

<http://www.fisem.org/www/index.php>  
<https://union.fespm.es/index.php/UNION>

## Un estado del conocimiento de las investigaciones sobre pré-cálculo en Brasil

Fabiana Andrade, Agnaldo Esquincalha, Ana Teresa Oliveira

Fecha de recepción: 28/12/2019  
Fecha de aceptación: 15/04/2020

<p><b>Resumen</b></p>	<p>En este artículo, buscamos comprender que investigaciones sobre las disciplinas que preceden a la disciplina el Cálculo (generalmente llamadas Pré-Cálculo en Brasil) se han desarrollado, sus objetivos, temas, marco teórico, metodología y resultados, es decir, presentar una vista panorámica de los estudios. El corpus de análisis son las revistas científicas más importantes de enseñanza de las Matemáticas en Brasil, además de las actas del Seminario Internacional de Investigación en Educación Matemática, el más significativo en Brasil, entre 2008 y 2018. Encontramos cinco artículos y sus conclusiones indican que los resultados de pre-cálculo no siempre son satisfactorios, lo que nos lleva a reflexionar sobre futuras investigaciones.</p> <p><b>Palabras clave:</b> pre-cálculo; transición de la enseñanza secundaria para la superior; estado del conocimiento.</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>In this paper, we aim to understand what research on disciplines that precede Calculus' (generally called Pre-Calculus in Brazil) have been developed, its objectives, themes, theoretical framework, methodology and results, that is, to present a panoramic view of the studies. Analysis corpus are the most important scientific journals of Mathematics teaching in Brazil, in addition to the proceedings of the International Seminar on Research in Mathematics Education, the most significant in Brazil, between 2008 and 2018. We find five articles that conclusions indicates that the results of Pre-Calculus are not always satisfactory, which leads us to reflect on future research.</p> <p><b>Keywords:</b> precalculus; transition from secondary to tertiary education; state of knowledge.</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>Neste artigo, buscamos compreender quais tipos de investigação vêm sendo conduzidas sobre disciplinas que antecedem Cálculo (usualmente chamadas de pré-cálculo), seus sujeitos, os referenciais teóricos adotados, os percursos metodológicos e os principais resultados, ou seja, apresentar uma visão panorâmica dos estudos. Para tal, nosso corpus de análise foram as revistas brasileiras e internacionais melhor avaliadas na área de Ensino de Matemática no Brasil, além dos Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, no período de 2008 a 2018. Foram encontrados cinco artigos que apontam para resultados nem sempre satisfatórios, o que nos levou a refletir sobre possíveis encaminhamentos para futuras investigações.</p> <p><b>Palavras-chave:</b> pré-cálculo; transição do ensino médio para o superior; estado do conhecimento.</p>

## 1. Introducción

La enseñanza del cálculo diferencial e integral (CDI) es un tema de interés para muchos investigadores en los últimos años. Entre las causas de tal interés podemos destacar: el aumento del número de alumnos en virtud de la expansión de los cursos en Brasil, principalmente los de ingeniería, el alto índice de reprobaciones en la disciplina, el alto índice de evasiones, etc.

Según Rezende (2003), la manera que se abordan los contenidos de CDI en la Educación Superior, en el formato tradicional, prepara el alumno solo para evaluaciones, priorizando ejercicios y demostraciones, lo "cómo hacer" en detrimento del razonamiento sobre "qué" y "porque". Él menciona que el fracaso en la enseñanza del Cálculo es debido, principalmente, a dificultades de naturaleza epistemológica.

Sin embargo, no todo de la enseñanza "normal" de Cálculo son "demostraciones". Esto, en general, es tarea del profesor. Al alumno, cabe la exhaustiva tarea de hacer ejercicios. Para ello existen las interminables y concurridas listas de ejercicios de Cálculo. [...]. Se produce de esta manera otra característica normal de la enseñanza de Cálculo: la prevalencia de la técnica sobre el significado. (Rezende, 2003, p. 13, traducción nuestra)

Rezende (2003) realizó un mapeo de las dificultades de naturaleza epistemológica de CDI, que resultó en cinco dualidades del Cálculo y su enseñanza: discreto / continuo; variabilidad / estancia; finite / infinito; local / global y sistematización / construcción. Para el autor, las ideas del Cálculo no se trabajaban en la enseñanza básica, y sería necesario no anticiparlo, sino iniciar una preparación para su estudio. "Sin embargo, para resolver el problema de la enseñanza de Cálculo, se necesita mucho más: hay que hacer el conocimiento del Cálculo emerger del 'escondite forzado' a que ha sido sometido por las actuales enseñanzas de matemáticas en la escuela". (Rezende, 2003, s.p.)

En el caso de la Educación Matemática en la educación superior, nos preguntamos: ¿cómo se tratan las dificultades de los alumnos ingresantes de los cursos de graduación que tienen el componente CDI en su estructura curricular? En el caso de las matemáticas en la escuela, estamos reconociendo un problema ampliamente discutido por los investigadores del campo en Brasil (Cury, 2004; Iglori, 2009; Nasser, 2009; Lima, Bianchini, Gomes, 2017; Andrade, Esquincaha, Oliveira, 2019), y buscando estrategias para afrontarlo como profesores e investigadores de la educación superior en matemáticas. En ese sentido, concordamos con Gomes et al. (2005, p. 7, traducción nuestra), al afirmaren: "Es cierto que una reforma debería ser iniciada en la escuela, sin embargo, ese alumno está llegando al curso superior y nosotros, profesores universitarios, no podemos enviarlos de vuelta."

Nuestro interés de investigación surgió a partir de la experiencia de los investigadores como profesores de clases de CDI. Por lo tanto, a partir de una revisión de la literatura sobre el "fracaso" de esta disciplina, identificamos algunas iniciativas que se utilizaron para superar este problema, en que una de ellas es la inserción de los cursos pré-cálculo y sus variaciones de nomenclatura, como Cálculo Zero o Fundamentos de Matemáticas, en la universidad.

A partir de la constatación de las dificultades de aprendizaje en la disciplina de CDI, los altos índices de evasión y retención ya revelados en muchas investigaciones,

hemos optado por buscar trabajos que investiguen uno de los esfuerzos de las universidades públicas y privadas para mejorar este escenario. El objetivo de este trabajo fue buscar investigaciones de los últimos 10 años (2008 a 2018) en revistas científicas clasificadas en Brasil en los dos mejores estratos, además de las actas del Seminario Internacional de Pesquisa en Educação Matemática, lo más importante de Brasil, sobre pre-cálculo y sus variaciones. Este texto analiza la cantidad de investigación, sus objetivos, la periodicidad de las publicaciones, qué referencias teóricas se están adoptando, los itinerarios metodológicos, los sujetos, y los principales resultados, totalizando así un Estado de Conocimiento de las investigaciones sobre el pre-cálculo en los dichos años.

Creemos que es importante comprender lo que se ha investigado sobre estas disciplinas que conforman la transición de la escuela secundaria a la universidad, cuáles sus objetivos y procedimientos de enseñanza adoptados, además de posibles resultados sobre su eficacia con relación al éxito en los cursos de CDI.

Este artículo está estructurado de la siguiente manera: iniciamos con una revisión de literatura sobre la problemática de la enseñanza de CDI, identificando cuatro corrientes de investigación, proseguimos con el fundamento teórico-metodológico sobre los estudios de revisión bibliográfica del tipo Estado de Conocimiento para presentar el apoyo metodológico e identificamos las investigaciones que componen nuestro corpus de análisis. Por último, discutimos sus principales elementos para hacer las consideraciones finales, indicando brechas y posibles estudios futuros.

## 2. Revisión de literatura

No podemos negar que, conforme Rezende (2003) identificó y nuestra práctica ha confirmado, algunas cuestiones de naturaleza epistemológica, de la didáctica del contenido y brechas provenientes de la formación del estudiante interfieren directamente en el aprendizaje de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). En el intento de comprender y buscar alternativas de lo que ha sido objeto de investigación con el fin de reducir estas brechas, identificamos en la literatura cuatro líneas de investigación: 1) Inserción de nociones de Cálculo en la Escuela Secundaria, 2) Metodologías diferenciadas para la enseñanza de Cálculo, 3) Refuerzo, tutoría o monitoreo de la disciplina y 4) La disciplina de pre-cálculo en la graduación, tema desta investigación.

La inserción de nociones de Cálculo en la escuela sería una especie de retorno al pasado, cuando la disciplina formaba parte del corpus de contenidos de la Enseñanza Secundaria y que, tras algunos acontecimientos históricos, entre los cuales podemos destacar las reformas educativas brasileñas Benjamín Constant, Capanema y el Movimiento de la Matemática Moderna, fueron sustraídos de la Enseñanza Secundaria. Para Ávila (2006, p. 37), “la derivada fue inventada hace más de tres siglos; y, junto con el concepto de integral, ella es el fundamento de toda la ciencia y tecnología de los últimos trescientos años”, luego, el autor defiende que sea enseñada en la Enseñanza Secundaria de manera intuitiva, sin presentar el concepto de límites. En esta perspectiva, entendemos que, a medida que las discusiones sobre

una Base Nacional Común Curricular<sup>1</sup> para la Enseñanza Secundaria avanzan y se complementan a las discusiones sobre la Nueva Enseñanza Secundaria en Brasil, solamente las escuelas militares (que ya poseen el contenido) y alumnos que opten por profundizar en exactas podrán tener nociones de Cálculo en el currículo. Así, dada la realidad de la Enseñanza Secundaria en Brasil y sus perspectivas futuras, nuestro interés fue buscar en la literatura una manera de lidiar con esas brechas dentro de los cursos en la Educación Superior.

Las metodologías diferenciadas ocupan un espacio mayor en la investigación sobre la enseñanza de CDI. Tal hecho puede ser motivado debido a la amplia gama de trabajos que discuten las dificultades en la enseñanza de Cálculo, como la tesis de Rezende (2003), a la inserción de las tecnologías digitales en la educación, visto que softwares como *GeoGebra* pueden ser aliados para el estudio de funciones, gráficos, problemas de optimización, etc., y la propia práctica docente, en el sentido de que el profesor puede buscar nuevas maneras de reconstruir sus saberes y buscar su desarrollo profesional. En esta perspectiva, destacamos los trabajos de Rezende, Pesco y Bortolossi (2012) que proponen uso de actividades en *GeoGebra* para explorar aspectos variacionales en el estudio de las funciones lineales, cuadráticas y exponenciales, y Almeida, Factori y Souza (2010), que proponen el modelado matemático como recurso.

Hay una corriente que se apoya en el monitoreo y tutoría para minimizar las dificultades de los alumnos. Tales prácticas son una realidad en la casi totalidad de universidades brasileñas con la disciplina CDI, pero pocas investigaciones discuten tal tema, que sugiere que alumnos más experimentados o estudiantes de posgrado puedan auxiliar tanto en aspectos del contenido como cognitivos, como la gestión del tiempo. El monitoreo puede contemplar los contenidos del Cálculo y otros de la educación básica, rozando otras dos tendencias identificadas. En esta perspectiva, Santos, Pinto, Souza y Félix (2016) relataron la experiencia de la tutoría de en una universidad de Rio de Janeiro, realizada por los alumnos de la licenciatura en Matemáticas, con utilización del software *GeoGebra*, concomitante al curso de CDI.

En lo que se refiere a la inserción del curso pre-cálculo en la graduación, observamos que eso es una realidad en muchas universidades, todavía hay poca literatura al respecto, lo que justifica nuestro interés de investigación. El curso puede ocurrir de varias maneras: como un curso de verano, anterior al inicio de las clases y normalmente de forma intensiva, o como una disciplina en lo que antecede a la disciplina CDI o es concomitante al curso. En algunas universidades ocurre de forma presencial, en otras a distancia o semipresencial. En esta última perspectiva, podemos destacar los trabajos de Pereira (2014), que investigó la percepción de los licenciandos sobre un curso semipresencial de pre-cálculo, teniendo como principales resultados la mala gestión del tiempo por los estudiantes, el bajo acceso y la persistencia de dificultades, evidenciando que la (re)construcción de los conocimientos matemáticos no es una tarea simple y rápida. Es en esta corriente que el interés de investigación se inserta, ya que es una realidad actual y creciente de las

---

<sup>1</sup> Recuperado el 27 de diciembre de 2019 desde: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>.

universidades brasileñas, dada la constatación de que la Enseñanza Secundaria puede no preparar al alumno para la Enseñanza Superior en los cursos de Ciencias Exactas.

A lo largo de las lecturas, observamos que muchos esfuerzos han sido colocados por instituciones y docentes para garantizar el éxito de los alumnos en la disciplina CDI. Nuestra preocupación por observar una de ellas no es comparar técnicas o discutir cuál de ellas es más eficaz, pero sí, dado el escenario actual de inserción de la disciplina en la Enseñanza Superior, analizar sus aspectos sociales, epistemológicos y cognitivos, ya que hay algunas cuestiones que anteceden propuestas, como el estudio realizado por Rezende (2003).

### 3. Marco Teórico

En esta sección, examinamos la origen y relevancia de los estudios del tipo Estado del Arte y sus variaciones principales. Según Romanowski y Ens (2006), en los últimos años hubo un aumento considerable de programas de posgrados, periódicos y eventos científicos, lo que generó una pluralidad de temas abordados, cada cual con sus especificidades. Así, las investigaciones del tipo Estado del Arte, que ya eran comunes en los Estados Unidos, surgieron en Brasil para realizar mapeos, examinando el conocimiento elaborado y apuntando enfoques, temas en evidencia y brechas de la pluralidad de investigaciones sobre alguna área.

Más recientemente, ya se diferenciaron las investigaciones del tipo mapeo de las del tipo Estado del Arte, que se preocupan más por la distribución geográfica de las investigaciones y sus procesos de construcción. Según Fiorentini, Passos y Lima (2016, p. 18, traducción nuestra)

El mapeo de la investigación se diferencia del Estado de la Arte de la investigación, pues el primero hace referencia a la identificación, localización y descripción de las investigaciones realizadas en un determinado tiempo, espacio y campo de conocimiento. El mapeo se preocupa más por los aspectos descriptivos de un campo de estudio que con sus resultados.

El crecimiento de las investigaciones del tipo Estado del Arte, según Ferreira (2002) tuvo como una de las causas la elaboración de un conjunto significativo de estas investigaciones, incentivadas por la iniciativa del Ministério de Educación de Brasil, que creó la serie Estado del Conocimiento, formada por ocho publicaciones lanzadas entre los años 2000 y 2002. Según la autora, ese movimiento fue motivado por la sensación de desconocimiento sobre la totalidad de estudios e investigaciones en determinada área, consecuencia del crecimiento cuantitativo y cualitativo en detrimento de la poca divulgación sobre cierta producción académica.

Aún hoy hay crecimiento de las investigaciones de este tipo. Palanch y Freitas (2015) hicieron una búsqueda vía internet en el Banco de Tesis de la Coordinación de Perfeccionamiento de Personal de Nivel Superior (Capes) de Brasil, por medio de los descriptores Estado del Arte y Estado del Conocimiento en el período comprendido entre 1987 y 2012, contabilizando un total de 1628 producciones, entre disertaciones de maestría y tesis de doctorado, que presentaron tales expresiones en sus títulos, en las palabras clave o en el resumen. De estas 76,5% ocurrieron en el período de 2003 a 2012. Tal hecho evidencia el crecimiento de las investigaciones de ese tipo en Brasil en la última década.

Al considerar sólo las investigaciones del tipo Estado del Arte y Estado del Conocimiento en el área de Educación Matemática, el autor encontró 1 tesis y 26 disertaciones. Entre los temas dirigidos a la Educación Matemática, destacan: enseñanza y aprendizaje de Álgebra Lineal, enseñanza y aprendizaje del concepto de función, la historia de la Educación Matemática, Tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra, la enseñanza de Estadística y Probabilidad.

Trayendo información sobre el estado del arte y el mapeo a nuestro objetivo de investigación, no pudimos considerar nuestro estudio como ninguno de ellos, visto que en el caso de Romanowski y Ens (2006), estos estudios abarcan un corpus de análisis más extenso, lo que incluso es una limitación de ellos, por el tiempo demandado.

Para realizar un "estado del arte" sobre "Formación de Profesores en Brasil" no basta sólo estudiar los resúmenes de disertaciones y tesis, son necesarios estudios sobre las producciones en congresos en el área, estudios sobre las publicaciones en periódicos del área. El estudio que aborda solo un sector de publicaciones sobre el tema estudiado se llama "estado del conocimiento". (Romanowski y Ens, 2006, p. 39-40, traducción nuestra).

Así, como la investigación conducida por nosotros delimitó el tema pre-cálculo dentro de la subárea de las Matemáticas de la Enseñanza Superior, y sólo dos tipos de publicaciones: revistas científicas clasificadas en Brasil en los dos mejores estratos y las actas del Seminario Internacional de Pesquisa en Educación Matemática (SIPEM), entre 2008 a 2018, llamamos a nuestro estudio de un Estado del Conocimiento de las investigaciones sobre pre-cálculo en los últimos 10 años. Es importante resaltar que este estudio tampoco está encuadrado en el tipo de investigaciones denominado mapeo, pues los resultados eran considerados importantes para nosotros, en el sentido de apuntar posibles brechas y sugerencias de estudios. Los resultados son, incluso, una de nuestras categorías de análisis, y no fue nuestro interés clasificar investigaciones de acuerdo con la región, lo que es una de las características del mapeo.

Según Romanowski (2002) y Ferreira (2002), los caminos metodológicos comúnmente utilizados para las investigaciones del tipo Estado del Arte y que también utilizamos para realizar esta investigación, con algunas adaptaciones, son: 1) definición del área de conocimiento que se debe investigar, en nuestro caso la transición de la Enseñanza Secundaria para la Enseñanza Superior y la subárea de Pre-Cálculo y definición de criterios temporales, de 2008 a 2018; 2) definición de los descriptores para direccionar las búsquedas: pre-cálculo, nociones de cálculo, cálculo cero, fundamentos de matemáticas; 3) localización de los bancos de periódicos para acceso a los trabajos completos, cuyo foco fueron los periódicos con clasificación en los dos mejores estratos en Brasil en el cuatrienio 2013-2016. Para ello, consultamos el Portal de Periódicos de Capes, Google Académico, sitios de los periódicos con la clasificación citada y las actas del SIPEM, e inicialmente encontramos trece trabajos en las condiciones establecidas; 4) lectura de los resúmenes en que fueron excluidos nueve de los trece trabajos, por el hecho de la palabra pre-cálculo y sus variaciones estar contenidas, pero no ser uno de los focos de investigación; 5) tras el recorte preliminar, procedemos a la lectura de los cinco textos restantes en su totalidad. En ese momento recurrimos a las recomendaciones de Zuffo (2011), que presentó detalladamente el uso del editor de hojas, tanto en la etapa de recolección y selección

del material como en el análisis, a través de la creación de columnas en las que se copian los extractos del texto analizado que contiene la referencia al indicador analizado; 6) organización y sistematización de las síntesis, identificando relaciones, divergencias, tendencias y estableciendo categorías, considerando tema, año, sujetos de investigación, enfoques teóricos, objetivos, metodologías y resultados; 7) finalmente, procedimos al análisis de los datos y elaboración del apunte de brechas y posibles encaminamientos.

Con relación a la limitación de nuestros estudios, sabemos que nuestra investigación está dotada de la subjetividad de quien selecciona las investigaciones, y nuestro recorte temporal y el tipo de publicaciones escogidas interfieren directamente en el análisis. Según Ferreira (2002, p. 269, traducción nuestra):

(...) un investigador jamás tendrá control sobre su objeto de investigación al intentar delimitar su corpus para escribir la historia de determinada producción. O mejor, es ilusorio pensar que (...) el investigador estará escribiendo la Historia de la producción académica de la Educación sobre determinada área, en el país. Él estará, cuando mucho, escribiendo una de las posibles Historias, construida a partir de la lectura de esos resúmenes.

Además, nuestro recorte temporal también revela la provisoriedad y inconclusión de los resultados de las investigaciones, pues los conceptos y entendimientos van siendo modificados a medida que el campo se desarrolla.

#### 4. Presentación y discusión de los resultados

Nuestro corpus de análisis es formado por cinco artículos, los cuales relacionamos en la tabla 1 de acuerdo con el título, año de publicación, autor y tipo de publicación:

Título	Año	Autor	Publicación
A transformação das relações com o saber matemático de alunos ingressantes na universidade	2016	Pedro Augusto Pereira Borges, Mércles Tadeu Morethi	Revista Acta Scientiae
Impacto de programas auxiliares na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I	2015	Giselle Costa de Sousa	Actas del VI SIPEM
Associando pesquisa e intervenção em uma disciplina de introdução ao Cálculo: um estudo de caso na UFRJ	2015	Valéria Moura da Luz, Ângela Rocha dos Santos	Revista Educação Matemática Pesquisa
Pré-Cálculo e a formação inicial de professores de Matemática: resultados preocupantes de um teste diagnóstico	2013	Susana Fernandes, Ana C. Conceição	Revista Lusófona de Educação
Transição do ensino médio para o superior: como minimizar as dificuldades em Cálculo?	2012	Lilian Nasser, Geneci Alves de Sousa, Marcelo Abreu Torraca	Actas del V SIPEM

Tabla 1: Artículos del corpus de análisis

Los artículos fueron ordenados cronológicamente a partir de lo más reciente, y es posible percibir la gran escasez de trabajos que abordan la problemática del pre-

cálculo, con una brecha entre los años 2008 y 2011. De hecho, sólo el artículo de Luz y Santos (2015) tiene como foco principal pre-cálculo, pero algunos aspectos relacionados a ella, como sus contenidos y sus posibles impactos en el aprendizaje de los alumnos. Con relación a las actas del SIPEM, nuestro recorte temporal incluía el VII SIPEM, realizado en 2018, pero no encontramos trabajos relacionados al tema. Sólo una publicación de cada una de las 5ª y 6ª ediciones aborda la temática, todos del Grupo de Trabajo 4, titulado “Educación Matemática en la Enseñanza Superior”.

Con relación a los periódicos, nuestro corpus cuenta con un artículo de una revista en el área de Educación y otro en una revista cuyo foco es la Enseñanza de Ciencias y Matemáticas. En el caso de la enseñanza de matemáticas, se puede observar que, entre 2008 y 2018, solamente un periódico del área de Educación Matemática publicó una investigación relacionada con el tema, lo que puede evidenciar poco interés de los investigadores que, según De Lima, Bianchini y Gomes (2017), se centran en la enseñanza de Cálculo Diferencial e Integral. En el mapeo que los autores realizaron en todas las actas del SIPEM, solamente tres de los 139 trabajos analizados abordaban la transición de la Enseñanza Secundaria hacia la Superior, en que el pre-cálculo puede estar inserto.

A partir de los artículos seleccionados, separamos nuestro análisis a partir de las principales características de la investigación, siendo ellas: metodología, sujetos, objetivos, problemáticas, abordajes teóricos, trayectorias metodológicas y resultados.

Sobre el tipo de investigación, todas se clasifican como cualitativas, siendo la de Borges y Morethi (2016) del tipo descriptivo, la de Sousa (2015) del tipo investigación-acción y Nasser, Sousa y Torraca (2012) del tipo Investigación sobre la Propia Práctica (IPP). A pesar de no estar explícito en el texto, Fernandes y Conceição (2013) también conducen una investigación cualitativa, que nos parece del tipo descriptivo y que utiliza el análisis de errores para discutir sus resultados. A pesar del corpus reducido, es posible percibir la ausencia de estudios cuantitativos o mixtos que, dada la realidad de la inserción de cursos de pre-cálculo en muchas universidades, discutir las metodologías adoptadas por sus profesores, el perfil de los alumnos y el índice de aprobaciones, cerramientos y retenciones. Tal hecho va al encuentro de lo que Gatti (2014) afirma en relación con la baja cantidad de investigaciones cuantitativas o mixtas conducidas por investigadores en el área de la Educación.

En tres investigaciones fue posible identificar a los investigadores como profesores de las disciplinas, lo que es característica de la IPP mencionada en una de ellas y, en algunos casos, de la investigación-acción. Así, podemos inferir que existen objetivos de desarrollo profesional de los docentes. Según Puente (2004) la IPP es realizada por profesores investigadores y se centra en un objeto complejo, lo que normalmente ocurre de manera colaborativa en la búsqueda de estrategias para lidiar con los problemas que surgen en la actividad profesional, que es el caso de Nasser, Sousa y Torraca (2012), que componen un grupo de estudios sobre la Transición de la Enseñanza Secundaria para la Superior, en el Projeto Fundação, de la Universidade Federal do Rio de Janeiro. En relación a la investigación-acción en el campo educativo, ella es "principalmente una estrategia para el desarrollo de profesores y investigadores de modo que ellos puedan utilizar sus investigaciones para perfeccionar su enseñanza y, en consecuencia, el aprendizaje de sus alumnos" (Tripp, 2005), es decir, el investigador planea la práctica, actúa sobre ella, describe

tales acciones y las evalúa, en un ciclo que termina cuando el profesor-investigador juzga sus resultados satisfactorios. La investigación de Sousa (2015) describe solamente un ciclo, los cuales juzgamos cómo no finalizado, debido a la naturaleza de los resultados presentados que discutiremos más adelante. Las autoras Fernandes y Conceição (2013) también eran profesoras en la disciplina que investigaron, pero sus preocupaciones son con relación al desarrollo profesional de los sujetos de investigación, que eran profesores en formación, alumnos de una maestría en la Enseñanza de Matemáticas.

En relación con los sujetos, en tres investigaciones, ellos eran estudiantes de graduación de cursos diversos y en el caso del trabajo Fernandes y Conceição (2013), profesores en formación, estudiantes de un curso de Maestría en Enseñanza de Matemáticas, en el local de la investigación, que es Portugal. Este país cuenta con la especificidad de estar incluido en el Proceso de Bolonia, documento firmado por los Ministros de Educación de varios países europeos en 1999. Las autoras observan impactos negativos en el conocimiento de contenido de los profesores relativos a los temas del pre-cálculo. Uno de los desdoblamientos del Proceso de Bolonia fue la reducción de la duración de las licenciaturas para tres años (en el caso de Portugal) y el requisito para la calificación de la enseñanza, un curso de maestría en Enseñanza de las Matemáticas, requerida, en el que los autores fueron maestros de una disciplina relativa a las matemáticas escolares. De este modo, es posible observar una brecha en la literatura acerca del papel de la disciplina en el contexto de la formación inicial de los profesores en Brasil o que tengan como objeto la práctica de los profesores de Enseñanza Superior.

En lo que se refiere a las problemáticas de investigación, los cinco trabajos abordan las dificultades de aprendizaje y posibles brechas que sus respectivos sujetos traen de las experiencias anteriores. Así, percibimos una preocupación con un posible fracaso con relación a los contenidos matemáticos que deberían ser estudiados en la escuela, que impregna los trabajos. Además, en el caso de Fernandes y Conceição (2013), este problema interfiere directamente en el conocimiento del contenido de los futuros profesores. Para las autoras, las dificultades identificadas señalan lo que Félix Klein (1849-1925) aún en el siglo XIX llamó de doble discontinuidad. Para este matemático, uno de los primeros a preocuparse por la formación de los profesores, los alumnos de los cursos de licenciatura en matemáticas deberían olvidar las matemáticas escolares para tener éxito en su vida académica y, posteriormente, al iniciar su práctica profesional, olvidar las matemáticas de la universidad para enseñar las matemáticas escolares (Klein, 2009). En el contexto de la investigación, los futuros profesores presentaban brechas en conocimientos relativos al pre-cálculo incluso cuando ya habían finalizado la disciplina sobre las matemáticas básicas en el curso de maestría, que no habían sido sanadas durante la licenciatura.

Una pluralidad de enfoques teóricos se observó en las encuestas. En Borges y Morethi (2016) el núcleo de la investigación fue la transformación de las relaciones de saber matemático de siete alumnos de una disciplina de pre-cálculo a partir del enfoque de Charlot en una recontextualización en la Educación Matemática. Fernandes y Conceição (2013), tuvieron en su referencial teórico los trabajos de Lee Shulman, Deborah Ball y sus colaboradores en el contexto de los saberes docentes y del Conocimiento Matemático para la Enseñanza, específicamente los de contenido,

y Félix Klein, en lo que se refiere a la doble discontinuidad en la formación de los profesores.

Fuera de dicho contexto, pero yendo al encuentro de las dificultades de contenido matemático, Nasser, Sousa y Torraca (2012) se apoyaron en los trabajos de Anna Sierpinska sobre las dificultades en la enseñanza de funciones y apuntes, en Wanderley Rezende sobre las dificultades en la enseñanza de CDI, y Lilian Nasser sobre el desempeño de los alumnos en el trazado de gráficos. Luz y Santos (2015), se apoyaron en las nociones de imagen de concepto de David Tall y presentan una propuesta de actividad basada en la resolución de problemas para facilitar las operaciones de conversión y tratamiento de la teoría de registros semióticos de Raymond Duval.

Por último, Sousa (2015) toma como base las ideas de Marcelo Borba y de Pierre Lévy de las tecnologías digitales en la educación, recurso explotado en su investigación y que también aparece en la disciplina de maestría ideada por Fernandes y Conceição (2013). Así, no observamos ninguna tendencia de abordaje teórico, evidenciando que los investigadores han asumido perspectivas muy distintas, lo que puede ocurrir como consecuencia de ser un área poco explotada.

En lo que se refiere a los recorridos metodológicos, como es característica de las investigaciones de cuño cualitativo, los cuestionarios, entrevistas y observaciones fueron utilizados como fuentes de datos. La aplicación de pruebas y actividades también apareció en la mayoría de los trabajos, como en el de Luz y Santos (2015). Tal hecho era esperado por nosotros, teniendo en cuenta las problemáticas relacionadas con las dificultades de aprendizaje en los conceptos de las matemáticas básicas. La técnica de análisis de errores fue identificada en las investigaciones de Fernandes y Conceição (2013), única que utilizó sólo la prueba diagnóstica con los alumnos como fuente de datos, durante la disciplina de máster y un año después de su término.

Nasser, Sousa y Torraca (2012) realizaron un recorrido que se inició con análisis de libros didácticos de Enseñanza Secundaria y CDI, en el tema de bosquejo de gráficos, atravesó por actividades diagnósticas y finalizó con cuestionarios donde los alumnos relataban sus dificultades en el aprendizaje del tema. Sousa (2015) presentó un conjunto de acciones auxiliares para alumnos de Cálculo, referentes a las matemáticas escolares, pero insertadas en el contexto del CDI, tales como turnos de dudas y monitoreo orientado. Para evaluarlas, aplicó un cuestionario inicial para captar las expectativas de los estudiantes, recogió los registros escritos de los alumnos, realizó observaciones y condujo entrevistas semiestructuradas al final, que se enfrentaron con las notas de los discentes. Borges y Morethi (2016) articularon los resultados de pruebas de aprendizaje con entrevistas y cuestionarios antes y después de la disciplina, para evaluar la transformación en las relaciones con el saber matemático.

El último eje que analizamos fue el resultado, que es uno de los objetivos de las investigaciones del tipo Estado del Conocimiento. En este eje, los estudios parecen converger hacia lo que Borges y Morethi (2016) concluyeron: las relaciones con el saber matemático de los ingresantes son influenciadas por otros factores, como socioeconómicos y culturales de la historia de vida, y el período de un semestre puede no ser suficiente para superar las dificultades y brechas de los estudiantes en los

contenidos matemáticos. Según los autores, las prácticas pedagógicas tienen influencia sobre las relaciones epistémicas e identitarias, esas sí pasibles de cambios en un corto período. Las dificultades y limitaciones que los discursos traen de su historia escolar generan temores, miedos y baja autoestima que muchas veces impiden su superación. Así, algunas transformaciones superficiales en las relaciones con el saber matemático ocurren por la presión del ritmo académico, y se van consolidando a lo largo del curso.

Este hecho puede explicar los resultados de Sousa (2015), que con varias iniciativas como turnos de dudas, monitoreo orientado, uso de tecnologías digitales, aún tuvo como resultado un elevado número de reprobaciones. A pesar de que los alumnos que frecuentaban los programas auxiliares habían obtenido resultados superiores al índice general de la clase, respuestas dadas por los alumnos en el cuestionario de evaluación en relación a la justificación para sus dificultades fueron justamente la ausencia de un componente curricular formal antecedente al CDI, el pre-cálculo.

Nasser, Sousa y Torraca (2012) también identificaron dificultades: los sujetos, en general, tenían un conocimiento superficial de funciones y sus gráficos, siendo una de las más recurrentes en el análisis de funciones lineales y cuadráticas, definidas por más de una sentencia. Los alumnos egresados de las mejores escuelas de Rio de Janeiro no presentaban los mismos errores que los demás, debido a un trabajo diferenciado que se hacía en estas escuelas, en la Enseñanza Secundaria. Los autores concluyen que un trabajo pedagógico diferenciado, explorando funciones definidas por partes y esbozo de gráficos por medio de traslaciones, incluso con el uso de tecnologías digitales como en Sousa (2015), Luz y Santos (2015) y en Fernandes y Conceição (2013), es necesario para desarrollar lo que llaman de "prontitud para el Cálculo". De hecho, no se sugiere un cambio de currículo en Matemáticas en la Enseñanza Secundaria, pero un enfoque diferenciado. Los autores comprenden que, aunque varias acciones venían siendo desarrolladas, como la inserción de la disciplina de pre-cálculo, la solución para el problema aún no fue encontrada. Por eso, sugieren un trabajo específico con los ingresantes, con el fin de llenar vacíos de aprendizaje, lo que se realizó en la investigación de Sousa (2015), pero sin institucionalización de una disciplina de pre-cálculo, y por Luz y Santos (2015), formalmente con una disciplina de Introducción al Cálculo, concomitante al curso de CDI.

Fernandes y Conceição (2013) también identificaron varias brechas, pero en la formación inicial de los profesores, principalmente en la resolución de ecuaciones e inequidades y en el cálculo de límites. Las autoras reconocen que, para enseñar matemáticas, es necesario más que saber el contenido, pero que eso es determinante para la actuación del profesor. Por lo tanto, sugiere un estudio más exhaustivo a la caída de las disciplinas en la Matemáticas Básicas en los másteres en Enseñanza de Portugal o en las Licenciaturas en Matemáticas, ya que las matemáticas académicas pueden no ser suficiente para colmar esas brechas, lo que refuerza la idea de la doble discontinuidad de Klein (2009).

## 5. Conclusiones

En vista de nuestro interés de investigación en el campo de la Transición de la Enseñanza Secundaria hacia la Superior, y a partir de la constatación del gran enfoque dado a los estudios sobre enseñanza de CDI, buscamos investigar qué se está haciendo para reducir el salto en el enfoque de contenido matemático a esta disciplina. Para esto, realizamos una revisión de la literatura e identificamos cuatro tendencias para resolver este problema: (1) inserción de nociones de Cálculo en la Enseñanza Secundaria, (2) metodologías diferenciadas para la enseñanza del Cálculo y (3) refuerzo, tutoría o monitoreo de la disciplina y (4) la disciplina de pre-cálculo formalmente instituida en la universidad. Destacamos que, a pesar de la tendencia 3 estar en el trabajo de Sousa (2015), el refuerzo era referente a las matemáticas básicas, diferente de lo que identificamos en la literatura, relativa a los contenidos de CDI.

A partir de la constatación de que el pre-cálculo ya es una realidad en muchas universidades, y del hecho de que estamos conscientes del alto número de evasiones y reprobaciones en CDI debido a nuestra actuación profesional, buscamos en este trabajo volver nuestra mirada hacia lo que se está siendo investigado y discutido en relación al pre-cálculo y sus variaciones, los objetivos de las investigaciones, sujetos, recorridos metodológicos, referenciales teóricos adoptados y resultados.

Para alcanzar nuestro objetivo, realizamos un estudio del tipo Estado del Conocimiento, teniendo en vista el recorte temporal de 2008 a 2018, de las revistas científicas con clasificación en los dos mejores estratos, en Brasil, y las actas del SIPEM, en que se analizaron cinco trabajos. Por eso, ratificamos que aquí presentamos uno de los estados de conocimiento posibles para el tema pre-cálculo, no necesariamente como una disciplina, pero como un conjunto de contenidos de las matemáticas básicas necesarios para el estudio del CDI y que ocurre en la Enseñanza Superior. Por eso, teniendo en vista la escasez de investigaciones relacionadas con la disciplina formalmente instituida, de los trabajos considerados, dos eran relativos a la disciplina, y otros dos relativos a programas auxiliares como acciones afirmativas para los ingresantes.

Nuestros análisis indican que los principales objetivos de las investigaciones fueron superar las dificultades de los ingresantes, teniendo en el pre-cálculo una posibilidad de revisión de contenidos y colmar de brechas de los estudiantes. Borges y Morethi (2016) fueron más adelante, afirmando que las transformaciones del saber matemático son superficiales en el espacio del primer semestre de graduación, consolidándose a lo largo del curso. Esta consolidación no fue observada por Fernandes y Conceição (2013), ya que futuros profesores en una maestría en Enseñanza de Matemáticas todavía presentaban brechas en las matemáticas básicas.

Además, observamos que la mayoría de los sujetos eran alumnos ingresantes de diversos cursos y hay una pluralidad de abordajes teóricos que permiten mirar la problemática a partir de lentes distintas. Las metodologías, por más variadas, tenían como similares el uso de cuestionarios, entrevistas y observaciones, típicas fuentes de datos de investigaciones cualitativas. El hecho de la metodología IPP y la investigación-acción ocurren, muestran una preocupación de los profesores universitarios con su práctica, además de la permanencia y éxito de los alumnos.

Sobre el uso de recursos, las investigaciones parecen convergir con la necesidad de uso de tecnologías digitales en la enseñanza del pre-cálculo, mostrando una tendencia que no es exclusiva de la educación superior ni de la disciplina. Esto puede ser sugerido debido a que la Enseñanza Secundaria explora tradicionalmente la perspectiva estática de las funciones y el curso de CDI, la variacional, lo que puede ser explorado con los controles deslizantes de *GeoGebra*, por ejemplo, entre otros *softwares*. Sabemos que si bien se sugieren tecnologías digitales y metodologías activas, su uso debe discutirse, pues hay otros obstáculos a ser vencidos, de naturaleza cognitiva y epistemológica, que fueron señalados en Rezende (2003). Según Bairral (2015, p. 14, traducción nuestra):

A pesar de la tecnología contribuye con nuevas arquitecturas socio cognitivas, ésta no debe asumir el papel esencial en el aprendizaje, es decir, no debe ser vista como la garantía para el aprendizaje. Es importante reflexionar sobre las percepciones conceptuales involucradas en cada contexto.

Fue posible observar, a partir del análisis de datos, que el campo carece de estudios que discutan el pre-cálculo. De este modo, nuestros encaminamientos son el desarrollo de investigaciones que busquen comprender mejor el papel de la disciplina en cursos específicos, pues entendemos que ellos difieren, por ejemplo, en un curso de Licenciatura en Matemáticas y en cursos de Ingeniería. ¿Existe un consenso sobre la necesidad de la disciplina en las universidades? Es necesario reflexionar, antes de implementar acciones, qué contenidos deben ser insertados, cuáles son los objetivos de las disciplinas, si deben ser ofrecidas de manera obligatoria o no, sus cargas horarias, etc. A partir de esos estudios preliminares, será posible pensar en metodologías de enseñanza, el uso de tecnologías digitales y posibles materiales didácticos específicos, puesto que ya existe, en las editoriales, libros para el pre-cálculo y así, evaluar el impacto de tales acciones en el desempeño de los alumnos, este último pudiendo ser hecho incluso con un estudio cuantitativo o mixto.

También percibimos que la literatura carece de estudios que tengan como sujetos los profesores de la disciplina, ya que son profesores universitarios que pueden o no tener experiencia con la enseñanza de las matemáticas básicas. A partir de esto nos preguntamos: ¿cómo es la práctica de la enseñanza previa al cálculo? En el contexto de las licenciaturas en Matemáticas, ¿cómo los formadores tratan las matemáticas escolares? ¿Hay alguna discusión con vistas a la enseñanza, en las disciplinas de pre-cálculo, cuando están insertadas en la licenciatura?

Este estudio nos permitió una mirada orientada al pre-cálculo y lo que ya fue investigado a su respecto. Nuestro estudio, por lo tanto, apunta a la necesidad de investigaciones sobre el tema y, a partir de nuestros encaminamientos, esperamos que otros investigadores del campo de la Educación Matemática desarrollen estudios que permitan clarificar las ideas sobre pre-cálculo y que contribuyan al área de la Transición de la Enseñanza Secundaria para la Enseñanza Superior en Matemáticas.

## 6. Bibliografía

ALMEIDA, L. M. W.; FATORI, L. H.; SOUZA, L. G. S. (2010). *Ensino de Cálculo: uma abordagem usando Modelagem Matemática*. Revista Ciência e Tecnologia, v. 10, n. 16.

- ANDRADE, F.; ESQUINCALHA, A.; OLIVEIRA, A. T. (2019). *O pré-cálculo nas licenciaturas em matemática das instituições públicas do Rio de Janeiro: o prescrito*. Revista Vidya, v. 39, n. 1, p. 131-151.
- AVILA, G. (2006). *Limites e derivadas no Ensino Médio?* Revista do Professor de Matemática, São Paulo, n. 60, 30-38.
- BAIRRAL, M. A. (2015) *As TIC e a licenciatura em matemática: Em defesa de um currículo focado em processos*. Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática, v. 6, n. 1.
- BARROS, R. M, MELONI, L. G. P. (2006). *O processo de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral por meio de metáforas e recursos multimídia*. In: Anais XXXIV COBENGE, Passo Fundo, RS.
- BORGES, P. A. P.; MORETTI, M. T. (2017). *A Transformação das Relações com o Saber Matemático de Alunos Ingressantes na Universidade*. Acta Scientiae, v. 18, n. 3.
- CURY, H. N. (2004). *Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos, propostas*. EDIPUCRS.
- FERNANDES, S.; CONCEIÇÃO, A. C. (2013). *Pré-cálculo e a formação inicial de professores de Matemática: resultados preocupantes de um teste diagnóstico*. Revista Lusófona de Educação, n. 25.
- FERREIRA, N. S. A. (2002). *As pesquisas denominadas estado da arte*. Educação & sociedade, v. 23, num 79. p. 257-272, Unicamp. Campinas.
- FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B; LIMA, R. C. R. (Orgs.). (2016). *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 - 2012*. Campinas, SP: FE/UNICAMP.
- GATTI, B.A. (2004). *Estudos quantitativos em educação*. Educação e Pesquisa, v. 30, n. 1.
- GOMES, G. H.; LOPES, C. M. C.; NIETO, S. S. (2005). *Cálculo zero: uma experiência pedagógica com calouros nos cursos de engenharia*. In: Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, 33, 2005, Campina Grande. Anais... Campina Grande: UFPB.
- IGLIORI, S. B. C. (2009). *Considerações sobre o ensino do cálculo e um estudo sobre os números reais*. In: FROTA, M. C. R; NASSER, L. Educação Matemática no ensino superior: pesquisas e debates. Recife: SBEM, p. 11-26.
- KLEIN, F. (2009) *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior*. Volume I, Parte I: Aritmética. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática.
- LIMA, G. L.; BIANCHINI, B. L.; GOMES, E. (2017). *Cálculo e Análise: Mapeamento das pesquisas do GT04-Educação Matemática no Ensino Superior*. Revista VIDYA, v. 37, n. 2, p. 317-334.
- LUZ, V. M.; SANTOS, A. R. (2015). *Associando Pesquisa e Intervenção em uma Disciplina de Introdução ao Cálculo: um Estudo de Caso na UFRJ*. Educação Matemática Pesquisa, v. 17, n. 1, p. 74-93.
- NASSER, L.; SOUSA, G. A; TORRACA, M. (2012). *Transição do ensino médio para o superior: como minimizar as dificuldades em cálculo*. Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Petrópolis, RJ.
- NASSER, L. (2009). *Uma pesquisa sobre o desempenho de alunos de cálculo no traçado de gráficos*. In: FROTA, M. C. R; NASSER, L. Educação Matemática no ensino superior: pesquisas e debates. Recife: SBEM, p. 43-56.

- PALANCH W. B. L., FREITAS A. V. (2015). *Estado da Arte como método de trabalho científico na área de Educação Matemática: possibilidades e limitações*. Perspectivas da Educação Matemática, v. 8, n. 18, p- 784-802.
- PEREIRA, J. C. (2014). *(Re) Construção de saberes matemáticos: uma proposta de curso de Pré-Cálculo no Moodle*. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Instituto Federal Fluminense, Campos dos Goytacazes.
- PONTE, J. P. (2004). *Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática*. Educar em Revista, 24, p. 37-66.
- REZENDE, W. M. (2003). *O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo.
- REZENDE, W. M.; PESCO, D. U.; BORTOLOSSI, H. J. (2012). *Explorando aspectos dinâmicos no ensino de funções reais com recursos do GeoGebra*. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, [S.l.], v. 1, n. 1, p. 74-89.
- ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. (2006). *As Pesquisas Denominadas Do Tipo "Estado da Arte" Em Educação*. Revista Diálogo Educacional, v. 6, n. 19, p. 37-50.
- ROMANOWSKI, J. P. (2002). *As licenciaturas no Brasil: um balanço das teses e dissertações dos anos 90*. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo.
- SANTOS, D. M. M, PINTO, G. M. F., SOUZA, I. A, FELIX, L.V. (2016). *Atividades de tutoria: uma alternativa ao fracasso em cálculo diferencial e integral*. In: Anais XII ENEM. Tatuapé, São Paulo.
- SOUSA, G. C. (2015). *Impacto de programas auxiliares na disciplina de cálculo diferencial e integral I*. In: Anais VI Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática - SIPEM. Pirenópolis.
- TRIPP, D. (2005). *Pesquisa-ação: uma introdução metodológica*. Educação e Pesquisa, v. 31, n. 3, p. 443-466.
- ZUFFO, D. (2011). *A formação de professores para o uso das tecnologias educacionais: o que apontam as teses e dissertações defendidas no Brasil no período de 2003 a 2008*. 149 f. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba.

**Autores:**

**Fabiana Andrade** é Professora do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – Campus Itaguaí, com Doutorado em Ensino e História da Física e da Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro e Mestrado Profissional em Matemática pela Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro. E-mail: [fabiana.andrade@cefet-rj.br](mailto:fabiana.andrade@cefet-rj.br)

**Agnaldo Esquincalha** é Professor do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática e do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, com Estágio Pós-Doutoral na Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro e Doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. E-mail: [agnaldo@im.ufrj.br](mailto:agnaldo@im.ufrj.br)

**Ana Teresa Oliveira** é Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática e da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio de Janeiro, com Estágio Pós-Doutoral pela Universidade Estadual de Campinas e Doutorado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. E-mail: [anateresa@fe.ufrj.br](mailto:anateresa@fe.ufrj.br)