

## Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em uma Questão Não Rotineira de Matemática

Edilaine Regina dos Santos, Regina Luzia Corio de Buriasco

### Resumo

O presente trabalho tem por objetivo apresentar o resultado de uma investigação sobre a produção escrita de estudantes do Ensino Médio (15 a 17 anos) em uma questão discursiva não-rotineira de matemática com o propósito de compreender como lidam com questões desse tipo em situação de avaliação, que interpretação que fazem do enunciado da questão; que estratégias utilizam para resolvê-la. Dentre outros, foi possível identificar as estratégias adotadas e que alguns estudantes relacionaram o contexto em que a questão é apresentada com outro contexto ou com outras informações.

### Abstract

The general aim of this investigation is to study how High School students deal with non-routine discursive Math questions in an assessment situation. In this analysis, we focused the student's interpretation of the question directions, the strategies they use to solve it. Taking into consideration the similarities found in the students' resolutions, they were grouped according to the strategies adopted. It was possible to verify the strategies used and that some students related the context in which the question was presented to other context or information.

### Resumen

El presente trabajo tiene por objetivo presentar el resultado de una investigación sobre la producción escrita de estudiantes de Enseñanza Media (15 a 17 años) en una cuestión discursiva no rutinaria de matemática con el propósito de comprender como relacionan cuestiones de ese tipo en situación de evaluación, que interpretación hacen del enunciado; que estrategias utilizan para resolverla. Fue posible identificar las estrategias adoptadas y cómo algunos estudiantes relacionaron el contexto en que la cuestión es presentada con otro contexto o con otras informaciones.

## 1. Introducción

Comumente no cotidiano escolar, mas não somente nele, são veiculadas informações a respeito do desempenho dos estudantes na disciplina de Matemática, e, na maioria das vezes, tais informações dizem respeito ao baixo desempenho dos estudantes e ao fato de que quase nada sabem dos conteúdos trabalhados em sala de aula.

No entanto, resultados de algumas investigações, tais como as realizadas pelo GEPEMA<sup>1</sup>, têm revelado que, sob a luz da avaliação como prática de investigação em que a análise da produção escrita se mostra como uma alternativa promissora para conhecer como estudantes lidam com questões abertas de matemática (Viola dos Santos, 2007), é considerável a quantidade de estudantes que mostra saber procedimentos freqüentemente trabalhados em sala de aula.

Se por meio da análise da produção escrita de estudantes (Buriasco, 1999; Nagy-Silva, 2005; Perego, 2006; Negrão de Lima, 2006. Alves, 2006; Dalto, 2007; Viola dos Santos, 2007), em algumas questões rotineiras de matemática, ou seja, questões freqüentemente trabalhadas em sala de aula e encontradas em livros didáticos foi possível inferir<sup>2</sup> algo do que os estudantes mostraram saber de conteúdos da matemática escolar<sup>3</sup>, o que é possível inferir a respeito do que os estudantes sabem da matemática escolar ao resolver questões não rotineiras? Como esses estudantes lidam com questões desse tipo?

Este artigo apresenta parte do resultado de uma investigação (Santos, 2008) sobre a produção escrita de estudantes do Ensino Médio em questões discursivas não rotineiras de matemática, realizada com o propósito de obter resposta a essas questões e, assim, compreender como lidam com questões desse tipo apresentadas em situação de avaliação.

### **A avaliação como prática de investigação e a análise da produção escrita**

A avaliação é freqüentemente um tema de discussão no cenário educacional. Embora haja certo consenso de que é elemento importante do processo de ensino e de aprendizagem, ela ainda tem sido entendida como um momento obrigatório realizado, tradicionalmente, no final de cada bimestre e utilizada apenas para verificar o que os estudantes não aprenderam do conteúdo dado em sala, para classificá-los em bons ou maus estudantes e, por meio de notas enfatizadas como se fossem o aspecto mais importante da avaliação e “operadas como se nada tivessem a ver com a aprendizagem” (Luckesi, 2002, p.23), determinar aqueles que continuarão os estudos.

Desse modo, parece que a preocupação, nessa perspectiva de avaliação que focaliza somente o produto final, reside apenas na aprovação ou reprovação do estudante e não na obtenção de informações que possam subsidiar as tomadas de decisões necessárias nos processos de ensino e aprendizagem.

Praticar uma avaliação com vistas a contribuir de fato com professores e estudantes, para subsidiar as tomadas de decisões tanto no processo de ensino quanto no de aprendizagem, de modo a possibilitar que o professor possa rever sua ação, suas escolhas didáticas e os estudantes, suas estratégias de estudo, implica em assumir a avaliação como prática de investigação (Esteban, 2000; Buriasco, 2004). Prática com a qual se busca recolher informações e interpretá-las, compreender os modos de pensar dos estudantes, os caminhos utilizados por eles

<sup>1</sup> O GEPEMA - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação está constituído dentro do Departamento de Matemática da UEL e dele fazem parte professores que ensinam matemática na Educação Básica e no Ensino Superior, alunos da Licenciatura em Matemática, alunos do curso de Especialização em Educação Matemática e alunos do programa de Mestrado e Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

<sup>2</sup> Ressaltando que tais inferências foram realizadas a partir da análise de algumas questões envolvendo algum conteúdo, e, em um determinado momento histórico, com um determinado grupo de estudantes.

<sup>3</sup> Matemática escolar está sendo entendida aqui como a matemática ensinada na escola.

na busca de uma solução para determinado problema, suas dificuldades; de modo que, ao tomar consciência do ocorrido nestes processos, se possa refletir e, posteriormente, executar intervenções (Sacristán, 1998).

Numa avaliação assim praticada, enfatiza-se o caminho percorrido pelo estudante e não simplesmente um resultado obtido por ele; indaga-se o que ele fez com o propósito de se obter informações a respeito do que ele sabe e não apenas do que lhe falta, do que não sabe. Além disto, reconhece-se e valoriza-se a diversidade de caminhos percorridos na construção de soluções para os problemas, abre-se espaço para as diferenças entre os estudantes e para as muitas interpretações de uma mesma situação. Esta é a perspectiva de avaliação adotada neste trabalho.

Em aulas de matemática, a avaliação tomada como prática de investigação possibilita investigar, analisar e discutir como os estudantes lidam com determinado problema, ou seja, como interpretam seu enunciado, que estratégias e procedimentos<sup>4</sup> utilizam para resolvê-lo, como expressam matematicamente suas idéias. O caminho utilizado para buscar conhecer como os estudantes lidam com questões discursivas e não rotineiras de matemática, neste trabalho, foi a análise da sua produção escrita.

Toda produção escrita dos estudantes, seja ela obtida por meio de trabalhos, provas ou qualquer outro instrumento que possibilite o registro de suas idéias, é importante, pois, ao analisar e interpretar a produção escrita dos estudantes na resolução de um problema, o professor pode perceber que, por meio dessa resolução, seja ela considerada totalmente correta, parcialmente correta ou, incorreta, é possível obter informações sobre o que eles sabem do conteúdo envolvido, ter pistas do que podem vir a saber futuramente, além de também ter pistas de como ele, o professor, pode auxiliá-los em suas aprendizagens. Além disto, o professor pode identificar possíveis dificuldades dos estudantes, analisar os erros encontrados, obter indícios das causas dos erros para, a partir dessas informações, de conversas com eles, planejar novas ações de modo que estas possam contribuir com a aprendizagem dos envolvidos.

Resultados de algumas investigações (Nunes, Carraher, Schliemann, 1995; Cooper e Harries, 2003; Kastberg et al, 2005) têm revelado que os estudantes interagem com o contexto em que um problema é apresentado de maneiras muito diferentes e, por vezes, inesperadas pelo professor. Nesse sentido, este, por meio da análise da produção escrita, pode também investigar se o estudante, durante a resolução de um problema, foi influenciado pelo contexto desse problema ou ainda se estabeleceu relações desse contexto com suas experiências tanto da escola como fora dela para dar sentido ao problema e, assim, solucioná-lo.

Muitas informações podem ser obtidas a partir de uma análise interpretativa da produção escrita dos estudantes. Contudo é preciso considerar que, mediante essa análise, as informações obtidas sobre a aprendizagem dos estudantes devem ser

<sup>4</sup> Neste trabalho, a estratégia é entendida como o modo pelo qual se aborda um problema. Considerando, por exemplo, que um problema foi resolvido por meio de um sistema de equações do primeiro grau, esta seria a estratégia escolhida, ou seja, a utilização de um sistema de equações de primeiro grau, (o modo como se aborda o problema). Já o procedimento é entendido como o modo pelo qual se desenvolve a estratégia escolhida. No exemplo considerado em que um problema foi resolvido por meio de um sistema de equações do primeiro grau (estratégia utilizada para abordar o problema) o procedimento adotado poderia ser resolver o sistema pelo método da substituição (o modo como se desenvolveu a estratégia).

vistas apenas como uma amostra possível, tanto das informações quanto da aprendizagem destes. Desse modo, não se pode afirmar que um estudante não sabe determinado conteúdo pelo fato de não se ter obtido uma informação sobre ele em sua produção escrita. Somente pode-se dizer algo a respeito do que o estudante fez, e não do que deixou de fazer.

Outra ressalva a ser feita é a de que quando não for possível entender o que o estudante quis expressar em sua produção escrita ou fazer uma interpretação dessa produção, um diálogo com ele durante o trabalho em sala de aula pode ser muito útil, como bem salienta Perrot (1998). Observando-o durante o seu trabalho e conversando com ele, esclarecimentos podem ser obtidos e dúvidas podem ser sanadas. Por isso, é importante que a sala de aula seja um espaço de diálogo entre professor e estudante, no qual este possa expressar suas idéias, justificar suas estratégias; um espaço não somente de socialização entre pessoas diferentes, mas um espaço de 'construção' de conhecimento.

### Sobre a investigação

Na investigação que gerou este artigo, para estudar a produção escrita de estudantes do Ensino Médio<sup>5</sup> em questões discursivas e não rotineiras de Matemática, utilizou-se uma prova contendo 14 questões que foram retiradas de aferição do PISA<sup>6</sup>, por serem já validadas. Essa prova foi resolvida por todos os estudantes que cursavam o Ensino Médio em uma escola pública de Londrina<sup>7</sup>, quando da investigação que, no momento da aplicação da prova, estavam com idade entre 15 anos e três meses e 16 anos e dois meses, que é a mesma idade alvo do PISA. Desses 22 estudantes, 10 estavam na 1ª. série e 12 na 2ª. série do Ensino Médio.

Com a produção escrita dos estudantes em mãos, o estudo foi desenvolvido em três fases. Na primeira fase, organizou-se o material e fez-se uma descrição detalhada do que foi encontrado em cada questão. Na segunda, a partir da descrição feita de cada questão, realizou-se uma operação de agrupar a produção escrita em razão de aspectos comuns no que diz respeito às estratégias utilizadas pelos estudantes. Essa operação de classificação foi realizada com o objetivo de se ter uma representação simplificada dos dados. Após a fase de classificação da produção escrita em agrupamentos, partiu-se para a última fase: a da inferência e interpretação. No caso desta investigação, procurou-se inferir a respeito de como os estudantes lidam com questões discursivas e não rotineiras e se estabelecem relações do contexto em que a questão é apresentada com outros contextos. Com o intuito de obter explicações nas resoluções em que não foi possível entender o que os estudantes fizeram, foram realizadas entrevistas semi-estruturadas.

### Descrição e análise da produção escrita encontrada

Neste artigo abordaremos apenas os resultados da investigação oriundos dessa questão:

<sup>5</sup> Estudantes de 15 a 17 anos.

<sup>6</sup> Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes. Este programa propõe aos estudantes problemas que vão além dos que são usualmente apresentados em sala de aula e encontrados nos livros didáticos. Isto é, problemas considerados não rotineiros. Para mais informações ver [http://www.oecd.org/department/0,3355,en\\_2649\\_35845621\\_1\\_1\\_1\\_1\\_1,00.html](http://www.oecd.org/department/0,3355,en_2649_35845621_1_1_1_1_1,00.html).

<sup>7</sup> Cidade localizada no estado do Paraná, região sul do Brasil.

Na escola de Marli, o professor de ciências aplica provas que valem 100 pontos. Marli obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas de ciências. Na quinta prova, ela conseguiu 80 pontos.  
Qual a média da Marli em ciências após as cinco provas?

**Quadro 1. Questão Provas de Ciências**

Segundo a classificação presente nos documentos do PISA (OECD, 2004), esta questão envolve o cálculo da média aritmética, está relacionada com as atividades dos estudantes na escola, denominada como uma situação Educacional, e vinculada à área de conteúdo que envolve o estudo de fenômenos e relações probabilísticas e estatísticas. Quanto à correção, que foi realizada com base no manual de correção do PISA<sup>8</sup>, receberam crédito completo (código 2) os itens resolvidos corretamente, crédito parcial (código 1) os itens com resolução parcialmente correta, nenhum crédito (código 0) os que foram resolvidos incorretamente e, também, nenhum crédito (código 9) os itens deixados em branco ou contendo frases como, por exemplo, “não sei” ou “não deu tempo”.

Receberam crédito completo (código 2) as resoluções em que os estudantes adicionaram corretamente a média das quatro primeiras provas quatro vezes à nota da última prova e, em seguida, dividiram corretamente esse resultado por cinco ( $60 + 60 + 60 + 60 + 80 = 320$  e  $320 \div 5 = 64$ ). Também receberam crédito completo as resoluções em que escreveram uma expressão da média aritmética das quatro primeiras notas que é 60 para determinar o total de pontos das quatro primeiras notas ( $\frac{a + b + c + d}{4} = 60$ ,  $a + b + c + d = 60 \times 4 = 240$ ), adicionaram corretamente o total obtido com a nota da última prova ( $320 + 80 = 320$ ), e, em seguida, dividiram corretamente esse resultado por cinco ( $320 \div 5 = 64$ ). Já as resoluções tais como as que os estudantes adicionaram corretamente a média das quatro primeiras provas quatro vezes à nota da última prova e, em seguida, dividiram incorretamente esse resultado por cinco foi atribuído crédito parcial (código 1). Não receberam crédito algum (código 0) as resoluções em que, por exemplo, os estudantes apenas efetuaram a adição  $60 + 60 + 60 + 60 + 80$ . As informações sobre o desempenho dos estudantes podem ser observadas na tabela a seguir.

**Tabela 1: Distribuição dos créditos atribuídos às resoluções dos estudantes por série na questão PROVA DE CIÊNCIAS**

Série	Créditos Atribuídos								Total da amostra	
	Crédito Completo		Crédito Parcial		Nenhum Crédito					
	código 2		código 1		código 0		código 9		N	%
	N	%	N	%	N	%	N	%		
1ª E. M.	3	30,00	0	0,00	7	70,00	0	0,00	10	45,45
2ª E. M.	4	33,33	0	0,00	8	66,67	0	0,00	12	54,55
<b>Total da amostrar</b>	<b>7</b>	<b>31,82</b>	<b>0</b>	<b>0,00</b>	<b>15</b>	<b>68,18</b>	<b>0</b>	<b>0,00</b>	<b>22</b>	<b>100,00</b>

<sup>8</sup> Para mais informações ver <http://www.inep.gov.br/download/internacional/pisa/liberados/07/Mat.pdf>

A tabela mostra o rendimento, mas tendo apenas o resultado final, é praticamente impossível fazer inferências sobre o modo de os estudantes lidarem com a questão. O resultado final pode fornecer ao professor indícios de que algo não está bem nos processos de ensino e aprendizagem, mas apenas isso pouco contribui com esses processos. Por conta disso, a análise da produção escrita pode ser tomada como ferramenta útil para o trabalho pedagógico do professor, uma vez que permite fazer essas inferências.

Com as 22 provas, foram formados 10 grupos, conforme mostra o Quadro 1. Esses agrupamentos foram construídos independentemente dos créditos atribuídos à questão e da série.

Grupo	Estratégia	Provas
1	Efetua a adição $60+60+60+60+80$ . Responde com o resultado obtido na adição $60+60+60+60+80$ .	E011A, E142A, E212A
2	Efetua a multiplicação $60 \times 4$ e a adição $240+80$ , sendo 240 o resultado obtido na multiplicação $60 \times 4$ . Responde com o resultado obtido na adição $240+80$ .	E041A, E091A, E132A
3	Efetua a adição $120+120$ e a adição $240+80$ . Responde com o resultado obtido na adição $240+80$ .	E172A
4	Efetua a multiplicação $60 \times 4$ , a adição $240+80$ , sendo 240 o resultado obtido na multiplicação $60 \times 4$ , e a divisão $320:2$ . Responde com o resultado obtido na divisão $320 \div 2$ .	E081A
5	Efetua a adição $60+60+60+60+80$ e a divisão $320 \div 5$ . Responde com o resultado obtido na divisão $320 \div 5$ .	E061A, E182A, E202A
6	Efetua a multiplicação $60 \times 4$ , a adição $240+80$ , sendo 240 o resultado obtido na multiplicação $60 \times 4$ , e a divisão $320 \div 5$ . Responde com o resultado obtido na divisão $320 \div 5$ .	E071A, E101A, E192A, E222A
7	Efetua a adição $60+80$ . Responde com o resultado obtido na adição $60+80$ .	E021A
8	Efetua a adição $100+60$ e a divisão $160 \div 5$ . Responde com o resultado obtido na divisão $160 \div 5$ .	E031A
9	Apenas responde.	E051A, E152A, E162A, E112A
10	Efetua a adição $80+60$ , a divisão $140 \div 2$ e a divisão $140 \div 5$ . Não responde.	E122A

Quadro 2. Grupos construídos a partir das resoluções dos estudantes na questão *Prova de Ciências*.

Nos **Grupos 1, 2 e 3**, os estudantes utilizam estratégias diferentes para solucionar o problema, no entanto chegam ao mesmo resultado, ou seja, concluem que a Média de Marli após as cinco provas é de 320 pontos.

Os estudantes E011A, E142A, E212A adicionam corretamente a média das quatro primeiras provas quatro vezes à nota da última prova e apresentam o resultado dessa adição como resposta.

A multiplicação da média obtida por Marli (personagem do enunciado da questão) nas primeiras quatro provas de ciências pela quantidade de provas e a adição desse resultado à quinta nota foram realizadas corretamente pelos estudantes E041A, E091A, E132A.

O estudante E172A efetuou corretamente as adições  $120+120$  e  $240+80$ . É possível que esse estudante tenha efetuado mentalmente a adição  $60+60$ , mas não há registro dessa operação.

Acredita-se, mediante a análise da produção escrita desses estudantes, que eles interpretaram que Marli obteve 60 pontos em cada uma das quatro primeiras provas e, ainda, que para obter a média de Marli após as cinco provas bastava efetuar a adição das notas obtidas nas cinco provas. Em entrevistas com alguns desses estudantes (E142A, E041A e E132A), além de essas hipóteses serem confirmadas, constatou-se que, durante o bimestre, os professores aplicam uma prova que vale 40 pontos e trabalhos que valem 60 pontos, sendo a média do bimestre constituída pela soma desses pontos. Já a média final, que deve ser no mínimo de 240 pontos para que o estudante seja aprovado, é constituída pela adição das quatro médias bimestrais. Desse modo, para resolver o problema, esses estudantes podem ter relacionado o contexto do problema com o contexto da escola em que estudam, ou seja, podem ter relacionado a situação em que o problema é proposto com o modo pelo qual é efetuada a média deles nas disciplinas ao final de um ano letivo.

No **Grupo 4**, o estudante E081A resolve o problema multiplicando, corretamente, a média de Marli nas quatro primeiras provas por quatro, adicionando corretamente esse resultado à nota obtida por ela na quinta prova e dividindo corretamente o resultado obtido por dois. Inicialmente acreditou-se que esse estudante havia dividido o resultado de  $240+80$  por 2, pois poderia ter interpretado que a média seria igual ao total de pontos obtidos dividido pela quantidade de notas diferentes. Ao ser entrevistado, revelou que havia dividido 320 por dois, pois acreditava que toda nota deveria ser dividida por dois e porque, além disso, 320 ultrapassava o valor de 100 pontos que é mencionado no enunciado da questão. Pode ser que o estudante acredite que toda nota deva ser dividida por dois devido ao fato de seus professores utilizarem, para compor a média da disciplina em um bimestre, notas provenientes de dois instrumentos avaliativos: trabalhos e provas.

Três provas pertencem ao **Grupo 5**: E061A, E182A, E202A. Nelas, os estudantes resolvem corretamente a questão efetuando a adição  $60+60+60+60+80$  e a divisão  $320 \div 5$ , ou seja, efetuam a adição de todas as notas obtidas por Marli e dividem o resultado dessa adição pela quantidade de provas realizadas.

Em sua prova, o estudante 202A ainda justifica a resposta: “A média de Marli é 64, porque eu somei as 5 notas e dividi pelas 5 provas<sup>9</sup>”.

---

<sup>9</sup> A produção escrita dos estudantes foi reproduzida tal como foi encontrada em cada questão da prova.

Nas quatro provas (E071A, E101A, E192A, E222A) que constituem o **Grupo 6**, os estudantes multiplicam corretamente a média de Marli nas quatro primeiras provas por 4, ou seja, efetuam a multiplicação  $60 \times 4$ . Em seguida, adicionam corretamente a esse resultado à nota obtida por Marli na quinta prova. Respondem corretamente o problema utilizando o resultado obtido na divisão de 320 por 5, realizada corretamente.

Por meio da produção escrita tanto, dos estudantes do **Grupo 5** como do **Grupo 6**, pode-se inferir que eles interpretaram que Marli obteve 60 pontos em cada uma das quatro primeiras provas. Supõe-se que esses estudantes privilegiaram o conhecimento matemático de média aritmética para resolver essa questão, ou seja, supõe-se que uma possível conexão entre o contexto do problema e o contexto da escola não interferiu no modo de lidarem com o problema.

No **Grupo 7**, que é composto por apenas uma prova (E021A), o estudante efetua corretamente a adição  $60+80$  e responde que a média de Marli é de 140 pontos. Provavelmente esse estudante interpretou que a soma das notas das quatro primeiras prova de Marli foi de 60 pontos e que, para obter a média de Marli após as cinco provas, ele precisaria adicionar a essa soma a nota da quinta prova. Além disso, inicia a divisão de 140 por 50, escrevendo 70 como quociente, e a multiplicação de 50 por 70. Em nenhuma dessas operações o estudante concluiu os cálculos. Pode ser que, após ter efetuado a adição  $60+80$ , ele entendeu que para obter a média tivesse que dividir essa soma por cinco, contudo escreveu 50 ao invés de 5. Ao iniciar a multiplicação de 50 por 70, ele pode ter percebido que o resultado dessa multiplicação seria maior que 140, e por isso pode ter respondido o problema utilizando apenas o resultado da adição de  $80+60$ . Ele também realiza outros cálculos, mas não os utiliza para solucionar o problema. Ele efetua corretamente a divisão de 80 por 5 e, corretamente, a multiplicação de 16 por 5, que é a prova real da divisão de 80 por 5. A partir desses procedimentos supõe-se que o estudante interpretou, em um primeiro momento, que o problema solicitava que fosse encontrada a média de Marli após a quinta prova.

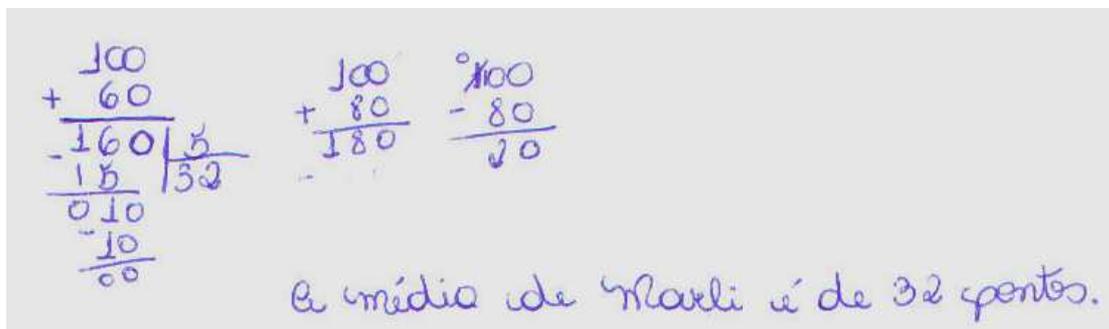
The image shows handwritten mathematical work on a light background. At the top right, the text "A média de 140 pontos." is written in blue ink and underlined. Below this, there are several calculations:

- On the left, a vertical multiplication: 
$$\begin{array}{r} 80 \\ \times 5 \\ \hline 400 \end{array}$$
- In the center, a vertical addition: 
$$\begin{array}{r} 60 \\ + 80 \\ \hline 140 \end{array}$$
- To the right of the addition, a vertical division: 
$$\begin{array}{r} 140 \\ \div 50 \\ \hline 70 \end{array}$$
- On the far right, another vertical division: 
$$\begin{array}{r} 80 \\ \div 5 \\ \hline 16 \end{array}$$
- At the top center, a vertical multiplication: 
$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 5 \\ \hline 80 \end{array}$$

Figura 1. Resolução presente na prova E021A.

Em relação à prova E031A, pertencente ao **Grupo 8**, o estudante efetua corretamente as seguintes operações:  $100+60$ ,  $160 \div 5$ ,  $100+80=180$  e  $100-80=20$ . Contudo ele utiliza apenas  $100+60$  e  $160 \div 5$  para solucionar o problema, já que sua resposta provém da divisão de 160 por 5. Em relação à produção escrita desse estudante, o que mais suscitou curiosidade foi saber por que efetuou as adições  $100+60$  e  $100+80$  e a subtração  $100-80$ . Se para a sua resposta ele considerou o resultado obtido na adição  $100+60$ , por que não considerou o resultado obtido em

100-80? Em relação ao procedimento  $160:5$ , foi suposto que o estudante dividiu o resultado obtido em  $100+60$  por cinco, pois a pergunta menciona cinco provas.



Handwritten mathematical work showing three calculations:

$$\begin{array}{r} 100 \\ + 60 \\ \hline 160 \end{array} \quad \begin{array}{r} 160 \\ \div 5 \\ \hline 32 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 100 \\ + 80 \\ \hline 180 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \\ - 80 \\ \hline 20 \end{array}$$

A média de Marli é de 32 pontos.

Figura 2. Resolução presente na prova E031A.

Ao ser questionado sobre sua resolução, na entrevista, esse estudante explicou que efetuou a adição  $100+60$ , pois assim encontraria o total de pontos que Marli havia obtido. Para ele, Marli já havia obtido 100 pontos, e somando as notas das quatro provas ela havia conseguido mais 60 pontos. Em seguida, dividiu o resultado obtido por cinco, pois ela havia realizado 5 provas. Em relação à adição  $100+80$  e à subtração  $100-80$ , o estudante revelou que não considerou o resultado de  $100+80$  já que, se considerasse, a média seria alta, e se considerasse  $100-80$ , a média seria muito baixa. Constatou-se, nesse caso também, que o estudante relacionou o contexto do problema com o contexto da escola. Como a média mínima bimestral nessa escola é de 60 pontos, para ele  $100+80=180$  seria muito alto em um bimestre, e  $100-80=20$  seria muito baixo. Como esse estudante considerou que  $100+80$  ou  $100-80$  estaria errado, ele respondeu 32 pontos porque era um cálculo que já havia efetuado.

No **Grupo 9**, formado por 4 provas (E051A, E152A, E162A, E112A), os estudantes apenas responderam à questão, ou seja, deram uma resposta, mas não realizaram, por escrito, cálculo algum. O estudante E051A responde que a média de Marli foi de 240 pontos e que “*ela conseguiu passar direto sem o conselho*”. Pela colocação do estudante em relação ao ‘passar direto sem o conselho’, acredita-se que ele também tenha relacionado o contexto do problema com o contexto da escola. Possivelmente ele interpretou que Marli obteve 60 pontos nas quatro primeiras e que se adicionasse essas notas ela ficaria com 240 pontos que é o mínimo, ao final de um ano letivo, que um estudante na escola de E051A precisa ter para ser promovido para a série seguinte.

E112A responde que a média de Marli foi de 80 pontos, pois, segundo ele, a “*maior nota prevalece*”. Pode ser que ele tenha relacionado o contexto do problema com alguma situação que viveu em algum momento, ou seja, pode ter relacionado o contexto do problema com o fato de alguma vez algum professor ter considerado que a média final dos estudantes na disciplina seria a maior nota obtida por ele nas provas. No questionário avaliativo, que foi elaborado com a finalidade de obter dos estudantes suas impressões sobre a prova, este estudante apontou essa questão como sendo a mais fácil. Segundo ele, era a mais fácil “*porque era só ver qual era a nota mais alta, essa era a média*”.

A resposta dada pelo estudante E152A foi 70 pontos e 80 pontos a do estudante E162A. Em relação a essas provas, não é possível inferir o que esses estudantes interpretaram do enunciado da questão e em relação aos procedimentos por eles utilizados.

No **Grupo 10**, o estudante E122A não responde a questão apesar de ter efetuado alguns cálculos. Esse estudante efetua corretamente a adição  $80+60$  e, incorretamente, a divisão de 140 por cinco, sendo 140 o resultado obtido da adição de  $80+60$ . Contudo esses procedimentos foram invalidados pelo estudante. Então, efetua corretamente a adição  $80+60$  e a divisão de 140 por 2. O que se pode inferir desses procedimentos é que ele provavelmente considerou que Marli obteve 60 pontos após as quatro provas, e que pode ter interpretado que a média seria obtida dividindo o total de pontos obtidos pela quantidade de notas diferentes. Acredita-se também que esse estudante possa ter considerado que, apresentado os algoritmos das operações realizadas, ele estaria respondendo à questão.

$$\begin{array}{r} 80 \\ + 60 \\ \hline 140 \end{array} \quad \begin{array}{r} 140 \overline{) 15} \\ 10 \phantom{0} \\ \hline 040 \\ 40 \\ \hline 00 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 80 \\ + 60 \\ \hline 140 \end{array} \quad \begin{array}{r} 140 \overline{) 2} \\ 14 \\ \hline 00 \end{array}$$

Figura 3. Resolução presente na prova E122A.

### Algumas considerações

Tendo em vista a análise realizada e o que foi possível ver em cada produção, fez-se um inventário a respeito do que os estudantes mostram saber de matemática ao resolver essa questão. Identificou-se que 95,45% dos estudantes sabem resolver uma ou mais operações aritméticas envolvendo números naturais e que 31,82% sabem calcular média aritmética. Um aspecto importante a ser ressaltado, a partir desse inventário é que não se pode afirmar que um estudante não sabe determinado conteúdo matemático pelo fato de não se ter obtido informação sobre ele em sua produção escrita. Somente pode-se dizer algo a respeito do que ele fez e não do que deixou de fazer. Outra consideração a ser feita é que, mesmo quando uma resolução não é considerada correta, é possível identificar algo do que os estudantes sabem a respeito do conteúdo envolvido.

Nos casos em que os estudantes não apresentaram resposta, não foi possível fazer inferências a respeito das estratégias adotadas uma vez que a resposta é aspecto importante para a identificação da estratégia adotada pelo estudante. Talvez, nesses casos, tenham acreditado que, apresentando apenas os algoritmos das operações, estariam respondendo à questão, o que é muito comum nas aulas de matemática. Dar, de forma explícita, a resposta às tarefas propostas é um procedimento ainda muito pouco valorizado, no entanto é importante que durante as aulas os estudantes sejam incentivados a, além de registrarem suas idéias, apresentarem respostas às questões, pois é mediante estas que o professor poderá

identificar as estratégias adotadas, fazer inferências em relação a elas e planejar ações de modo a auxiliá-los.

Análise referente à questão *Provas de Ciências* apontou que foram feitas sete (7) interpretações diferentes do enunciado da questão, o que, conseqüentemente, ocasionou estratégias de resolução também diferentes. Dentre estas, verificou-se que, em pelo menos quatro (4), os estudantes relacionaram o contexto em que a questão é apresentada com o modo pelo qual são efetuadas suas próprias médias nas disciplinas ao final de um ano letivo. Desse modo, para eles, efetuar a adição de todas as notas obtidas por Marli e apresentar 320 como sendo a média obtida por ela após as provas era plausível.

Aliando as entrevistas à análise da produção escrita, foi possível constatar ainda que, em algumas dessas resoluções diferentes das consideradas corretas, os estudantes relacionaram o contexto em que a questão é apresentada com outros contextos, outras informações. Esse é um aspecto que não é muito levado em consideração durante as aulas. É possível que o professor amplie sua compreensão quanto ao que os estudantes estão pensando e ao modo como lidam com problemas se passar a considerar que esse tipo de relação é possível, e, frente a isto, investigar, buscando identificar que relação foi feita.

Daí a importância de se assumir uma postura investigativa durante a avaliação, pois, desse modo, o professor pode questionar-se a respeito de qual matemática seus estudantes estão aprendendo, que entendimento estão tendo do que está sendo trabalhado em sala de aula, que dificuldades estão encontrando, e assim buscar alternativas para contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem. Isso porque, nesse exemplo, mesmo o conteúdo – médias – tendo sido apresentado nas aulas, os alunos não fizeram diferença entre o conceito aritmético de média e o conceito particular utilizado pela escola no cálculo dela. Com isso, o contexto particular em que a palavra ‘média’ foi utilizado sobrepôs-se ao conceito matemático ensinado.

É importante destacar, novamente, que ao defender a idéia da análise da produção escrita como um importante componente do trabalho pedagógico e da avaliação como prática de investigação, acredita-se que se pode contribuir para uma prática escolar menos excludente, que não silencia pessoas. E é acreditando nisso que se espera que este trabalho possa servir de incentivo e contribuir com o trabalho do professor em sala de aula.

### Bibliografía

- Alves, R. M. F. (2006). *Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões de matemática*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina - PR.
- Buriasco, R. L. C. de. (1999). *Avaliação em Matemática: um estudo das respostas de alunos e professores*. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação). Universidade Estadual Paulista – UNESP, Marília – SP.
- Buriasco, R. L. C. de. (2004) “Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido”. En: Romanowski, J. P. et al (orgs.). *Conhecimento Local e Conhecimento Universal: a aula e os campos do conhecimento*. p. 243-251. Champagnat, Curitiba.

- Cooper, B.; Harries, T.(2003). "Children's use of realistic considerations in problem solving: some English evidence". *Journal of Mathematical Behavior*, v.22,451-465.
- Dalto, J. O. (2007). *A Produção Escrita em Matemática: análise interpretativa da questão discursiva de Matemática comum à 8ª série do Ensino Fundamental e à 3ª série do Ensino Médio da AVA/2002*. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina - PR.
- Esteban, M. T.(2000). "Avaliar: ato tecido pelas imprecisões do cotidiano". In: 23ª Reunião Anual da ANPEd. Caxambu. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/23/textos/0611t.PDF>> Acesso: 08/01/07.
- Kastberg et all.(2005). "Context matters in assessing students' mathematical power". *For the Learning of Mathematics* v 25 n. 2, 10-15.
- Luckesi, C. C. (2002) *Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições*. Cortez, São Paulo.
- Nagy-Silva, M. C. (2005). *Do observável para o oculto: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª. série em questões de matemática*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina – PR.
- Negrão de Lima, R. C.(2006). *Avaliação em Matemática: análise da produção escrita de alunos da 4ª. série do Ensino Fundamental em questões discursivas*. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Londrina, Londrina - PR.
- Nunes, T.; Carraher, D. W.; Schilemann, A. D.(1995) *Na vida dez, na escola zero*. Cortez, São Paulo.
- OECD.(2004). *Learning for Tomorrow's World - First Results from PISA 2003*. Paris. Disponível em: < <http://www.pisa.oecd.org>>. Acesso: 23/04/07.
- Perego, F. (2006) *O que a Produção Escrita Pode Revelar? Uma análise de questões de matemática*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina – PR.
- Perrot, G. (1998). "A leitura da produção dos alunos". *PRÓ-MAT Informa*, n.1, 49-57.
- Sacristán, J. G. (1998). "A avaliação no ensino. En: Sacristán, J. G; Pérez Gomes, A. I. *Compreender e transformar o ensino*, 295-351. Artmed, Porto Alegre.
- Santos, E. R. dos. (2008). *Estudo da produção escrita de estudantes do ensino médio em questões discursivas não rotineiras de matemática*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina – PR.
- Viola dos Santos, J. R.(2007). *O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua Produção escrita em matemática*. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina – PR.

**Edilaine Regina dos Santos**. Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina - UEL (PR – Brasil). Atua como professora na Educação Básica. [edilaine.santos@yahoo.com.br](mailto:edilaine.santos@yahoo.com.br)

**Regina Luzia Corio de Buriasco** - Doutora em Educação, professora associada do Departamento de Matemática, e docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina – UEL. Coordenadora do GEPEMA - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação.: [reginaburiasco@hasner.com.br](mailto:reginaburiasco@hasner.com.br)

