Diciembre de 2011, Número 28, páginas 21- 40
ISSN: 1815-0640

O desafio do conhecimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais da educação básica tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações.

Angélica da Fontoura Garcia Silva, Tânia M. Mendonça Campos, Ruy Cesar Pietropaolo

"... Construirás os labirintos impermanentes
que sucessivamente habitarás.
Todos os dias estás refazendo o teu desenho.
Não te fatigues logo. Tens trabalho para toda a vida..."
(Cecília Meireles: Desenho)

Resumen

Neste artículo, presentamos una análisis de factores que pueden interferir en el conocimiento profesional de un grupo de docentes de los primeros años de la enseñanza elemental (6-10 años), en San Pablo. Tales factores fueran identificados en una educación continua, en discusiones sobre la representación fraccionada de números racionales y sus diferentes significados. Comprobamos que un factor viene de dificultades derivadas de una mala formación. Apuntamos el estudio de los racionales y sus diferentes significados, así como de diferentes abordajes, en los cursos de formación. Además, para romper creencias y conceptos en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas, en particular de fracciones, es necesaria una constante reflexión sobre la práctica de estos procesos.

Abstract

We present an analysis of influent factors in the professional knowledge of early years´ elementary school (6 to 10 years old) teachers, in the city of São Paulo. These factors were identified in an in service education course, which involved discussions about fractional representations of rational numbers and their different meanings. The data has indicated that one influential factor arises from an unsatisfactory process in their initial education. Our analysis suggests a study of rational numbers and their various meanings and the use of different approaches, in teachers´ education courses. Also, in order to perturb existing beliefs and ideas, related to mathematics teaching and learning, particularly about fractions, we need to promote constant reflection on the practice of those processes.

Resumo

Apresentamos uma análise de fatores que podem interferir no conhecimento profissional de um grupo de professores dos primeiros anos do Ensino Básico (6 a 10 anos), em São Paulo. Tais fatores foram identificados em uma formação continuada, na qual se discutiu a representação fracionária de números racionais e seus diferentes significados. Verificamos que um desses fatores provém de dificuldades decorrentes de um processo de formação insatisfatório. Indicamos a necessidade de um estudo dos racionais e seus diferentes significados, com diferentes abordagens, nos cursos de formação. E que, para romper crenças e concepções sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática, particularmente com *frações*, é necessária uma constante reflexão sobre a prática dos professores.

1. Introdução: Quanto às nossas escolhas

Consideramos o papel do professor de fundamental importância na organização do trabalho pedagógico. São inúmeras as expectativas sobre o perfil desse profissional em face da tarefa de realizar um ensino de qualidade. Sem dúvida, uma boa formação inicial seria uma introdução adequada ao desenvolvimento do conhecimento profissional docente, mas no decorrer da profissionalidade docente torna-se importante compreender a relação existente entre a reflexão sobre a prática e os domínios dos conhecimentos específicos, pedagógicos e curriculares. É preciso considerar, ainda, que "o cerne do processo educativo reside na escolha de modelos de desenvolvimento humano, na opção entre diversas respostas face às características dos grupos e aos contextos sociais" (Sacristan, 1991, p.87) e ainda, parafraseando Cecília Meireles, o professor está refazendo seu desenho todos os dias. Assim, consideramos que a capacidade de análise e escolha não se forma espontaneamente, exigindo também ações estratégicas de formação continuada. Em virtude disso, acreditamos que analisar os fatores que podem interferir no conhecimento profissional docente quando o professor está inserido em um processo de formação seria de fundamental importância.

Escolhemos, como sujeitos da pesquisa apresentada nesse artigo, um grupo de professoras que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental (6-10 anos de idade), pois segundo Fiorentini et al. (2002, p. 143), no Brasil, há uma carência de pesquisas com professores desse nível de ensino. Esse mesmo estudo indica "que o campo da pesquisa ligado à formação continuada do professor a partir da prática profissional – o qual envolve saberes, habilidades, competências, pensamento e prática – é um terreno ainda praticamente inexplorado" (p. 158).

Considerando que o professor das séries da Educação Básica do Brasil precisa trabalhar com conteúdos matemáticos e compartilhando das idéias de Shulman (1986), quando afirma que para ensinar é necessário que o professor domine os conteúdos específicos de sua área, acreditamos ser importante investigar um processo de ensino e de aprendizagem de um conteúdo específico da matemática, no caso números racionais em sua representação fracionária, para compreender o conhecimento profissional docente acerca da temática. Esta escolha deve-se ao fato de que, em geral, é feita a abordagem desse tema no decorrer das 4° e 5° anos do Ensino Fundamental, com crianças na faixa de 9 a 10 anos de idade, o mesmo é retomado, sistematicamente, nas duas séries subseqüentes e, mais tarde, pontualmente, em praticamente todos os anos subseqüentes da Educação Básica[1]. No entanto, pesquisas recentes desenvolvidas no Brasil (Rodrigues, 2005) e (Canova, 2006), dentre outros, mostram que os alunos têm pouco domínio desse conceito, fato comprovado em diferentes avaliações externas.

[1] No Brasil a Educação Básica inclui a educação infantil, ensino fundamental e ensino médio, nesta citação nos referimos aos anos finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

Observando resultados destas avaliações, como as realizadas pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB)[2] desde 1990 e pelo Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP)[3] percebemos que, no Brasil e, em particular, no estado de São Paulo, os processos de ensino e de aprendizagem dos números racionais na representação fracionária não têm avançado muito.

No SAEB de 2001, por exemplo, os resultados mostram que, em algumas questões que envolvem números racionais representados na forma fracionária, as crianças tinham um percentual de acertos em torno dos 35%. Vejamos uma situação problema cujo objetivo é avaliar a habilidade de identificar a fração como representação que pode estar associada a diferentes significados:

Para fazer uma horta, Marcelo dividiu um terreno em 7 partes iguais. Em cada uma das partes, ele plantará um tipo de semente.
Que fração representará cada uma das partes dessa horta?

➤ (A) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{7}{1}$

(B) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{7}{7}$

Percentual de Respostas às Alternativas				
A	B	C	D	Em branco e nulas
35	10	14	33	8

Figura 1: Questão do SAEB

Trata-se de questão encontrada em livros didáticos, apresentando uma situação que envolve o significado de parte-todo,[4] cujo percentual de acertos foi de 35%, taxa considerada baixa, se levarmos em conta que pesquisas recentes (Campos et al., 2006) e (Canova, 2006) indicam que "há uma forte tendência em traduzir o conceito de número racional, na representação fracionária, por este significado". Campos et al., 2006, por exemplo, em uma pesquisa realizada com 70 professores, concluíram não haver uma clareza sobre os diferentes significados da fração, o que os levaram a propor situações de ensino, restringindo à percepção e ao significado parte-todo.

Dados semelhantes foram observados em outra avaliação institucional, no SARESP 2005, que também avaliou habilidades matemáticas e indicou resultados próximos aos do SAEB, ou seja, ao avaliar alunos de 7° ano (11 ou 12 anos), que, de acordo com orientações contidas em documentos oficiais de referência curricular, deveriam ter trabalhado com números racionais pelo menos nos três últimos anos, somente 37% acertaram questões que envolviam os significados das

[2] SAEB, criado em 1990, a cada dois anos avalia, nacionalmente, conteúdos matemáticos, tendo como foco a resolução de problemas. Em 2001, esta avaliação indicou que em questões que pretendiam avaliar a capacidade de identificar a fração no significado parte-todo, as crianças tinham um percentual de acerto em torno dos 35%.
[3] SARESP é o sistema de avaliação da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE/SP. Criado em 1996, até o momento apresentou nove edições, sendo que as duas últimas, em que a Matemática esteve presente, ocorreram em 2000 e 2005. O SARESP 2005, 2008, por exemplo, apresenta resultados semelhantes ao SAEB, ou seja, a maioria dos alunos com 9 ou 10 anos (60%) não conseguiu relacionar uma representação decimal a uma fracionária.
[4] Segundo Nunes (2003), a idéia presente nesse significado é a da partição de um todo em *n* partes iguais, em que cada parte pode ser representada por 1/n. Assim, assumiremos como significado parte-todo o todo dividido em partes iguais em situações estáticas, em que a utilização de um procedimento de dupla contagem é suficiente para se chegar a uma representação correta.

frações. Tal dificuldade aparece ainda, com índice de acerto muito menor (15%), no SARESP de 2008, que ao avaliar alunos de 9° ano (13 ou 14 anos) observou a dificuldade dos alunos diante de um item no qual ele deveria identificar uma determinada fração $\frac{2}{5}$ como representação que estava associada a diferentes significados apresentada em situações diversas.

Quanto ao ensino desse tema, Nunes e Bryant (1997), tomando como base a pesquisa de Campos e Cols (1995), já sinalizavam que havia uma forte tendência por parte dos professores no sentido de trabalhar o conceito de número racional em sua representação fracionária utilizando, prioritariamente, o significado parte-todo, retomado por Campos (1999). Esse fato também é discutido em documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1997). Recentemente, estudos como os Campos et al. (2006), Canova (2006) e Damico (2007) também mostraram que há uma ênfase muito grande no ensino de números racionais representados em forma de fração, utilizando prioritariamente o significado parte-todo, nas séries iniciais ou operador multiplicativo nas séries finais.

Ainda com relação às questões de ensino e aprendizagem dos números racionais, observa-se uma relação intrínseca das concepções dos professores com a própria aprendizagem e a sua influência sobre o ensino e aprendizagem dos alunos (Campos et al, 2006, Canova, 2006, Damico, 2007 & Silva 2007). Analisando as pesquisas citadas e considerando, assim como Ponte (1992), que as concepções dos alunos são diretamente influenciadas pelo trabalho feito pelos professores, acreditamos ser importante levar também em conta o conhecimento docente, pois este tem papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem.

Desse modo, apresentamos uma análise dos diferentes fatores que influenciam no conhecimento profissional dos professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, realizada a partir de observações e reflexões sobre o ensino e aprendizagem de números racionais em sua representação fracionária, quando esses professores estão inseridos num projeto de pesquisa.

2. Quanto à Fundamentação Teórica

Para o desenvolvimento deste estudo, tomamos como base um quadro teórico relacionado à formação de professores e ao conhecimento profissional docente, considerando as contribuições de Dewey (1979), que fundamentou o trabalho sobre questões relacionadas à reflexão sobre a prática de Schön, ampliadas pelas discussões de Alarcão, Shulman, Tardif, Ponte e Serrazina

Apoiamo-nos em Shulman (1986, 1987), com o intuito de compreender o processo de aprendizagem da docência. Seus estudos discutem o conhecimento pedagógico da matéria a ser ensinada, partindo de análises referentes ao “pensamento do professor” e ao “conhecimento do professor”. Por outro lado, Tardif (2002) chama-nos a atenção para o fato do saber docente ser um saber diversificado, formado por saberes provenientes de fontes distintas. Afirma ainda que os futuros professores, antes mesmo de ministrarem suas aulas, experimentaram “lições” no seu futuro local de trabalho. Assim, um professor, mesmo antes de escolher o ofício docente, vivenciou, pelo menos durante 12 anos, o cotidiano escolar, tornando-se essa uma primeira dimensão formadora.

Consideramos assim que a reflexão do professor sobre a própria prática nos permite colher elementos para uma análise das dimensões do conhecimento profissional docente. A teoria de Schön (1983) aborda as diferentes dimensões da reflexão, em especial, a reflexão-na-ação e a reflexão-sobre-ação. A reflexão-na-ação diz respeito àquela que ocorre durante a atuação do professor em sala de aula e a reflexão-sobre-ação acontece quando o professor se distancia da ação para reconstituí-la, mentalmente, a partir da descrição e da análise dos fatos ocorridos.

No entanto, Alarcão (2001) argumenta que a reflexão-sobre-ação do professor nem sempre ocorre de forma natural e espontânea. É por esta razão que, a nosso ver, as propostas de formação continuada devem criar estratégias que permitam ao professor encontrar um sentido para rever e analisar a própria prática. A autora considera ainda a escola como "Organização que continuadamente se pensa a si própria, na sua missão social e na sua estrutura e se confronta com o desenrolar da sua actividade num processo heurístico, simultaneamente avaliativo e formativo" (Alarcão, 2001); portanto, consideramos que uma pesquisa realizada na própria escola pode propiciar tais momentos de reflexão-sobre-ação .

Consideramos ainda que é o olhar *a posteriori* sobre a prática e sua explicitação que propicia ao professor a oportunidade de reconhecer e entender como foram resolvidos os imprevistos ocorridos e quais aspectos deveriam ou não ser alterados em sua ação. Ou seja, a reflexão-sobre-ação permite que o professor tome ciência dos efeitos resultantes das estratégias utilizadas na reformulação de suas ações e, à medida que o processo reflexivo evolui, ele passa a ter novos patamares de compreensão sobre a ação e sobre as possíveis soluções para desenvolver novas práticas.

Ponte (1998) relaciona o conhecimento profissional docente com a prática que, por sua vez, está ligada às concepções do professor. Segundo esse autor, a forma como o professor conduz o processo de ensino na sala de aula pressupõe, necessariamente, um conhecimento de quatro domínios fundamentais: (a) a Matemática, (b) o currículo, (c) o aluno e os seus processos de aprendizagem e (d) a organização da atividade instrucional. Para Ponte, estes quatro domínios constituem o núcleo do conhecimento profissional do professor, referente à sua "prática lectiva" e, além disso, estão estruturados de acordo com as concepções do professor.

Em seus estudos, Ponte (1992) mostra a influência tanto das concepções sobre a prática como o inverso, dizendo que: "... as práticas são muitas vezes reveladoras de concepções importantes..." e, em virtude disso, geram uma tendência para o desenvolvimento de pesquisas nas quais se observa um maior interesse no estudo da prática docente, com investigadores cada vez mais preocupados em "... compreender melhor como pensa e como age o professor na sua actividade profissional..." (p. 193).

Ponte considera que as concepções "têm uma natureza essencialmente cognitiva. Actuam como uma espécie de filtro ora dando sentido às coisas ora 'como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão" (1992, p. 185). Partilhamos dessas idéias e consideramos importante analisar as concepções reveladas pela prática e aprofundar também a questão do conhecimento profissional, a partir da análise da prática profissional docente e das concepções demonstradas pelos professores.

Entretanto, para fundamentar este estudo, acreditamos que há necessidade de discutir outras questões relacionadas à reflexão sobre a prática. Serrazina (1998) pesquisou a capacidade de reflexão dos professores de Matemática com quem trabalhou e observou que há uma relação entre a autoconfiança e os conhecimentos específicos da área. Segundo observações feitas em seus estudos, a capacidade de refletir a própria prática "tornou-se mais profunda à medida que aumentava a sua autoconfiança que, por sua vez, estava ligada ao aprofundamento dos seus conhecimentos de Matemática". Afirma ainda que tal situação possa gerar certo desconforto, "pois as suas certezas [do professor reflexivo] são muitas vezes abaladas." (Oliveira & Serrazina, 2004, p. 12).

Nessa perspectiva, consideramos, assim como Serrazina (2002), que o papel da reflexão se amplia frente aos desafios da formação continua na perspectiva do desenvolvimento profissional docente :

> Pensar hoje a formação contínua de professores implica ter consciência que o professor possui um conhecimento profissional específico, multifacetado, que desenvolve continuadamente ao longo do tempo, em diálogo com as experiências diversas que vai vivendo, nomeadamente no contexto concreto das escolas em que lecciona e com as turmas que vai encontrando. Esse conhecimento é dinâmico, está em constante evolução, na procura de resposta às novas situações com que o professor se depara, requerendo actualização e aprofundamento permanente e sustentado, o que pressupõe o desenvolvimento de uma atitude e predisposição positiva para o seu investimento profissional. Isto é, a formação contínua deve ser encarada como um processo de desenvolvimento profissional do professor e não apenas como uma forma de colmatar deficiências detectadas na sua formação (Serrazina, 2002).

Considerando tal referencial, ampliamos nosso estudo no que se refere ao objeto matemático: a representação fracionária do número racional na classificação proposta por Nunes et al (2003). Os estudos destes autores, baseados na teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), propõem que se aborde o conceito de fração a partir da terna (S, I, R), quais sejam: o conjunto das situações (S), o conjunto dos invariantes (I) que definem o conceito e o conjunto das representações (R).

Com base nas idéias de Vergnaud (1990), Nunes et al. (2003) propõem que sejam considerados os invariantes: ordem e equivalência; cinco situações que pretendem dar significados à fração e às representações possíveis. São cinco os significados de fração considerados por Nunes et al. (2003): a fração como número; relação parte-todo; medida; operador multiplicativo e quociente.

Para este artigo, escolhemos analisar os significados parte-todo e quociente, por acreditarmos que tais significados estão mais associados às fases iniciais da construção do conceito de número racional e, portanto, são mais apropriados para a identificação de pontos críticos relacionados tanto ao ensino como à aprendizagem.

3. Metodologia

O nosso estudo foi desenvolvido numa intervenção da segunda autora, durante dois anos, numa mesma escola com 17 professores. Classificamos a natureza dessa pesquisa como qualitativa e interpretativa, organizada em um estudo de caso de uma formação continuada, realizada em uma escola de uma cidade de São Paulo. Para tanto, escolhemos investigar diferentes aspectos relacionados ao conhecimento profissional de um grupo de professoras, tomando como base suas observações sobre os processos de ensino e de aprendizagem de frações antes, durante e após a formação e a intervenção dos professores. Os dados diagnósticos obtidos inicialmente serviram como base para a elaboração do material utilizado durante os encontros com as professoras e, ao final do processo de formação, procurou-se observar e analisar também a influência da intervenção sobre a prática docente daquelas profissionais.

O instrumento diagnóstico teve o objetivo de analisar o perfil do grupo de professoras de 2° a 5° anos e procurar compreender as estratégias utilizadas por elas e por seus alunos para a solução de problemas envolvendo diferentes significados de números racionais representados na forma fracionária. Além disso, foi solicitado às professoras que refletissem e avaliassem seu trabalho sobre frações durante os anos anteriores à formação. A análise dos resultados apresentados pelas professoras e por seus alunos serviu como base para a elaboração do material que seria objeto de estudo durante a formação.

Os dados nesse artigo foram coletados em 16 sessões de 4 horas cada, das quais: 3 destinadas à aplicação de um instrumento diagnóstico (1 sessão para os 17 professores e 2 para 47 alunos desses professores); 9 sessões dedicadas a estudos dos significados da representação fracionária dos números racionais e à vivência de metodologias diversificadas, tendo as frações como objeto de estudo; e 1 sessão foi dedicada à elaboração de uma seqüência de trabalho, pelas professoras, que foi desenvolvida com seus alunos em sala de aula. As duas sessões seguintes foram destinadas a entrevistas e, finalmente, realizamos uma sessão de entrevistas, um ano após a intervenção, com o objetivo de verificar as reflexões feitas pelos professores depois da pesquisa.

4. Síntese dos principais resultados encontrados nesta pesquisa

Faremos a seguir a síntese dos principais resultados encontrados nos instrumentos de coleta de dados. Analisaremos os resultados encontrados no protocolo de pesquisa da avaliação inicial, utilizado antes de iniciar a intervenção. Teceremos considerações a respeito de impressões colhidas durante a intervenção e, finalmente, expomos uma avaliação dos depoimentos das professoras, contendo reflexões sobre o trabalho docente após a intervenção

4.1 Saberes docentes acerca dos significados da representação fracionária dos números racionais

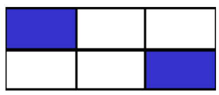
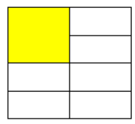
Conforme já afirmamos, apoiamo-nos em Shulman (1986, 1987) com o intuito de compreender o processo de aprendizagem da docência. O autor classifica três tipos de conhecimento que os docentes devem ter: conhecimento da matéria ensinada, conhecimento pedagógico de conteúdo e conhecimento curricular.

Quanto ao conhecimento da matéria ensinada, observamos no exame dos dados obtidos na avaliação inicial, com base em um questionário apresentado a professores e uma amostra de alunos destes docentes, no qual pretendíamos investigar os conhecimentos, concepções e estratégias utilizadas para resolver problemas que abordam a idéia de fração, segundo a classificação teórica proposta por Nunes.

Notamos que o grupo de professoras apresentou dificuldades relacionadas à parte conceitual dos significados das frações. Neste instrumento pôde-se observar que o índice de acertos das professoras pesquisadas foi de aproximadamente de 76,6% (para o significado parte-todo) e 64,7% (para o significado quociente). Assim, uma primeira análise dos dados obtidos sugeriu-nos que, no geral, estas professoras apresentaram um desempenho melhor nas questões que envolviam o significado parte-todo, comparadas às do significado quociente, o que nos dá indícios das razões pelas quais pesquisas recentes apontam a forte tendência de professores trabalharem este significado.

No entanto, constatamos que entre seus alunos os resultados não foram tão positivos para o significado parte-todo: 28,4%. Já para o quociente o índice foi maior, 57,1%, muito próximo ao encontrado com as professoras. Tais dados nos levaram a considerar a necessidade de promover uma reflexão não só acerca das dificuldades dos alunos, referentes ao significado parte-todo e sobre suas causas, como sobre o que levou o grupo de alunos a ter um desempenho maior com o quociente.

Para esse artigo optamos em apresentar resoluções e comentários feitos pelos professores tanto na avaliação inicial como durante a formação e na entrevista. Escolhemos, então, os significados parte-todo e quociente envolvendo grandezas contínuas já que, segundo as professoras, era essa a grandeza mais trabalhada na sala de aula até então. Quanto ao significado parte-todo envolvendo a grandeza contínua, foram apresentadas na avaliação inicial duas questões. Observa-se que ambas poderiam ser resolvidas por dupla contagem, indicando no denominador a quantidade total de partes iguais em que a figura está dividida e no numerador a quantidade de partes pintadas que pretendíamos verificar. A questão 8 apresenta ícone, o que não ocorre com a questão 4:

Questão 4	**Questão 8**
Isabelle ganhou uma barra de chocolate, partiu em 5 partes iguais e deu 2 partes para André. Que fração representa a parte que André recebeu? 14 acertos (82,35%) Significado parte-todo, grandezas contínuas, representação não icônica Resposta correta: $\frac{2}{5}$	Observe o desenho abaixo e responda qual a fração que representa as partes pintadas da figura em relação ao total da figura a)  b)  15 acertos (88,23%) 12 acertos (70,59%) Significado *parte-todo*, grandezas contínuas, representação icônica Resposta correta: a) $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$

Analisando o resultado, percebemos que, embora o nível de acerto seja alto, as duas questões não foram totalmente compreendidas pelas professoras. Relativamente à questão 4, que traz explícita no enunciado a divisão do chocolate em 5 partes iguais – indicando o denominador – e a quantidade de partes dadas a André – indicando o numerador. Assim, embora não apresente um ícone, é possível que essa questão propicie ao aluno uma melhor oportunidade de compreensão do significado da fração como parte-todo. É importante salientar que, no Brasil, documentos oficiais apontam que a forma mais comum de abordagem e exploração do conceito de fração é aquela que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo. É o caso das divisões de chocolates ou de pizzas, em partes iguais (PCN, 1997, p. 64).

Ressaltamos que ao resolver esta questão, mesmo não havendo ícone, os professores demonstraram mais facilidade para descrever o processo de partição (significado parte-todo), utilizando para isso uma dupla contagem. Observamos que essa situação-problema teve índice significativo de acertos (82,35%) e somente três professores responderam $\frac{3}{5}$. Elas podem ter entendido a situação, porém não foram capazes de analisar a pergunta, considerando o que restou do chocolate e não o que André recebeu.

Nesta mesma questão, entre os alunos da escola pesquisada o índice de acertos foi 48,05%. Quanto às respostas incorretas apresentadas pelos alunos, o que prevaleceu (32,47%) foi a inversão das posições do numerador e do denominador, apresentando $\frac{5}{6}$ como resposta. Os demais erros, num total de 35, poderiam ser atribuídos à interpretação incorreta da situação proposta, ou à ausência de conhecimentos relacionados à representação fracionária de números racionais. Dois alunos entregaram essa questão em branco. Do que foi exposto, entendemos que embora os professores tenham demonstrado certo domínio do tipo de situação contido nesta questão, os resultados apresentados por seus alunos indicam que esse conhecimento ainda não foi construído satisfatoriamente.

Já a questão 8 foi inspirada na pesquisa de Campos et al. (1995), cujos resultados mostraram uma quantidade significativamente maior de acertos para o item a. Não obstante os dois itens possam ser solucionados por meio de uma contagem, o item b apresenta um elemento dificultador, ou seja, é necessário que o aluno perceba que a parte pintada corresponde ao dobro de todas as partes não pintadas da figura.

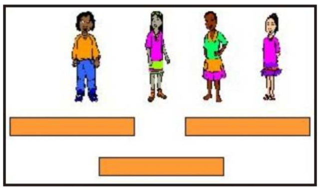
Nessa situação, a dificuldade apresentada pelas professoras foi muito pequena:, duas responderam $\frac{2}{4}$ para o item (a) e $\frac{2}{6}$ para o item (b). Quanto ao item b, observamos que a professora (F) não considerou a conservação da área e usou $\frac{1}{7}$ para representar a parte pintada. Outra professora, aqui identificada por Q, não respondeu a questão, afirmando ser “impossível, pois as partes têm que ser iguais”, ou seja, não observou a possibilidade de considerar áreas equivalentes, confirmando o resultado de Behr et al. (1983).

Diversos estudos demonstram que a dificuldade constatada nesse grupo de docentes é mais constante em crianças em início de escolarização. Já no final do Ensino Básico e início do ensino superior esses aspectos não aparentam ser importantes, conforme concluiu Rodrigues (2005). Entretanto, ainda que tenha sido observado um índice relativamente alto de acertos (aproximadamente 70%), julgamos que o profissional docente precisa ter essa compreensão, pois, segundo Schön (1983), a reflexão-na-ação pressupõe lançar mão de conhecimentos, aos quais chamou de “conhecimentos em ação”, e acreditamos que o conhecimento acerca do conteúdo é de fundamental importância.

Essa mesma questão foi proposta a alunos de 9 e 10 anos da mesma escola, resultando em índices muito baixos (no item **a** i (o) índice de acertos foi acima de 40% , já no **b** 7,5%). Apoiados nesses resultados, concluímos que seria essencial preparar uma atividade de análise e reflexão sobre os erros e acertos observados nesta questão, pois, já que pesquisas apontam ser o significado parte todo o mais trabalhado em sala de aula.Já na análise das situações que envolveram o significado quociente, observamos índices mais baixos de acertos, que foram muito próximos entre alunos e professoras. Relacionado as dificuldades do Professor, observamos o registro de uma importante constatação por ocasião da análise da Questão:

Questão 6

Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



a) Cada criança receberá 1 chocolate inteiro? Sim ( ) Não ( )

b) Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate? Sim ( ) Não ( )

c) Que fração de chocolate cada criança receberá?

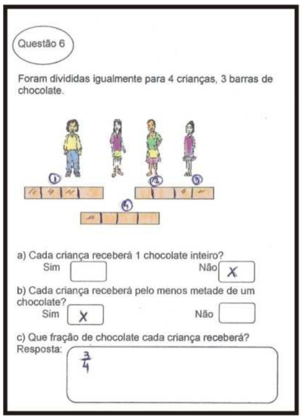
a) 17 acertos (100%) b) 15 acertos (88,23%) c) 5 acertos (29,41%)

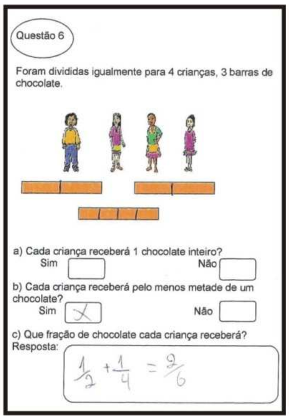
Significado quociente, grandezas contínuas, representação icônica	Resposta correta: a) não b) sim c) $\frac{3}{4}$

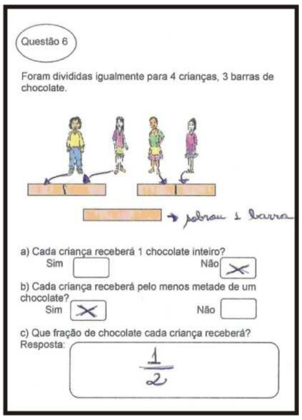
Esta questão foi utilizada em pesquisas de Nunes et al. (2003), inspirada em Streefland (1984), cujos estudos sugerem que as seqüências de ensino poderiam iniciar o trabalho pelo processo de divisão indicada, apoiado no conhecimento informal dos alunos. Para o autor, tal abordagem potencializa a construção do conhecimento, estabelecendo uma relação entre representação e significado.

Quanto aos acertos, observamos que, em geral, houve entendimento da situação, visto que no primeiro item todas as professoras responderam corretamente. No segundo item, somente dois responderam de forma incorreta. Entretanto, em relação à fração que representa a situação, houve apenas cinco respostas corretas, e uma das professoras indicou a adição: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$, deixando de registrar o resultado.

Pesquisas que analisam as estratégias de resolução utilizadas para essa questão consideram que elas podem ser um bom caminho para a compreensão não só das relações estabelecidas, como das dificuldades encontradas pelos docentes. Observamos nas soluções das professoras duas das estratégias descritas por Carperter et al. (1994), nas quais percebemos escolhas diferentes para a unidade inicial. Veja algumas das respostas:







Professora P **Professora Q** **Professora R**

Neste caso, a professora **P** considerou $\frac{1}{4}$ como unidade inicial e acertou a questão. A professora **Q** escolheu estratégia correta para resolver a questão, no entanto ao operar as frações não utilizou a equivalência e deu uma resposta errada. A professora **R** não conseguiu resolver a questão e deu uma resposta equivocada, desconsiderando uma das barras. Vale ressaltar que as três professoras lançaram mão da representação pictórica para resolver o problema.

Sobre esse tipo de erro, recorremos a Kerslake (1986). O autor discute que o uso de "diagramas" geralmente facilita a interpretação mas, no modelo *parte-todo*, esse recurso nem sempre permite a visualização imediata da situação envolvida no problema. É o caso deste problema, que compreende a adição de frações com denominadores diferentes. A autora alerta para a necessidade de expansão do modelo *parte-todo*, incluindo o significado *quociente*, que possibilita aos alunos experimentar aspectos partitivos da fração. Aqui observamos indícios de que a partição não garante o entendimento da equivalência.

Ressaltamos ainda que o nosso foco não estava nas operações com frações, porém ao analisar a resolução apresentada pela professora Q observamos que não lhe ocorreu a idéia de representar a situação utilizando duas frações que tivessem uma mesma unidade como referencial. É essencial salientar a relevância da noção de equivalência para a construção de soluções para situações-problemas que envolvam adição e subtração. Acreditamos que tal dificuldade detectada nos dá indícios da compreensão do significado de fração, pois a professora pode estar considerando a fração como dois números naturais sobrepostos, separados por um traço. Então, a professora opera com o numerador e o denominador, separadamente, e faz o registro utilizando um traço para separar os dois números. Ciscar e Garcia (1988), em seu estudo, dizem que para a criança as noções de adição e subtração são “pouco intuitivas”. Entretanto, esperávamos que as professoras já houvessem avançado nessa compreensão. Os demais erros apresentados foram diversificados.[i]

Observamos aqui uma relação muito forte entre o conhecimento do conteúdo que para Shulman (1986) é “o professor necessita não somente entender que alguma coisa é assim; o professor precisa, além disso, compreender porque é assim, sobre que terrenos sua justificativa pode ser defendida, e sob quais circunstâncias nossas crenças nestas justificativas podem ser enfraquecidas, e igualmente, escondidas” (p.8).

Tais reflexões surgiram também na entrevista quando analisamos situações que envolveram o significado quociente. Dificuldades foram aventadas durante a entrevista realizada imediatamente após o processo de formação e a intervenção dos professores em suas salas de aula. Entrevistamos 11 professores que, em sua maioria, atribuíram suas dúvidas à ausência de um trabalho satisfatório sobre números racionais em sua formação inicial.

Isso nos leva a refletir acerca do ensino deste tema. Nas resoluções do mesmo problema apresentadas pelos alunos, houve, também como com suas professoras, um alto índice de acertos nos itens a e b (em torno de 90%), porém para o item c, que solicita a fração de chocolate que cada criança receberia, foram registrados 23,4% de acertos, índice que se aproxima bastante daquele alcançado pelas professoras para essa questão (29,4%). Isso nos leva a inferir que, mesmo não sendo desenvolvido um trabalho sistemático com o significado quociente, eles trazem para escola algum conhecimento da fração de situações vivenciadas no seu dia a dia. Diversos estudos, como os de Mack (1990; 1993), Empson (1999), Nunes e Bryant (2005) têm apontado tais evidências, mas é preciso pesquisar muito mais acerca de como fazer com que nossos alunos compreendam a equivalência de frações em situações parte-todo e quociente. Salientamos a necessidade de estudos com preocupações sobre quais os saberes docentes e suas implicações nos processos de ensino e aprendizagem.

A despeito disso, foi possível verificar durante as entrevistas e nas intervenções que os professores dotados de maior compreensão sobre a representação fracionária de números racionais conseguiram aprofundar a reflexão sobre questões relacionadas ao ensino e aprendizagem desse conteúdo, além de haverem aprimorado algumas capacidades mais gerais como o interesse em utilizar diversas representações matemáticas. Por sua vez, os professores que, inicialmente, demonstraram dificuldades em relação ao conteúdo objeto de nosso estudo, avançaram em relação às atitudes positivas relacionadas à Matemática e seu ensino. Essa dificuldade na compreensão do significado quociente nos levou a inferir que o trabalho com o significado quociente não ocorre, pelo menos com a mesma intensidade que se observa no trabalho com o significado parte-todo. Ao mesmo tempo nos forneceu indícios, como afirma Serrazina (1998), de que pode haver uma relação com o fato do desempenho melhor e a autoconfiança das professoras ao trabalhar com o significado parte-todo.

Consideramos, assim como Shulman (1986), que o domínio do conhecimento do conteúdo é importante nos processos de aprendizagem docente e, se ele não vem ocorrendo a contento, é necessário que haja, na formação inicial, um enfoque mais amplo do conceito de números racionais, complementado por uma análise dos diferentes significados de sua representação fracionária.

É importante também chamar a atenção para a necessidade de buscar o isomorfismo entre a formação recebida pelo professor e o tipo de educação que dele será exigida. É preciso haver certa coerência entre o conhecimento didático do conteúdo e a forma como esse conhecimento se processa. Acreditamos que na formação de professores uma das principais fontes de aprendizagem é o método por meio do qual os conhecimentos profissionais são tratados junto aos professores, pois os docentes são também "modelos de professor", como podemos no depoimento da professora 3H:

> Eu trabalhava da forma que foi trabalhado comigo... Trabalhava assim de uma forma que não era legal. Os alunos não gostavam e eu também não. Quando você trabalhou com uma coisa que não gosta para passar para o aluno ele também não gosta, pois ele sente que você não está gostando; aí, o ano passado não foi muito bom meu trabalho com fração (PROFESSORA 3H).

Outro fato importante a ser relatado diz respeito ao lugar que a temática, números racionais na representação fracionária, tomou na formação das professoras, pois conforme já afirmamos a maioria da professoras entrevistadas, atribuíram suas dúvidas à a inexistência ou então ausência de um trabalho satisfatório sobre a temática em sua formação inicial, como a professora 3G, por exemplo:

> Na realidade nunca foi falado em fração. No magistério foi muito trabalhado as 4 operações e a fração e geometria era uma coisa que ficava para depois. Então, saí do magistério com muita dificuldade em Fração [...] não só fração em geometria também, e durante esse tempo teve vários cursos através da diretoria, mas nenhum dirigido especificamente para frações. Via assim, superficialmente e eu tinha muita dificuldade. Realmente não sabia como trabalhar (PROFESSORA 3G).

4.2 Quanto aos saberes do professor, relacionados ao domínio dos conhecimentos pedagógicos do conteúdo: representação fracionária dos números racionais

Outro saber necessário ao professor que vai ensinar Matemática, considerado por Shulman (1986), é o bom domínio dos conhecimentos pedagógicos do conteúdo. Segundo o autor, esses conhecimentos correspondem a uma "mistura especial" entre o conteúdo que deve ser ensinado e a pedagogia que pertence unicamente aos professores, e que constitui a sua forma característica de compreensão de como tópicos particulares, problemas ou temas são organizados, representados e adaptados aos interesses e capacidades dos alunos e apresentados para o ensino. Considera ainda que esse saber lhe dará condições de compreender variações de metodologias de ensino para auxiliar os alunos na sua construção de conhecimentos.

A análise das entrevistas forneceu indícios de que, na amostra investigada, havia descontentamento, por parte das professoras, relacionado à aprendizagem do tema "frações" na formação inicial. Esse fato foi comprovado ao analisarmos os resultados do diagnóstico inicial.

A primeira conclusão a que chegamos é que os saberes desenvolvidos na formação inicial das professoras investigadas foram insuficientes para que estas se sentissem em condições de garantir a aprendizagem de seus alunos. Parece-nos que essas professoras estavam insatisfeitas com o grau de profundidade do trabalho que desenvolveram até então, fato esse que foi confirmado no depoimento da diretora da Escola:

> Olha, até o ano passado percebíamos que as frações eram mais trabalhadas na lousa. Não havia essa movimentação que houve este ano (DIRETORA).

Observa-se, neste estudo, a confirmação dos resultados de pesquisas anteriores sobre o significado parte-todo ser o mais trabalhado nas escolas. De fato, os relatos das professoras trazem indícios da ênfase que se dá a esse significado. Por exemplo, quando falam dos "desenhos" para representar a fração ou se expressam dizendo: "*aquelas eternas barras de chocolate era o todo que se vai repartir*" *(PROFESSORA A).*

Esta pesquisa confirma os estudos de Ball (1991), que já chamava a atenção para o fato de que os pressupostos e crenças do professor interagem o tempo todo com seus conhecimentos acerca da Matemática, influenciando todo o processo de ensino e aprendizagem.

Além disso, ao fazer a análise dos depoimentos das professoras envolvidas na pesquisa, observamos que as limitações nos procedimentos de ensino ou na preocupação foram acarretadas pelo fato de as docentes terem um domínio não suficiente do conteúdo a ser ensinado. Este fato pode ter impedido que elas percebessem a possibilidade de variações da metodologia utilizada, a fim de auxiliar seus alunos na construção do conhecimento.

Quando procuramos investigar as experiências vivenciadas durante a formação, consideradas mais significativas do ponto de vista do aprimoramento da prática, as professoras elegeram aquelas que aliam os significados das frações à questão metodológica – todos os depoimentos incluem os termos: *lúdico*, *criativo*, *interação*, *concreto* e até *brincadeira*. Notamos, durante todo o processo de formação, que o trabalho com material manipulável envolveu todo o grupo "emocionalmente", pois proporcionou às professoras momentos de discussão e reflexão sobre o processo de ensinar e aprender os conceitos matemáticos tratados. Entretanto, não percebemos essa mesma preocupação no que se relaciona a apresentar diferentes significados aos alunos, pelo menos, no que se refere a equidade de propostas envolvendo os dois significados (parte-todo e quociente).

Quanto aos materiais citados como mais eficientes, a maioria das professoras indicou o livro paradidático, seguido pela dobradura, Material Dourado, jogos, mosaico, evidenciando a importância atribuída ao material manipulável, esse fato foi confirmado pelo depoimento da Diretora : "*Alguns materiais que foram utilizados não saíam quase da sala em que eram guardados" (DIRETORA) .* Entretanto, sabemos que não basta utilizar o material, é preciso que tal vivência permita aos alunos estabelecer relações e conexões acerca dos conceitos matemáticos intrínsecos à manipulação, tais fatos foram discutidos durante a formação, mas não podemos afirmar que tal objetivo foi alcançado por essa maioria que citou sua utilização.

Os depoimentos das professoras durante as sessões de formação exibiram ainda maior preocupação em relação às possíveis dificuldades dos alunos. Identificamos indícios de que pontos importantes não foram discutidos anteriormente. As docentes consideraram durante a formação, por exemplo, fazer uma classificação quanto à dificuldade da questão 8, já apresentada nesse artigo. O grupo a considerou fácil, mas admitiu que áreas diferentes não eram abordadas constantemente em sala de aula. No entanto, quando comentamos que os índices de acerto dos alunos apresentaram uma taxa de 7,5% de acertos, as professoras se espantaram. Teceram comentários como:

> O que será que estamos fazendo de errado? Eu até entendo que não acertem tudo, mas só 7,5% é muito pouco. [...] É muito pouco mesmo. Acho que estamos trabalhando mais com as frações arrumadinhas, já divididas em partes iguais, será que não é isso? (PROFESSORA 4C).

> Pode ser. No livro não tem mais desta daí – apontando o item b – precisamos preparar mais atividades para estimular os alunos a comparar os tamanhos (PROFESSORA 4E).

Durante a formação tivemos a sensação de que essa análise trouxe muito desconforto, revelado pelas observações das próprias professoras, como no depoimento:

> Eu consegui rever muita coisa da minha prática porque as vezes a gente olha assim uma sala e imagina que todo mundo está aprendendo tudo ao mesmo tempo do jeitinho que você está ensinando . Aí, você percebe que para refletir que cada um tem uma cabecinha, um pensa de uma forma [...] Então, isso é importante refletir: matemática, é isso, existem várias formas de pensar e alcançar um resultado e eu não tinha parado para pensar nisso até então. Eu acho até que eu achava que estava ensinando. Aí a gente acaba repensando essa prática e vendo que na verdade a gente tá aprendendo junto, está construindo o conceito com eles (PROFESSORA 3G).

Consideramos esse desconforto inicial apresentado por essa e outras professoras, como um bom sinal, pois estão pensando sobre sua prática e demonstrando interesse por uma mudança de atitude em relação ao conhecimento pedagógico do conteúdo e ao curricular.

Identificamos nas descrições acima citadas, indícios de que pontos importantes discutidos durante a formação foram incorporados à prática docente. Consideraram, por exemplo, no último exemplo a importância de se propor ao aluno situações que o levem a perceber a necessidade da conservação da área – a equivalência entre as partes em que o todo foi dividido. Portanto, tal fato nos faz inferir, assim como estudos realizados por Serrazina (1998,) que há uma relação entre a autoconfiança e os conhecimentos específicos da área e que a reflexão foi aprofundada da à medida que o professor adquiria maior autoconfiança por meio da compreensão maior do conceito da fração.

Concluímos assim que é importante chamar a atenção para a necessidade de se buscar o isomorfismo entre a formação recebida pelo professor e o tipo de educação que dele será exigida. É preciso haver certa coerência entre o conhecimento didático do conteúdo e a forma como esse conhecimento se processa. Acreditamos que na formação de professores uma das principais fontes de aprendizagem é o método por meio do qual os conhecimentos profissionais são tratados junto aos professores, pois os formadores são considerados "modelos de professores".

4.3 Quanto ao saber do professor relacionado ao domínio dos conhecimentos curriculares sobre a representação fracionária dos números racionais

Tomamos em conta, em nossa análise, a categoria *conhecimento curricular do conteúdo*, descrita por Shulman (1986), que se refere às alternativas curriculares possíveis para o ensino, ou seja, trata-se do conhecimento dos materiais curriculares alternativos para o desenvolvimento de um determinado conteúdo (ou tópico), incluindo conhecimentos de teorias e princípios relacionados ao processo de ensino e aprendizagem.

Segundo declarações das professoras, em relação ao material de apoio utilizado para a elaboração do planejamento e seleção de atividades, o livro didático servia como única alternativa de referência curricular para o desenvolvimento do trabalho na escola pesquisada, corroborando a afirmação contida no documento oficial:

> [...] o livro didático exerce grande influência sobre a atuação do professor em sala de aula, pois ele se torna freqüentemente a única ferramenta disponível para seu trabalho (PNLD, 2005, p. 196). Todavia, observamos também que as professoras não estavam totalmente satisfeitas com essa "única ferramenta disponível".

Este fato também foi apontado nos estudos de Blanco e Contreras (2002), que observam que quando professores têm pouco conhecimento dos conteúdos, além da, já citada, dependência dos livros didáticos, evitam ensinar temas que não dominam, mostram insegurança perante circunstâncias não previstas e se apóiam na memorização tanto quando ensinam como quando avaliam.

Tendo em vista o fato de que, ao iniciar nosso projeto, as professoras não tinham conhecimento das propostas oficiais para o ensino de Matemática, avaliamos que houve um avanço no domínio dos conhecimentos curriculares, iniciado com as discussões e reflexões durante nossa intervenção e demonstrado por ocasião das entrevistas. É importante salientar que, embora os PCN (1997) não tenham sido citados nas entrevistas, observamos que algumas das reflexões feitas com base em suas orientações foram levadas em conta na preparação das aulas e nas discussões sobre dificuldades que os alunos enfrentam ao resolver situações que exigem a conservação da área ou aquelas que envolvem os invariantes. No entanto, as discussões que fizemos sobre as indicações de não priorizar o trabalho procedimental não foram aceitas pela totalidade das professoras. Em relação ao livro didático adotado pelas professoras pesquisadas, conquanto tenha havido um avanço no sentido de ser analisado com espírito mais crítico, ainda permanece a idéia de que o conteúdo integral do livro deve ser esgotado, indicando a necessidade de aprofundar a discussão a esse respeito

5. Diferentes fatores que interferem no conhecimento profissional de professores das primeiras séries do ensino fundamental quando estes estão inseridos em projeto de pesquisa

Norteados pelas inquietações sobre possíveis fatores que interferem na relação entre o conhecimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Fundamental, quando estes estão inseridos em projeto de pesquisa e levando em conta a tendência de valorização da reflexão sobre a prática, tanto nos recentes currículos prescritos como em diversas pesquisas, desenvolvemos este estudo buscando respostas à seguinte questão:

Que fatores influenciam o conhecimento profissional de professores das primeiras séries do Ensino Básico num processo de formação sobre o ensino da representação fracionária do número racional, realizado na própria escola, onde lhes sejam garantidos espaços para estudar e refletir sobre conhecimentos historicamente produzidos e sobre sua prática?

A busca de respostas a essa questão incluiu análises de documentos oficiais, revisão bibliográfica relacionada ao conhecimento profissional docente, intervenção e entrevistas com o grupo envolvido em dois momentos, e nos permitiu formular as seguintes conclusões:

Inicialmente um fator que influenciou, predominantemente, o conhecimento profissional no grupo de professoras investigadas foi o conhecimento que estas tinham do conteúdo a ser ensinado. Portanto, consideramos que tanto na formação inicial como na continuada de professores há necessidade de inserir conteúdos específicos da Matemática, contemplando tanto os conhecimentos do conteúdo como os conhecimentos pedagógicos e curriculares.

Assim, nossa pesquisa mostra que há necessidade de rediscutir as formas como os conteúdos matemáticos e, em especial, os números racionais são introduzidos – quando o são – nos cursos de formação, tanto inicial quanto continuada. A partir dos diagnósticos iniciais e dos comentários dos professores entrevistados, foi possível constituir uma visão da influência das dificuldades relativas ao conhecimento matemático na prática do professor. Acreditamos que se a construção desse conhecimento não vem ocorrendo como gostaríamos, é necessário que haja um enfoque mais amplo do conceito de números racionais, complementado por uma análise dos diferentes significados da representação fracionária desses números, tanto no curso de formação inicial quanto de formação continuada.

Assim, é importante chamar a atenção para a necessidade de garantir, permanentemente, uma relação de isomorfismo entre o processo de formação inicial e o que se pretende do futuro profissional docente.

Finalmente outro fator que pareceu-nos influenciar a pesquisa foi às crenças e concepções que os professores têm a respeito do ensino e da aprendizagem de Matemática, e em específico do objeto matemático *frações.* Confirmamos, por meio deste estudo, a influência que as crenças e concepções exercem, igualmente, sobre o conhecimento profissional do professor, havendo necessidade de uma constante reflexão para romper com elas.

Cabe ainda salientar que a nossa discussão sobre a constituição do conhecimento profissional do professor nas três dimensões descritas por Shulman tem, nos cursos de formação inicial, um momento muito importante, mas que certamente não será o único. Sabemos que a formação do professor para o exercício da sua atividade profissional é um processo que envolve diversas etapas e que, em síntese, é um "desenho" que está sempre em construção, ou parafraseando mais uma vez Cecília Meireles, ele traça a reta e a curva, a quebrada e a sinuosa, mas tudo é preciso, afinal de tudo ele viverá.

Bibliografia

Alarcão, I (2001): *Escola reflexiva e nova racionalidade*. Porto Alegre: Artmed.

Ball, D.L. (1991): Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. In: *J. Brophy (ed.) Advances in Research on Teaching, vol. 2*, pp. 1-48. Greenwich, CT: JAI Press.

Behr, M. J., Lesh, R., Post. T. R. & Silver, E. A. (1993): Rational number concepts. In: LESH, R. & LANDAU, M. (Ed.). *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press, p. 91-126.

Blanco, L. & Contreras, L. (2002): Um modelo formativo de maestros de primaria, em el área de matemáticas, em el âmbito de la geometria. IN: (org) *Aportaciones a la formación inicial de maestros em el áreas de matemáticas:* uma mirada a la practica docente. Cáceres: Universidad de Extremadura, p.92-124.

Brasil/ MEC/ INEP (1997): *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília.

Brasil/ MEC/ INEP (1998): *Referencial para formação de professores*. Brasília.

Campos, T. M. M., Jahn, A. P., Leme da Silva, M. C. & Silva, M. J. (1999): Lógica das Equivalências. In: *22ª Reunião Anual da ANPED* - Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, Caxambu. 22ª Reunião Anual da ANPED, p. 173-173.

Campos, T. M. M., Jahn, A. P., Leme da Silva, M. C. & Silva, M. J., Magina, S. & Nunes, T. (2006): O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino. *Educação Matemática Pesquisa, v. v.8*, p. 125-136.

Canova, R. F. (2006): *Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental com relação à fração.* dissertação de mestrado, PUC/SP, São Paulo.

Ciscar, S. L. & Garcia, M.V.S. (1988): *Fracciones*: la relación parte-todo. Madrid: Síntesis.

Damico, A. (2007): *Uma investigação sobre a formação inicial de Professores de Matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental.* Tese de Doutorado, PUC/SP, São Paulo.

Dewey, J. (1979): *Democracia e educação*. São Paulo, Companhia Editora Nacional.

Empson, S.(1999). Equal sharing and shared meaning: the development of fraction concepts in a first-grade classroom. *Cognition and Instruction*, 17(3), p. 283-342.

Fiorentini, D. (2002): Mapeamento e balanço dos trabalhos do GT-19 (Educação Matemática) no período de 1998 a 2001. *Trabalho apresentado na 25.ª Reunião Anual da ANPED*, Caxambu, MG.

Sacristan, J. E. G. (1991): Consciência e ação sobre a prática como libertação profissional de professores In: Nóvoa, *A profissão professor*. Porto, Porto Editora.

Kerslake, D. (1986): *Fractions*: children's strategies and errors. Londres: NFR-Nelson.

Mack, N.K. (1990): Learning fractions with understanding building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education, v.21*, p.16-32.

Mamede, E., Nunes, T. & Bryant, P. (2005): The equivalence and ordering of fractions in part-whole and quotient situations. In: Chick, H. L. et al. (Ed.). *Proceedings of the 29th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, PME 29, Melbourne, Australia, July 10-15, 2005. v. 1-4. Melbourne: University of Melbourne, Dep. of Science and Mathematics Education. Part III, p. 281-288.

Meireles, C. (2001): O estudante empírico, in: Secchin, A. C. (org.), *Poesia Completa*. Tomo II. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, p. 1455-56.

Nunes, T. & Bryant, P (1997): *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Nunes, T., Bryant, P, Pretzlik , U & Hurry, J. (2003): The effect of situations on children's understanding of fractions. Trabalho apresentado no encontro da *British Society for Research on the Learning of Mathematics*. Oxford.

Oliveira, I. & Serrazina, L. (2004): Palestra do dia 3 de agosto: Reflexão e práticas reflexivas. Texto base PUC-SP. In: *A reflexão e o professor como investigador*. Seminário com a professora Doutora Lurdes Serrazina – Escola Superior de Educação de Lisboa. Recuperado em 03 de agosto, 2010, de http//www.pucsp.br/pos/edmat/eventos2.html.

Ponte, J. P. (1992): Concepções dos professores de matemática e processo de formação. In: Tavares, J et al. (ED). *Investigar e formar em educação*. Actas do IV Congresso da SPCE. Porto: SPCE.

Ponte, J. P. (1997): *O conhecimento profissional dos professores de matemática* (Relatório final de Projecto "O saber dos professores: Concepções e práticas"). Lisboa: DEFCUL.

Ponte, J. P. (1998): Da formação ao desenvolvimento profissional. Actas do ProfMat 98. Lisboa: APM. p. 27-44. Recuperado em 20 de janeiro, 2003, de http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm.

Rodrigues, W. R. (2005): *Números Racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP Data da Defesa: 19 de dezembro de 2005. Linha de Pesquisa: A Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores.

SAEB (2002): *Relatório do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica 2001*. Brasília.

SARESP (2005): Sistema de avaliação do rendimento escolar do Estado de São Paulo – Prova 5.ª Série. São Paulo. Recuperado em 05 de dezembro, 2006, de http://saresp.edunet.sp.gov.br/2005/Arquivos/Provas_EF_2005/5ºsérie%
20EF%20tarde.pd.

Schön, D. (1983): *The reflective practitioner – how professionals think en action*. London: Temple Samith.

Serrazina, L. (1998): *Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal*. Tese de doutoramento, Universidade de Londres. Lisboa: APM.

Serrazina, L. (1999): Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reforma curricular no 1.ºciclo. *Quadrante, n. 9*, p. 139-167.

Serrazina, L. (2002): A formação para o ensino da Matemática — perspectivas futuras.Lurdes Serrazina (Org.), A formação para o Ensino da Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1º Ciclo do Ensino Básico. Porto: Porto Editora - Inafop.

Shulman, L. S. (1986). Paradigms and research programs for the study of teaching. In: Wittrock, M. C. (Ed.). *The handbook of research on teaching*. 3. ed. New York: MacMillan.1986.

Shulman, L. S. (1987): Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*, p. 1-22.

Silva, A. F. G. (2007): O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações.Tese de doutorado em Educação Matemática PUC-SP. Orientadora Tania M. M. Campos.

Tardif, M., Lessard, C. & Lahaye, L. (2002): *Saberes docentes & formação profissional.* Petrópolis: Vozes.

Vergnaud, G (1990) : *La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), p. 133-170.

Angélica da Fontoura Garcia Silva possui Licenciatura em Matemática e Doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2007). Fez estágio de doutoramento Sandwich em 2006, na Escola Superior de Educação de Lisboa, sob a supervisão da professora Maria de Lurdes Serrazina. Atualmente é professora-pesquisadora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN). **angelicafontoura@gmail.com**

Tânia Maria Mendonça Campos obteve a Licenciatura e o Bacharelado em Matemática pela PUC/SP em 1975 e Doutorado em Matemática pela Universidade de Ciências de Languedoc (Montpellier - FR) em 1979. Tem pós-doc em Matemática pela Universidade de Londres em 1991 e em Educação Matemática na Universidade de Oxford em 2007. Atualmente coordena o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo.
taniammcampos@hotmail.com

Ruy Cesar Pietropaolo é Licenciado em Matemática e em Pedagogia. Possui Doutorado em Educação Matemática. É docente do programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, stricto sensu, da Universidade Bandeirante de São Paulo. Coordena projeto financiado pela Capes relativo ao Programa Observatório da Educação. Prêmio CAPES de Teses em 2006: melhor tese de 2005 na área de Ensino de Ciências e de Matemática. **rpietropaolo@gmail.com**