

Ideas para enseñar

A formação geométrica de Licenciandos em Matemática: uma análise a partir da replicação de questões do Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE)

Regina da Silva Pina Neves, Sandra Aparecida Oliveira Baccarin
 Jhone Caldeira Silva

<p>Resumen</p>	<p>Este estudio analiza la formación geométrica de egresados de Licenciatura en Matemáticas de una institución privada de Brasil a través de la replicación de dos problemas del Examen Nacional do Ensino Superior (ENADE-BRASIL). Los resultados sugieren el mantenimiento de las dificultades de aprendizaje de estos conceptos entre los estudiantes y docentes y la falta de experiencia con las demostraciones matemáticas; también sugieren que el tiempo actualmente asignado a las asignaturas sobre geometría y al grado en Licenciatura no contribuye con el cambio de esta situación; muestran la relevancia del uso de preguntas abiertas para la comprensión de las habilidades desarrolladas por los estudiantes.</p> <p>Palabras clave: formación geométrica; licenciatura en Matemáticas; ENADE-BRASIL.</p>
<p>Abstract</p>	<p>This study analyzes the geometric formation of undergraduate students majoring in Mathematics from a private institution in Brazil based on the replication of two problems of the Exame Nacional do Ensino Superior (ENADE-BRASIL). The results suggest the maintenance of the learning difficulties of geometrical concepts among students and teachers and the lack of experience with mathematical proofs; complain that the time devoted to the subjects of geometry and to the major in Mathematics itself, currently, does not contribute in changing this situation and shows the relevance of using open questions to understand the skills and conceptual difficulties of the students.</p> <p>Keywords: geometric formation; majoring in Mathematics; ENADE-BRASIL</p>
<p>Resumo</p>	<p>Este estudo analisa a formação geométrica de concluintes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma instituição privada brasileira a partir da replicação de duas questões do Exame Nacional do Ensino Superior (ENADE-BRASIL). Os resultados sugerem a manutenção das dificuldades de aprendizagem destes conceitos entre estudantes e professores e a falta de experiência com demonstrações; denunciam que o tempo destinado às disciplinas de geometria e ao próprio curso, na atualidade, não contribui para a alteração desse quadro; mostram a pertinência do uso de questões abertas para a compreensão de competências desenvolvidas pelos estudantes.</p> <p>Palavras-chave: formação geométrica, licenciatura em Matemática; ENADE-BRASIL.</p>

1. Introdução

A Formação inicial do professor de matemática tem inquietado a comunidade de educadores matemáticos e tem sido amplamente investigada nas últimas duas décadas do século passado e na primeira deste, gerando debates e muitas publicações tanto no Brasil quanto em outros países. Os estudos de D'ambrósio (1993), Fiorentini (1994), Ponte (1998), Fiorentini & Cristovão (2006) exemplificam este movimento e contribuem para o entendimento das possibilidades e dificuldades relacionadas a esta formação.

Muitas das possibilidades preconizadas nesses estudos, e em muitos outros, têm contribuído, sobremaneira, para a melhoria da formação do professor de matemática. Como exemplo, podemos citar as investigações que buscam a (re) significação de discursos e/ou construção de novas práticas a partir da análise de casos de ensino, de aulas ministradas e de práticas de ensino como nos apresentou Borba (2006), em análise a respeito de tendências internacionais ou as diversas experiências de formação inicial socializadas durante o X Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), realizado em julho de 2010 na cidade de Salvador, Bahia. Os diferentes estudos apresentados na XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM), realizada em junho de 2011, na cidade de Recife, Pernambuco. Ou ainda, os estudos apresentados no V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (V SIPEM), realizado em novembro de 2012, na cidade de Petrópolis, Rio de Janeiro.

Entretanto, apesar das experiências exitosas, ainda enfrentamos dificuldades nos e para os processos de formação inicial do professor de matemática e, de modo bem geral, os estudos têm relatado como dificuldades - ainda atuais, o modo como os cursos de licenciatura em matemática estão organizados em termos de projeto político pedagógico/matriz curricular e como são de fato geridos e executados. A não superação do modelo de licenciatura segundo a fórmula "3+1" em muitas instituições, e mesmo naquelas que já alteraram essa fórmula os avanços são lentos devido ao isolamento entre as diferentes áreas de conhecimento. Ademais, muitos cursos optaram por supervalorizar os conhecimentos provenientes da prática, presos ao paradigma da racionalidade prática, como já alertava Duarte (2003).

Em função de tudo isso, estes mesmos autores, afirmam que, na maioria dos cursos, ainda percebe-se a falta de articulação entre teoria e prática, entre os saberes específicos e pedagógicos e a falta de preparo dos formadores de professores para empreender essas articulações, como já salientava Fiorentini (1994). E são unânimes em indicar, para a superação desse quadro, a reflexão, o trabalho colaborativo e uma relação mais equilibrada e harmoniosa entre teoria e prática. Ademais, enfatizam a necessidade de estudos empíricos a partir de novos construtos teóricos que deem conta não só da complexidade cognitiva e afetiva, como também das concepções, crenças e atitudes dos professores/futuros professores (Fiorentini & Lorenzato, 2006; Pina Neves & Fávero, 2009).

Nesse contexto, observamos que os relatos de dificuldades relacionadas ao ensino de geometria são recorrentes no cenário educacional brasileiro. Muitos estudos referem-se a ele a partir de termos como *omissão* e/ou *abandono*. Ver, por exemplo, Pavanello (1989); Pavanello (1993); Perez (1995); Pais (1999) e Pina Neves (2002).

Vários são os argumentos que explicam tal situação, entre eles: a falta de preparo dos professores para trabalhar a geometria a partir das transformações geométricas, como defendia o Movimento da Matemática Moderna (Pavanello, 1989); a omissão diretamente relacionada às condições de ensino e aprendizagem da geometria no Ensino Fundamental e Médio e nos cursos de formação de professores (Perez, 1991); a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1.º e 2.º Grau em 1971, que possibilitou que cada professor elaborasse seu programa de ensino de acordo com as necessidades dos estudantes. Tal abertura aliada às dificuldades conceituais dos professores abriu o precedente para que pouca geometria fosse ensinada (Pavanello, 1993). Os professores sem a formação necessária para o ensino da geometria tendem a não ensiná-la e, quando a ensinam, fazem-no exclusivamente a partir do uso acrítico do livro didático (Lorenzato, 1995). Essas práticas de omissão e/ou de simplificação dos conceitos geométricos em sala de aula nos diferentes níveis de ensino criaram o que Lorenzato chama de círculo vicioso “[...] presentemente, está estabelecido um círculo vicioso: a geração que não estudou geometria não sabe como ensiná-la” (1995, p. 4).

Desse modo, observa-se que o não rompimento do círculo vicioso revela-se na forma de dificuldades de estudantes e professores em lidar com os conceitos geométricos, como enfatizam muitos estudos: estudantes e professores apresentam dificuldades em reconhecer figuras planas e tridimensionais (Nasser, 2001); os estudantes têm acentuadas dificuldades em resolver problemas envolvendo conceitos geométricos (Pirola, 2003; Viana, 2000). Apesar das iniciativas de recuperação do ensino da geometria e da reformulação dos livros didáticos, ainda hoje, ela é pouco estudada nas escolas (Passos, 2005; Pereira, 2001); há forte resistência ao ensino da geometria, até mesmo no Ensino Superior, em que é também pouco abordada; e as dificuldades dos professores no seu ensino devem-se, em grande parte, ao fato de que tiveram pouco acesso ao estudo de tais conceitos em sua formação (Pais, 1999).

Entretanto, com o fortalecimento da Educação Matemática como área de conhecimento, observa-se a ampliação de pesquisas voltadas para a discussão da aprendizagem geométrica e para a sugestão de metodologias que promovam essa aprendizagem. Em Andrade & Nacarato (2004), por exemplo, temos uma amostra significativa dessa produção. Nesse estudo, os autores analisaram 363 trabalhos, apresentados em sete Encontros Nacionais de Educação Matemática, desde 1987, que estão relacionados às atuais tendências didático-pedagógicas no ensino de geometria no Brasil. Esses estudos defendem que é possível buscar a aprendizagem geométrica para um contingente maior de pessoas e que ela é imprescindível para o desenvolvimento humano.

Nesse sentido, Fillos (2006) afirma que a geometria é fundamental para a compreensão do mundo e a participação ativa do homem na sociedade, pois facilita a resolução de problemas de diversas áreas do conhecimento e desenvolve o raciocínio visual. Para Fonseca *et al.* (2001), ela é importante veículo para o desenvolvimento de habilidades e competências, tais como a percepção espacial e a resolução de problemas, pois oferece aos sujeitos oportunidades de observar, comparar, medir, inferir, validar, generalizar e abstrair. Sendo assim, defende que a

reformulação do ensino de geometria não é apenas uma questão didático-pedagógica, é também epistemológica e social.

Questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem da geometria são discutidas também em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais. O documento enfatiza que a geometria é vital para “desenvolver capacidades cognitivas fundamentais” (Brasil, 1998, p. 16). Ademais, destaca que a construção do pensamento geométrico deve ocorrer ao longo da Educação Básica e que a geometria não deve ser vista como elemento separado da Matemática e, sim, como parte que ajuda a estruturar o pensamento matemático e o raciocínio dedutivo, pois permite examinar, estabelecer relações e compreender o espaço onde se vive (Brasil, 1997, 1998).

Em referência específica ao Ensino Médio, os documentos apontam que as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de geometria, para que o estudante possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. Além disso, defendem que essas competências são importantes na compreensão e na ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento. Quanto ao Ensino Superior as diretrizes curriculares para os cursos de licenciatura em Matemática destacam que os cursos devem proporcionar ao licenciando estudos de fundamentos de geometria, como também de conteúdos presentes no currículo da Educação Básica.

Todos os argumentos pontuados até o momento permitem-nos algumas conclusões: o ensino de geometria é imprescindível para o desenvolvimento humano; ele é defendido por pesquisadores da área e pelos textos dos documentos oficiais; a aprendizagem geométrica é pontuada como possível, desde que o ensino e a aprendizagem de geometria sejam (re) construídos em todos os níveis de ensino. De posse desse entendimento, temos observado na literatura em Educação Matemática estudos que buscam compreender o valor das *demonstrações matemáticas para e nos* processos de ensino e aprendizagem da geometria, tanto na Educação Básica quanto no Curso de Licenciatura em Matemática. De modo especial, esses mesmos estudos avaliam métodos eficientes de utilizá-la na licenciatura de modo a favorecer o desenvolvimento de habilidades junto aos licenciandos para que eles, em sua prática docente, superem o “*ciclo vicioso*” comentado anteriormente.

Desse modo, optamos por reunir, no item seguinte, tais entendimentos e relacioná-los aos modos com os quais temos utilizado a replicação de questões do ENADE para a compreensão das competências e das dificuldades conceituais dos licenciandos e licenciados em matemática.

2. O ensino e a aprendizagem da geometria no contexto das demonstrações matemáticas

A experiência docente em matemática, em especial, no contexto das aulas de geometria, tem nos ensinado que a palavra *demonstração* gera inquietude entre os estudantes sejam eles da Educação Básica, sejam do Curso de Licenciatura em matemática. Muitos relatam que o incômodo é resultante das dificuldades

relacionadas à atividade, pelo fato dela exigir alta capacidade de argumentação e linguagem própria. A verdade é que essa inquietude não fica restrita aos estudantes, estando presente também entre professores sejam eles da Educação Básica, sejam do Curso de Licenciatura em matemática. Na licenciatura, em particular, é comum presenciarmos três entendimentos em relação à presença de demonstrações nas aulas de geometria: professores que se utilizam das demonstrações em suas aulas do mesmo modo como as utilizam no curso de bacharelado; professores que se utilizam das demonstrações em suas aulas a partir de simplificações/reformulações por se tratar de um curso de Licenciatura e, professores que não as utilizam, por avaliar que elas não são pertinentes à licenciatura, argumentando que elas são mais propícias àqueles profissionais que terão a matemática científica como objeto de trabalho e não para aqueles que terão a matemática escolar.

Nesse cenário, observamos a demonstração muito mais associada à Matemática, à produção de conhecimento em Matemática do que ao ensino/aprendizagem da Matemática, à apropriação de conceitos matemáticos a partir da atividade de demonstração, seja na Educação Básica, seja no Curso de Licenciatura em Matemática. Diante disso, destacam-se as indagações: as demonstrações são pertinentes para os processos de ensino e aprendizagem de geometria? Elas devem ser usadas a partir de que entendimento e de que metodologia? Desenvolver habilidades relacionadas às demonstrações auxilia o futuro professor no desenvolvimento de competências para a docência em geometria na Educação Básica? Em quais aspectos o tratamento dado às demonstrações no Curso de Licenciatura em Matemática se diferencia do tratamento dado às demonstrações na Educação Básica? A partir dessas indagações, faz-se necessário destacar como entendemos o termo demonstração e como ela tem sido entendida pela comunidade internacional e nacional de pesquisadores em Educação Matemática.

Para Arsac & Barbin (1988), a História da Matemática nos ensina que a noção de demonstração viveu três estágios, os quais podem ser categorizados da seguinte maneira: 1/ a gênese com os gregos no século V a.C. - a demonstração é a ordem da convicção; 2/ a primeira modificação no século XVII - a demonstração tem como objetivo esclarecer antes de convencer, e os métodos de descoberta assumem papel central e, 3/ a segunda modificação no século XIX - o retorno ao rigor e o surgimento do formalismo. Ademais, nos ensina também que variados termos - nem sempre sinônimos - são usados para se referir às demonstrações, como por exemplo, demonstrações formais, demonstrações rigorosas, provas rigorosas ou apenas provas.

Em função desse processo histórico e da multiplicidade de termos, assumimos, em nossos estudos o mesmo entendimento dado por Balacheff (1988) ao termo demonstração. Para ele era necessário diferenciar explicação, prova e demonstração, tendo em vista que:

[...] uma prova é uma explicação aceita por uma dada comunidade num dado momento, podendo ser debatida, refutada ou aceita. No interior da comunidade matemática, porém, só são aceitas como provas explicações que adota uma forma particular, um conjunto de enunciados válidos organizados segundo certas regras, sendo que um enunciado ou é reconhecido como verdadeiro ou é deduzido a partir do precedente por regras de dedução válidas e pré-fixadas, do domínio da lógica. Esse tipo particular de prova chama-se demonstração (Balacheff, 1988, p. 25).

Assim sendo, as provas matemáticas podem ser organizadas em duas categorias: as pragmáticas e as conceituais. As primeiras se apóiam em recursos de ação como o uso de desenhos; a segunda, por sua vez, não envolve ação e sim formulação de propriedades e relações entre as mesmas. Além disso, Balacheff (1988) argumenta que elas acontecem em níveis definidos como: 1/ *empirismo* - consiste em afirmar a verdade de uma proposição após a verificação de alguns casos; 2/ *experimento crucial* - consiste em afirmar a verdade de uma proposição após a verificação para um caso especial, geralmente não familiar; 3/ *exemplo genérico* - consiste em afirmar a verdade de uma proposição após a manipulação de alguns exemplos de modo a deixá-los com uma característica que representa uma classe de objetos; e, 4/ *experimento de pensamento* - consiste em afirmar a verdade de uma proposição de forma genérica, porém baseada no estudo de alguns casos específicos.

Muitos pesquisadores têm se dedicado ao estudo das demonstrações e sua relação com ensino de geometria, apresentando argumentos favoráveis e desfavoráveis. Todavia, todos esses estudos provocam reflexões pertinentes para a docência na Educação Básica e para os processos de formação de professores.

Como exemplo, temos nos estudos Hanna (1990) a distinção entre demonstração formal, aceitável e demonstração no contexto da matemática escolar. Ela entende que:

[...] a demonstração formal como conceito teórico da lógica formal (ou meta-lógica); a demonstração aceitável como conceito normativo que define o que é aceitável para os matemáticos profissionais; e ensino da demonstração, como uma atividade matemática escolar que serve para esclarecer ideias que valem a pena tornar conhecidas dos alunos (Hanna, 1990, p.6).

Já Thurston (1994) argumenta que a demonstração matemática é uma atividade relacionada à construção da própria matemática e importante para gerar entendimento e compreensão. No entanto, afirma que há uma diversidade de demonstrações e defende que dentre elas é necessário identificar as compreensíveis e verificáveis para os estudantes, para então tomá-las nos processos de ensino e de aprendizagem. Hanna & Jahnke (1996) defendem que a demonstração é uma característica essencial da Matemática e, por isso, um elemento importante quando se pensa no ensino de conteúdos desta área de conhecimento.

Garnica (1996), por sua vez, discute a dificuldade dos estudantes de um curso de licenciatura nos primeiros contatos com a “prova rigorosa” e sintetiza a partir de seus estudos teóricos e empíricos que:

1/ a prova rigorosa é elemento fundamental, se pretendemos compreender como funciona o discurso matemático e como são engendradas as concepções que permeiam a sala de aula de Matemática. Assim é tema importante à Educação Matemática; 2/ no que se refere à questão do rigor, os estudos analisados não concebem a possibilidade de um rigor alheio à Matemática dita “formal”, desenvolvida na esfera acadêmica; 3/ é mínima a contribuição dos pesquisadores matemáticos brasileiros quanto a esta temática; 4/ o surgimento da prova, à época dos gregos, e mesmo a sua formalização, amplamente divulgada no mundo contemporâneo, carecem de estudos históricos mais apurados acerca de seu surgimento; 5/ prova rigorosa e utilizações de informática ainda são questões polêmicas, cercadas de paradoxos que focam validade, teoria e prática; 6/ várias são as contribuições que fazem referência a metodologias para o uso da prova em

sala de aula, embora estas possam ser vistas como compartimentadas; 7/ a prova rigorosa é engendrada, executada, verificada e, finalmente, validada por processos nitidamente sociais, afirmação esta que, de certa forma, rompe com alguns aspectos do formalismo que deveriam caracterizá-las; 8/ Não existem disponíveis trabalhos que tratem especificamente da questão da prova rigorosa imersa no contexto da formação do professor de Matemática (Garnica, 1996, p.11).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino fundamental (PCNEF) já enfatizam em 1998 a importância da demonstração em matemática. O texto do documento é repleto de orientações para o estudo de teoremas pelos estudantes, com posterior demonstração, privilegiando as inferências e as relações que as vinculam com o discurso teórico, bem como, no que diz respeito aos sistemas de representação plana das figuras espaciais e as principais funções do desenho. Nota-se, nas várias passagens dedicadas ao assunto, que a demonstração em matemática é uma das competências indicadas nos PCN para o ensino fundamental e para o ensino médio como parte integrante do currículo da escola básica.

Já Villiers (2002) discute as funções da demonstração em matemática e defende que ela tem a função de: 1/ verificação - convencimento próprio e dos outros a respeito da veracidade de uma afirmação; 2/ explicação - compreensão do por que uma afirmação é verdadeira; 3/ descoberta - de novas teorias, conjecturas ou resultados a partir da tentativa de se demonstrar uma conjectura; 4/ comunicação - negociação do significado de objetos matemáticos; 5/ desafio intelectual - satisfação pessoal pelo êxito na demonstração de um teorema; 6/ sistematização - organização de resultados num sistema dedutivo de axiomas, conceitos e teoremas.

Nasser & Tinoco (2003) mostram que para os licenciandos em matemática, a prova formal ou demonstração é um desenvolvimento formal que parte de pressupostos (hipóteses) e, por meio de cadeias de raciocínio e de resultados já conhecidos ou de teoremas, chega-se ao resultado que se quer provar como verdadeiro (tese). O que as pesquisadoras observaram, no entanto é que grande parte dos estudantes não dominam tais habilidades durante o curso, nem quando se formam e nem durante os primeiros anos de docência. Ademais, argumentam que é preciso auxiliar os estudantes no desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo e da habilidade de argumentar. Sendo assim, defendem que a prática da demonstração deve ser considerada por estudantes e professores a partir de dois pontos: 1/ como elemento fundamental para entender a produção de conhecimento em Matemática e, 2/ como um caminho para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo.

Além desses estudos, observamos nas contribuições de Garnica (1996, 2002), Bicudo (2002) e Lourenço & Bastos (2002) que, apesar da demonstração ter sido relacionada desde a antiguidade, quanto à validação de idéias matemáticas tal associação tem sido reconstruída tendo em vista que ela não é a única possibilidade.

Nessa corrente de questionamentos, temos os estudos de Wheeler (1990) a partir dos quais ele questiona a pertinência de se usar demonstrações nos processos de ensino e aprendizagem. Para tanto, argumenta que é óbvio que a demonstração será sempre difícil na sala de aula de matemática, porque não aparece aí por nenhuma razão aparente que não seja a de imitar a atividade dos matemáticos. Nunca ninguém parou para pensar se é apropriada para a sala de aula ou, em caso afirmativo, que tipos de demonstrações seriam adequados. Assim ele

afirma que: “[...] é um programa terrivelmente sofisticado. Não admira que não seja muito bem ensinado, e que todos os alunos tenham dificuldade em apanhá-lo. Nunca ninguém analisou a dificuldade disto tudo, e a maior parte dos professores não estão conscientes de todas as exigências cognitivas da demonstração (Wheeler, 1990, p. 3- 4).

Diante dos vários argumentos possibilitados pelas pesquisas descritas anteriormente, entendemos que as demonstrações foram e são instrumentos importantes para e na produção de conhecimento matemático e podem se transformar, também, em instrumentos importantes para a prática discente e docente em sala de aula seja na Educação Básica, seja na licenciatura em matemática. De modo bem geral, podemos afirmar que os estudantes ao vivenciarem situações de demonstrações desenvolvem estratégias, habilidades e competências tendo em vista que na tentativa de atribuir significados podem construir e/ou reproduzir conceitos sobre a geometria, seu ensino e aprendizagem. Por isso, assim como Garnica (2002), entendemos que a demonstração tem seu lugar nos cursos de formação de professores e deve assumir não um caráter técnico, mas uma abordagem crítica que possibilite a análise dos modos de produção do conhecimento em matemática e matemática escolar.

Contudo, sabemos que nas escolas brasileiras e nos cursos de formação de professores reina um trabalho com geometria, na maioria dos casos, centrado na preleção de conceitos, sem o uso de materiais didáticos compatíveis com as necessidades da área, pouco provocativo e desprovido de situações que estimulem argumentações e deduções. De modo geral, podemos afirmar que com isso os processos de ensino têm gerado poucas oportunidades de abstração, generalização, ensaio, erro e demonstração.

Em muitas instituições, os estudantes dos cursos de licenciatura são meros receptores de demonstrações apresentadas em livros-textos, tendo como apêndice, a explicação dos professores, assumindo uma postura de reprodução acrítica do conhecimento matemático, tornando-se mero reproduzidor de uma dada verdade matemática que assim se perpetua absoluta.

Paralelamente a essas discussões e seus resultados, acompanhamos, desde 2004, as discussões em torno do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (SINAES), como também seus impactos nas instituições formadoras de professores de matemática. O SINAES é formado por três componentes principais: a avaliação das instituições, dos cursos e do desempenho dos estudantes e conta com uma série de instrumentos complementares: auto-avaliação, avaliação externa, avaliação dos cursos de graduação e instrumentos de informação (censo e cadastro) e o ENADE (Exame Nacional de Desempenho de Estudantes. O referido exame teve/tem como objetivo aferir o rendimento dos estudantes dos cursos de graduação em relação aos conteúdos programáticos, suas habilidades e competências. Para mais informações acesse (<http://www.inep.gov.br/superior/enade>). No que se refere ao curso de Licenciatura em Matemática, o ciclo avaliativo teve sua primeira edição em 2005, a segunda em 2008 e a terceira, em 2011. De modo bem geral, entendemos que a maior contribuição dos resultados do ENADE foi socializar/divulgar que existem falhas nas propostas de formação dos cursos de licenciatura em matemática, o que tem provocado debates nas instituições formadoras e fomentado a busca por melhorias para esta formação, em especial,

nas instituições privadas, uma vez que estas são mais vulneráveis aos resultados apresentados, na maioria das vezes, alardeados pela mídia televisiva. E apesar das discussões em torno da qualidade e da pertinência das questões utilizadas nos exames, entendemos que muitas delas podem contribuir para o mapeamento das necessidades dos estudantes – sejam eles ingressantes e/ou concluintes do curso.

Diante disso, entendemos que a análise constante da aprendizagem geométrica, bem como, a presença da demonstração matemática nesse contexto tanto na Educação Básica, quanto no Ensino Superior, se faz necessária, uma vez que se busca superar o quadro de dificuldades descrito anteriormente. Para tanto, desenvolvemos dois estudos, com o intuito de analisar a aprendizagem geométrica em situações de demonstração dos concluintes do curso de licenciatura em Matemática de uma instituição particular de ensino do Distrito Federal.

De posse deste entendimento, temos explorado o potencial informativo das questões subjetivas, no que se refere às dificuldades e às competências conceituais dos concluintes a partir de sua replicação junto a estudantes de uma instituição privada da região de Taguatinga, Distrito Federal, desde 2005. De modo especial, temos nos atentado aos grandes entraves da formação do professor de matemática, como é o caso da conceituação geométrica.

3. Método

Participaram do estudo dois grupos de sujeitos. O primeiro grupo composto por 26 licenciandos em Matemática e o segundo grupo por 13 licenciandos, todos eles cursavam o último semestre do Curso de Licenciatura em Matemática na ocasião do estudo.

Dos sujeitos do grupo 1, 11 (42,3%) eram do sexo feminino, 15 (57,7%) do sexo masculino, com idades entre 19 e 50 anos, sendo que a maioria estava entre 21 e 29 anos. Quanto à escola, 20 (76,9%) cursaram o Ensino Fundamental em instituições públicas, 04 (15,4%) em instituições particulares e 02 (7,7%) não informaram esse dado. Para o Ensino Médio, 21 (80,8%) cursaram em instituições públicas, 03 (11,5%) em instituições particulares e 02 (7,7%) não o declararam. Quanto ao local de trabalho em que atuavam 07 (26,9%) declararam trabalhar em escolas, como docentes de Matemática. Dos demais, 12 (46,2%) atuavam em setores diversos, alguns em órgãos públicos como a Polícia Militar, bancos federais e comércio, esses últimos, trabalhando como vendedores, auxiliares, entre outras atividades, 06 (23,1%) não declararam sua ocupação na ocasião da pesquisa e 01 (3,8%) informou estar sem trabalho.

Dos sujeitos do grupo 2, 03 (23,1%) eram do sexo feminino, 10 (76,9%) do sexo masculino, com idades entre 23 e 47 anos, sendo que a maioria estava entre 23 e 29 anos. Quanto à escolaridade, 10 (76,9%) cursaram o Ensino Fundamental em instituições públicas, 03 (23,1%) em instituições particulares. 07 (53,8%) cursaram o Ensino Médio em instituições públicas, 06 (46,2%) em instituições particulares. Quanto ao local de trabalho em que atuavam 01 (53,8%) declararam trabalhar em escolas, como docentes de Matemática. Dos demais, 03 (23,1%) atuavam em setores diversos, alguns em órgãos públicos como bancos e comércio e 03 (23,1%) informaram estar sem trabalho.

Propusemos aos sujeitos do grupo 1 a resolução da questão discursiva de número 29 (Anexo I) da prova da área de Matemática do Exame Nacional de

Desempenho de Estudantes – ENADE (2005) e para os sujeitos do grupo 2 a resolução da questão discursiva de número 40 – item a) (Anexo II) da prova da área de Matemática do ENADE (2008). Optamos em replicar essas questões pelo fato de a prova aferir o rendimento dos acadêmicos dos cursos de graduação em relação aos conteúdos programáticos, suas habilidades e competências. Para mais esclarecimentos, acessar o sítio <http://www.inep.gov.br/superior/enade>.

Os dois grupos de sujeitos responderam à questão individualmente, sem ajuda dos pesquisadores, com o tempo limitado de 40 minutos. As respostas foram analisadas como sugere Fávero & Trajano (1998) e Moro & Soares (2005).

4. Apresentação dos Resultados

4.1. Grupo 1

Dos 26 sujeitos do grupo 1 que participaram da pesquisa em 2005, 21 (80,8%) responderam à Questão 29, os demais (19,2%) entregaram o instrumento em branco. Dos 21 sujeitos que responderam à questão, apenas 02 (9,5%) apresentaram uma resposta condizente com o padrão esperado (Anexo II), 01 (4,8%) respondeu em parte e 18 (85,7%) apresentaram notações que indicam pouca noção conceitual.

De modo geral, as resultados mostram que 85,7% dos concluintes não responderam à questão. Suas notações apresentam esboços de resolução, tais como: informações numéricas retiradas do texto da questão, fórmulas para o cálculo de áreas, entre outras. Observamos dificuldades ligadas à leitura e à interpretação, à elaboração de um modelo matemático e quanto ao domínio da linguagem simbólica e das operações matemáticas presentes na resolução do modelo matemático. Até mesmo os estudantes que apresentaram uma resposta condizente com o padrão esperado, ainda revelaram algumas deficiências na demonstração. As notações apresentadas a seguir exemplificam tais fatos.

Por ser paralelogramo, temos que $AB \equiv CD$, pois, os lados opostos (paralelos) são congruentes. Assim, escrevemos:

$$S_{(paralel)} = AB \cdot H$$

$$S_{A(CDE)} = \frac{CD \cdot H_1}{2}$$

$$S_{A(MBE)} = \frac{\left(\frac{AB}{4}\right) \cdot H_2}{2}, \text{ mas, } H_2 = \frac{H_1}{4} = \frac{\left(\frac{AB}{4}\right) \cdot \left(\frac{H_1}{4}\right)}{2}, \text{ mas como}$$

$$H = \frac{5}{4} \cdot H_1 \Rightarrow H_1 = \frac{4}{5} \cdot H. \text{ Assim, } S_{A(MBE)} = \frac{AB}{4} \cdot \frac{\frac{4}{5} H}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AB \cdot H}{4 \cdot 5} \Rightarrow \frac{AB \cdot H}{40}$$

Figura 1. Notação produzida por: homem, 26 anos, Fundamental e o Médio em instituição pública. Fonte: Relatório de pesquisa

Observamos, na notação acima, a utilização de informações numéricas condizentes com o padrão esperado e a preocupação em justificar as etapas de resolução. Na demonstração, vemos que, apesar de o sujeito não fazer menção explícita ao fato dos triângulos *MBE* e *CDE* serem semelhantes, ele utiliza a informação de que a razão entre suas alturas é 1/4; não demonstra que a altura do

triângulo MBE é igual a $1/5$ da altura do paralelogramo $ABCD$ (conforme o padrão requerida) e encontra que a altura do triângulo CDE é igual a $4/5$ da altura do paralelogramo $ABCD$.

$$\begin{aligned} A_{\Delta} &= \frac{b \cdot h}{2} = \frac{MB \cdot h}{2} = \frac{MB \cdot h}{8} \\ A_{\square} &= b \cdot h = AB \cdot \left(h + \frac{h}{4}\right) \\ \text{Sabemos que } AB &= 4 \cdot MB, \text{ Logo} \\ A_{\square} &= 4MB \left(h + \frac{h}{4}\right) = 4MBh + \frac{4MBh}{4} = 5MBh \\ x \cdot \frac{MBh}{8} &= 5MBh \\ x &= \frac{5MBh \cdot 8}{MBh} \\ x &= 40 \text{ vezes.} \end{aligned}$$

Logo, BME é $\frac{1}{40}$ de CDE .

Figura 2. Notação produzida por: homem, 19 anos, cursou o Ensino Fundamental e o Médio em instituição particular. Fonte: relatório de pesquisa.

Observamos na notação acima que a estratégia escolhida e a resolução envolvem ideias apontadas pelo padrão de resposta, porém a argumentação não apresenta todas as etapas da demonstração sugerida. Vemos que as informações foram utilizadas sem justificativas ou menções das propriedades envolvidas.

Tema: $A_{\Delta BME} = 1/40$ de A_{paralelo} .

Com a projeção da diagonal $\Delta ABD \equiv \Delta DBC$.

O ponto de interseção E temos que é um ponto que está pela vértice. Logo, pela propriedade de ângulos alternos temos que ΔBME é semelhante ΔDCE . adotando $h = 8\text{cm}$

$$\frac{A_{\Delta BME}}{2} = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \frac{(x-y) \cdot \frac{h}{4}}{2} = \frac{2 \cdot (x-y) \cdot DCE}{4} \cdot \frac{(x-y) \cdot DCE}{2}$$

$$\frac{A_{\Delta DCE}}{2} = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \frac{x \cdot DCE}{2} = \frac{x \cdot DCE}{2}$$

Como a altura $\Delta DCE = h$ e que altura $\Delta BME = h/4$, logo a altura do paralelogramo é $3 \cdot \frac{h}{4} = \frac{3h}{4}$, como altura é relativa a base BM .

$$\frac{A_{\square}}{2} = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow \frac{(b-a) \cdot \frac{h}{4}}{2} = \frac{2 \cdot h \cdot (b-a)}{4} = \frac{h \cdot (b-a)}{2}$$

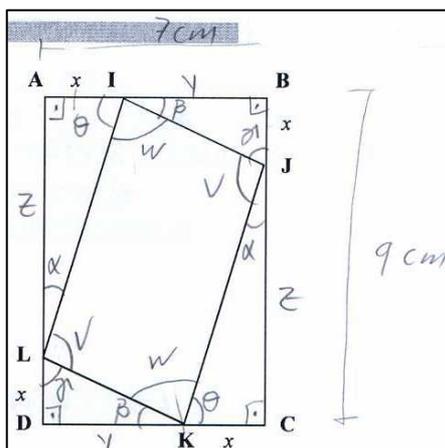
Área do paralelogramo = $b \cdot h$

Figura 3. Notação produzida por: Mulher, 25 anos, cursou o Ensino Fundamental e o Médio em instituição pública. Fonte: relatório de pesquisa

A argumentação apresentada na notação acima possui ideias acordantes com o padrão esperado, porém mostra a dificuldade do sujeito em concluir a demonstração.

4.2. Grupo 2

Dos 13 concluintes de 2008 que participaram da pesquisa do grupo 2, 01 (7,7%) apresentou uma resposta condizente com o padrão esperado, não finalizando a argumentação, 09 (69,2%) responderam parte da questão e 03 (23,1%) apresentaram em suas notações estratégias que envolvem procedimentos ligados à questão. Em geral, o baixo índice de acerto evidencia a dificuldade dos sujeitos com os conceitos de congruência e semelhança, até mesmo com a notação considerada condizente com o padrão de resposta, como podemos observar nas notações a seguir.



com as informações dadas tenho que o triângulo $AIL \cong JCK$ e os triângulos $IBJ \cong LDK$, para que o quadrilátero $IJKL$ seja um paralelogramo seus ângulos opostos tem que ser iguais assim

$$\begin{cases} \widehat{LIT} = 180^\circ - (\theta + \beta) = w \\ \widehat{LKJ} = 180^\circ - (\theta + \beta) = w \end{cases} \quad \begin{cases} \widehat{ILK} = 180^\circ - (\alpha - \gamma) = v \\ \widehat{IKL} = 180^\circ - (\alpha - \gamma) = v \end{cases} \quad \text{portanto é um paralelogramo}$$

Figura 4. Notações produzidas por: homem, 27 anos, cursou o Ensino Fundamental e o Médio em instituição pública. Fonte: relatório de pesquisa.

Observamos que a argumentação apresentada envolve as ideias apresentadas no padrão esperado, porém o sujeito erra na notação matemática de congruências de triângulos, ao escrever que os triângulos IBJ e LDK são congruentes e que os triângulos AIL e JCK são congruentes. Além disso, não indica o caso de congruência.

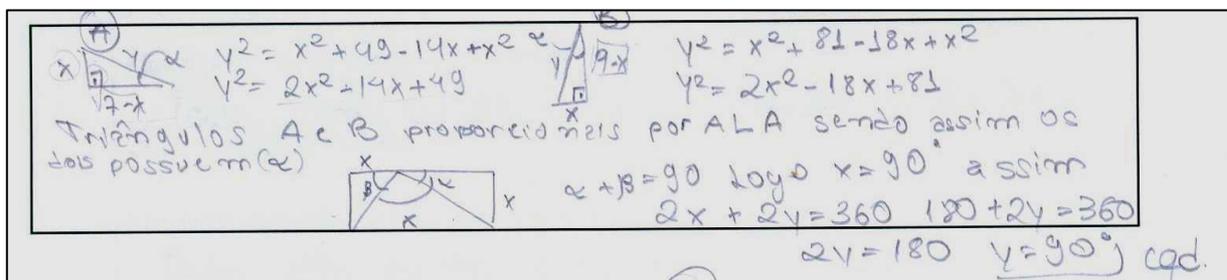


Figura 5. Notação produzida por: homem, 25 anos, cursou o Ensino Fundamental e o Médio em instituição pública. Fonte: relatório de pesquisa.

A notação acima apresenta estratégia distante daquela apontada pelo padrão esperado. Há uma menção ao caso de congruência de triângulos ALA, mas não é

possível identificar a que objetos geométricos esta informação se refere. O sujeito usou a mesma notação para lados e ângulos, por exemplo, no retângulo vemos a escrita x para indicar segmento e ângulo. Além disso, usou o termo “cqd” (que indica “como queríamos demonstrar”) ao referir-se aos resultados x e y iguais a 90° , o que sinaliza dificuldades conceituais. Uma vez que é verdade que se os ângulos internos de um quadrilátero medem cada um 90° , então temos um paralelogramo, mas nem todo paralelogramo possui apenas ângulos internos retos. Desta forma, a estratégia de resolução “para demonstrar que um quadrilátero é um paralelogramo, basta demonstrarmos que seus ângulos internos são retos” é questionável.

PARALELOGRAMO \Rightarrow 4 LADOS CONGRUENTES DOIS A DOIS
E PARALELOS
ASSIM: $\overline{IJ} = \overline{LK}$ e $\overline{IL} = \overline{JK}$:
DEMONSTRAÇÃO: POR PITÁGORAS TEMOS QUE:
 $(IJ)^2 = (IB)^2 + (BJ)^2$ e $(LK)^2 = (LD)^2 + (DK)^2$
 $(IL)^2 = (AI)^2 + (AI)^2$ e $(JK)^2 = (KC)^2 + (JC)^2$

Figura 6. Notação produzida por: homem, 47 anos, cursou o Ensino Fundamental e o Médio em instituição pública. Fonte: relatório de pesquisa.

Na notação, observamos que o sujeito conhece a definição de paralelogramo e os cálculos associados ao Teorema de Pitágoras, contudo não conseguiu criar uma estratégia para realizar uma demonstração.

5. Análise dos resultados

Os resultados apresentados pelos dois grupos são similares em termos de escrita matemática e organização de estratégias e muito nos informam a respeito da formação de conceitos geométricos dos sujeitos que participaram do estudo. Em geral, podemos dizer que os dois grupos apresentaram dificuldades relacionadas à argumentação, à distinção entre definições e teoremas; ao reconhecimento de hipóteses e conclusão de uma propriedade, ao entendimento dos conceitos de desenho/figura geométrica, à decisão se utilizavam a linguagem natural ou matemática; à organização da prova e redação da demonstração.

Além disso, as notações produzidas indicam que os sujeitos não estão acostumados a justificar suas afirmações, tampouco a demonstrar teoremas. Tal dificuldade confirma que aprender a demonstrar consiste em se apropriar de um discurso diferente do praticado usualmente pelos acadêmicos e requer o domínio de um conjunto de conceitos – campo conceitual. Além disso, mostra que demonstrar envolve compreender a figura e todos os conceitos a ela relacionados, as definições e os teoremas; as hipóteses (dados do problema) e a conclusão (ou tese). Como também é necessário saber utilizar as representações e apropriar-se do raciocínio lógico-dedutivo.

Os resultados permitem-nos inferir que, durante a Educação Básica, os sujeitos não vivenciaram situações de ensino e aprendizagem em geometria que considerasse: 1/ as diferentes apreensões das figuras geométricas – perceptiva, discursiva, operatória e sequencial; 2/ a demonstração como parte integrante dos processos de aprendizagem e ensino dos conceitos geométricos; 3/ a importância de se trabalhar a representação (desenho/figura geométrica, linguagem natural, linguagem matemática). Assim como, no transcorrer do curso de Licenciatura a maioria não conseguiu adquirir essas competências.

Desta forma, entendemos que essa discussão é urgente nos cursos de formação de professores, pois a capacidade de elaborar argumentações é essencial para os processos em provas matemáticas e fazem parte do saber do professor, como já apontava Pavanello (1993) e Lorenzato (1995).

Por fim, os resultados mostram que, pelo menos no âmbito de abrangência do estudo em questão, a situação permanece inalterada, “o círculo vicioso” permanece. Com todas as dificuldades aqui relatadas, como será a prática pedagógica em geometria do licenciado (na ocasião da pesquisa, concluinte) em Matemática? Como ele selecionará e organizará conteúdos dos programas curriculares? Como criará as novas e criativas situações de aprendizagem? Como produzirá material de apoio? Como selecionará instrumentos de avaliação? Como interpretará as notações de seus estudantes?

6. Considerações Finais

Essa pequena amostra que embasou a análise do presente artigo revelou-nos resultados que apontam que os dois grupos analisados apresentaram dificuldades conceituais, não havendo diferenças significativas entre eles.

Tais resultados sugerem a manutenção das dificuldades de aprendizagem dos conceitos geométricos entre estudantes da Educação Básica, Ensino Superior e professores. Além disso, denunciam que o tempo destinado às disciplinas de geometria e ao próprio curso de licenciatura em Matemática, na atualidade, não contribui para a alteração desse quadro e ainda persiste a necessidade de se pensarem em novas metodologias de ensino que contemplem o aprendizado de um conceito de forma que os sujeitos realmente apropriem-se dele.

Por meio da análise das notações, pudemos observar a falta de articulações entre as representações que poderiam ser utilizadas nas resoluções, as quais evidenciam a necessidade de um trabalho que seja mais investigativo, no qual o sujeito seja colocado em contato com múltiplas representações: figuras, números, letras, tabelas, gráficos, língua materna, assim como desenvolvido em Baccarin (2008). É preciso proporcionar aos estudantes da Educação Básica e Superior situações em que eles interpretem e produzam objetos matemáticos em diferentes campos conceituais.

Finalmente, este estudo subsidiou a nossa ideia inicial na qual apontamos falhas no ensino da geometria que perpassam todos os níveis desde o Fundamental até o Universitário e, dessa forma, acabam, como aponta Lorenzato (1995), por perpetuar o que chama de círculo vicioso: se esta geração de licenciandos não estudou geometria também não saberá como ensiná-la.

O que se espera é que este estudo venha somar-se a outras pesquisas que apontem aos profissionais atuantes nessa área a necessidade de uma reflexão e análise crítica de sua prática pedagógica, contribuindo, assim, para uma real aprendizagem da geometria, que possa então vir a quebrar esse círculo vicioso.

Bibliografia

Andrade, J. A. A. & Nacarato, A. M. (2004). *Tendências didático-pedagógicas no ensino de geometria: um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENEMs*. Educação Matemática em Revista, Recife, v. 11, n. 17, p. 61-70.

- Baccarin, S. A. O. (2008). *Investigação matemática: uma análise da sua contribuição na construção de conceitos algébricos*. Dissertação de mestrado. Brasília: Universidade de Brasília.
- Brasil, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. (1998). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, DF.
- Brasil. Ministério de Educação e do Desporto. Conselho Nacional de Educação. (2001). *Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena*. Brasília, DF: MEC/CNE.
- Fávero, M. H. & Trajano, A. A. (1998). A leitura do adolescente: mediação semiótica e compreensão textual. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, n. 1, p. 131-136.
- Fillos, L. M. (2006). *O ensino da geometria: depoimentos de professores que fizeram história*. In: *EBRAPEM*, Belo Horizonte. Acesso em: 18 fev. 2009, <<http://www.fae.ufmg.br:8080/ebrapem/completos/05-11.pdf>>.
- Fonseca, M.C.F.R. et al. (2001). *O ensino de geometria na escola fundamental*. Autêntica: Belo Horizonte.
- Lorenzato, S. (1995) Por que não ensinar geometria? *Educação Matemática em Revista – SBEM*, n. 4, p. 3-13.
- Moro, M.L.F. & Soares, M.T.C. (2005). *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola*. Curitiba: Ed. da UFPR.
- Muniz, C.A.; Autor X1 & Nascimento, A.M.P. do. (2009) Entre o olhar, o esquema e a intervenção psicopedagógica na produção matemática da criança. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 1, p. 79-110.
- Nasser, L. & Tinoco, L.(2001). *Argumentações e provas no ensino de matemática*. Projeto Fundão, IM-UFRJ, 109p.
- Oliveira, H.; Segurado, M. I. & Ponte, J. P. (1998). Tarefas de investigação em matemática: histórias da sala de aula. *Atas do VI Encontro de Investigação em Educação Matemática*, Portugal. p. 107-125. Acesso em: 08 fev. 2009, <<http://ia.fc.ul.pt/textos/p189-206.PDF>>.
- Pais, L. C. (1999). *Transposição didática*. In: S. D. A, Machado (Ed.). *Educação matemática: uma introdução*. (pp. 13-42). São Paulo: EDUC.
- Pais, L. C. (2001). *Didática da matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Passos, C. L. B. (2005). *Que Geometria acontece na sala de aula?* In: M. da G. N. Mizukami & A. M. M. R. Reali. *Processos formativos da docência: conteúdos e práticas*. (p. 16-44). São Carlos: EDUFSCar.
- Pavanello, M. R. (1993). *O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências*. *Revista Zetetiké*, ano 1, n. 1, p. 7-17.
- Pavanello, M. R. (1989). *O abandono do ensino da Geometria: uma visão histórica*. Dissertação de Mestrado. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.
- Pereira, M. R. O. (2001). *A geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o seu abandono*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica.
- Perez, G. (1991). *Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicos da pesquisa participante no ensino de geometria para as camadas populares*. Tese de Doutorado. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.

- Perez, G. (1995). A realidade sobre o ensino de geometria no 1º. e 2.º grau, no estado de São Paulo. *A Educação Matemática em Revista*. Blumenau, SBEM, ano III, n. 4.
- Pina Neves, R. da S. (2002). (2002). *A formação de conceitos geométricos no contexto dos projetos de trabalho mediada pelo CABRI GÉOMÈTRE*. Dissertação de Mestrado. Brasília: Universidade de Brasília.
- Pirola, N. A. (2003). *Solução de problemas geométricos: dificuldades perspectivas*. Dissertação de Mestrado. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação.
- Vergnaud, G. (1988). *Multiplicative structures*. In: H. Hiebert & M. Behr (eds.). *Research agenda in mathematics education*. Number Concepts and Operations in the Middle Grades. (p. 141-161). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Viana, O. A. (2000). *O conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito*. Dissertação de Mestrado. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas.

Regina da Silva Pina Neves. Licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG), Mestre em Educação e Doutora em Psicologia pela Universidade de Brasília. Atua no Ensino Superior e na pós-graduação em Cursos de Licenciatura em Matemática, Pedagogia e psicopedagogia. Desenvolve consultorias nas áreas de formação de professores e avaliação educacional em órgãos públicos e privados. Email: reginapina@gmail.com

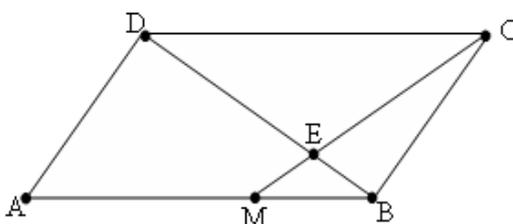
Sandra Aparecida Oliveira Baccarin. Licenciada em Matemática pela Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Itapetininga-SP, Especialista em Administração Escolar (Universidade Salgado Oliveira) e Mestre em Educação (Universidade de Brasília). Atuou como professora da Educação básica e superior e coordenou curso de Licenciatura em Matemática; trabalha em desenvolvimento projetos de tecnologia educacional e cursos *on line*. Email: sandrabaccarin@gmail.com

Jhone Caldeira Silva. Licenciado em Matemática (Universidade Federal de Viçosa), Mestre e Doutor em Matemática (Universidade de Brasília, com Doutorado Sandwich na Universidad Autónoma de Madrid). Já atuou como Professor Substituto na Universidade de Brasília e em Instituições do DF e de GO; é Professor Adjunto da Universidade Federal de Goiás. É autor de um livro e de alguns artigos direcionados à questão da Licenciatura. Email: jhone@mat.ufg.br

Anexo I

Questão discursiva de número 29. ENADE 2005

Em um paralelogramo ABCD, considere M o ponto da base AB tal que $\overline{MB} = \frac{1}{4}\overline{AB}$ e o ponto de interseção do segmento CM com a diagonal BD, conforme figura a seguir.



Prove, detalhadamente e de forma organizada, que a área do triângulo BME é igual a $\frac{1}{40}$ da área do paralelogramo ABCD.

No desenvolvimento de sua demonstração, utilize os seguintes fatos, justificando-os:

< os triângulos BME e DCE são semelhantes;

< a altura do triângulo BME, relativa à base BM, é igual a $\frac{1}{4}$ da altura do triângulo DCE relativa à base DC.

Padrão de resposta esperado

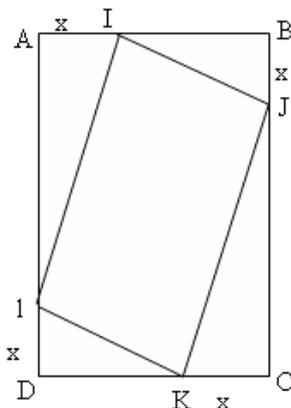
O padrão de resposta esperado elaborado pela comissão assessora de avaliação da área de Matemática do ENADE (2005) indica que:

- Pela figura, usando o fato de que duas paralelas cortadas por uma transversal determinam ângulos correspondentes iguais, concluir que o ângulo EMB é igual ao ângulo DCE . Valor atribuído ao item: 1,50 ponto, com conceitos 0 e 1.
- Concluir que o ângulo MEB é igual ao ângulo DEC , usando o fato de que são opostos pelo vértice. Valor atribuído ao item: 1,00 ponto, com conceitos 0 e 1.
- Concluir, a partir dos itens a) e b), que os triângulos MBE e CDE são semelhantes, justificando sua resposta. Valor atribuído ao item: 1,00 ponto, com conceitos de 0 a 2.
- Usando o fato de que $MB = \frac{1}{4} AB$, concluir que a razão de semelhança entre os triângulos citados no item c) é igual a $\frac{1}{4}$ e que a altura h do triângulo MBE é igual a $\frac{1}{4}$ da altura do triângulo CDE . Valor atribuído ao item: 3,00 pontos, com conceitos de 0 a 2.
- Demonstrar que a altura h do triângulo MBE é igual a $\frac{1}{5}$ da altura H do paralelogramo $ABCD$. Valor atribuído ao item: 1,50 ponto, com conceitos 0 e 1.
- Utilizando os itens anteriores concluir que a área do triângulo BEM é igual a
$$\text{Área (BEM)} = MB \times (h/2) = (\frac{1}{4} AB) \times (H/5) \times \frac{1}{2} = (\frac{1}{40}) AB \times H = (\frac{1}{40}) \text{Área (ABCD)}$$

Anexo II

Questão 40. ENADE 2008

No retângulo ABCD ao lado, o lado AB mede 7 cm e o lado AD mede 9 cm. Os pontos I, J, K e L foram marcados sobre os lados AB, BC, CD e DA, respectivamente, de modo que os segmentos AI, BJ, CK e DL são congruentes.



Com base nessa situação, faça o que se pede nos itens a seguir e transcreva suas respostas para o Caderno de Respostas, nos locais devidamente indicados.

Demonstre que o quadrilátero IJKL é um paralelogramo.

Padrão de resposta esperado

O padrão de resposta esperado elaborado pela comissão assessora de avaliação da área de Matemática do ENADE (2008) indica que:

a) Para demonstrar que IJKL é um paralelogramo o estudante pode mostrar que os triângulos IBJ e KDL são congruentes (ALA); da mesma forma o triângulo IAL é congruente ao triângulo KCJ (ALA). Em seguida, usa-se a propriedade dos paralelogramos: um quadrilátero com lados postos congruentes é um paralelogramo. Outra forma é mostrar pela definição identificando os ângulos.