

firma invitada



Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria

Vicenç Font Moll

Resumen

En este artículo, después de explicar cómo era la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria en España en el periodo 1971-2009, se explica cómo es la actual formación inicial y se comentan algunos aspectos problemáticos. A continuación se presenta una propuesta, desarrollada en el marco de tres proyectos de investigación, de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica no contradictoria con las directrices curriculares vigentes. Por último, se expone cómo se ha desarrollado, una de dichas competencias, en el máster de Profesor de Secundaria de Matemáticas de la Universitat de Barcelona durante el curso 2010-2011. En concreto se describe un ciclo formativo para el desarrollo de uno de los componentes de la macro competencia en análisis didáctico: identificación de potenciales mejoras de un proceso de instrucción en nuevas implementaciones.

Abstract

In this article, after explaining what it was the initial training of secondary mathematics teachers during the period 1971-2009, it explains how it is the initial current training for high school math teacher in Spain and it discusses some problematic aspects. Below is a proposal developed in the framework of three research projects, professional competencies in mathematics and its didactic, which is consistent with the current curriculum guidelines. Finally, it discusses how one of these competencies has been developed in the Master of Mathematics Teacher at the University of Barcelona during the 2010-2011 academic year. Specifically, it describes a training cycle for the development of one of the components of macro competition in didactic analysis: identification of potential improvements to a process of instruction in new implementations.

Resumo

Neste artigo, após explicar como era a formação inicial de professores de matemáticas de secundária em Espanha no período 1971-2009, se explica como é a actual formação inicial e se comentam alguns aspectos problemáticos. A seguir apresenta-se uma proposta, desenvolvida no marco de três projectos de investigação, de concorrências profissionais em matemáticas e sua didáctica não contradictoria com as directrizes curriculares vigentes. Por último, expõe-se como se desenvolveu, uma de ditas concorrências, no mestrado de Professor de Secundária de Matemáticas da Universitat de Barcelona durante o curso 2010-2011. Em concreto descreve-se um ciclo formativo para o desenvolvimento de um dos componentes da macro concorrência em análise didáctica: identificação de potenciais melhoras de um processo de instrução em novas implementaciones.

2010, una de dichas competencias. En concreto se describe un ciclo formativo para el desarrollo de uno de los componentes de la macro competencia en análisis didáctico: identificación de potenciales mejoras de un proceso de instrucción en nuevas implementaciones. Por último, se hacen algunas consideraciones finales.

2. La formación inicial en el período 1971-2009

Antes de explicar las características de la actual formación para ser profesor de secundaria en España conviene comenzar comentando, brevemente, cuál era la situación anterior a la actual. Durante el periodo 1971-2009, España era uno de los países de Europa que menos formación didáctica exigía a los profesores de secundaria. Para ser profesor de secundaria de matemáticas había que acreditar el grado de matemáticas (física, química, ingeniería, etc.) y después obtener el diploma del Curso de Adaptación Pedagógica (CAP).

En las Facultades de Matemáticas no se contemplaba un itinerario cuya salida profesional fuese ser profesor de matemáticas de secundaria, lo que aquí llamaremos un modelo de formación inicial en paralelo. Lo que funcionaba era un modelo consecutivo. Esto es, primero formación disciplinar y posteriormente una mínima formación profesional (el CAP), la cual además sólo se exigía en la enseñanza pública.

El CAP era un curso teórico-práctico, con una duración de reducida (80 horas de teoría y 40 de prácticas), que estuvo vigente desde 1971 hasta el curso 2008-09. La parte teórica trataba contenidos psicopedagógicos generales, contenidos relacionados con la estructura de la institución escolar, contenidos relacionados con el currículum y contenidos de didáctica de las matemáticas. La formación práctica se desarrollaba en los centros de secundaria bajo la supervisión de profesores-tutores de enseñanza secundaria.

A pesar de la buena voluntad de los organizadores del CAP, la mayoría de los participantes se mostraban insatisfechos con este tipo de formación y lo consideraba básicamente como un requisito burocrático para poder ser profesor.

3. Competencias profesionales desarrolladas a partir de la práctica. Implicaciones para la formación inicial

La formación matemática y didáctica de los futuros profesores ha reclamado la atención por parte de la comunidad de investigadores en Didáctica de las Matemáticas y de las administraciones educativas. La principal razón es que el desarrollo del pensamiento y de las competencias matemáticas de los alumnos depende de manera esencial de la formación de sus profesores.

Recientemente ha habido un incremento notable de las investigaciones sobre la formación de profesores de matemáticas como se refleja en las revisiones incluidas en los "handbooks" de investigación en educación matemática (Bishop et al., 2003; English et al., 2002; Llinares y Krainer, 2006; Hill y cols, 2007; Franke y cols, 2007; Sowder, 2007; Jaworski, Giménez et al 2009), y la publicación de revistas específicas como *Journal of Mathematics Teacher Education*. Una de las problemáticas que más ha interesado es la de determinar cuál es el conocimiento didáctico-matemático del profesorado requerido para enseñar matemáticas.

En el caso de España, la investigación realizada sobre la formación de profesores se ha focalizado, sobre todo, en la formación inicial y permanente de maestros y en menor medida sobre la formación inicial de profesores de secundaria. Dichas investigaciones han servido para conocer tanto las limitaciones de la formación inicial en el periodo 1971-2009, como el tipo de competencias que los profesores que recibieron esta formación inicial fueron adquiriendo en su desarrollo profesional. Entre estas competencias hay que resaltar las cuatro que siguen a continuación:

- a) Competencia en el dominio de los contenidos matemáticos y de su aplicación a diferentes contextos (sobre todo extra matemáticos) correspondientes al currículum de la educación secundaria.
- b) Competencia en la planificación y diseño de secuencias didácticas.
- c) Competencia en la gestión de las secuencias didácticas en el aula.
- d) Competencia en el análisis, interpretación y evaluación de los conocimientos matemáticos de los alumnos a través de sus actuaciones y producciones matemáticas.

Mientras estuvo vigente la formación inicial que hemos comentado se fue generando un amplio consenso sobre los siguientes aspectos: 1) que la formación didáctica que se exigía a los futuros profesores de secundaria de matemáticas era insuficiente y 2) que las competencias profesionales de los profesores en activo, en especial las cuatro que acabamos de comentar, se deberían comenzar a desarrollar en la formación inicial de los futuros profesores. Este segundo aspecto tenía implicaciones significativas para la organización de la formación inicial. Las más importantes eran las siguientes:

- Había que incorporar un itinerario educativo en la formación inicial de profesores de secundaria. Este itinerario se debía articular en torno a la Didáctica de la Matemática.
- Había que asegurar una formación adecuada en matemáticas. Ahora bien, una formación matemática que tuviese en cuenta las aplicaciones de las matemáticas al mundo real, su historia, etc.
- La práctica docente debía formar parte esencial de la formación inicial de los profesores. La reflexión sobre la propia práctica era necesaria para comprender la complejidad del proceso educativo. Ahora bien, era necesario articular el análisis de la propia práctica con las aportaciones de la investigación y la innovación desde la didáctica de la matemática y, en este sentido, era necesaria la coordinación, como mínimo, entre el futuro profesor, el profesor de didáctica de la matemática y el profesor tutor de matemáticas en el centro de secundaria.

4. La situación actual de la formación inicial de profesores de secundaria de matemáticas

En este apartado comentaremos brevemente el contexto curricular en el que se desarrolla la formación inicial de los profesores de enseñanza secundaria de matemáticas a partir del curso 2010-2011. Aunque hay cambios importantes con relación a la formación inicial anterior, en la línea que se ha comentado en la sección

tres, el modelo continúa siendo secuencial. Es decir, primero unos estudios de grado disciplinares y después un máster profesional.

El Espacio Europeo de Educación Superior

Según las recomendaciones de la Declaración de Bolonia, los estudios universitarios europeos deben confluir para lograr que estudiantes, docentes e investigadores gocen de una movilidad plena, sin fronteras, y para que en Europa se dé una convergencia real y efectiva de sus titulaciones universitarias. Los nuevos títulos que se han comenzado a impartir obligatoriamente a partir del curso 2010-2011, sustituirán a las diplomaturas y licenciaturas anteriores.

El espíritu que subyace en esta reforma universitaria es el de la integración de contenidos y competencias, donde el trabajo del estudiante pasa a ocupar el centro de atención y se mide por créditos ECTS (cada crédito computará como 25 horas de trabajo del alumno), y donde los resultados no se evaluarán sólo por lo que el estudiante sepa (conocimientos), sino también por lo que sepa hacer (competencias).

Los nuevos títulos se estructuran en tres ciclos: grado (240 créditos ECTS en cuatro años), máster (60, 90 ó 120 créditos en uno o dos años) y doctorado, siendo el primero un título generalista que faculte al estudiante para su inserción en el mercado laboral; el segundo un título más especializado que pueda también iniciarle en la investigación; y el tercero un título plenamente encaminado a la investigación.

Estas son, en síntesis, las líneas maestras que definen el Espacio Europeo de Educación Superior (EEES): la convergencia universitaria con Europa; la movilidad plena de estudiantes, profesores e investigadores universitarios y su adaptación a unos nuevos métodos docentes y discentes.

Competencias profesionales en la formación inicial

Las directrices del máster que habilita para el ejercicio de la profesión de Profesor de Educación Secundaria de Matemáticas¹ (máster de FPSM a partir de ahora) establecen que la duración sea de 60 créditos ECTS (sistema europeo de transferencia y acumulación de **créditos**) y están organizados por competencias. Con carácter general, las enseñanzas han de ser presenciales, al menos, en el 80% de los créditos totales del máster, incluido necesariamente el Prácticum. Las directrices del máster prescriben la realización del Prácticum en colaboración con las instituciones educativas establecidas mediante convenios entre Universidades y Administraciones Educativas.

Los objetivos que se proponen conseguir con este máster son 11 objetivos de tipo competencial, principalmente de carácter profesional. A continuación siguen, a modo de ejemplo, tres de ellos:

- Conocer los contenidos curriculares de las materias relativas a la especialización docente correspondiente, así como el cuerpo de conocimientos didácticos en torno a los procesos de enseñanza y aprendizaje respectivos.

¹ ORDEN ECI/3858/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de las profesiones de Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas. BOE núm. 312 del 29 de diciembre de 2007.

- Concretar el currículo que se vaya a implantar en un centro docente participando en la planificación colectiva del mismo.
- Diseñar y realizar actividades formales y no formales que contribuyan a hacer del centro un lugar de participación y cultura en el entorno donde esté ubicado; desarrollar las funciones de tutoría y de orientación de los estudiantes de manera colaborativa y coordinada; participar en la evaluación, investigación y la innovación de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Las competencias de este máster se estructuran en términos de competencias profesionales genéricas, específicas (matemáticas y su didáctica en nuestro caso) y las que se desarrollan por medio de la práctica. Un ejemplo de competencia genérica es:

- Participar en la definición del proyecto educativo y en las actividades generales del centro atendiendo a criterios de mejora de la calidad, atención a la diversidad, prevención de problemas de aprendizaje y convivencia.

Un ejemplo de competencia específica:

- Identificar los problemas relativos a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y plantear alternativas y soluciones.

Un ejemplo de competencia relacionada con la práctica:

- Participar en las propuestas de mejora en los distintos ámbitos de actuación a partir de la reflexión basada en la práctica.

Plan de estudios del máster de FPS de matemáticas que se imparte en la Universitat de Barcelona

Como ejemplo de concreción de estas directrices curriculares comentamos, brevemente, el plan de estudios del máster de FPS de matemáticas que se imparte en la Universitat de Barcelona (UB), que está estructurado en los siguientes módulos, materias y asignaturas que suman un total de 60 créditos ECTS:

Módulo genérico: 15 créditos

- Aprendizaje y desarrollo de la personalidad
 - Aprendizaje y desarrollo de la personalidad (5 créditos)
- Procesos y contextos educativos
 - Contexto de la Educación Secundaria. Sistemas, modelos y estrategias (2,5 créditos)
 - Tutoría y Orientación (2,5 créditos)
- Sociedad, familia y educación
 - Sociología de la Educación Secundaria (5 créditos)

Módulo específico: 25 créditos

- Complementos para la formación matemática
 - Complementos históricos, metodológicos y de aplicación de los contenidos de Matemáticas (7,5 créditos).

Taller de resolución de problemas y modelización (2,5 créditos)

- Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas
 - Didáctica de las matemáticas de la ESO y del Bachillerato (5 créditos)
 - Recursos y materiales educativos para la actividad matemática (5 créditos)
 - Competencias matemáticas y evaluación (2,5 créditos)
- Innovación docente e iniciación a la investigación educativa
 - Innovación e investigación sobre la propia práctica (2,5 créditos)

Módulo de Prácticum: 20 créditos

- Prácticum en la especialidad
 - Prácticum I (5 créditos)
 - Prácticum II (10 créditos)
- Trabajo Final de Máster
 - Trabajo Final de Máster (5 créditos)

A continuación a modo de ejemplo siguen las competencias, los resultados de aprendizaje y una breve descripción de los contenidos de la asignatura *Innovación e investigación sobre la propia práctica*:

A) Competencias: 1) Conocer y aplicar propuestas docentes innovadoras en el ámbito de las matemáticas. 2) Analizar críticamente el ejercicio de la docencia de las matemáticas en la ESO y el Bachillerato, utilizando indicadores de calidad. 3) Identificar los problemas relativos a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, planteando alternativas y soluciones. 4) Conocer y aplicar metodologías y técnicas básicas de investigación y evaluación educativas y ser capaz de diseñar y desarrollar proyectos de investigación, innovación y evaluación en la enseñanza de las matemáticas.

B) Resultados de aprendizaje: 1) Conocer propuestas docentes innovadoras en el ámbito de las matemáticas. 2) Describir, explicar y analizar la propia práctica docente. 3) Conocer y aplicar indicadores de calidad para valorar procesos de enseñanza-aprendizaje. 4) Generar propuestas innovadoras en la enseñanza de las matemáticas a la secundaria. 5) Conocer las investigaciones actuales más relevantes en educación matemática. 6) Investigar sobre la propia práctica.

C) Breve descripción de los contenidos: 1) Herramientas para analizar y valorar la propia práctica: a) epistemológicas (objetos y procesos matemáticos), b) normativas (normas sociomatemáticas y sociales) y c) axiológicas (criterios de calidad). 2) Análisis (descripción y explicación) y valoración de procesos de enseñanza-aprendizaje. 3) Conocimiento de propuestas innovadoras en la enseñanza de las matemáticas en la secundaria. 4) Formulación, desarrollo y valoración de innovaciones didácticas en la enseñanza de las matemáticas en la secundaria. 5) Investigación en didáctica de las matemáticas. El profesorado como investigador en el aula.

En la propuesta de la Universitat de Barcelona podemos ver que se han tenido en cuenta las tres implicaciones para la formación inicial de futuros profesores que

se han señalado en la parte final del apartado tres. La primera y la tercera ya vienen implícitas en las directrices curriculares del máster de FPS de matemáticas, ya que se trata de un itinerario educativo articulado en torno a la Didáctica de la Matemática en el que la práctica docente forma parte esencial del plan de estudios. La segunda también se ha tenido en cuenta, ya que las materias y asignaturas del módulo *Complementos para la formación matemática* tienen por objetivo presentar unos contenidos matemáticos que complementen lo que los futuros profesores aprendieron en sus estudios de grado. El objetivo es que los futuros profesores conozcan cuáles son las aplicaciones de las matemáticas al mundo real, cuáles fueron los problemas que originaron los objetos matemáticos que tendrán que enseñar, que reflexionen sobre los principales procesos matemáticos, como son la resolución de problemas y la modelización, etc. En definitiva, unas matemáticas con historia y relacionadas con sus contextos de aplicación.

Competencias matemáticas en el currículum de Secundaria

En el caso de España, el currículum por competencias en la formación inicial de profesores de secundaria está pensado para desarrollar una competencia profesional que le permita al futuro profesor desarrollar y evaluar la competencia matemática contemplada en el currículum de secundaria.

Actualmente hay una tendencia a considerar que saber matemáticas incluye la competencia para aplicarlas a situaciones no matemáticas de la vida real. Esta tendencia, en algunos países, como es el caso de España, se ha concretado en el diseño de currículos para la educación secundaria basados en competencias. Dichos currículos contemplan la competencia matemática, la cual es entendida, en muchos casos, de manera similar a como se entiende en el informe PISA 2003 (OCDE, 2003). En este informe se entiende la noción de competencia como la habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en las situaciones en las que ellas puedan jugar un rol (Niss, 2003) y se consideran las siguientes competencias matemáticas más específicas:

1) *Pensar y razonar*. Formular preguntas características de las matemáticas (“¿Hay...?”, “En ese caso, ¿cuántos?”, “Cómo puedo hallar...”); conocer los tipos de respuestas que dan las matemáticas a esas preguntas; diferenciar entre los diferentes tipos de afirmaciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, aseveraciones condicionadas); y entender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos dados.

2) *Argumentación*. Saber lo que son las demostraciones matemáticas y en qué se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático; seguir y valorar el encadenamiento de argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener un sentido heurístico (“¿Qué puede o no puede pasar y por qué?”); y crear y plasmar argumentos matemáticos.

3) *Comunicación*. Esto comporta saber expresarse de diferentes maneras, tanto oralmente como por escrito, sobre temas de contenido matemático y entender las afirmaciones orales y escritas de terceras personas sobre dichos temas.

4) *Construcción de modelos*. Estructurar el campo o situación que se quiere modelar; traducir la realidad a estructuras matemáticas; interpretar los modelos

matemáticos en términos de “realidad”; trabajar con un modelo matemático; validar el modelo; reflexionar, analizar y criticar un modelo y sus resultados; comunicar opiniones sobre el modelo y sus resultados (incluyendo las limitaciones de tales resultados); y supervisar y controlar el proceso de construcción de modelos.

5) *Formulación y resolución de problemas.* Representar, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (por ejemplo, “puro”, “aplicado”, “abierto” y “cerrado”); y la resolución de diferentes tipos de problemas matemáticos de diversas maneras.

6) *Representación.* Descodificar y codificar, traducir, interpretar y diferenciar entre las diversas formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y las interrelaciones entre las varias representaciones; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación dependiendo de la situación y el propósito.

7) *Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico.* Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico y comprender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico/formal; manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.

8) *Empleo de soportes y herramientas.* Tener conocimientos y ser capaz de utilizar diferentes soportes y herramientas (entre ellas, herramientas de las tecnologías de la información) que pueden ayudar en la actividad matemática; y conocer sus limitaciones.

La actual propuesta de currículos de secundaria de matemáticas por competencias hay que pensarla como una consecuencia más del *giro procesal* en el diseño de currículos de matemáticas (y también de otras materias) que ha tenido lugar a nivel internacional en las últimas décadas. Dicho giro ha significado pasar de concebir los currículos de matemáticas cuyos objetivos eran el aprendizaje, sobre todo, de conceptos a pensar en currículos cuyos objetivos son el aprendizaje, sobre todo, de procesos. Este giro se ha producido, entre otras razones, debido a que las matemáticas actualmente se ven como una ciencia en la cual el método domina claramente sobre el contenido. Por esta razón, recientemente se ha dado una gran importancia al estudio de los procesos matemáticos, en particular los procesos de resolución de problemas y modelización. Podemos observar este giro procesal, entre otros, en los Principios y Estándares del NCTM (2003), donde se propone el aprendizaje de los siguientes procesos: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación; en el Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias, conocido con el acrónimo TIMSS (Mullis y otros, 2003), en el estudio PISA (OCDE, 1999) y en las propuestas de los currículos de algunos países como es el caso de los currículos del estado español derivados de la Ley Orgánica General del Sistema Educativo (LOGSE) y de la Ley Orgánica de Educación (LOE).

5. Un aspecto problemático, una pregunta relacionada y una respuesta

Los currículos de secundaria por competencias conllevan el problema de cómo conseguir que los profesores tengan la competencia profesional que les permita el desarrollo y la evaluación de las competencias matemáticas señaladas en el

currículo. Dicho problema lleva a la siguiente pregunta: ¿Cuáles son las competencias profesionales que permiten a los profesores desarrollar y evaluar las competencias, generales y específicas de matemáticas, prescritas en el currículum de secundaria? La respuesta a la cual, a su vez, depende de cómo se conteste a la pregunta previa: ¿Cuál es el conocimiento didáctico-matemático que necesita el profesorado para enseñar matemáticas?

En el marco de tres proyectos de investigación (ver agradecimiento), hemos reflexionado sobre las preguntas anteriores y hemos adoptado los siguientes posicionamientos.

Un primer posicionamiento

Una de las problemáticas que más ha interesado en el área de educación matemática es la de determinar cuál es el conocimiento didáctico-matemático del profesorado requerido para enseñar matemáticas (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001; Hill, Schilling & Ball, 2004; Sowder, 2007; Hill, Ball & Schilling, 2008; Wood, 2008; Font, Rubio, Giménez y Planas, 2009; Godino, 2009, Rubio, Font, Giménez y Malaspina, 2011, entre otros). En nuestra opinión, estas respuestas coinciden al considerar como una de las competencias profesionales que debe tener un profesor es aquella que le permite describir, explicar, valorar y mejorar procesos de enseñanza-aprendizaje (análisis didáctico), pero difieren, entre otros aspectos, en cuáles son las herramientas necesarias para realizar este tipo de análisis didáctico.

Esta primera conclusión nos ha llevado a que nuestro primer posicionamiento sea que la competencia profesional que permite evaluar y desarrollar la competencia matemática de los alumnos de secundaria se puede considerar compuesta por dos macro competencias: 1) La competencia matemática y 2) La competencia en análisis didáctico de procesos de instrucción matemática. Además, consideramos que el núcleo de la competencia profesional del futuro profesor de secundaria del estado español debería de ser la competencia en el análisis didáctico. De manera secundaria se debería mejorar la competencia matemática, pero se presupone que en los estudios previos que acreditan los alumnos para su ingreso en dicho máster ya se ha desarrollado, aunque no completamente, una competencia matemática de base. La razón para tomar esta opción es que la formación inicial de profesores de secundaria en España es secuencial: primero formación disciplinar y después formación profesional.

Un segundo posicionamiento

Dado que el término competencia es un término controvertido y que el currículum del máster de FPS de matemáticas presenta una cierta ambigüedad en la manera de conceptualizar las competencias, nuestra segunda opción ha sido optar por una manera de entender la competencia que no sea contradictoria con las directrices curriculares vigentes. La opción que se ha tomado es la de considerar como indicador de competencia una acción eficaz realizada en un determinado contexto con una determinada finalidad.

Un tercer posicionamiento

Nuestro tercer posicionamiento ha sido la elaboración de una lista de competencias redactadas de acuerdo al segundo posicionamiento que no sea

contradictoria con las directrices curriculares vigentes. En concreto se contemplan 5 competencias genéricas del profesor (aunque se está estudiando la posibilidad de que sean seis) y 10 competencias específicas del profesor de secundaria de matemáticas. Para cada una de dichas competencias se han considerado tres niveles de desarrollo. A continuación, a modo de ejemplo, se detallan dos de estas 15 competencias.

Un ejemplo de competencia genérica es la competencia digital:

Tabla 1: Competencia digital

<i>Utilizar la tecnología digital en los ámbitos profesional y social como herramienta para un desempeño profesional adecuado y un desarrollo permanente.</i>		
Nivel 1:	Nivel 2:	Nivel 3:
Utiliza la tecnología digital para desarrollar materiales didácticos o de referencia para su clase, de gestión educativa.	Utiliza la tecnología digital para ilustrar situaciones o ejemplos en clase.	Utiliza la tecnología digital en clase con actividades que involucren directamente la actividad de los alumnos.
Utiliza la tecnología digital para obtener información útil para su labor profesional.	Utiliza la tecnología digital para establecer contacto e intercambio social eficiente con colegas y alumnos.	Utiliza la tecnología digital para el desarrollo de su labor docente con sus alumnos en un ambiente virtual o semi-presencial. Contribuye a desarrollar la competencia digital en sus alumnos

Un ejemplo de competencia específica es la competencia en el análisis de secuencias didácticas:

Tabla 2: Competencia en análisis de secuencias didácticas

<i>Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora.</i>		
N1: Muestra conocimiento del currículum de matemáticas como elementos fundamentales para comprender su práctica pedagógica.	N2: Integra teorías, metodologías y currículum, en la planificación de los procesos de enseñanza y reconoce las implicancias en su práctica considerando los contextos institucionales.	N3: Implementa la planificación de los procesos de enseñanza en sus prácticas y emite juicios argumentados y reflexivos acerca de las teorías, metodologías y el currículum.
N1: Aplica herramientas para describir las prácticas, objetos y procesos matemáticos presentes en un proceso de enseñanza aprendizaje. y muy en especial en su propia práctica.	N2: Conoce y aplica herramientas socioculturales para conocer la interacción y las normas que condicionan un proceso de enseñanza aprendizaje y muy en especial en su propia práctica.	N3: Explica los fenómenos didácticos observados en los procesos de enseñanza aprendizaje y muy en especial en su propia práctica
N1: Conoce criterios de calidad y los tiene presentes en la planificación de una secuencia didáctica de matemática	N2: Utiliza criterios de calidad para valorar procesos ya realizados de enseñanza y aprendizaje de la matemática	N3: Aplica criterios de calidad para valorar su propia práctica y realizar innovaciones con el objetivo de mejorarla

6. Descripción de un ciclo formativo

El desarrollo de la competencia de análisis de secuencias didácticas (tabla 2) corresponde a todas las asignaturas del máster. A continuación comentamos brevemente la secuencia que se sigue en tres asignaturas del máster de FPS de matemáticas de la Universitat de Barcelona, durante el curso 2010-2011, para contribuir al desarrollo de uno de los componentes de la macro competencia en análisis didáctico: identificación de potenciales mejoras de un proceso de instrucción en nuevas implementaciones.

En la asignatura de innovación e investigación sobre su propia práctica se ha seguido la siguiente secuencia:

- *Análisis de casos (sin teoría)*. Se propuso a los alumnos la lectura y análisis del episodio descrito en Font, Planas y Godino (2010) — en este episodio un grupo de tres alumnos de 15-16 años resuelven un problema contextualizado en una clase de cuarto de Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) durante diez minutos — dicho análisis se debía realizar a partir de sus conocimientos previos sobre análisis didáctico. El proceso seguido fue el siguiente:
 1. Lectura individual del contexto del problema y de la transcripción.
 2. Formación de grupos de 3-4 personas.
 3. Análisis didáctico del episodio de clase en grupo.
 4. Elaboración de conclusiones.
 5. Presentación a los otros grupos de las conclusiones.
- *Emergencia de los niveles de análisis didáctico propuestos por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS)*. La puesta en común de los análisis realizada por los diferentes grupos, completada con la técnica de “otras voces” si es necesario, permite observar como el gran grupo ha contemplado los cinco niveles de análisis que siguen, aunque cada grupo sólo ha contemplado alguno de ellos:
 1. Análisis de las prácticas matemáticas.
 2. Análisis de objetos y procesos matemáticos activados y emergentes de las prácticas matemáticas.
 3. Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas y de conflictos semióticos.
 4. Identificación del sistema de normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (dimensión normativa)
 5. Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

Los niveles de análisis 1-4 son herramientas para una didáctica descriptiva explicativa (para comprender) que permite responder a la pregunta ¿Qué está pasando (y por qué) aquí? El nivel de análisis 5 pretende ser una herramienta para una didáctica prescriptiva (para evaluar y para indicar el camino a seguir) que permite responder a la pregunta ¿Qué se debería hacer?

- *Teoría (criterios de idoneidad)*. De los cinco niveles anteriores en la asignatura de innovación e investigación sobre su propia práctica se focaliza la atención en el quinto, para ello se dan elementos teóricos a los alumnos, en concreto se les explican los criterios de idoneidad propuestos en el EOS mediante la lectura de algunas páginas del capítulo “Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato”, del libro “Matemáticas: Investigación, innovación y buenas prácticas” (Font y Godino, 2010). Dicho enfoque (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, Font, Wilhelmi y De Castro, 2009) propone los siguientes criterios de idoneidad:

Idoneidad epistémica, se refiere a que las matemáticas enseñadas sean unas “buenas matemáticas”. Para ello, además de tomar como referencia el currículo prescrito, se trata de tomar como referencia a las matemáticas institucionales que se han transpuesto en el currículo.

Se puede aumentar su grado presentando a los alumnos una muestra representativa y articulada de problemas de diversos tipos (contextualizados, con diferentes niveles de dificultad, etc.); procurando el uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), y traducciones y conversiones entre los mismos; procurando que el nivel del lenguaje matemático utilizado sea adecuado y que las definiciones y procedimientos estén clara y correctamente enunciados y adaptados al nivel educativo a que se dirigen; asegurando que se presentan los enunciados y procedimientos básicos del tema y adecuando asimismo las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen; estableciendo relaciones y conexiones significativas entre las definiciones, propiedades, problemas del tema estudiado, etc.

Idoneidad cognitiva, expresa el grado en que los aprendizajes pretendidos/ implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los aprendizajes logrados a los pretendidos/implementados.

Se puede aumentar su grado asegurándonos, por una parte, que los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema y, por otra parte, que los contenidos que se pretenden enseñar se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable); procurando incluir actividades de ampliación y de refuerzo; realizando una evaluación formativa durante el proceso de enseñanza-aprendizaje que nos asegure que los alumnos se han apropiado de los contenidos enseñados.

Idoneidad interaccional, grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje.

Se puede aumentar su grado asegurándonos que el profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, ¿se le entiende cuando habla?, haciendo un uso correcto de la pizarra, poniendo suficiente énfasis en los conceptos clave del tema, etc.); procurando reconocer y resolver los conflictos de significado de los alumnos (interpretando correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, etc.); utilizando diversos recursos retóricos argumentativos para captar, implicar, etc. a los alumnos; procurando facilitar la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión; favoreciendo el diálogo y comunicación entre los

estudiantes; contemplando momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación) etc.

Idoneidad mediacional, grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Se puede aumentar su grado usando materiales manipulativos e informáticos; procurando que las definiciones y propiedades sean contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones; procurando invertir el tiempo en los contenidos más importantes o nucleares del tema e invirtiendo el tiempo en los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.

Idoneidad afectiva, grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio.

Se puede aumentar su grado seleccionando tareas de interés para los alumnos, promoviendo la valoración de la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional; promoviendo la implicación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.; favoreciendo la argumentación en situaciones de igualdad de manera que el argumento se valore en sí mismo y no por quién lo dice; promoviendo la autoestima evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas, etc.

Idoneidad ecológica, grado de adaptación del proceso de estudio al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social, etc.

Se puede aumentar su grado asegurando que los contenidos enseñados se corresponden con las directrices curriculares; asegurando que dichos contenidos contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes; procurando que los contenidos que se enseñan se relacionan con otros contenidos matemáticos y de otras disciplinas, etc.

- *Análisis de la idoneidad epistémica de diferentes secuencias innovadoras para la enseñanza de la derivada en el bachillerato.* La puesta en común de los análisis realizados por los diferentes grupos, completada con la técnica de “otras voces” si es necesario, permite caracterizar determinadas innovaciones de tipo matemático como un cambio de configuración epistémica. También permite consensuar acuerdos sobre los indicadores que permiten considerar una innovación como idónea, en particular el criterio de representatividad de la configuración epistémica implementada.
- *Análisis de un video de una parte de una clase sobre geometría y de una transcripción de una clase completa sobre ecuaciones utilizando los criterios de idoneidad.* La puesta en común de los análisis realizados por los diferentes grupos, completada con la técnica de “otras voces” si es necesario, permite concluir que conseguir una sola idoneidad parcial es relativamente fácil, pero es difícil conseguir una presencia equilibrada de las seis idoneidades parciales.
- *Lectura y comentario de partes de algunas memorias de Prácticum II y de algunos trabajos de final de máster de cursos anteriores,* en los que los futuros profesores de cursos anteriores utilizaron los criterios de idoneidad para valorar la unidad didáctica que implementaron en el Prácticum II y para justificar la propuesta de innovación que presentaban en su trabajo final de máster.

- En la asignatura Prácticum II los alumnos han de utilizar los criterios de idoneidad para diseñar y valorar su propia práctica, en concreto la unidad que han diseñado e implementado en el Prácticum II.
- En la asignatura Trabajo Final de Máster los alumnos han de utilizar los criterios de idoneidad para diseñar una propuesta de innovación que mejore la implementación realizada en el Prácticum II.

7. Consideraciones finales

Tal como se ha dicho, los currículos de secundaria por competencias son currículos ambiciosos que conllevan el problema de cómo conseguir que los profesores tengan la competencia profesional que les permita el desarrollo y la evaluación de las competencias matemáticas señaladas en el currículo. Nuestra conclusión es que la competencia profesional que exige este tipo de currículo implica, entre otros aspectos, el desarrollo de la competencia de análisis didáctico de secuencias de actividades. Si el profesorado no consigue ser competente en dicho análisis dará la espalda al currículo por competencias, ignorándolo o bien limitándose a tenerlo en cuenta sólo para los documentos oficiales (programación de departamento, documentos del centro, etc.). Este fenómeno ya se está observando en el caso de España.

Finalizaremos este artículo comentando dos aspectos, uno problemático y otro positivo, que en estos momentos tiene la implementación del máster de FPS de matemáticas en la Universitat de Barcelona. Se trata de dos aspectos que van más allá de la Universitat de Barcelona y que, en mayor o menor medida, también están presentes en la mayoría de los masters de FPS de matemáticas que se imparten en las universidades españolas.

El primero es que el supuesto de que las asignaturas del módulo *Complementos para la formación matemática* sirven para complementar, y no para substituir la necesaria formación anterior que ha de asegurar una competencia matemática de base, no se ajusta con la formación previa que tienen las dos primeras promociones de alumnos en la UB. En la primera sólo había un alumno con grado de matemáticas y en la segunda también sólo hay uno. En el otro extremo tenemos alumnos que han cursado pocos créditos de matemáticas en los estudios de la especialidad que les ha permitido acceder al máster de FPS de matemáticas. Este desfase entre lo que se presupone que los alumnos saben de matemáticas y lo que los alumnos saben realmente es, probablemente, uno de los problemas más importantes del máster de FPS de matemáticas y para el cual se deberá buscar alguna solución en las futuras implementaciones.

El segundo es que el diseño del máster de FPS de matemáticas conlleva que se tenga que formar un equipo docente en el que tiene que participar profesorado de: 1) Pedagogía, Psicología y Sociología. 2) Matemáticas. 3) Didáctica de las Matemáticas y 4) Matemáticas de secundaria en activo. Se trata de un equipo docente que, si llega a funcionar realmente como un equipo, puede producir una sinergia importante que puede asegurar una formación de profesores de matemáticas de secundaria de mucha calidad. Conseguir la integración de este equipo es un reto importante y difícil, pero la experiencia que tenemos en la

Universitat de Barcelona, del primer año de implementación del máster de FPS de matemáticas y de lo que llevamos del segundo, nos hace ser optimistas en este aspecto.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco de los siguientes proyectos:

- 1) "Desarrollo de competencias profesionales en la formación de profesores de matemáticas", C/023928/09, Agencia Española de Cooperación Internacional para el Desarrollo.
- 2) "Evaluación y desarrollo de competencias profesionales en matemáticas y su didáctica en la formación inicial de profesores de secundaria/bachillerato", EDU2009-08120, Ministerio de Ciencia e Innovación, España;
- 3) "Una perspectiva competencial sobre el Master de Formación de Profesor de Secundaria de Matemáticas", REDICE-10-1001-13, Institut de Ciències de l'Educació (ICE) de la Universitat de Barcelona.

Referencias bibliográficas

- Ball, D.; Lubienski, S. T. y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge, en V. Richardson (ed.), *Handbook of Research on Teaching*, 433-456. American Educational Research Association, Washington, D.C., USA.
- Bishop, A. J.; Clements, K.; Keitel, C.; Kilpatrick, J. y Leung, F. K. S. (eds.) (2003). *Second International handbook of mathematics education*. Kluwer, Dordrecht, The Netherlands
- English, L. D.; Bartolini-busi, M., Jones, G. A.; Lesh, R. y Tirosh, D. (2002). *Handbook of International research in mathematics education*. Lawrence Erlbaum Ass, London, England
- Font, V. y Godino, J. D. (2010). Inicio a la investigación en la enseñanza de las matemáticas en secundaria y bachillerato, en C. Coll (ed.), *MATEMÁTICAS: Investigación, innovación y buenas prácticas*, 9-55. Graó, Barcelona, España.
- Font, V.; Planas, N. y Godino, J. D. (2010). *Modelo para el análisis didáctico en educación matemática*. *Infancia y Aprendizaje* 33 (1), 89-105.
- Font, V.; Rubio, N., Giménez, J. y Planas, N. (2009). *Competencias profesionales en el Máster de Profesorado de Secundaria*, UNO 51, 9-18.
- Franke, M. L.; Kazemi, E. y Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics, en F. K. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 225-256. NCTM y IAP, Charlotte, **NC, USA**.
- Godino, J. D. (2009). *Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas*. *Unión* 20, 13-31.
- Godino, J. D.; Bencomo, D.; Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). *Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas*. *Paradigma XXVII*(2), 221-252.
- Godino, J. D.; Font, V.; Wilhelmi, M. R. y Castro, C. de (2009). *Una aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas*. *Enseñanza de las Ciencias* 27(1), 59-76.

- Hill, H. C.; Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education* 39, 372-400.
- Hill, H.C.; Schilling, S. G. y Ball, D. L. (2004). *Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching*. *Elementary School Journal* 105, 11-30.
- Hill, H. C.; Sleep, L.; Lewis, J. M. y Ball, D. L. (2007). Assessing teachers' mathematical knowledge: What knowledge matters, en F. K. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 111-156. NCTM and IAP, Charlotte, NC. USA.
- Jaworski, B.; Giménez, J. et al (2009). Development of teaching in and from practice, en R Even y D Ball (eds), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics*, The 15th ICMI Study, 149-166, Springer, Dordrecht. The Netherlands
- Llinares S. y Krainer K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners, en A. Gutierrez y P. Boero (Eds), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*, 429 – 459. Sense Publishers, Rotterdam. The Netherlands.
- Mullis, I.; Martin, M.; Smith, T.; Garden, R.; Gregory, K.; Gonzalez, E.; Chrostowski, S. y O'connor, K. (2003). *TIMSS assessment frameworks and specifications 2003*. Boston College, Chestnut Hill, MA, EEUU.
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. SAEM Thales y National Council of Teachers of Mathematics, Sevilla, España.
- Niss, M. (2003). The Danish KOM Project and possible consequences for teacher education. En R. Strässer, G. Brandell y B. Grevholm (eds.). *Educating for the future. Proceeding of an international symposium on mathematics teacher education*, 179-192. Royal Swedish Academy of Sciences, Göteborg, Suecia
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (1999). *Measuring student knowledge and skills. A new framework for assessment*. OECD, París. Francia.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*, OCDE, París. Francia.
- Rubio, N.; Font, Giménez, J. Y Malaspina, U. (2011). Pre-service teachers learning to assess mathematical competencies. *Proceedings of CERME 7* (en prensa)
- Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. En F. K. Lester (ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 157-224, NCTM y IAP, Charlotte, **NC, USA**.
- Wood, T. (Ed.) (2008). *The international handbook of mathematics teacher education*. Sense Publishers, Rotterdam. The Netherlands.

