIÓN** destinado a nuestros alumnos más jóvenes. Creemos que convendría decir en este momento aquello de: **¡pásalo!**; o mejor aún, **¡imítalo!**

Propónselo a tus alumnos y alumnas, formad un equipo, elegid unas cuantas ideas matemáticas, buscad algunas cuestiones que tengan que ver con vuestro propio colegio, echadle ilusión y… ¡ya está! A continuación abrid las ventanas de vuestro centro y dejad que vuestro proyecto vuele, libremente…

A partir de este número ***DosPiUnión*** volará para todos, ¡démosle alas!

Pensar es divertido

Investiga con tu calculadora

¿Cuál es la raíz cuadrada del siguiente número?

12345678987654321

Contar y cantar

Si cuentas en voz alta: uno, dos, tres, cuatro... y sigues hasta que alcances un millón, ¿cuánto tiempo crees que necesitarás?

¿Jardinero rarito?

Un jardinero pretende plantar diez árboles en cinco filas, de tal forma que queden plantados cuatro árboles en cada fila.
¿Podrá conseguirlo?

Adivinanza Matemática

Dime, si eres entendido,
esto como puede ser.
Ni tres son menos que cuatro,
ni dos son menos que tres.

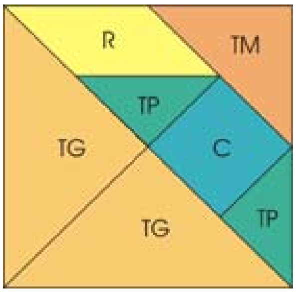
Dos son tres si bien se advierte.
Tres son cuatro si se mira.
Cuatro seis, y de esta suerte,
seis son cuatro sin mentira.

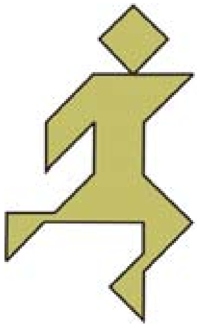
Santiago López Arca y Gonzalo Temperán Becerra

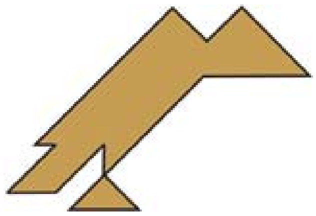
TANGRAM

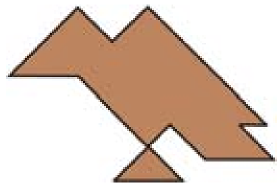
El Tangram Chino es un rompecabezas geométrico, posiblemente inventado en China, que está formado por siete piezas. El reto inicial consiste en construir, utilizando las siete piezas, un número prácticamente ilimitado de figuras de las que únicamente se conoce su silueta.

En China se denomina *Ch'i Ch'ae pan*, es decir, juego de los siete elementos. La cadena *Ch'i Ch'ae* está datada en la época de Chu (740-330 a. de C.); las siete piezas guardan relación con una leyenda china según la cual el hacer pasar un hilo por los agujeros de siete agujas el séptimo día del séptimo mes es augurio de buena suerte.









El tangram se construye a partir de un cuadrado y las piezas que lo forman son: cinco triángulos rectángulos isósceles (2 grandes, 1 mediano y dos pequeños), un cuadrado y un romboide.

En la actualidad el tangram está muy difundido, es fácil de adquirir y suele venir acompañado de una colección de figuras para ser realizadas; existen también bastantes ejemplos de siluetas en los libros de texto de matemáticas. Pero, sobre todo, es muy fácil de construir: un cuadrado de cartulina, unos cuantos cortes… ¡y ya está!

Te invitamos a que te acerques al tangram. Seguramente volveremos sobre él en próximas ocasiones. Como punto de partida puedes empezar construyendo las tres siluetas que aparecen más arriba a modo de ejemplos. Observa que cada una de las letras que forman el título de esta reseña fue realizada utilizando las piezas de un tangram chino, ¿eres capaz de reproducirlas?

Mónica L. N. 2º de ESO.

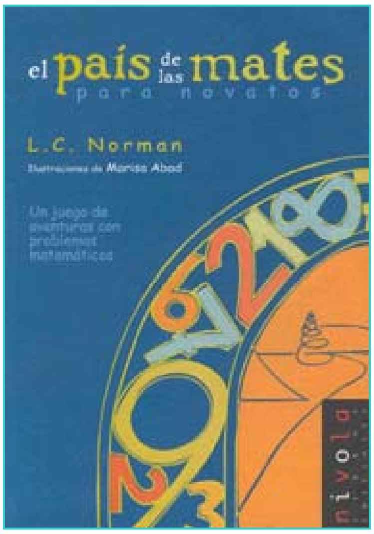
Las construcciones de los matemáticos, como las de los pintores o los poetas, deben ser bellas; las ideas, como los colores o las palabras, deben encajar con armonía. La belleza es el primer requisito: no hay un lugar permanente en el mundo para las matemáticas feas.

G. H. Hardy.

Santiago López Arca y Gonzalo Temperán Becerra

Matemáticas para leer

Título: El país de las mates para novatos.
Autor: L. C. Norman.
Editorial: Nivola. (www.nivola.com).



Estamos ante la prueba tangible de que un libro sobre matemáticas puede ser divertido y además suponer un desafío para mentes curiosas e inquietas. Está lleno de anécdotas interesantes y referencias a otros libros para consultar y profundizar en los temas que se abordan y así poder ampliar horizontes. Sus ilustraciones son claras, lo que facilita la comprensión de los conceptos.

Al tiempo que se adentra en las páginas, el lector debe confeccionar un plano de los lugares por los que va pasando y tomar nota de las puntuaciones que consigue como premio a la resolución de los ingeniosos problemas que se proponen.

Además este libro posee un atractivo añadido: ¡no se lee "todo seguido"! Dependiendo de las soluciones que propongas a las distintas pruebas, tus resultados te harán seguir diferentes itinerarios. Así, por ejemplo, si te atascas en la página 26 deberás proseguir tu camino en la página 37, pero si tu respuesta es correcta tendrás tu premio en la página 30.

Pues ya lo sabéis, si queréis poner a trabajar vuestras neuronas, no dejéis de leer este libro. ¡Yo lo he pasado francamente bien!

Lucía M. Q. 4º ESO.

¿QUIÉN ES?

Tenemos una de las formas más características de representarlo. Eso sí, está troceada en cuatro partes.

Tenemos un jeroglífico que nos da su nombre.

¿De qué matemático se trata? ¿Qué puedes investigar sobre él?

Clic Matemático

¿Hay matemáticas aquí?

UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2005, Número 3, página 109
ISSN: 1815-0640

Normas para publicación en Unión

1. Los trabajos para publicar se deben enviar a union.fisem@sinewton.org. Deben ser originales y no estar en proceso de publicación en ninguna otra revista. Serán remitidos a varios evaluadores y el Comité editorial de la Revista decidirá finalmente sobre su publicación.

2. Los artículos remitidos para publicación deben ser escritos en Word, letra tipo **aria**l, y tamaño **12 puntos**, interlineado sencillo, márgenes de 2,5 cm. en los 4 bordes del papel, tamaño DIN A-4. La extensión no debe ser superior a las 10 páginas, incluyendo figuras. La simbología matemática necesaria se escribirá con el editor de ecuaciones de Word, se insertará como una imagen o se realizarán utilizando los símbolos disponibles en el juego de caracteres "arial". Es importante no cambiar el juego de caracteres, especialmente **evitar el uso del tipo "Symbol"** u otros similares.

3. Las **ilustraciones y fotografías** deben estar situadas en el lugar del texto donde deben ser publicadas. Si es posible, los "pie de foto" se escribirán dentro de un "cuadro de texto" de Word (con o sin bordes) que estará "agrupado" con la imagen de referencia. Se deben numerar usando: Fig. 1, Fig. 2,… Tabla 1, Tabla 2,…

4. El artículo deberá comenzar con un **resumen o abstract**, que tendrá una longitud máxima de 6 líneas. Preferiblemente se redactará también en inglés, además de la lengua original utilizada (español o portugués).

5. Teniendo en cuenta el carácter internacional de la revista, se hace indispensable que cuando los autores se refieran a un determinado sistema educativo nacional lo hagan constar expresamente y que siempre que se trate de un nivel educativo se indique la edad normal de los alumnos, lo que permitirá la comparación con el sistema educativo nacional del lector.

6. Los datos de identificación de los autores deben figurar en la última página del mismo documento word que contiene el artículo. Con el fin de garantizar el anonimato en el proceso de evaluación, solamente estarán los **datos identificativos en** esta **última página**. En ella se hará constar los siguientes datos:
   - **De contacto**: nombre, dirección electrónica, dirección postal, teléfono.
   - **Para la publicación**: centro de trabajo, lugar de residencia y/o del centro de trabajo, así como una breve reseña biográfica de unas cinco líneas (lugar y fecha de nacimiento, títulos, centro de trabajo, publicaciones...).

7. Las referencias bibliográficas se incluirán al final del trabajo (y antes de la hoja de datos identificativos) y deben seguir los formatos que se indican a continuación.

Para un libro:

Bourbaki, N. (1972). *Elementos de historia de las matemáticas.* Alianza, Madrid.

Bermejo, A. (1998). *La enseñanza de la geometría en la educación primaria.* Editorial Pico Alto, Buenos Aires.

Para un artículo:

Ibáñez, M. y Ortega, T. (1997). "La demostración en matemáticas. Clasificación y ejemplos en el marco de la educación secundaria". *Educación Matemática* 9, 65-104.

Díaz, C. y Fernández, E. (2002). "Actividades con ordenador para la enseñanza de la suma". *Revista de didáctica de las matemáticas* 19, 77-87.

Para un capítulo de libro:

Albert, D. y Thomas, M. (1991). "Research on mathematical proof". En: Tall, D. (ed.), *Advanced Mathematical Thinking,* 215-230. Kluwer, Dordrecht.

Hernández, G., Juárez, I. y Lorenzo, K. (1998). "Recopilación de datos estadísticos y su tratamiento en la enseñanza secundaria". En: Nuez, M. y Pérez, O. (eds.), *Segundo Congreso Americano de Educación Matemática,* 223-234. Editorial JJ, Caracas.