UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Diciembre de 2012, Número 32, páginas 123-134
ISSN: 1815-0640

Introducción al uso de métodos numéricos a través de la resolución de problemas

Nora Ferreyra, María Eva Ascheri, Rubén Adrián Pizarro

Resumen

Con el objetivo de introducir a los estudiantes en el estudio de métodos que contribuyan a la búsqueda e interpretación de solución de problemas, se proponen, situaciones cuya resolución pone de manifiesto la necesidad de resolver ecuaciones o sistemas de ecuaciones mediante la utilización de métodos numéricos y la computadora como herramienta de cálculo. Se presenta una experiencia áulica realizada con estudiantes de la carrera Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de La Pampa (Argentina).

Abstract

In order to introduce students to the study of methods that contribute to the search for and interpretation of troubleshooting are proposed, situations whose resolution highlights the need to solve equations or systems of equations using numerical methods and the computer as a tool for calculation. We present a courtly experience with students on career Professorship in Mathematics at the National University of La Pampa (Argentina).

Resumo

A fim de apresentar aos alunos o estudo de métodos que contribuem para a busca de solução de problemas e interpretação de são propostos, situações cuja resolução destaca a necessidade de resolver equações ou sistemas de equações usando métodos numéricos e o computador como uma ferramenta para o cálculo. Nós apresentamos uma experiência cortês com os alunos sobre Professorship carreira em Matemática na Universidade Nacional de La Pampa (Argentina)

1. Introducción

La evolución de la ciencia y en particular de la Matemática, ha estado históricamente vinculada a la Resolución de Problemas, el planteo de preguntas y la búsqueda de respuestas han estimulado la investigación y el desarrollo de nuevos conocimientos (Boyer, 1968; Babini, 1967).

En el ámbito de la Educación Matemática, se reconoce la importancia de la Resolución de Problemas como estrategia en la construcción del sentido de un conocimiento matemático y como herramienta para desarrollar procesos de interacción, de argumentación, de modelización y de toma de decisiones (Charnay, 1988; González, 2007; de Guzmán Ozamiz, 1997).

Los actuales diseños curriculares para el nivel secundario también rescatan la importancia de trabajar con una metodología de resolución de problemas y modelización con el fin de garantizar una preparación adecuada para continuar en el ciclo orientado, al respecto, el diseño de la Provincia de La Pampa manifiesta:

Cuando se les propone a los alumnos la resolución de un conjunto secuenciado de problemas, realizan una interpretación a partir de su lectura, identifican cuáles son las incógnitas, cuáles los datos que necesitan para averiguarlas y determinan la forma más favorable para modelizar la situación.

Para esto se requiere un tipo de trabajo matemático en el aula, donde el docente presente el o los problemas; los alumnos los resuelvan, intercambien y den razones sobre la validez de sus estrategias. Además, propondrá una organización de la clase que permita mostrar la diversidad de las producciones, así como los errores y aciertos, tratando de internalizar que la Matemática es una ciencia cuyos resultados se obtienen como consecuencia necesaria de ciertas relaciones que, aplicadas a diferentes contextos, permitirán crear "el modelo matemático", descontextualizado, para que pueda ser transferido y reinterpretado en otros contextos.

Un trabajo basado fundamentalmente en la Resolución de Problemas, requiere de profesionales preparados para desarrollar ese tipo de metodología, capaces no sólo de proponer y resolver un conjunto de problemas, sino también de interpretar y explotar la variedad de posibles resultados obtenidos y fomentar la transferencia de los modelos matemáticos desarrollados en clase a otros contextos.

De acuerdo con estas ideas, se considera que la resolución de problemas debiera atravesar toda la formación inicial de los futuros profesionales y, atendiendo a estos requerimientos, en la Universidad Nacional de La Pampa (UNLPam), en el Plan de Estudios de la carrera Profesorado en Matemática, se incluye la asignatura Taller I que toma la resolución de problemas como objeto de enseñanza, la cual se dicta durante en el segundo año de la carrera.

La intención del taller de resolución de problemas es fomentar el estudio de situaciones particulares, la elaboración de conjeturas y generalizaciones y la búsqueda y producción de modelos matemáticos adecuados a determinadas situaciones.

La mayoría de las situaciones planteadas en el transcurso de las asignaturas iniciales de las carreras se caracterizan por tener, generalmente, una única solución a la cual se arriba a través de la resolución de alguna ecuación por métodos directos y usando la calculadora.

La actividad de búsqueda de soluciones a partir de buenas aproximaciones está ausente en los primeros años de formación de los estudiantes y las actividades realizadas parecen indicar que siempre es posible obtener soluciones exactas con métodos algebraicos.

Al momento de iniciar el cursado de la asignatura Cálculo Numérico, prevista en el tercer año de la carrera, los estudiantes no se han enfrentado con problemas en los que se plantee una necesidad genuina de disponer de ese conocimiento. Por ello, consideramos fundamental plantear situaciones que muestren claramente que en numerosos problemas es muy ventajoso poder resolver ecuaciones o sistemas de ecuaciones mediante la utilización de métodos numéricos y la computadora como herramienta de cálculo.

2. Desarrollo

Relato de una experiencia

Con el objetivo de introducir a los estudiantes en el estudio de métodos numéricos que contribuyan a la búsqueda e interpretación de solución de problemas, se proponen, en el desarrollo de la asignatura Taller I, situaciones cuya resolución ponga de manifiesto la necesidad de resolver ecuaciones o sistemas de ecuaciones mediante la utilización de métodos numéricos y la computadora como herramienta de cálculo.

El siguiente problema se presentó a 12 estudiantes que se hallaban cursando el segundo año de la carrera Profesorado en Matemática en la UNLPam.

Problema 1

Ana utilizará una cadena de siete eslabones de oro para pagar su estadía en un hotel, como se muestra en la Figura 1. Para ello deberá desmontarla y entregar por cada día de alojamiento un eslabón. Puesto que planea recuperarla cuando reciba dinero en efectivo, piensa en cortar la menor cantidad de eslabones. ¿Cuántos cortes deberá hacer el joyero?

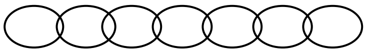

Figura 1: Cadena de siete eslabones de oro

Solución

Este problema admite variadas soluciones, si dejamos de lado la condición de minimizar la cantidad de cortes, puesto que haciendo 7 cortes se obtienen los 7 eslabones sueltos necesarios para efectuar el pago de los 7 días de estadía. Sin embargo, cortando el segundo, cuarto y sexto eslabón, también obtenemos 7 trozos sueltos, es decir que con tres cortes se soluciona el problema, como se muestra en la Figura 2.

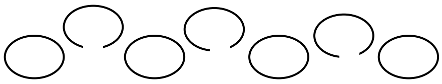

Figura 2: Cadena de oro con tres cortes

En este caso, si bien se obtiene una solución, no estamos considerando la posibilidad de realizar trueques con los trozos de cadena, puesto que simplemente se entrega un eslabón cada día.

¿Cómo sería realizando trueques? Si el primer día entrego un eslabón, para pagar el segundo podría entregar dos eslabones y obtener, como vuelto, el pago del primer día. Con lo cual, ya no necesito otro eslabón suelto sino un par de eslabones.

Para pagar el tercer día podré volver a entregar el eslabón recibido el día anterior.

Para pagar el cuarto día, puesto que el hotelero tiene tres eslabones en su poder, podremos entregar una cadena de cuatro y obtener tres eslabones como vuelto.

La resolución para el pago de los próximos tres días surge inmediatamente. Es decir que con un eslabón suelto, una cadena de dos y otra de cuatro se puede pagar toda la semana de estadía en el hotel (ver Figura 3).

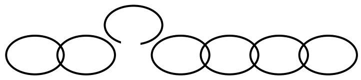

Figura 3: Cadenas de dos y cuatro eslabones, con un eslabón suelto

Sin embargo, todavía no hemos dicho cuántos cortes corresponden ni dónde realizarlos. Es obvio que las cadenas mencionadas pueden obtenerse con un único corte en el tercer eslabón.

¿Puede este problema generalizarse? Es más, ¿Podríamos hallar un modelo de este problema que nos permita determinar cuántos cortes hacer para utilizar las cadenas como medio de pago durante cualquier número de días de estadía en el hotel?

La situación fue planteada a los estudiantes con la intención de motivar el estudio sobre un problema concreto, que no se produce en el marco de aplicación de un contenido en particular.

A continuación, se muestra parte del trabajo y los comentarios de los estudiantes en la resolución de la cuestión.

- *Si fueran 8 días y eslabones,¿cómo hacemos el corte?*
- *Van a ser potencias de 2, porque con 1, 2, 4, 8, …. podemos ir formando todos los números.*
- *O sea que para 16 necesitamos tres cortes!*

Luego de intentar varias veces, observaron que es más fácil determinar la cantidad de días a partir de la cantidad de cortes y no a la inversa.

Si se realizan 2 cortes, ya no será necesario dejar un trozo de 2 eslabones unidos puesto que el segundo día se puede abonar con el segundo eslabón cortado. Es decir que el trozo más pequeño que se deje entero será de tres eslabones. Razonando como en el caso visto, tenemos la situación que se muestra en la siguiente figura:

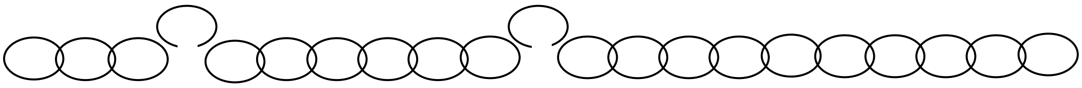

Figura 4: Cadena con dos cortes

Con 2 cortes, se podrán pagar uno a uno hasta 23 días con 23 eslabones.

Si se tienen 3 cortes, habrá cuatro trozos de cadena. Ya se tiene el pago para los días 1, 2 y 3, se necesitará ahora una cadena de 4 eslabones para el cuarto día (obteniendo como vuelto los ya entregados), la siguiente cadena necesaria es la de

8 eslabones, luego la de 16 y finalmente la de 32 eslabones. Con lo cual se pueden abonar 63 días de alojamiento con 63 eslabones (ver Tabla 1).

Tabla 1: Resultados obtenidos a partir del número de cortes realizados

Nro. de cortes	Nro. de trozos de cadena	Extensión de los trozos de cadena	Largo total de cadena entera
3	4	4, 8, 16, 32	63
4	5	5, 10, 20, 40, 80	159

El problema planteado conduce de manera natural a la generalización, puesto que la producción de nuevos problemas vinculados surge espontáneamente en el trabajo áulico y se manifiesta en dos cuestiones complementarias:

1) ¿De cuántos eslabones será la cadena para poder utilizarla como medio de pago día a día, efectuando *n* cortes?

2) ¿Cuántos cortes deben realizarse para abonar día a día una estadía de *d* días?

La primera de las preguntas puede responderse sin inconvenientes, puesto que la función que vincula el número de cortes con el número de eslabones (o días) surge de generalizar la aritmética utilizada en la resolución del problema inicial esto es

$$d = f(n) = n + \sum_{i=0}^{n} 2^i (n+1) \qquad (1)$$

y trabajando esta expresión, obtenemos

$$d = f(n) = (n+1)\cdot 2^{n+1} - 1 \qquad (2)$$

Resulta evidente que a partir del número de cortes se puede obtener la longitud de la cadena (número de días de alojamiento); sin embargo, la segunda cuestión no parece tan sencilla.

La pregunta podría re formularse de la siguiente manera:

$$\text{Si } d = (n+1)\cdot 2^{n+1} - 1 \qquad (3)$$

¿es posible determinar una expresión para *n* en función de *d*?

Ante la imposibilidad de resolver una ecuación de esta naturaleza, se hace evidente la necesidad de contar con otros métodos de resolución y se pone de manifiesto la utilidad de estudiarlos. Esto es, si bien los estudiantes han llegado a plantear el modelo matemático de la situación para poder responder a la primera pregunta, se encuentran sin herramientas de cálculo para hallar una expresión para *n* en función de *d*. Este es un problema típico que suele utilizarse para introducir a los estudiantes en el estudio de métodos numéricos con el uso de la computadora. Sin embargo, puesto que aún no disponen de tales métodos, los estudiantes aproximan intuitivamente las soluciones y manifiestan su interés por conocer una mejor resolución.

Luego de Taller I, en el tercer año del plan de estudios, los estudiantes inician la cursada de Cálculo Numérico. Una observación que creemos debe referirse es que los estudiantes, en la primera clase, mencionaron el “problema de la cadena” y se mostraron satisfechos porque finalmente podrían estudiar el método para resolverlo. Si bien este tipo de apreciaciones no responden a una encuesta sistematizada, dado que fue la expresión de un gran número de estudiantes, consideramos que la mayoría rescató el problema planteado en el Taller I y éste funcionó como motivador del aprendizaje en Calculo Numérico.

Durante el desarrollo de esta asignatura, se les habla sobre la existencia de problemas que no se pueden resolver analíticamente, o bien obtener su solución analítica no es una tarea simple de realizar, contando con el ejemplo y antecedente de los problemas ya planteados cuya resolución quedó pendiente.

La necesidad y ventajas del estudio de los métodos numéricos son evidentes. Permiten resolver problemas científicos y tecnológicos, pero dado que requieren operaciones aritméticas tan tediosas y repetitivas, resultan totalmente prácticos sólo cuando se cuenta con una computadora que realice tantas operaciones por separado. En este sentido, se han desarrollado paquetes muy completos de software comerciales, entre ellos, MatLab, Mathematica, Maple, DERIVE. Éstos son aceptables para resolver una serie de situaciones del mundo real y constituyen un excelente ambiente de aprendizaje. Por ello es que los métodos numéricos y las computadoras constituyen una combinación perfecta.

En distintos momentos, a lo largo del estudio de distintos contenidos de Cálculo Numérico (Ascheri y Pizarro, 2008), se explica a los estudiantes cómo pueden obtener una solución analítica para este problema en particular, utilizando, por ejemplo, el paquete MatLab, y a partir de ella, lograr los resultados numéricos deseados.

Solución analítica (con MatLab)

```
>> solve('(x+1)*2^(x+1)-1 =d')
ans = (-log(2)+lambertw(log(2)*(1+d)))/log(2)
siendo LAMBERTW Lambert's W function
W = LAMBERTW(X) is the solution to w*exp(w) = x.
Por ejemplo, numéricamente, se obtiene:
>> d=63;
>> numeric((-log(2)+lambertw(log(2)*(1+d)))/log(2))
ans = 3
>> d=159;
>> numeric((-log(2)+lambertw(log(2)*(1+d)))/log(2))
ans = 4
>> d=23;
>> numeric((-log(2)+lambertw(log(2)*(1+d)))/log(2))
ans = 2
>> d=7;
>> numeric((-log(2)+lambertw(log(2)*(1+d)))/log(2))
ans = 1
```

Si sólo resulta de interés la respuesta numérica, se puede utilizar el software educativo desarrollado por el grupo de investigación de Cálculo Numérico[1]. Por

[1] Disponible en: http://online2.exactas.unlpam.edu.ar/numerico/

ejemplo, se ingresa la función (x+1)*2^(x+1)-1-63 para que sea analizada su gráfica en el intervalo [2, 4] (ver Figura 5), y luego se aplica el método de la regula falsi para obtener la solución (ver Figura 6). Se continuaría de manera análoga, dando los distintos valores de *d* para obtener *x* (que representa el número de cortes *n*). En este caso, se aplica este método iterativo, pero se podría usar cualquiera de los métodos que están incluidos en este software para resolver numéricamente ecuaciones no lineales.

Figura 5: Captura de pantallas donde se muestran los datos iniciales y la gráfica correspondientes

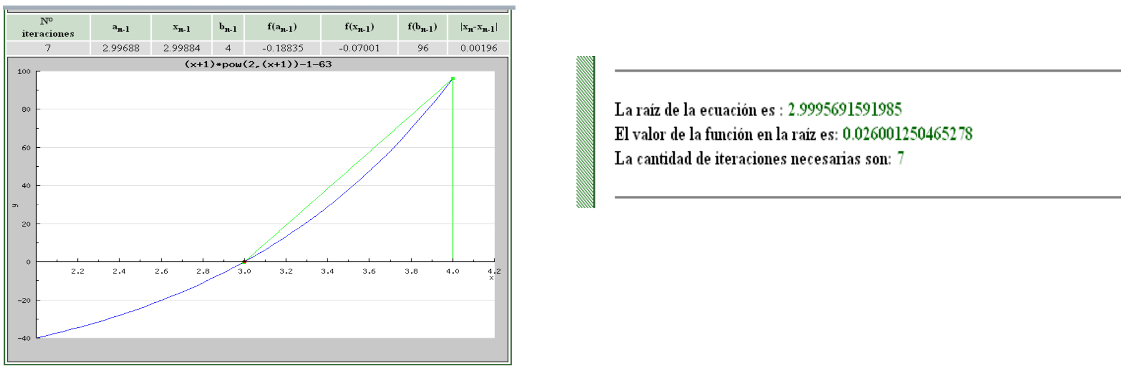

Figura 6: Captura de pantallas donde se muestran la solución gráfica y numérica

Para completar el trabajo conjunto propuesto entre las dos cátedras, cuando los estudiantes ya contaban con suficientes herramientas de Cálculo Numérico, se sugirió tomar alguno de los problemas resueltos en el Taller I, cuyo trabajo justificase la aplicación de los nuevos conocimientos adquiridos.

En el siguiente problema los estudiantes reconocieron similitudes en la metodología de análisis y resolución y, pese a contar con herramientas algebraicas para resolver el sistema, algunos propusieron realizar el estudio del modelo desde el cálculo numérico para obtener directamente, con la computadora, soluciones enteras.

Problema 2

Cinco amigas descubrieron que pesándose de a dos e intercambiándose de a una por vez, podían conocer el peso de todos gastando una sola moneda, encontraron que de a pares pesaban 129, 125, 124, 123, 122, 121, 120, 118, 116 y 114 kg. ¿Cuál es el peso de cada una por separado?

Solución

Si ordenamos los pesos $x_1 > x_2 > x_3 > x_4 > x_5$, podemos plantear las ecuaciones

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 129 \\ x_1 + x_3 &= 125 \\ x_3 + x_5 &= 116 \\ x_4 + x_5 &= 114 \end{aligned}$$

Necesitamos otra ecuación para intentar resolver las cinco incógnitas, pero no podemos asignar al azar los demás valores a $x_1 + x_4$, $x_1 + x_5$, $x_2 + x_3$, $x_2 + x_4$, $x_2 + x_5$ y $x_3 + x_4$ porque no se cual corresponde a cada uno.

Una opción es pensar que si sumamos todos los pesajes obtenidos es igual a 4 veces el peso de todos, por lo cual $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$ = (129+125+...+114)/4 = 303

Luego, nos queda el siguiente sistema de ecuaciones de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 129 \\ x_1 + x_3 = 125 \\ x_3 + x_5 = 116 \\ x_4 + x_5 = 114 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 303 \end{cases}$$

A dicho sistema, podemos asociar la siguiente matriz

$$\begin{cases} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 129 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 125 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 116 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 114 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 303 \end{cases}$$

De esta forma, los estudiantes hallaron el modelo matemático adecuado a la situación planteada. Puesto que ya conocían las posibilidades de usar métodos numéricos conjuntamente con la computadora, aprovecharon esta alternativa en su resolución. Elaboraron un programa para resolver sistemas de ecuaciones lineales, que, además de resolver numéricamente este problema, les permitió retomar o verificar la resolución de muchos de los problemas ya tratados en Taller I.

>>> gauss

==== Método de eliminación de Gauss ========

Ingresar la dimensión de la matriz asociada al sistema a resolver: **5**

Ingresar el elemento A (1,1) ---> **1**

Ingresar el elemento A (1,2) ---> **1**

Ingresar el elemento A (1,3) ---> **0**

Ingresar el elemento A (1,4) ---> **0**

Ingresar el elemento A (1,5) ---> **0**

Ingresar el elemento A (1,6) ---> **129**

Ingresar el elemento A (2,1) ---> **1**
Ingresar el elemento A (2,2) ---> **0**
Ingresar el elemento A (2,3) ---> **1**
Ingresar el elemento A (2,4) ---> **0**
Ingresar el elemento A (2,5) ---> **0**
Ingresar el elemento A (2,6) ---> **125**
Ingresar el elemento A (3,1) ---> **0**
Ingresar el elemento A (3,2) ---> **0**
Ingresar el elemento A (3,3) ---> **1**
Ingresar el elemento A (3,4) ---> **0**
Ingresar el elemento A (3,5) ---> **1**
Ingresar el elemento A (3,6) ---> **116**
Ingresar el elemento A (4,1) ---> **0**
Ingresar el elemento A (4,2) ---> **0**
Ingresar el elemento A (4,3) ---> **0**
Ingresar el elemento A (4,4) ---> **1**
Ingresar el elemento A (4,5) ---> **1**
Ingresar el elemento A (4,6) ---> **114**
Ingresar el elemento A (5,1) ---> **1**
Ingresar el elemento A (5,2) ---> **1**
Ingresar el elemento A (5,3) ---> **1**
Ingresar el elemento A (5,4) ---> **1**
Ingresar el elemento A (5,5) ---> **1**
Ingresar el elemento A (5,6) ---> **303**
La matriz ampliada (A | B) es:
A =
1 1 0 0 0 129
1 0 1 0 0 125
0 0 1 0 1 116
0 0 0 1 1 114
1 1 1 1 1 303
La matriz triangular superior es:
A =
1 1 0 0 0 129
0 -1 1 0 0 -4
0 0 1 0 1 116
0 0 0 1 1 114
0 0 0 0 -1 -56
La solución x1 es: 65.000000
La solución x2 es: 64.000000
La solución x3 es: 60.000000
La solución x4 es: 58.000000
La solución x5 es: 56.000000
>>>

Con lo cual obtenemos los pesos de los cinco amigos: 65, 64, 60, 58 y 56.

Programa realizado por los estudiantes de Cálculo Numérico que implementa el método de Gauss para la resolución de sistemas de ecuaciones.

```
disp('   ');
disp('==== Método de eliminación de Gauss =========\n');
 % Ingresar la dimensión de la matriz asociada al sistema a resolver
n=input('Ingresar la dimensión de la matriz asociada al sistema a resolver: ');
% Ingresar los valores de la matriz ampliada (A|B)
for i=1:n
  for j=1:n+1
      fprintf('Ingresar el elemento A (%d,%d) ---> ',i,j');
      A(i,j)=input('');
  end
end
% Muestra la matriz ampliada (A|B)
disp('   ');
disp('La matriz ampliada (A|B) es:  ');A
% Triangula la matriz ampliada
for i=1:n-1
  for k=i+1:n
      m=A(k,i)/A(i,i);
      for j=1:n+1
        A(k,j)=A(k,j)- m * A(i,j);
      end
  end
end
% Calcula la solución del sistema
for k=n:-1:1
  if k==n
      s(k)=A(k,k+1)/A(k,k);
  else
     suma=0;
     for j=n:-1:k+1
        suma=suma+A(k,j)* s(j);
     end
     s(k)=(A(k,n+1)-suma)/A(k,k);
  end
end
% Muestra la matriz triangular superior
disp('   ');
disp('La matriz triangular superior es:  ');A
% Muestra la solución
for i=1:n
    fprintf('La solución x%d es: %f\n',i,s(i));
end
disp('   ');
```

Conclusiones

La resolución de problemas a través de un software hace que el alumno lleve a cabo un proceso investigativo que incluye la reflexión y el análisis a partir del problema.

En nuestra opinión, la combinación de elementos de Cálculo Numérico con los tradicionales utilizados en Taller I, es una buena alternativa para introducir a los estudiantes en el estudio de los métodos numéricos con el uso de la computadora. El hecho de disponer de los contenidos temáticos desarrollados en Taller I a través de las presentaciones usuales en combinación con el uso de métodos numéricos y la computadora como herramienta de cálculo, provocó en los estudiantes una mayor motivación y, por lo tanto, se logró una mayor participación y mejor asimilación de los contenidos curriculares involucrados. Además, se mostraron muy comprometidos al momento de encontrar el modelo matemático que les resolviera el problema planteado para analizar si podían resolverlo con los métodos tradicionales o aplicar los métodos numéricos.

Sin embargo, debemos tener en claro que si bien esta introducción al uso de métodos numéricos a través de la resolución de problemas es un elemento importante para generar cambios en los procesos de enseñanza y aprendizaje, no constituye la solución de todos los problemas educativos. La mejora de estos procesos no depende de la utilización de métodos numéricos y la computadora, sino de su adecuada integración curricular, es decir, del entorno educativo diseñado por el profesor de Taller I conjuntamente con los de Cálculo Numérico.

Bibliografía

Ascheri, M. E., Pizarro, R. A. *Libro de texto para estudiantes universitarios: Cálculo Numérico*. 1a ed., EdUNLPam, La Pampa, Impreso en Argentina, 2008.

Babini, J. *Historia de las ideas modernas en matemática*. Departamento de Asuntos Científicos de la Secretaría General de la Organización de los Estados Americanos, Washington D. C., 1967.

Boyer, C. *Historia de la Matemática*. John Wiley and Sons, New York, 1968.

Charnay, R. Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En Parra y Saiz (comps), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Paidós, Buenos Aires, 51-63, 1988.

de Guzmán Ozamiz, M. *Aventuras Matemáticas*. Ediciones Pirámide, Madrid, 1997.

Gardner, M. ¡*Ahá*!. Labor S. A., Barcelona, 1981.

González, F. Cómo desarrollar clases de matemática centradas en Resolución de Problemas. En Abrate, R. & Pochulu, M. (Comps.), *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática*. Universidad Nacional de Villa María, 235-262, 2007. Disponible en: http://www.gratisweb.com/unvm/Introduccion.pdf .

Ministerio de Cultura y Educación de La Pampa. Diseño Curricular para el Ciclo Básico de la Educación Secundaria, 2009. Recuperado en abril de 2011 de http://www.lapampa.edu.ar/MaterialesCurriculares/Documentos/CicloBasicoOrientado/MCE_MC2009_Matematica_123vPreliminar.pdf.

Pozo Municio, J. *La solución de problemas*. Santillana, Madrid, 1994.

Puig, L. *Elementos de Resolución de Problemas*. COMARES, Granada, 1996.

Nora Ferreyra. Nació en Ing. Luiggi (La Pampa), es Profesora de Matemática y Física y Licenciada en Matemática. Desde 1987, ha dictado clases en instituciones de nivel secundario y terciario, actualmente se desempeña como docente de la Universidad Nacional de La Pampa. Ha participado en diversos proyectos educativos en colaboración con el Ministerio de Cultura y Educación de La Pampa y la Universidad de La Pampa. Ha presentado y publicado artículos en revistas, jornadas y congresos.
noraf@exactas.unlpam.edu.ar

María Eva Ascheri. Prof. en Matemática y Física, Lic. en Matemática, MSc. en Matemática Aplicada, Prof. Asociado Reg. en Cálculo Numérico, Prof. Tit. en Cál.II/Mat.II. Tutor de alumos, dirección de aux. doc. y alum., de inv. formados y en formación, codirección tesis postgrado. Cat. Inv. (Ed.Mat.): 2, Publicación: 2 libros y artículos en Revistas y Reuniones Científicas (RC), Directora de diversos Proyectos de Investigación en Ed. Mat., TIC y Mat. Apl., Dir. Evaluador de artículos en RC y en revistas internacionales mavacheri@exactas.unlpam.edu.ar

Rubén Adrián Pizarro. Profesor en Matemática y Computación, de la UNLPam. Magíster en Tecnología Informática Aplicada en Educación de la UNLP. Actualmente es Prof. Adjunto Exclusivo de Práctica Educativa III del Prof. en Computación y a cargo de los Trabajos Prácticos de Cálculo Numérico del Prof. en Matemática. Docente de Matemática en el Nivel Medio. Investigador Categoría III en el programa de incentivos. Ha publicado diferentes trabajos sobre inclusión de tecnología en educación y enseñanza de la matemática. ruben@exactas.unlpam.edu.ar