



Desenvolvimento de esquemas de utilização na interação com Geometria Dinâmica

Jesus Victoria Flores Salazar

Resumen

En este artículo presentamos una actividad realizada con estudiantes de segundo año de nivel secundario (16 años) desarrollada en una escuela del estado de São Paulo, Brasil. Tenemos por objetivo analizar las acciones y representaciones de los estudiantes y, sus posibles esquemas de utilización, cuando desarrollan una actividad que envuelve nociones de Geometría Espacial utilizando un *software* de Geometría Dinámica. Tomamos como base la teoría instrumental de Rabardel (1995), para trazar las relaciones entre el sujeto y el objeto mediadas por el instrumento.

Abstract

This article presents an activity realized with Form II students (second year upper school, 16 years old) from a school in the state of Sao Paulo, Brazil. The objective was to analyze the actions and representations performed by the students and the schemes used when developing an activity which involves notions of Spatial Geometry using Dynamic Geometry *software*. We have taken Rabardel's instrumental theory (1995) in order to observe the relationships between the subject and the object mediated by the instrument.

Resumo

No presente artigo apresentamos uma atividade de realizada com estudantes de segundo ano de Ensino Médio (16 anos) desenvolvida numa escola do Estado de São Paulo, Brasil. Objetivamos analisar as ações e representações dos estudantes e, seus possíveis esquemas de utilização, quando desenvolvem uma atividade que envolve noções de Geometria Espacial utilizando Geometria Dinâmica. Baseamos na abordagem Instrumental de Rabardel (1995) para delinear as relações entre o sujeito e o objeto mediadas pelo instrumento.

1. Introducción

Investigações na área de Educação Matemática, como as de Parzysz (1988; 1991), Cavalca (1997; 1998), Rommevaux (1999), Kaleff (2003), Montenegro (2005), Flores (2002; 2007) e Salazar (2009), bem como as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática PCN (1998) do Brasil, apontam a necessidade de realizar pesquisas que evidenciem como se desenvolve o processo de aprendizagem de Geometria Espacial.

Nesse sentido, o ambiente de geometria dinâmica *Cabri 3D* apresenta-se como uma alternativa para a aprendizagem de Geometria Espacial, uma vez que, permite construir, manipular e explorar figuras espaciais, além de conjecturar e verificar suas propriedades, o que facilita observar a figura sobre diferentes pontos de vista, desenvolvendo a visão tridimensional.

Com esse propósito, apresentamos neste artigo um recorte da tese de doutorado de Salazar (2009). Esta investigação foi realizada com onze estudantes brasileiros de segundo ano de Ensino Médio (16 anos) de uma escola particular do Estado de São Paulo. Expomos uma reflexão sobre as estratégias desenvolvidas por três alunos, que ao mobilizar conhecimentos de Geometria, realizam uma atividade que mobiliza noções de Geometria Espacial utilizando o *Cabri 3D*.

As ações dos estudantes são observadas por meio da abordagem instrumental de Rabardel (1995), uma vez que esta abordagem nos permite observar como eles interagem com esse ambiente computacional e com noções de geometria espacial, além de ressaltar alguns instrumentos que dão suporte as suas ações.

2. O ambiente de Geometria Dinâmica *Cabri 3D*

O *Cabri 3D* foi lançado em 2004, concebido e desenvolvido por CabriLog¹. Fundamenta-se na tecnologia CABRI², originada das pesquisas desenvolvidas no Laboratório Leibniz (associado à Universidade Joseph Fourier, em Grenoble, França).

Esse ambiente de geometria dinâmica permite manipular e construir figuras em três dimensões além de verificar e testar suas propriedades. Por exemplo, nas figuras no *Cabri 3D*, a mudança dos tons das cores indica se as figuras estão construídas mais perto do observador ou não, isto é, as cores são mais intensas ou mais tênues, respectivamente.

Além do mais, suas ferramentas e recursos permitem, por exemplo, criar pontos, retas, planos, prismas, pirâmides, cilindros, cones, esferas, etc. e, podem ser utilizados para realizar construções dinâmicas das mais elementares às mais complexas. Favorece a exploração de figuras em vários pontos de vista do observador, isso acontece porque o usuário pode observar sua construção, como se esta estivesse dentro de uma bola de cristal.

Advertimos que a primeira pesquisa sobre o *Cabri 3D* foi desenvolvida na França por Hugot (2005) em sua tese de doutorado *Une étude sur l'utilisabilité de Cabri 3D*³. De acordo com o autor, o *Cabri 3D* é um ambiente pedagógico de geometria dinâmica no espaço. O pesquisador mostra que o seu desenvolvimento apoia-se em alguns princípios relacionados à manipulação direta e cita que as funções didático-pedagógicas são diversas, com destaque para:

- Fornecer um ambiente de simulação: porque propõe um ambiente que respeite as leis do modelo de Geometria Euclidiana.
- Poder motivador: pois desperta a vontade do usuário, como por exemplo, os atributos gráficos como: cor, tamanho, textura, etc., que torna as figuras mais atraentes, dinâmicas e “legíveis”.

3. A abordagem instrumental

A abordagem instrumental de Rabardel (1995) embasa este artigo. Esta abordagem define o instrumento como uma entidade mista, composta pelo artefato (parte material ou simbólico) e esquemas de utilização.

¹ Logotipo da companhia criadora dos ambientes de Geometria Dinâmica *Cabri II* e *Cabri 3D*.

² A sigla CABRI vem do francês *Cahier de Brouillon Informatique*, que significa Caderno de Rascunho Informático.

³ Um estudo sobre as possibilidades de uso do *Cabri 3D*.

Nesta abordagem, a transformação do artefato em instrumento articula o sujeito - com suas habilidades e competências cognitivas - o instrumento e o objeto para o qual a ação é dirigida. Esse processo de transformação é chamado por Rabardel (1995) *Gênese Instrumental*.

Segundo o autor, a *Gênese Instrumental* tem duas dimensões que dependem da orientação. A *instrumentação*, quando é orientada para o sujeito, e *instrumentalização*, quando é orientada para o artefato. Para o autor,

[...] os processos de **instrumentalização** referem-se ao surgimento e evolução da componente artefato do instrumento: selecionado, agrupando, produzindo e definindo funções, transformando o artefato (estrutura, funções etc.) enriquecendo as propriedades do artefato cujos limites são difíceis de determinar; [...] Os processos de **instrumentação** são relativos ao surgimento e evolução de esquemas de utilização e da ação instrumental: sua constituição, seu funcionamento, sua evolução por acomodação, coordenação e combinação, inclusão e assimilação recíproca, a assimilação de novos artefatos aos esquemas pré-existentes. (RABARDEL, 1995, p. 111, tradução nossa do original francês) (grifo nosso)

Pontua o autor que os fatores básicos da influência dos instrumentos na atividade cognitiva do sujeito correspondem por um lado às limitações dos instrumentos e por outro às vantagens que eles oferecem para a ação. Assim, o sujeito na utilização e apropriação do instrumento deve levar em conta suas limitações.

4. Esquemas de Utilização

Rabardel (1995) justifica seu interesse pelos esquemas porque eles permitem analisar, de maneira detalhada, a sequência de ações que o sujeito realiza quando tem que resolver uma situação-problema. Assim, o autor se baseia na redefinição de esquema de Vergnaud⁴. Segundo o autor, o componente psicológico do instrumento, que organiza a atividade do sujeito, é formado pelos esquemas (novos esquemas, esquemas pessoais ou sociais preexistentes), que atuam como mediadores entre o sujeito e sua atividade.

Assim, Rabardel (1995) chama esquemas de utilização (**E.U.**) aos esquemas relacionados ao uso do artefato e, acrescenta que os esquemas de utilização relacionam-se por um lado aos artefatos (susceptíveis de ter um estatuto de meio) e, por outro lado, aos objetos (sobre os quais esses artefatos permitem agir). E afirma que os esquemas são organizadores da ação, da utilização, da aplicação e do uso do artefato.

Portanto, as duas componentes do instrumento – artefato e esquemas de utilização – têm uma relação de interdependência relativa. Um mesmo E.U. pode ser aplicado a uma multiplicidade de artefatos, mas também a artefatos diferentes.

⁴ Vergnaud (1996) redefiniu esquema, como organização invariante da conduta para uma dada classe de situações e, afirma que os esquemas não funcionam da mesma maneira em diferentes classes de situações. Assinala que nos esquemas, devem ser procurados, os conhecimentos-em-ato do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que permitem que sua ação seja operatória. Esses conhecimentos contidos nos esquemas são os invariantes operatórios (teoremas-em-ato e/ou conceitos-em-ato) que podem se tornar visíveis na ação.

Inversamente, um artefato pode ser suscetível de se inserir em uma multiplicidade de E.U. que lhe atribuem outro significado e, às vezes, funções distintas. Na atividade, os E.U. têm uma posição instrumental e uma posição de objeto, quando a orientação da atividade é epistemológica. Da mesma maneira, a posição instrumental do artefato depende da ação do sujeito que o usa como meio para atingir os objetivos de sua ação.

5. Metodologia

A metodologia utilizada se apoia em aspectos da Engenharia Didática de Artigue (1995).

[...] é uma forma de trabalho didático que pode ser comparado com o trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, baseia-se em conhecimentos científicos de sua área e aceita submete-se a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo é obrigado a trabalhar com objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência. (ARTIGUE, 1995, p. 33, tradução nossa do original espanhol).

De acordo com Almouloud (2007), a Engenharia Didática se apoia em um esquema experimental baseado na concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino, além da validação, que é a comprovação ou não das hipóteses assumidas no estudo, mediante as análises *a priori* e *a posteriori*.

Na parte experimental trabalhamos com alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola particular do Estado de São Paulo e utilizamos, para coletar os dados, além das atividades, questionários, fichas de observação e gravação das telas dos computadores.

6. A atividade

Apresentamos neste artigo a atividade “trave de futebol”⁵ com o intuito de observar as escolhas dos estudantes, tanto das ferramentas e/ou recursos do *Cabri 3D* quanto das noções geométricas mobilizadas por eles. Tal atividade consiste na construção de uma trave de futebol (figura 1) considerando o plano de base do *Cabri 3D* como o chão da trave.

Para observar as ações e os possíveis esquemas de utilização que desenvolvem os alunos participantes no desenvolvimento da atividade, escolhemos de maneira aleatória três estudantes, cujos nomes fictícios são: Andreyra, Pedro e Carlos.

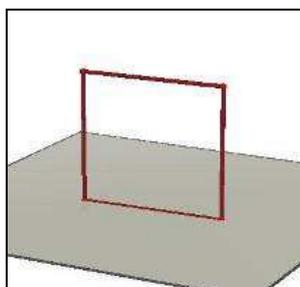


Figura 1: trave de Futebol

⁵ Essa atividade forma parte de um grupo de atividades trabalhadas na tese de doutorado de Salazar (2009) p. 168.

Assim, a priori, mostramos dois possíveis esquemas de utilização para a construção da trave.

- **Trave [1]**

Conceitos-em-ato: a construção ocorre por meio da mobilização de noções de segmento, plano paralelo e, reta perpendicular.

Regras-de-ação: criar um segmento qualquer no plano de base, depois criar duas retas perpendiculares a esse plano que passem pelos extremos do segmento. Em seguida, marcar um ponto em uma das duas perpendiculares e criar um plano paralelo ao plano de base, passando por esse ponto, marcar, então, o ponto de interseção da outra perpendicular com o plano paralelo (figura 2) feito isso, usar segmentos para construir a trave de futebol.

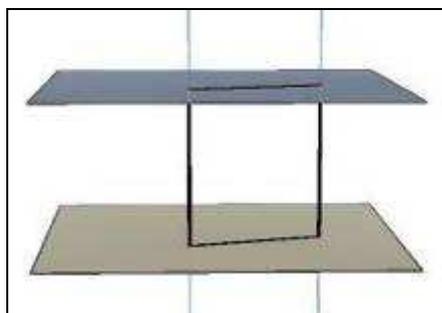


Figura 2: construção da trave de futebol com plano paralelo

- **Trave [2]**

Conceitos-em-ato: na construção, o estudante pode mobilizar a noção de segmento, retas paralelas e retas perpendiculares.

Regras-de-ação: criar uma reta no plano de base e, sobre ela, um segmento. Criar duas retas perpendiculares ao plano de base que passem pelos extremos do segmento. Em seguida, criar uma reta paralela ao segmento e, marcar os pontos de interseção com as retas perpendiculares (figura 3) Por fim, criar segmentos para construir a trave de futebol.

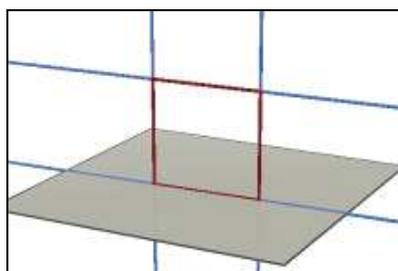


Figura 3: construção da trave de futebol com retas paralelas

A análise da atividade a posteriori é realizada em dois momentos. O primeiro descreve as ações de cada estudante para, em seguida, analisar em conjunto os esquemas mobilizados e as escolhas feitas por Andreyra, Pedro e Carlos.

- **Ações de Andreyra**

Três tentativas de resolução da atividade foram desenvolvidas pela estudante. É importante observar que Andreyra foi a única que utilizou uma estratégia totalmente diferente dos outros estudantes e da que nós pressupunhamos.

Em sua primeira tentativa, criou um cubo, como mostra a figura 4 e tentou “deletar” cinco de suas seis faces, de maneira que apenas uma sobrasse, esta seria a trave solicitada na atividade. Ao tentar validar essa ação, ficou surpresa ao notar que o cubo desaparecia quando uma de suas faces era destruída.

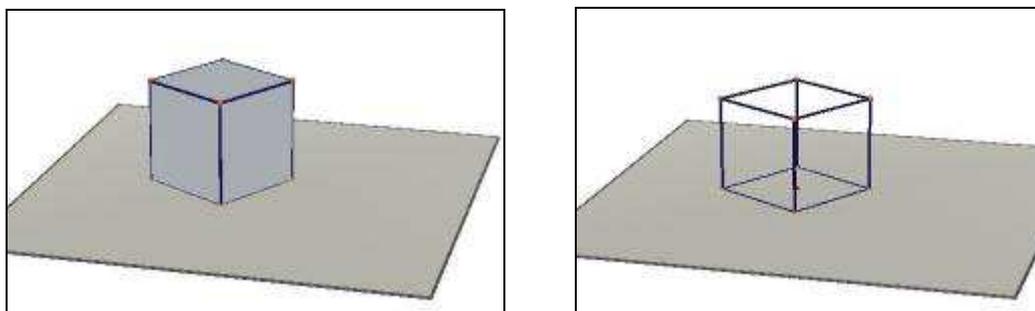


Figura 4: primeira tentativa de construção realizada por Andreya

Em sua segunda tentativa, a estudante criou dois pontos na parte visível (de cor cinza) do plano de base e outros dois fora dele. Feito isso, criou segmentos a partir desses pontos e a trave foi construída. Em um primeiro momento, ficou satisfeita com sua construção que parecia estar correta. Instigada pelo professor a usar o recurso “mudar de vista” (figura 5), alterou a posição do plano de base e observou que os pontos criados fora da parte visível ainda pertenciam a ele, o que mostrou que a trave não foi construída corretamente.

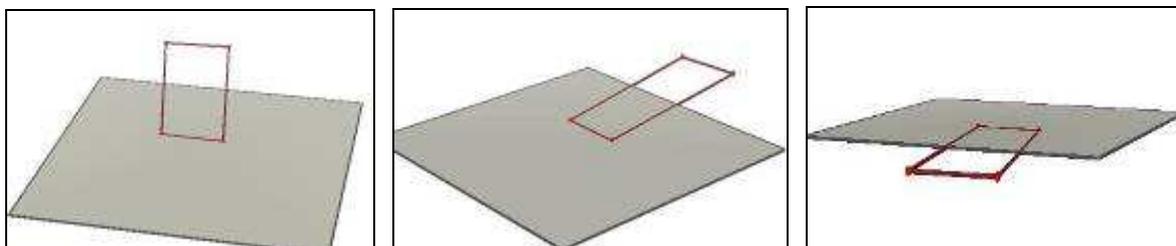


Figura 5: segunda tentativa de construção realizada por Andreya

Já na terceira, Andreya voltou à estratégia que consistia em construir a trave a partir do cubo (figura 6) e, novamente, um cubo foi criado, mas ela já sabia que não podia “destruir” os elementos que o compunham. Então, criou segmentos nas arestas de uma face do cubo e, em seguida, com o atributo “esconder/mostrar” escondeu o cubo e confirmou que sua construção estava correta, com o recurso “mudar de vista”.

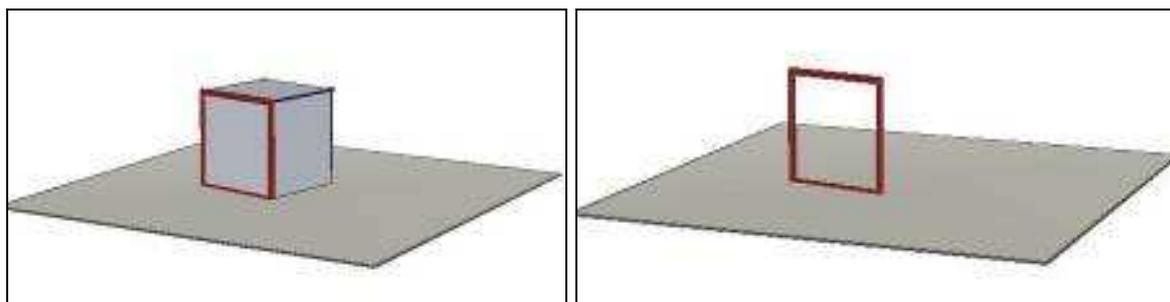


Figura 6: terceira tentativa de construção realizada por Andreya

- **Ações de Pedro**

Diferente de Andrey, Pedro realizou só uma construção, criou um segmento no plano de base e depois duas retas perpendiculares ao plano de base, passando pelos extremos do segmento. Depois disso, criou segmentos em cada reta perpendicular para construir os lados da trave de futebol, verificou a medida dos segmentos paralelos e igualou os dois, manipulando-os manualmente. Por fim, criou outros dois segmentos para fechar a trave de futebol, como mostra a figura 7. Outra vez, verificou que os dois novos segmentos tinham o mesmo comprimento e, dessa maneira, construiu sua trave de futebol.

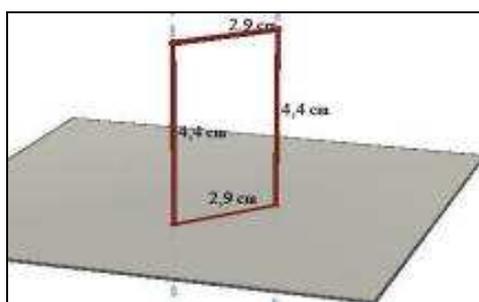


Figura 7: construção realizada por Pedro

- **Ações de Carlos**

O estudante observou detidamente a trave na ficha de atividades e criou um segmento, com um extremo no plano de base e o outro extremo no espaço. Para isso, utilizou a tecla Shift, mas teve uma dúvida e perguntou ao professor: como faço o segundo segmento? O professor orientou-o que mudasse de posição o plano de base – o botão direito do mouse – ele mudou e depois optou por copiar e colar o segmento já criado, obtendo dessa maneira dois segmentos paralelos (figura 8). Em seguida, criou segmentos nos extremos dos segmentos paralelos e construiu a trave de futebol.

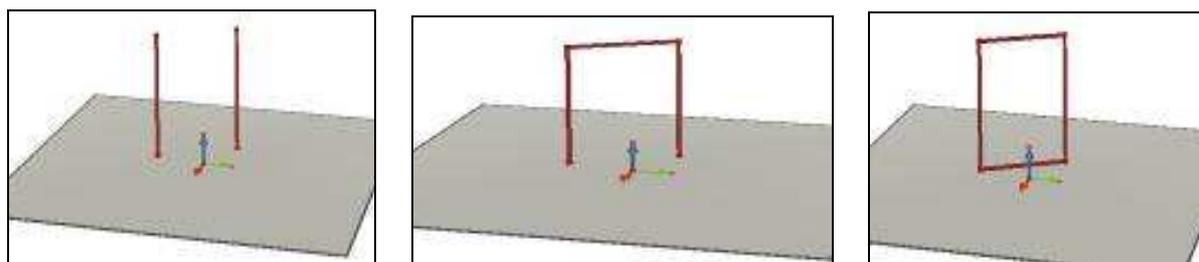


Figura 8: processo de construção realizada por Carlos

Observamos que as ações de Andrey, Pedro e Carlos mostraram que eles utilizaram diferentes ferramentas do *Cabri 3D* (parte do artefato) e, também, esquemas distintos aos apresentados na análise a priori: Trave [1] e Trave [2]. Assinalamos que os esquemas de utilização podem ou não terem sido desenvolvidos com base em esquemas preestabelecidos.

Nesse sentido, temos indícios de que o processo de instrumentação aconteceu. Isso se tornou evidente quando observamos, em cada construção, o tratamento no registro figural⁶ que chamamos de registro figural dinâmico⁷.

⁶ No sentido de Duval (1995).

Deste modo, detivemo-nos nas ações que Andreya seguiu nas três tentativas para construir a trave, pois elas são diferentes da sequência de ações pressupostas e, também, porque diferem das construções dos colegas.

Como a construção da trave de Futebol é uma atividade realizada depois de atividades introdutórias ao *Cabri 3D*, pressupomos que a estudante utilizaria as ferramentas, plano e reta como aconteceu, com Pedro e Carlos. O esquema de construção utilizado por Andreya partia do cubo, pois, ela associou a forma das faces do cubo com a trave de Futebol. Tal construção, nos fez pensar na possibilidade de que para ela, as ferramentas, plano e reta ainda não são artefatos, no sentido de Rabardel.

Dos três estudantes, somente Andreya verificou, por meio da manipulação direta – botão direito do mouse – se a construção feita estava de acordo com o solicitado. Isso aconteceu na segunda tentativa, quando deslocou o plano de base em relação a um referencial, isto é, quando mudou seu ponto de vista.

As construções de Pedro e Carlos pareciam certas, e eles até mudaram o ponto de vista, porém, não manipularam as figuras construídas, (figuras 9(a) e 9(b)). Se a manipulação fosse feita, teriam verificado que suas construções não conservavam as características da construção inicial, isto é, são inconsistentes (figuras 9 (c) e 9(d)).

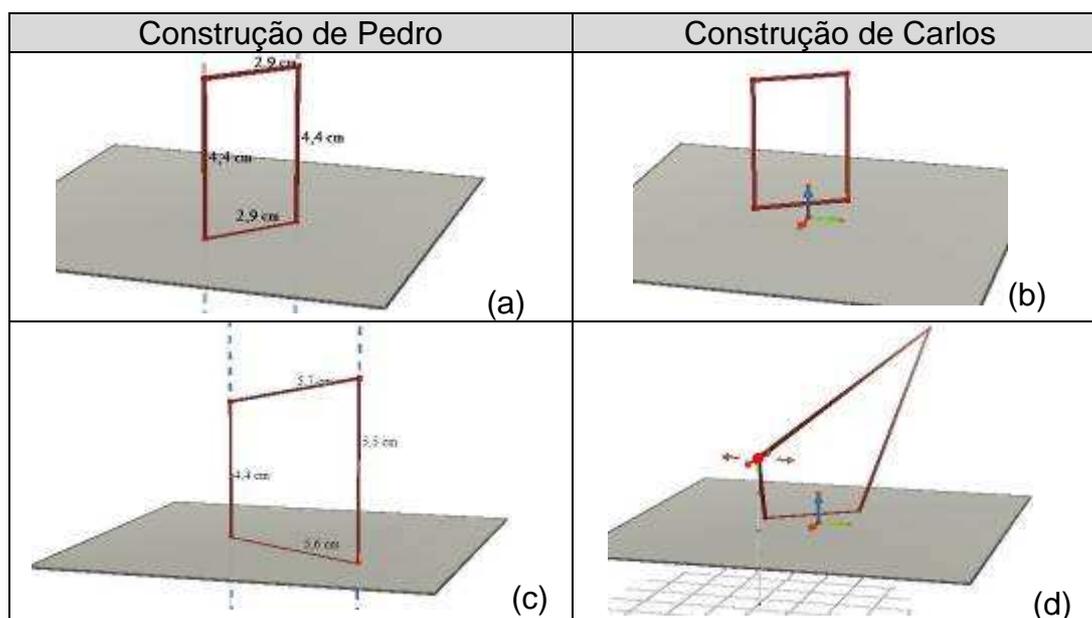


Figura 9: manipulação da trave de futebol construída por Pedro e Carlos

Após observar as ações de Pedro e Carlos, podemos afirmar que os esquemas utilizados por eles limitaram-se à questão visual, pois, as estratégias usadas na construção apresentavam indícios que os dois estudantes não tiveram preocupação com as propriedades matemáticas exigidas para a construção (lados paralelos dois a dois e ângulos retos).

⁷ Entendemos como *registro figural dinâmico*, o registro figural utilizado em ambientes de Geometria Dinâmica. No artigo, as figuras são construídas no *Cabri 3D*, razão pela qual consideramos esse registro.

7. Considerações finais

Por meio dos esquemas de utilização da análise a priori, descrevemos de maneira detalhadamente a possível sequência de ações que os estudantes seguiram no desenvolvimento da atividade quando interagiram com o ambiente de geometria dinâmica Cabri 3D.

Além, do mais, os estudantes estabeleceram relações entre as ferramentas e recursos do Cabri 3D e seus conhecimentos matemáticos, pois, suas ações evidenciaram a mobilização de esquemas pré-estabelecidos e/ou a criação de novos esquemas de utilização. Esse fato nos dá subsídios da ocorrência do processo de instrumentação com o Cabri 3D e com as noções de Geometria.

A parte do artefato Cabri 3D, ferramentas e recursos utilizados, com os esquemas de utilização criados pelos estudantes durante o desenvolvimento da atividade “trave de Futebol” foram diferentes aos esquemas da análise a priori.

Por outro lado, não podemos afirmar que existe uma única sequência de ações para uma atividade. Entretanto, para que os estudantes utilizem e/ou criem esquemas de utilização similares aos que o professor prevê, a priori, cabe a ele fazer as escolhas adequadas e orientar o desenvolvimento do trabalho, de acordo com o conteúdo escolhido.

Enquanto à interação dos estudantes com o *Cabri 3D*, o software permitiu, durante o desenvolvimento das atividades, a exploração delas sob diferentes pontos de vista do observador, além de identificar e interpretar, de modo direto, as formas diferentes de objetos matemáticos envolvido na construção realizada na atividade.

O esquema criado por Andreyra permitiu que ela relacionasse os elementos estruturais da figura, com noções matemáticas mobilizadas.

Na atividade realizada os três estudantes demonstraram estar familiarizados com as ferramentas e recursos do *Cabri 3D*, visto que estabeleceram relações entre estes e seus conhecimentos matemáticos.

Bibliografía

- CABRI 3D, Manual do usuário. Recuperado el 1 de Marzo de 2008, de http://download.cabri.com/data/pdfs/manuals/c3dv2/user_manual_pt_br.pdf.
- Cavalca, A. de P. (1997). *Espaço e Representação Gráfica: Visualização e Interpretação*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine*. Bern, Peter Lang.
- Flores, C. R. (2002). *Abordagem histórica no ensino de Matemática: o caso da representação em perspectiva*. *Contrapontos*. v. 2, n. 6. p. 423-437.
- _____. (2007). *Olhar, saber, representar: sobre a representação em perspectiva*. São Paulo. Musa.
- Hugot, F. (2005). *Une étude sur l'utilisabilité de Cabri 3D. Mémoire de Recherche, Environnements Informatiques d'Apprentissage Humain et Didactique*. Université Joseph Fourier Grenoble I, França.
- Kaleff, A. M. (2003). *Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao calculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos*. EdUFF.

- Montenegro, G. (2005). *Inteligência Visual e 3-D: Compreendendo conceitos básicos da Geometria Espacial*. São Paulo: Edgard Blücher.
- Parzysz B. (1988). Knowing vs. Seeing: Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, n.19, p. 79-92.
- _____. (1991). Representation of space and students' conceptions at High school Level. *Educational Studies in Mathematics*, n. 22, p. 575-593.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin.
- Rommevaux, M.-P. (1999). Le discernement des plans dans une situation tridimensionnelle. *Revista Educação Matemática Pesquisa*. v. 1, n. 1, p 13-65.
- Salazar, J.V.F. (2009). *Gênese Instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de Transformações Geométricas no Espaço*. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.
- Verillon, P. (2008). *Artifacts and cognitive development: how do psychogenetic theories of intelligence help in understanding the influence of technical environments on the development of thought?*. Recuperado el 5 de Abril de 2008, de <http://www.iteaconnect.org/Conference/PATT/PATT15/Verillon.pdf>.
- Vergnaud, G. (1996). A teoria dos campos conceptuais. In: Jean Brun (Ed.). *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget.

Jesús Victoria Flores Salazar. Doctora en Enseñanza de las Matemáticas. Pontificia Universidad Católica de Sao Paulo, Brasil. Docente del departamento de Matemática, Universidad Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Brasil.
floresjv@gmail.com.