

O conhecimento didático de Geometria de duas professoras do 1.º ciclo

Floriano Viseu, Júlia Almeida, José António Fernandes

Fecha de recepción: 28/09/2012

Fecha de aceptación: 21/03/2013

<p>Resumen</p>	<p>Las orientaciones metodológicas de los actuales programas de Matemáticas valorizan la actividad del alumno en su aprendizaje. El tema Geometría, por su naturaleza experimental, refleja este presupuesto. Por diversas razones, muchos docentes de Primaria se tienen que enfrentar a sugerencias metodológicas a las que su formación no siempre da la respuesta adecuada, sobre todo en lo referente al conocimiento de contenidos. La importancia que tiene este conocimiento en las formas de volverlo comprensible para los alumnos nos llevó a indagar sobre el conocimiento didáctico de dos profesoras de Primaria sobre tópicos de Geometría y la relación entre este conocimiento y su formación. Se constató que las profesoras no dominan algunos contenidos geométricos, fruto de una formación limitada en el ámbito de la Geometría, y son conscientes de que estas carencias inciden sobre su enseñanza.</p> <p>Palabras clave: geometría, tópicos geométricos, formación docente.</p>
<p>Abstract</p>	<p>The methodological guidelines of current Mathematics school programs value the activity of the students in their own learning. The theme of Geometry, due to its experimental nature, reflects this assumption. For various reasons, many primary school teachers find themselves confronted with methodological suggestions to which their education does not always give proper response, especially with regard to the content knowledge. The importance of this knowledge in making contents understandable to students, led us to investigate the knowledge of two primary school teachers on topics of Geometry and the relationship between this knowledge and their education. Through our investigation, we discovered that the teachers do not master some geometric contents, due to a limited education in the scope of Geometry, and are aware that these gaps influence their teaching.</p> <p>Keywords: Geometry, geometric topics, teacher training.</p>
<p>Resumo</p>	<p>As orientações metodológicas dos programas atuais de Matemática valorizam a atividade do aluno na sua aprendizagem. O tema de Geometria, pela sua natureza experimental, reflete este pressuposto. Por razões várias, muitos docentes do 1.º ciclo veem-se confrontados com sugestões metodológicas a que a sua formação nem sempre dá a devida resposta, principalmente no que diz respeito ao conhecimento de conteúdos de Geometria. A importância que este conhecimento tem nas formas de o tornar compreensível aos alunos levou-nos a averiguar o conhecimento didático de duas professoras do 1.º ciclo sobre tópicos de Geometria e a relação entre esse conhecimento e a sua formação. Constatámos que as professoras não dominam alguns conteúdos geométricos, fruto de uma formação limitada no âmbito da Geometria, e têm consciência de que estas lacunas influenciam o seu ensino.</p> <p>Palavras-chave: geometria, temas geométricos, formação de professores.</p>

1. Introdução

A informação matemática está cada vez mais presente nas mais variadas atividades do dia-a-dia, o que faz com que a escola desempenhe um papel preponderante na formação dos seus alunos para uma cidadania responsável, informada e crítica. Porém, ainda persiste um distanciamento entre o que se ensina e a utilidade do que se ensina. Este distanciamento faz com que o NCTM (1991) defenda um ensino da matemática escolar, em particular da Geometria, inserido e voltado para a vida prática, em que os alunos “devem desenvolver hábitos de pensamento matemático e compreender e apreciar o papel da matemática na vida da humanidade” (p. 6).

A Geometria é uma componente importante do currículo de matemática, porque o conhecimento, as relações e as ideias geométricas, por um lado, são úteis em situações de todos os dias e, por outro, estão relacionados com outros tópicos matemáticos e com outras temáticas escolares (NCTM, 2007). A importância que a Geometria tem no currículo escolar deve-se, segundo Abrantes (1999), a ser um tema que desenvolve a capacidade de raciocínio do aluno, a sensibilidade para a compreensão de fenómenos do mundo real e a utilização de ideias geométricas em diversas situações.

Nas reformulações dos programas escolares atuais, os professores são os “protagonistas na mudança dos processos pelos quais a Matemática é ensinada e aprendida nas escolas” (NCTM, 1994, p. 2). Por várias razões, essas reformulações nem sempre são interpretadas de igual modo por todos os professores. Por exemplo, a formação adquirida pode contribuir para a existência de dificuldades e de lacunas nos conhecimentos dos professores, que não ajudam a concretizar as recomendações metodológicas para o ensino da Geometria. O historial de cada professor de Matemática marca e determina, como defende Monteiro (1992), o modo como age na sua prática de ensino. Para Ponte (1999), essa prática evidencia o conhecimento didático que o professor desenvolve ao longo da sua formação, inicial e contínua, que desempenha um papel fulcral na orientação da sua prática pedagógica.

Considerando que o conhecimento didático determina a forma como o professor atende às orientações metodológicas preconizadas pelos programas escolares, procuramos analisar o conhecimento didático de duas professoras do 1.º ciclo sobre tópicos de Geometria e a relação entre esse conhecimento e a sua formação.

2. A Geometria no currículo de Matemática do 1.º ciclo

Apesar das orientações atuais para o ensino da Geometria privilegiarem o significado, o ensino deste tema é ainda, frequentemente, desenvolvido de um ponto de vista meramente abstrato, enfatizando um sistema lógico onde os resultados derivam rigorosamente de definições e axiomas e em que, por vezes, se dá mais ênfase à memorização de definições e de técnicas de cálculo (Gomes & Ralha, 2005).

Durante o século passado sucederam-se grandes transformações na abordagem educacional da Geometria, das quais se destaca a reforma do ensino da matemática dos anos sessenta, apoiada nas teorias estruturalistas e construtivistas de Piaget e Bruner, que influenciaram a forma de conceber e de ensinar os conteúdos matemáticos. Esta nova perspetiva de conceber e pôr em prática a educação

matemática – denominada de matemática moderna – relegou para segundo plano o tema da Geometria. Como consequência desta reforma, em Portugal, no ensino básico, quase desapareceram os aspetos relacionados com a observação, a experimentação e a construção. Para Veloso (1998), gerações de alunos, muitos deles atuais professores de matemática, “atravessaram o ensino de matemática tendo como únicos contactos com a geometria elementar o teorema de Pitágoras e algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes” (p. 23).

Só mais tarde, nos anos setenta do século XX, se recomeçou a valorizar a Geometria escolar e, particularmente, na última década prosseguiram as discussões sobre uma crescente aproximação entre a Matemática, e em particular a Geometria, e a realidade. Apelando à concretização e à visualização e recorrendo, de modo sistemático, à manipulação de materiais, a aprendizagem da Geometria resulta, desde os níveis escolares mais elementares, como defende Abrantes (1999), da construção de conhecimentos pela descoberta e resolução de problemas.

Nas últimas décadas tem-se reconhecido a necessidade de redefinir o lugar da Geometria nos currículos escolares. As discussões em torno do currículo e das metodologias no ensino da Matemática estenderam-se aos diversos níveis de ensino. Novas propostas metodológicas foram equacionadas paulatinamente no currículo do 1.º ciclo do ensino básico nas diversas reformulações dos programas escolares. Por exemplo, o programa de 1990 (Ministério da Educação, 1990), depois reformulado em 1998 (Ministério da Educação, 1998), valoriza o ensino da Geometria e o recurso a estratégias centradas na resolução de problemas, no trabalho de grupo, no debate de ideias, na utilização de materiais manipuláveis e no uso da calculadora e do computador. Reforça-se, também, a ideia de que a exploração do espaço e das formas, a manipulação dos objetos, a observação, a utilização de materiais e instrumentos na construção e desenho de modelos geométricos concorrem para a descoberta e o desenvolvimento na criança das capacidades de relacionar, classificar, transformar, interpretar e compreender o mundo das formas que a rodeia e as noções elementares de Geometria.

No entanto, para Ponte et al. (1998), estas alterações não terão sido suficientes, ou não terão chegado ao currículo real, existindo “uma convicção generalizada que a Geometria não é lecionada ou é tratada de um modo muito superficial, com uma grande ênfase nos procedimentos e na terminologia” (p. 164).

O atual programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2007) recomenda que as atividades de ensino e aprendizagem da Geometria contemplem a exploração, manipulação e experimentação através de objetos do mundo real e outros materiais específicos. Pretende-se, assim, que o professor envolva o aluno na realização de observações, descrições e representações de objetos, configurações e trajetos, assim como o estimule a agir, prever, ver e explicar o que se passa no espaço que percebe.

No 1.º ciclo, a Geometria, aparece associada à Medida, tema rico do ponto de vista das conexões entre os temas matemáticos e situações não matemáticas. Na sequência dessas experiências concretas, amplia-se progressivamente o conhecimento das grandezas e a introdução das medidas convencionais do Sistema Internacional de Unidades.

Os conceitos de área, perímetro e volume, de acordo com o novo programa de Matemática (Ministério da Educação, 2007), surgem como transversais aos diversos anos de escolaridade e também aos vários ciclos de ensino, pelo que são alvo de um aprofundamento sucessivo. No que respeita aos primeiros anos, a ênfase é dada ao conceito de área. Após a exploração desse conceito, recorrendo a instrumentos de medição e materiais manipuláveis, entre outros, é proposta a formalização da área do quadrado, do retângulo, bem como o cálculo da área da superfície de alguns poliedros cujas faces são quadrados e retângulos. Relativamente ao conceito de perímetro, nos dois primeiros anos, é pedido aos alunos para estabelecerem relações de grandeza entre objetos a fim de os comparar e de os ordenar segundo os comprimentos. Posteriormente, no 3.º ano, é pedido ao aluno para calcular o perímetro de polígonos. Finalmente, no 4.º ano, pretende-se que o aluno desenhe, com a ajuda de papel quadriculado, quadrados e polígonos com um dado perímetro, sendo propostas medições de perímetros de objetos de base circular. A introdução do conceito de volume, no 1º ciclo, segue a mesma estratégia adotada para a introdução dos conceitos de área e perímetro.

3. Conhecimento didático

A partir da posição crítica de Shulman (1986), sobre a tendência da investigação para se preocupar mais com o conhecimento dos aspetos pedagógicos do que com o conhecimento do conteúdo, a investigação tem dado um destaque especial ao conhecimento que o professor precisa para ensinar. Para este autor, um professor precisa de um conhecimento específico para ensinar, que o organiza em conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral, conhecimento do currículo e conhecimento pedagógico do conteúdo. Destes conhecimentos, Shulman dá especial destaque ao conhecimento pedagógico do conteúdo, que consiste nas formas de representar e formular o conteúdo de modo a torná-lo compreensível ao aluno. Este conhecimento abarca não apenas os saberes que os professores detêm sobre os conteúdos matemáticos a lecionar, mas também os procedimentos pedagógicos suscetíveis de potenciar o processo de ensino e aprendizagem. O interesse por este tipo de conhecimento deriva da ligação que se estabelece entre o conhecimento do conteúdo e a prática de ensino, o que significa que as discussões sobre o conteúdo devem ser relevantes para o ensino e que as discussões sobre o ensino devem garantir que se dê atenção ao conteúdo (Ball, Thames & Phelps, 2005).

Há autores que apresentam algumas críticas à noção que Shulman dá ao conhecimento pedagógico do conteúdo. Por exemplo, Ponte e Chapman (2006) consideram que na definição deste conhecimento Shulman remete mais para uma conceção declarativa do conhecimento do professor do que para uma conceção de conhecimento orientado para a ação ou inserido na prática. Azcárate (1999) e Ball e Bass (2000) consideram que o conhecimento necessário para o professor poder ensinar integra outros elementos para além do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico. Por vezes, este conhecimento é designado por “conhecimento didático” do professor, que para Ponte (1999) é um conhecimento essencialmente orientado para a ação e se desdobra por quatro domínios fundamentais:

- (1) O conhecimento dos conteúdos de ensino, incluindo as suas inter-relações internas e com outras disciplinas e as suas formas de raciocínio, de argumentação e de validação;

- (2) O conhecimento do currículo, incluindo as grandes finalidades e objetivos e a sua articulação vertical e horizontal;
- (3) O conhecimento do aluno, dos seus processos de aprendizagem, dos seus interesses, das suas necessidades e dificuldades mais frequentes, bem como dos aspetos culturais e sociais que podem interferir positiva ou negativamente no seu desempenho escolar;
- (4) O conhecimento do processo instrucional, no que se refere à preparação, condução e avaliação da sua prática letiva. (p. 60-61)

Determinadas tarefas de ensino dependem, sobretudo, do conhecimento do conteúdo matemático. Tomar decisões sobre como e quando abordar um dado tópico matemático, orientar os alunos no que têm que fazer, ouvir e comentar as suas ideias, determinar a validade de um argumento matemático ou a adequação das representações matemáticas e estabelecer conexões entre os tópicos abordados, quer noutras disciplinas quer na própria Matemática, são exemplos de tarefas em relação às quais o conhecimento do conteúdo é determinante (Ball et al., 2005).

O conhecimento que o professor tem dos programas da sua área disciplinar, da variedade de materiais que pode utilizar no seu ensino e das vantagens e desvantagens do uso desses programas e materiais na sala de aula caracteriza, segundo Shulman (1986), o conhecimento do currículo. Para Canavarro (2003), o conhecimento do currículo integra também o conhecimento que articula os conteúdos matemáticos, as recomendações metodológicas, as finalidades e objetivos e as indicações sobre a avaliação das aprendizagens dos alunos. Para esta articulação se tornar eficiente, a autora considera que o professor precisa de conhecer o teor dos programas, de os interpretar e de os adaptar ao contexto onde exerce a sua profissão docente.

O conhecimento dos alunos e dos seus processos de aprendizagem abrange o conhecimento dos seus interesses, das suas formas habituais de reagir, das suas referências culturais (Santos & Ponte, 2002) e das formas como aprendem e desenvolvem as suas ideias matemáticas (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Desde a planificação até à concretização dos planos de aula, o professor precisa de atender ao que os alunos conhecem, saber como responder às suas questões ou afirmações e tomar decisões sobre o que fazer com as diferentes ideias que os alunos apresentam (Kilpatrick et al., 2001). O professor desempenha, assim, um papel de facilitador da aprendizagem dos alunos e não de transmissor de conceitos, factos ou técnicas.

O conhecimento instrucional é o conhecimento que o professor utiliza na sua prática letiva, mais propriamente nas fases de planificação, condução da aula e avaliação do processo de ensino-aprendizagem. Para Canavarro (2003), planificar uma aula consiste em ordenar o sentido que o professor pretende dar à sua ação, articulando um conjunto de conhecimentos, ideias e experiências que servem de apoio conceptual e justificação do que decide. O papel do professor torna-se fundamental no desenvolvimento das atividades, pela influência que as suas decisões podem ter para ajudar os alunos a construírem o conhecimento pretendido. Nessa construção, para além da natureza das tarefas, é importante o contexto em que as tarefas se desenvolvem, envolvendo não só os aspetos organizacionais mas também as interações entre os diferentes intervenientes na sala de aula. A diversidade de

estratégias, tipos de tarefa, abordagens e recursos que o professor pode escolher influencia a dinâmica das atividades da sala de aula e aumenta o grau de imprevisibilidade do que pode ocorrer.

4. Formação e desenvolvimento profissional do professor

A especificidade da sociedade contemporânea reflete-se no reequacionar da escola e da ação educativa e também da educação matemática, especialmente, como refere Loureiro (2004), porque as metodologias e programas curriculares sofreram, nas últimas décadas, alterações muito significativas. Segundo Gomes e Ralha (2005), as novas exigências metodológicas, que derivam das alterações dos programas escolares, geram dificuldades que parecem agudizar-se quando encontramos uma deficiente formação docente relativa aos conteúdos matemáticos. Para estes autores, a formação inicial não se torna suficiente, sendo necessária uma renovação permanente ao longo da atividade profissional do professor.

Pereira, Carolino e Lopes (2007) defendem que a profissionalização dos professores deve ser assegurada através de cursos de formação que considerem um leque de competências em consonância com as orientações curriculares atuais e as funções que os professores desempenham nas escolas e que incluam todas as componentes necessárias à formação científica, pedagógica e didática e uma componente significativa de prática profissional e de reflexão sobre essa prática.

Gomes e Ralha (2005), ao estudarem o ensino da Geometria no 1.º ciclo, envolvendo docentes e também futuros professores, identificam “um desconhecimento no mínimo preocupante ao nível do seu conhecimento científico na área de Geometria dita elementar” (p. 19). No mesmo sentido se pronuncia o Relatório Matemática 2001 (APM, 1998), evidenciando a deficiente formação inicial dos professores de 1.º ciclo no que concerne à Matemática, sobretudo os docentes que fizeram a sua formação profissional em contexto de Magistério Primário¹, os quais “tiveram uma formação inicial muito precária em Matemática, em questões de educação e em didática da Matemática (...) seguindo planos de estudo com uma componente nula ou muito reduzida” (p. 70).

Outro estudo realizado por Fonseca, Lopes, Barbosa, Gomes e Dayrell (2002) evidencia uma clara discrepância do nível de conhecimentos de docentes relativamente a conteúdos de Geometria. Quanto aos docentes que fizeram a sua formação nas atuais Escolas Superiores de Educação, a situação pode não ser muito diferente, pois a possibilidade de optarem por variantes que não incluem a Matemática — Educação Física, Inglês, Português, ... — reduz as oportunidades de formação na área da Matemática (APM, 1998).

O estudo de Matos (1985) corrobora as lacunas de futuros professores em competências geométricas à luz da teoria de van Hiele. Nesse estudo refere-se que uma boa parte dos participantes não atingiu ou não ultrapassou o nível 2. Segundo Ponte et al. (1998), “o nível 2 seria suficiente para ensinar de forma “mecanizada” os conteúdos geométricos do currículo português do 1.º ciclo, enquanto o nível 3 seria necessário para um ensino responsável desses mesmos conteúdos” (p. 163).

¹Estes profissionais entraram para o Magistério Primário com 11 anos de escolaridade e no Magistério completaram mais 3 anos de escolaridade, orientados para a docência no ensino primário, correspondente ao atual 1.º ciclo do ensino básico (alunos dos 6 aos 10 anos).

Quanto à formação contínua, também ela era escassa e dispersa até 2005 e, em certos casos, segundo Blanco e Mellado (1999), até contraproducente, porque “a metodologia tradicional utilizada em centros de formação reforça as crenças e papéis dos professores” (p. 19). Estas mesmas conclusões são mencionadas pela APM (1998), reportando-se, concretamente, à formação contínua dos professores do 1.º ciclo, para referir que a maioria dos professores desse nível não havia frequentado nenhuma ação de formação relativa ao atual programa de matemática. Também é salientado que a formação contínua disponível não tinha, na altura, na maior parte dos casos, qualquer utilidade ou interesse para os professores, os quais, aparentemente, só as frequentavam com o intuito de obter os créditos necessários à sua progressão na carreira.

Outra questão que se coloca ao processo de formação, quer inicial quer contínua, passa pela herança escolar dos docentes e da sua própria individualidade. Convém não esquecer que os professores tiveram um longo período de escolarização como alunos de Matemática nos ensinos básicos e secundário e ainda como estudantes para professores, desenvolvendo neles crenças e imagens sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, que podem condicionar a aprendizagem dos alunos.

Fonseca et al. (2002) realçam a preocupação do desfasamento entre as propostas apresentadas nas ações de formação e as práticas docentes subsequentes, referindo que “apesar de certo entusiasmo demonstrado pelos professores em relação às novas metodologias, as repercussões em sala de aula não se fazem sentir prontamente” (p. 50). As autoras afirmam a necessidade de que a formação vá para além da mera sugestão de atividades e estratégias inovadoras, preocupando-se com a reflexão e o questionamento acerca das conceções dos docentes, advogando “um repensar das conceções desse ensino, do conteúdo a ser abordado e da intencionalidade e viabilidade de aplicação dos recursos didáticos à sua disposição” (p. 51). Também Loureiro (2004) se debruçou sobre esta questão. Nas conclusões do seu estudo sobre formação de professores, esta investigadora refere-se às expectativas dos docentes quanto à formação que realizam, salientando que eles pretendem sugestões e propostas que possam acomodar às suas próprias conceções metodológicas, mas, na generalidade, não estão abertos à mudança, ou ao questionamento das suas conceções pessoais acerca do processo de ensino e de aprendizagem.

De facto, embora o aprofundamento e a reflexão sejam inerentes ao profissional que se dedica, que investiga e que reflete, os tempos atuais recontextualizam a formação e o desenvolvimento profissional, contribuindo para uma maior consciência da necessidade de permanente atualização de conhecimentos, renovação e mudança nos saberes instituídos e, sobretudo, do seu questionamento. Como assinala Ribeiro (1993), a importância de uma continuidade no processo de formação é tal que leva a concebê-la como um estado de permanência, sendo a formação inicial e contínua momentos de um todo indissociável.

5. Metodologia de investigação

Neste estudo analisa-se o conhecimento didático de duas professoras do 1.º ciclo sobre tópicos de Geometria tratados neste nível escolar e a relação entre esse conhecimento e a sua formação. Com este objetivo desenvolvemos um estudo de caso com as professoras Ana e Inês. Estas docentes foram selecionadas por

lecionarem na mesma escola em turmas compostas por dois anos de escolaridade distintos. Ana lecionou o 1.º e o 2.º anos de escolaridade e Inês o 3.º e o 4.º anos. Ambas lecionam há mais de vinte anos, realizaram um curso de complemento de formação, respetivamente Expressões e Orientação Educativa, e à data da realização do estudo frequentavam o Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

O estudo segue uma metodologia qualitativa e interpretativa, tendo por propósito compreender os significados que as professoras dão às ações em que se envolvem (Bogdan & Biklen, 1994). A abordagem interpretativa procura compreender e explicar uma dada realidade com base na análise de um conjunto concreto e específico de informações, sendo determinante o “papel pessoal do investigador” (Gómez, Flores & Jiménez, 1999, p. 34). Como a subjetividade do investigador pode colocar em causa a credibilidade da informação recolhida, no sentido de a tornar menos subjetiva, este tipo de abordagem socorre-se de um conjunto de medidas, tais como o recurso a uma descrição detalhada suscetível de possibilitar a “particularidade das situações, permitindo uma descrição exaustiva e densa da realidade concreta objeto da investigação” (p. 35).

Os dados foram recolhidos através de quatro observações de aulas a cada uma das docentes ($OA_i, i \in \{1,2,3,4\}$) e duas entrevistas semiestruturadas individuais a cada uma das professoras. A observação de aulas é entendida por Yin (2001) como uma técnica de recolha de dados que permite reunir informações diretas sobre os comportamentos dos participantes. No nosso caso, tratou-se de reunir informações acerca da prática docente e inferir aspetos do conhecimento didático das professoras envolvidas em relação a conteúdos da Geometria. A primeira entrevista (E1) foi focada em questões sobre tópicos de Geometria do atual programa de matemática do 1.º ciclo do ensino básico e a segunda entrevista (E2) incidiu sobre as aulas observadas. Neste texto, tendo por referência os domínios do conhecimento didático de Ponte (1999), analisamos o conhecimento do conteúdo de Geometria, o conhecimento do currículo sobre Geometria e o conhecimento instrucional de Ana e Inês relativamente ao tema de Geometria do 1.º ciclo.

6. Apresentação de resultados

6.1. O conhecimento do conteúdo de Geometria de Ana e Inês

Ana e Inês revelam ter conhecimentos consistentes de alguns conteúdos de Geometria que lecionam, mas também revelam algumas dificuldades em relacionar os significados de conceitos. Ana não aprecia as estimativas e a resolução de problemas sobre áreas e volumes, como exemplifica a forma como compara o volume de dois cilindros obtidos a partir do enrolamento de uma folha A4 segundo cada um dos seus lados. Considera que os cilindros “vão levar a mesma quantidade de líquido, a folha é a mesma” (E1). Assim, a mesma superfície da folha de papel original implica volumes iguais, ignorando-se o impacto diferente do raio da base e da altura do cilindro no seu volume. Na sua resposta, Ana recorre à regra intuitiva mesmo A — mesmo B , que afirma que a igualdade de quantidades de uma grandeza A implica a igualdade de quantidades de uma grandeza B (Tirosh & Stavy, 1999).

Ana estabelece um raciocínio similar na comparação de volumes de caixas obtidas a partir de cortes de quadrados iguais nos cantos de uma mesma folha A4, como se mostra na Figura 1.

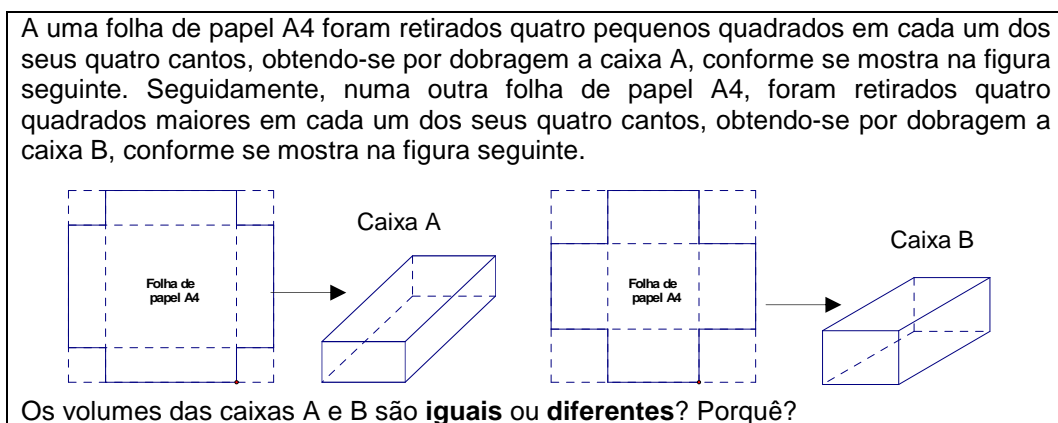


Figura 1. Construção das caixas A e B a partir de uma folha A4.

Para Ana, os volumes das caixas “são diferentes, embora tenha dificuldades em justificar, penso que a caixa A é maior do que a caixa B, porque se cortou mais papel à B” (E1). Neste caso, a professora adota a estratégia intuitiva mais *A* — mais *B*, que afirma que a maior de quantidade de uma grandeza *A* implica a maior quantidade de uma grandeza *B* (Tirosh & Stavy, 1999).

A professora tem consciência de que as dificuldades que tem em alguns conteúdos influenciam o seu ensino. Por exemplo, a dificuldade que tem sobre a noção de volume leva-a a afirmar: “não gosto muito de dar volumes, os alunos não entendem, é muito abstrato” (E2).

Inês também manifesta algumas dificuldades com os volumes. Relativamente ao volume dos cilindros, considera que “a folha está delineada pela mesma superfície, para mim o volume é sempre igual” (E1). Sobre os volumes das caixas afirma que “são diferentes, a superfície utilizada na caixa A é maior que a superfície utilizada na caixa B, porque se estamos a tirar mais papel à B, estamos a tirar também no volume interno dessa caixa” (E1). Tal como Ana, também Inês recorre às regras intuitivas mesmo *A* — mesmo *B* e mais *A* — mais *B*.

Inês também tem consciência que as dificuldades que sente nos conteúdos de Geometria influenciam as suas aulas, dizendo: “na Geometria tenho lacunas de conhecimentos, torna-se complicado explicar aos alunos, eu tenho que perceber as coisas para fixar” (E2).

Para além das dificuldades que revelam em noções tridimensionais, as professoras também revelam dificuldades em noções bidimensionais, como se verificou na pavimentação da Figura 2.

Na seguinte figura, delimite a unidade padrão e refira como se obtém a pavimentação.

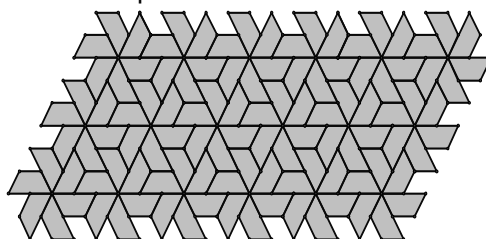


Figura 2: Pavimentação do plano.

Ana identifica como “unidade padrão o triângulo” (E1), mas não explicita as transformações que permitem pavimentar o plano a partir desta figura. Inês considera que “a unidade padrão é o hexágono e a pavimentação é só repetir a mesma figura” (E1).

Numa outra questão, em que se pedia para determinar a melhor posição para a construção de uma bomba de gasolina equidistante a duas localidades, as professoras revelam dificuldades de raciocínio espacial.

Limitaram-se a identificar a posição correspondente ao ponto médio do segmento que une essas localidades: “desenho as vilas, uno-as com uma linha e depois divide-se ao meio, é aí que deve ser construída a bomba” (Inês, E1); “depois de sabermos qual a distância entre as vilas é só dividir ao meio” (Ana, E1).

Já numa questão, em que se pedia a estimativa da área de uma superfície, as docentes apresentaram resoluções em que a medida da área é o resultado da aplicação de fórmulas da área de figuras geométricas das quais se conhecem as dimensões dos seus lados.

Pretende-se **estimar** a área da Antártida. Explique como determinaria uma estimativa dessa área?



Figura 3: Estimar a área da Antártida.

Ana afirma que esta “questão é difícil de perceber, não me senti à-vontade para responder” (E1), enquanto Inês refere que “é possível dividir em dois retângulos para calcular a área da Antártida, porque sei achar essa área” (E1).

Numa outra questão sobre a relação entre perímetros e áreas de retângulos semelhantes, as docentes, embora refiram ter recorrido à representação pictorial, valorizam a aplicação das respetivas fórmulas:

Como o perímetro é a soma de todos os lados, o retângulo B tinha que ter um perímetro 3 vezes maior do que o A . Na área já é diferente, porque tem que se pensar bem na fórmula lado vezes lado. Eu fiz as contas com a fórmula. (Ana, E1)

Normalmente fazemos com os alunos, olhamos para o comprimento dos lados, é só achar os perímetros e as áreas e depois comparar (...) dei exemplos, desenhando as figuras, e depois é só aplicar as fórmulas, tanto para achar os perímetros como para achar as áreas. (Inês, E1)

Ao justificarem a atribuição de valores às dimensões dos retângulos, para poder aplicar tais fórmulas, as professoras parecem não ter presente a relação que existe entre os perímetros e as áreas de figuras semelhantes.

6.2. O conhecimento do currículo sobre Geometria de Ana e Inês

Ana e Inês mostram conhecer o programa atual de Matemática do 1.º ciclo e a sua reformulação desde os tempos da sua formação inicial, altura em que o tema de Geometria era desvalorizado. Dos seus tempos de aluna, Ana recorda que no ensino “de Geometria a matéria era dada de forma rápida e pouco atrativa porque parecia não ter tanta importância como o cálculo” (E2). Inês também não tem muitas recordações do tema de Geometria, referindo que davam o nome das “figuras, áreas, perímetro e volumes com aplicação das fórmulas; no liceu raramente dávamos porque estava no fim do programa e dos livros” (E2).

Quanto às estratégias utilizadas no ensino de Geometria, as professoras reconhecem, como afirma Inês, que incidiam no que “o professor dizia e fazia” (E2) e os materiais não eram integrados nas atividades da aula, como exemplifica a afirmação de Ana: “não me recordo de utilizarmos materiais, eram só contas e contas, era do tipo de repetir e memorizar” (E2). Ao confrontarem tais estratégias de ensino com as que desenvolvem nas suas aulas, as professoras evidenciam conhecer as orientações metodológicas dos programas escolares atuais.

Nós fazemos experiências para compreenderem e não para decorarem; eles sentem-se à vontade para perguntar coisas. (Ana, E2)

Quanto a material... os livros da escola, pelo menos do género do que se usa hoje, nem pensar! Também não me recordo de fazer jogos... era treinar e treinar para aprender. (...) [Agora] fazemos jogos para que os alunos aprendam as coisas (...) Quando não entendem perguntam e eu tento explicar de outra maneira. (...) Agora a Matemática é mais concretizada, gostamos que os alunos aprendam, mas também que entendam, não é como no nosso tempo. (Inês, E2)

Embora sendo um processo complexo e moroso, que provoca um conflito mais evidente em Inês do que em Ana, nas aulas observadas foi evidente um esforço de articulação entre as suas representações pessoais e as novas diretrizes curriculares. Inês considera: “ainda tenho que me habituar aos novos métodos porque eu não tinha aprendido assim (...) já mudou muita coisa desde que andei a estudar” (E2). Percebe-se, assim, porque nas suas aulas não implementou a aprendizagem por descoberta. Por exemplo, ao trabalhar a noção de perímetro, seguiu o mesmo método nas quatro aulas, o qual consistiu em ler e explicar a definição, colocar a questão e iniciar imediatamente a resposta que, depois, os alunos completaram: “Então, de acordo com a definição, temos que o perímetro daquele polígono é igual à so... Então escreve P é igual a la...” (OA2).

Por outro lado, Inês reconhece que sente dificuldades, por exemplo, quando afirma: “quando me dizem que um quadrado é um retângulo (...) não entendo (...) torna-se complicado explicar aos outros (...) eu tenho que perceber as coisas para fixar e assimilá-las (...) e esta dos losangos serem quadrados nem a fiz! Continuo a não perceber” (E1). A professora denota não compreender a inclusão de classes dos quadriláteros, questão que se situa no nível 3 de van Hiele.

Ana e Inês mostram preocupação em adequar o desenvolvimento dos conteúdos de Geometria aos novos conhecimentos que adquiriram na formação que estavam a desenvolver. Para Inês, esta influência incide mais sobre as tarefas que propõe do que no processo de as trabalhar com os alunos, como exemplifica a afirmação: “tinha

exercícios práticos que podemos desenvolver em sala de aula (...) vou experimentar alguns dos trabalhos que fizemos na formação“ (E2).

6.3. Conhecimento instrucional de Ana e Inês

No decurso das aulas observadas, constatou-se que, na generalidade, as docentes pareciam dominar os conteúdos de Geometria que trataram. Ana tratou a composição de figuras geométricas, construção de figuras simétricas e composição de figuras geométricas a partir de duas figuras (triângulo e trapézio retângulo) obtidas pela divisão de um quadrado. Inês abordou a classificação, perímetro e área de polígonos e o volume do cubo.

O tratamento de alguns conteúdos deveria merecer mais atenção por parte de Ana. Por exemplo, sobre a composição de figuras geométricas (triângulos de vários tamanhos, quadrados e paralelogramos) (OA1), a sua preocupação centrou-se na identificação do número de lados e de ângulos de cada uma das figuras. As características do paralelogramo não mereceram qualquer atenção, porque na sua perspetiva “não faz parte do programa” (E2). Sobre o conceito de eixo de simetria (OA2), Ana referiu que este divide uma figura ‘em duas partes iguais’, sem contemplar situações de eixos que dividem uma figura em partes iguais e que não são eixos de simetria. Embora seja importante trabalhar a perceção visual dos alunos na identificação de figuras e de propriedades dessas figuras, será igualmente importante apresentar exemplos e contraexemplos dos conceitos tratados e usar uma linguagem rigorosa.

Inês, ao abordar as características de alguns polígonos (OA1), permitiu que estes fossem desenhados no quadro e nas fichas de trabalho sempre na mesma posição, não considerando este atributo importante para a identificação de figuras geométricas, afirmando: “Eu aprendi assim!” (E2). Também ao explorar, com base em diferentes figuras, a noção de perímetro não mencionou como determinar perímetros sem recorrer diretamente à fórmula. Embora os modelos apresentados sugerissem a medição das figuras e aplicação posterior da fórmula, Inês refere aos alunos: “Então vamos lá calcular o perímetro dessas figuras. As continhas todas que tiverem de ser feitas fazem-nas no caderno. Não se esqueçam que é só juntar os valores dos lados” (AO2).

As duas docentes divergem na forma como dinamizam o ensino de Geometria. Ana rege a sua prática docente por abordagens abertas à participação e discussão dos alunos, usando, quando oportuno, materiais manipuláveis como “o geoplano e o tangram, para as figuras geométricas e explorar construções; faço muitos cartazes, não faço, faço-os fazer, ponho-os a recortar e compor cartazes” (E2). Esta professora valoriza o apoio individualizado na clarificação de dificuldades que os alunos manifestam, desenvolvendo neles o “à-vontade para perguntar coisas; eu gosto que todos aprendam e se um aluno tiver dificuldades, vou para junto dele apoiá-lo” (E2). Embora procure cumprir as suas planificações, dirigindo por vezes os alunos para as respostas que pretende obter, preocupa-se em criar momentos para a realização de atividades práticas que envolvam os alunos. Para isso, recorre a expressões do género: “Vamos começar a fazer” (OA1); “Se não consegues, pede ao teu companheiro que ajude” (OA2); “Se houver dúvidas, vamos verificar; vamos ver quantos conseguem encontrar” (OA4).

Apesar de proporcionar momentos de apresentação das atividades dos alunos aos colegas, com o intuito de fomentar a discussão, Ana nem sempre lhes pede para explicarem os seus raciocínios. Recorre a diferentes representações visuais “para os motivar e para aprenderem melhor; acho que aprendem melhor o que estamos a tratar, porque acho que pensam: fui eu que fiz” (E2). Valoriza também representações concretas dos conceitos, tirando partido do uso de material manipulável. Esta professora considera que os “conceitos de Geometria que não permitem trabalhar com diferentes materiais são difíceis de ensinar aos alunos, como, por exemplo, as estimativas” (E2).

Por sua vez, Inês revela ser uma professora diretiva e expositiva. Embora atribua importância aos novos métodos de ensino, por oposição aos tradicionais que tanto lhe desagradaram enquanto aluna, parece ter dificuldade em superar nas suas aulas essas representações. Os seus alunos têm poucas oportunidades para experimentar e explicar os seus raciocínios, não desenvolvendo oportunidades que lhes permita descobrir os novos conhecimentos. Mesmo quando recorre a material manipulativo, como por exemplo figuras em papel, os artefactos não exercem a sua função de levar os alunos a discutir, a fazer inferências e a apontar conclusões, como se exemplifica a seguir.

Dentro do envelope 1 têm figuras que correspondem às que estão na ficha. Devem colá-las no local adequado, está lá bem explicado. Só quando eu disser é que podem pegar no outro envelope (OA1).

Vocês vão ver daí sentadinhos. Trouxe este recipiente para verem do lugar. O que diz aí na ficha é que a água que verter corresponde ao volume do que se meter na bacia. Eu escolhi um pacote de leite escolar cheio, para verificarmos se a capacidade do pacote de leite corresponde ao volume que está aqui escrito. O volume interno do pacote é de 200 ml (OA4).

Nas suas aulas predomina a verbalização e a resolução acompanhada de fichas muito estruturadas. Os procedimentos desencadeados ao longo das aulas foram sempre os mesmos: recurso ao quadro para abordar conceitos relacionados com o conteúdo da aula; leitura e explicação das definições dos conceitos abordados; realização da ficha de trabalho passo a passo, com a leitura de um aluno e o esclarecimento da docente.

No processo comunicativo Inês deixou aos alunos um mero papel de resposta reativa aos seus apelos, centrando assim o discurso em si própria. Colocava questões e induzia as respostas, cabendo aos alunos completar frases, repetir ou terminar raciocínios por ela iniciados, como se exemplifica na seguinte afirmação: “Então olhem, vou introduzir o pacote de leite. A água que saiu corresponde ao volu...” (AO4). Por fim, Inês comunicava os resultados, sistematizando e evidenciando algumas atividades dos alunos, mas sem possibilitar aos mesmos a sua apresentação.

6.4. A formação de Ana e Inês em conteúdos de Geometria

Ao analisar o seu percurso profissional, Ana distingue os diferentes tipos de formação que vivenciou. Quanto à formação inicial, menciona que os conteúdos de Geometria foram escassos e superficiais, que eram apresentados pelos seus professores de uma forma meramente teórica e com poucas aplicações práticas. Ana

considera que o curso que frequentou não lhe disponibilizou experiências nem conhecimentos para o exercício da docência, o que a leva a afirmar que “foi muito difícil começar a ensinar” (E2). Relativamente à formação contínua, salienta a formação complementar que frequentou, no âmbito do curso de equiparação à licenciatura, onde abordou alguns conceitos geométricos — “falámos de polígonos, quadriláteros, de o quadrado ser um retângulo... dantes estudávamos as figuras geométricas: quadrados, retângulos, triângulos, hexágonos (...) sem as entendermos muito bem” (E2).

Sobre a frequência de ações de formação, realça a formação em Matemática promovida pelo Ministério da Educação, com a duração de um ano letivo, que distingue de outras ações de formação que frequentou pelo seu carácter prático e centrado na ação educativa com os alunos. Ana salienta que o que “aplico com os meus alunos fui aprendendo ao longo dos anos como professora” (E2). O desenvolvimento do seu conhecimento sobre conceitos de Geometria resulta, assim, do conhecimento que acumula com a experiência adquirida na sua prática docente, sem oportunidades de trabalhar com os pares e de partilhar e discutir as situações que vivencia.

Inês faz a distinção entre os diferentes tipos de formação que vivenciou, desde a escolaridade básica e secundária até à formação contínua. Quanto à primeira, refere que atribuía pouca importância aos conteúdos de Geometria e que não ficou com grandes noções nessa altura, pois, segundo recorda, o tempo dedicado a esse tema era escasso, os conteúdos eram apresentados sempre da mesma forma pelos professores, com poucas aplicações práticas, pouco desenvolvidos e pouco consolidados.

Sobre a formação para a docência, recebida no decurso da realização dos estudos no Magistério Primário, no que diz respeito à área da Matemática, em geral, e da Geometria, em particular, Inês considera que não se articulava com a futura atividade docente: “nada relacionado com o que ia dar no 1.º ciclo” (E2). No que diz respeito ao tema da Geometria, também neste caso a memória que guarda volta a ser escassa: “não me recordo ter dado Geometria no Magistério (...) a Geometria ficava para o fim e como os programas eram extensos, raras vezes se cumpriam (...) mesmo no estágio trabalhava-se mais o cálculo e os problemas” (E2). Percebe-se que a frequência do curso não lhe disponibilizou as necessárias experiências e conhecimentos matemáticos para o exercício da docência, principalmente ao nível do tema da Geometria. A docente refere o seu esforço de colmatar essas lacunas desde a fase de formação para a docência até à atualidade, num processo de autoformação com vista ao seu desenvolvimento profissional: “Quando quero dar alguma coisa e sinto dúvidas, pesquiso e vejo vários livros para ver como estão apresentados... para eu ver a maneira mais fácil, ou melhor, que me tornem mais claros os conteúdos” (E2).

Inês refere, também, a formação contínua e realça a formação complementar que frequentou, no âmbito do curso de equiparação à licenciatura em Orientação Educativa. Este curso não incluía conteúdos de Matemática, tendo-o realizado com o intuito de “voltar ao estabelecimento de ensino para adquirir novos dados sobre o estudo e a pesquisa, que vamos perdendo aos poucos, à medida que o tempo passa” (E2). Quanto a ações de formação, refere a frequência de várias, também elas não relacionadas com a Matemática, porque “não eram facultadas a todas as ações nesta

área” (E2). A única ação de formação dedicada à Matemática foi a ação promovida pelo Ministério da Educação, que se revestiu de muito interesse, foi dirigida às carências que sentia e assumiu um carácter prático e centrado na ação educativa.

Tinha exercícios práticos que podemos desenvolver em sala de aula. Também me chamou a atenção para alguns conhecimentos, como por exemplo o hexágono e o pentágono. Aprendi aqueles que se ensinam aos alunos, um polígono que tenha seis lados é um hexágono, mas o que normalmente aparece nos livros é o regular, os outros são irregulares... ainda tenho que me habituar porque não me ensinaram assim. (E2)

Ainda no âmbito do seu desenvolvimento profissional, embora Inês reconheça ser importante a troca de experiências e saberes com os colegas, na prática, acaba por trabalhar individualmente, referindo: “eu faço as minhas coisas sozinha, cada um tem os seus alunos” (E2).

7. Conclusão

Em relação à Geometria, as docentes revelam um periclitante conhecimento dos conteúdos deste tema que são abordados no 1.º ciclo, salientando-se o recurso a regras intuitivas (erradas) para comparar volumes, que também Martins e Fernandes (2009) observaram em alunos do ensino básico, a não compreensão da inclusão de classes dos quadriláteros, dificuldades no cálculo aproximado de áreas e não reconhecimento das relações entre áreas e perímetros de figuras semelhantes.

As professoras apresentam um conhecimento estruturado com base em definições, fórmulas e cálculos, que parece resultar de uma aprendizagem baseada na repetição e na assimilação acrítica de conceitos. Consequentemente, o conhecimento de conteúdos de Geometria parece ficar muito aquém do que é esperado para que um professor os possa ensinar. Gomes e Ralha (2005) consideram que ninguém pode ensinar aquilo que não sabe e não basta ter um conhecimento superficial de matemática elementar.

Relativamente ao conhecimento do currículo, Ana e Inês manifestam conhecer os conteúdos de Geometria presentes nos programas deste ciclo de ensino, os objetivos de aprendizagem e os materiais didáticos a integrar nas estratégias de ensino e aprendizagem. Esta perceção torna-se explícita no destaque dado pelas professoras à evolução ocorrida nas orientações metodológicas dos programas desde a sua formação inicial.

Embora tanto Ana como Inês indiciem conhecer as orientações curriculares para o ensino da Geometria, a sua formação limitada tende a condicionar as tarefas que planificam e a forma como as trabalham na sala de aula. A experiência adquirida no seu percurso profissional, como refere Inês, tende a “colmatar algumas lacunas da minha formação” (E2), principalmente em relação às representações que usam para tornar compreensíveis os conteúdos que ensinam.

Na dinamização das estratégias de ensino, Inês enfatiza a atividade do professor e a repetição de exercícios, procurando que os alunos imitem o que ela faz, valorizando sobretudo a memorização e a aplicação acrítica de fórmulas. Diferentemente, Ana valoriza mais a participação dos alunos, atende às suas respostas, recorre a desenhos que produz no quadro para evidenciar o significado dos conteúdos abordados e usa material para favorecer a descoberta pelos alunos.

Porém, nem sempre parte das respostas dos alunos, orientando-os para o que pretende que aconteça.

No presente estudo verifica-se que as imagens que são desenvolvidas ao longo da formação inicial (desde os primeiros anos de escolarização) sobre o ato educativo tendem a condicionar a inovação da prática pedagógica. Nem sempre o conhecimento das orientações metodológicas dos programas escolares e a formação contínua que se desenvolve é garante de uma modificação ou transferência automática para a prática de sala de aula desses conhecimentos, confirmando-se assim as teses de Fonseca et al. (2002) e Loureiro (2004).

No sentido de ultrapassar alguns obstáculos no ensino de matemática, será importante que a formação docente de base reflita as orientações metodológicas atuais através da experimentação e da concretização. É essencial que os professores se envolvam na exploração de tarefas matemáticas da mesma forma que se espera que o façam com os seus alunos, questionando e discutindo ideias com outros docentes. Um exemplo do trabalho entre pares, desenvolvido num outro estudo (Almeida, 2010), foi a presente investigação em que as duas docentes tiveram oportunidade para refletir sobre a sua prática profissional, permitiu-lhes consciencializarem-se da importância de reformularem as suas opções metodológicas e operacionalizarem os seus conhecimentos quanto à forma de abordar os conteúdos de Geometria com os seus alunos.

Bibliografía

- Abrantes, P. (1999) Investigação em geometria na sala de aula. In Veloso, E., Fonseca, H., Ponte, J. P. & Abrantes, P. (org.), *Ensino da geometria no virar do milénio*, 51-62. Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Almeida, J. F. (2010). *Representações e conhecimentos de docentes do 1.º ciclo do ensino básico relativamente à geometria: um estudo em torno da sua influência na abordagem com os alunos*. Dissertação de mestrado, Universidade do Minho, Braga, Portugal.
- APM (ed.) (1998). *Matemática 2001 – Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática. Relatório preliminar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Azcárate, P. (1999). El conocimiento profesional: naturaleza, fuentes, organización y desarrollo. *Cuadrante*, 8, 111-137.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: knowing and using mathematics. In Boaler, J. (ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics*, 83-104. Westport, CT: Ablex.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2005). *Articulating domains of mathematical knowledge of teaching*. Paper presented at the American Education Research Association Conference.
- Blanco, L. J. & Mellado, V. (1999). Novos desafios na formação dos professores de Matemática. *Revista de Educação*, 8(2), 15-24.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

- Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos*. Tese de Doutoramento em Educação, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Fonseca, M. C., Lopes, M. P., Barbosa, M. G., Gomes, M. L., & Dayrell, M. M. (2002). *O ensino de geometria na escola fundamental: Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Gomes, A. & Ralha, E. (2005). Sobre o ensino superior da matemática: a geometria e os professores do 1º Ciclo. Novos desafios velhas deficiências. *Boletim da SPM*, 54, 1-25.
- Gómez, G. R., Flores, J. G. & Jiménez, E. G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Ediciones Aljibe.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (eds.) (2001). *Adding it Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, D. C.: National Academy Press.
- Loureiro, C. (2004). Que formação Matemática para os professores do 1º Ciclo e para os educadores de infância? In Borralho, A., Monteiro, C. & Espadeiro, R. (orgs.), *A Matemática na formação do professor*, 89-123. Lisboa: Secção de educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Martins, I. A. & Fernandes, J. A. (2009). Estratégias usadas por alunos do ensino básico em tarefas envolvendo relações entre os conceitos de perímetro, área e volume. In Gomes, A. (ed.), *EME 2008 – Elementary Mathematics Education*, 303-312. Braga: Universidade do Minho e Associação para a Educação Matemática Elementar.
- Matos, J. M. (1985) Os conceitos de geometria dos futuros professores primários e educadores de infância: Uma investigação baseada no modelo de van Hiele. In *Atas do ProfMat 85*, 130-145. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ministério da Educação (1990). *Reforma educativa: Ensino Básico -Programa do 1º Ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação -DGEBS.
- Ministério da Educação (1998). *Organização curricular e programas: Ensino Básico-1.º Ciclo*. Ministério da Educação -Departamento de Educação Básica.
- Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Monteiro, C. (1992). Mudam-se concepções, mudam-se práticas In Brown, M., Fernandes, D., Matos, J. F. & Ponte, J. P. (eds.), *Educação e Matemática*, 241-247. Lisboa: IIE Secção de educação e matemática da SPCE.
- NCTM. (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática/Instituto de Inovação Educacional.
- NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática/Instituto de Inovação Educacional.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Pereira, F., Carolino, A. M. & Lopes, A. (2007). A formação inicial de professores do 1.º CEB nas últimas três décadas do séc. XX: transformações curriculares, conceptualização educativa e profissionalização docente. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(1), 191-219.
- Ponte, J. P. (1999). Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In Tavares, J., Pereira, A., Pedro, A. P. & Sá, H. A. (eds.), *Investigar e formar em educação: Atas do IV Congresso da SPCE*, 59-72. Porto: SPCE.

- Ponte, J. P., Matos, J. M., & Abrantes, P. (1998). *Investigação em educação Matemática: Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In Gutierrez, A. & Boero, P. (eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*, 461-494. Rotterdam: Sense.
- Ribeiro, A. C. (1993) *Formar professores: elementos para uma teoria e prática da formação*. Lisboa: Texto Editora.
- Santos, L., & Ponte, J. P. (2002). A prática letiva como atividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário. *Quadrante*, 11(2), 29-54.
- Shulman, L. S. (1986) Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, 4-14.
- Tirosh, D. & Stavy, R. (1999). Intuitive rules: a way to explain and predict student's reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 51-66.
- Yin, R. (2001). *Estudo de Caso: Planejamento e Métodos*. Porto Alegre: Bookman.
- Veloso, E. (1998). *Geometria: temas atuais, materiais para professores*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Floriano Viseu. Doutor na área de conhecimento de Didática da Matemática. Professor Auxiliar do Instituto de Educação, Universidade do Minho, Campus de Gualtar, Braga, Portugal. Email: fviseu@ie.uminho.pt

Júlia Almeida. Mestre em Ciências de Educação, na Área de Especialização em Supervisão Pedagógica na Educação Matemática. Professora da Escola EB 2,3 Abel Salazar, Ronfe, Guimarães, Portugal. Email: jufatal@gmail.com

José António Fernandes. Doutor na área de conhecimento de Metodologia do Ensino da Matemática. Professor Associado do Instituto de Educação, Universidade do Minho, Campus de Gualtar, 4710-057 Braga, Portugal. Email: jfernandes@ie.uminho.pt