UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
www.fisem.org/web/union

ISSN: 1815-0640
Número 36. Diciembre de 2013
páginas 109-121

Dinamización Matemática:

Los números que los pitagóricos ocultaron

Fabio Nelson Zapata Grajales

Resumen	Se hace un estudio matemático detallado de los Números Trapecios Isósceles, los cuales provienen de un postulado que llamaremos Postulado Pitagórico, el cual, debieron históricamente tener los Pitagóricos dentro de su construcción teórica sobre aritmética geométrica. El Postulado: “Comenzando después del número uno, entre cada par de números enteros positivos 2n, existe un número cuadrado n^2. Con n perteneciente a los números enteros positivos.” Y es desde aquí como se construyen los Números Trapecios Isósceles que se obtienen a partir de la suma de cada par de números naturales que están entre cada número cuadrado. También se hace un breve recorrido histórico alrededor de estos números y se expone su relación con la Espiral Pitagórica construida por Teodoro de Cirene. Todo ello, para proponer un ejercicio pedagógico que orienta a los docentes y estudiantes hacia procesos de modelación matemática. **Palabras clave:** postulado pitagórico, espiral pitagórica.
Abstract	It makes a detailed mathematical analysis of the Isosceles Trapezoids Numbers, which come from a postulate that are calls Pythagorean Postulate, which, have historically had the Pythagoreans within his theoretical construction on his arithmetic geometry. The postulate is: "Starting after of number one, between each pair of positive integers 2n, there is a square number n^2. With “n” that belonging to the positive integers." It is from here that are constructed the Isosceles Trapezoids Numbers obtained from the sum of each pair of natural numbers that are between each square number. It also gives a brief history about these numbers and is exposed his relationship with the Pythagorean Spiral built by Teodoro de Cirene. All this, to propose a pedagogical exercise that guides teachers and students to mathematical modeling processes. **Keywords:** Pythagorean Postulate, Pythagorean Spiral.
Resumo	Ele faz uma análise matemática detalhada dos números isósceles trapézios, que vêm de Postulado de Pitágoras, que, historicamente, tiveram os pitagóricos dentro de sua construção teórica em sua geometria aritmética. O postulado é: "Iniciando após o número um, entre cada par de números inteiros positivos 2n, há um número n2 quadrados. Com n pertencente aos números inteiros positivos." É a partir daqui são construídos e Números trapézios isósceles obtidos a partir da soma de cada par de números naturais que se encontram entre cada número de quadrados. Ele também dá uma breve história sobre estes números e expôs sua relação com a espiral de Pitágoras construído por Theodore de Cirene. Tudo isso, para propor um exercício pedagógico que orienta os professores e alunos para os processos de modelagem matemática. **Palavras-chave:** postulado pitagórico, espiral pitagórica

1. Introducción

Este artículo, pretende dar a conocer un vacío histórico en las matemáticas que tuvo la escuela pitagórica, con respecto, a unos números figúrales especiales que debieron haber descubierto pero que, por su obviedad o los historiadores de las matemáticas no consideraron o los Pitagóricos ocultaron y no se difundió, estando en uno de los textos perdidos esperando el llamado hacia la luz o, quizá, sería Teodoro de Cirene quien los ocultó en su famosa Espiral.

Lo cierto es que estos números figúrales que en este artículo se llamarán Trapecios Isósceles, son números llamativos que son importantes dejar en un sitio privilegiado del que gozan los otros números atribuidos a la escuela pitagórica. Y esto se utiliza con pretexto para realizar un ejercicio pedagógico que permita evidencia como la enseñanza de las matemáticas también puede ser desde procesos de modelación y descubrimiento.

Durante el desarrollo de este artículo se mostrará su origen haciendo un recorrido por la historia de la escuela pitagórica. Además explicándose cómo se construyen, y qué fórmula logra modelarlos junto con lo que se deriva matemáticamente de este estudio. También invita a investigar en los documentos históricos dónde los Pitagóricos ocultaron sus misterios o si los documentos o textos que hablaban sobre ellos se perdieron o sencillamente fueron olvidados y estas últimas ideas es lo que motiva a escribir sobre ellos.

2. La escuela pitagórica: jugando con las formas de los números

2.1. Pitágoras

Sobre Pitágoras se posee poca información veraz, y la que se tiene es de terceros, por lo que actualmente se considera en entredicho sus aportes y descubrimientos en las matemáticas, que parecieron haber sido hechos por sus discípulos; pero lo cierto es que en la Escuela Pitagórica tuvo que haber un líder quien organizara las reuniones de esta sociedad religiosa y científica y, ese líder, tuvo que haber sido Pitágoras.

Para ubicar al lector y contextualizarlo sobre la vida y obra de este personaje se realizará una breve bibliografía acerca del origen de este emblemático matemático desde los aportes de Sánchez (2011) y Guzmán (1986).

Pitágoras nació en Samos, junto a la isla de Mileto, su fecha de nacimiento exacta no es clara. Abandona secretamente esta isla y se hospeda en Lesbos recibiendo enseñanzas de Tales de Mileto y se creé, que, allí también conoció al filósofo Anaximandro, con ellos estudió astronomía, física y matemáticas.

Fue encarcelado en Egipto de donde aprendió varios conocimientos y llevado a Babilonia donde aprende de esta cultura y de otras más, logrando ampliar su visión del mundo y de su conocimiento. Luego vuelve a Samos donde comienza a enseñar pero con poco éxito y fue en Crotona donde funda su escuela Los Pitagóricos logrando alcanzar gran reconocimiento. Tiempo después fue expulsado a Metaponto donde muere

2.2. Los Pitagóricos

La escuela pitagórica se conoce comúnmente por redescubrir el famoso teorema de Pitágoras, quizá el teorema más famoso que se les atribuye. Además se sabe que es el teorema que más formas distintas de demostración tiene; como afirma González (2008), el Teorema de Pitágoras tiene un carácter simbólico y cultural responsable de la aparición de la Geometría racional en la Escuela Pitagórica y por tanto forma parte esencial de la naturaleza de las matemáticas.

Esta escuela también dejó otros legados importantes para la historia de las matemáticas y es su trabajo en teoría de números o aritmética: "todo es número" reza el adagio atribuido a Pitágoras, la cual elevaron por encima de las necesidades de los mercaderes y que por supuesto también emparentaron con la geometría; pues por medio de puntos los Pitagóricos mostraron como se pueden dibujar triángulos, cuadrados, rectángulos, pentágonos…, y es desde aquí sobre lo que descansa este artículo, debido a que el origen de los Números Trapecios Isósceles también está asociados a esta relación.

Para lo Pitagóricos, el número y su relación con la forma indica, que todo objeto tiene un número característico, como lo afirma Sepúlveda (2012, pág. 7) Pitágoras parece haber pensado que los números son el "material" básico del cual están hechas las cosas. Esta armonía entre los números y los Pitagóricos pareció verse afectada por el descubrimiento de lo inconmensurables, esto ayudó según Sepúlveda (2012) a la disolución de la escuela.

A continuación se describe cómo estaba organizada su aritmética o teoría de números y cuál es el enunciado que se incluirá en esta teoría, y que da origen a los Números Trapecios Isósceles. La pregunta que queda en el aire es ¿Dónde está la información acerca de estos números?, ya que si la información sobre esta escuela posee pocos datos originales, sobre estos números casi que hay información nula.

2.3 Clasificación de los Números Enteros

Los Pitagóricos, asociaron a los números un carácter muy especial y es el de suponer que a partir de estos, el conocimiento del mundo iba a ser revelado. Usando sólo los números enteros positivos los cuales representaban una de las esencias de la armonía cósmica.

La aritmética Pitagórica se creé que está incluida o se refleja en algunos apartes de los libros VII y VIII de los Elementos de Euclides, según Guzmán (1986) es en el libro VII donde procede la aritmética conocida hoy de los Pitagóricos. Y es principalmente de la obra la Introducción a la Aritmética de Nicómaco de Gerasa (a.C. 50-150 d. de C.), según Guzmán (1986, pág. 27) de donde procede mayormente la aritmética Pitagórica, según este autor esta obra se extendió extraordinariamente a juzgar por el gran número de manuscritos (44) que de ella se conservan. En este trabajo aparecen por extenso la teoría figurativa de los números, los números triangulares, cuadrados rectangulares, pentagonales, etc. Y se habla de las fabulosas y místicas propiedades de ciertos números en concreto.

Los pitagóricos clasificaron a los números enteros en pares e impares con relación a sus formas asociadas. A continuación se dan a conocer sus definiciones de acuerdo con Sepúlveda (2012, pág. 5) y con base en estas definiciones se propone una proposición que en este articulo se llamará Postulado Pitagórico el cual permitirá explicar que son los números Trapecios Isósceles, objetivo principal de este escrito:

- Un número que es el producto de dos factores desiguales es rectangular.
- Un número que es producto de dos factores iguales es cuadrado.
- La suma de los primeros “n” números impares es el cuadrado n-ésimos.
- La suma de los primeros “n” números se llama triangular n-ésimo.
- Dos números triangulares sucesivos forman un número cuadrado.
- Un número que sea el producto de tres factores se llama sólido. Si los tres factores son iguales, el número es cubico.
- Número piramidal es la suma de una serie sucesiva de números cuadrados.
- **Postulado Pitagórico:** “*En los números enteros positivos, existe un número cuadrado entre cada par de números naturales. Si se parte después del primer número cuadrado uno.”*

Y bajo este último, que parece muy obvio, es desde donde se partirá para la construcción de los Números Trapecios Isósceles.

3. Postulado pitagórico: origen de los números trapecios isósceles (TI)

A continuación se explica de una forma detallada en qué cosiste el Postulado Pitagórico explicando su relación con los Números Trapecios Isósceles.

Es claro y casi obvio, aunque increíblemente que a nivel histórico pareciera no tener ninguna relevancia o ser objeto de estudio, el Postulado Pitagórico: En los números enteros positivos, existe un número cuadrado entre cada par de números enteros si se parte después del primer número cuadrado uno:

Consideremos los primeros cien números enteros positivos: **1**, 2, 3, **4**, 5, 6, 7, 8, **9**, 10, 11, 12, 13, 14, 15, **16**, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, **25**, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, **36**, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, **49**, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, **64**, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, **81**, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, **100**…

Es claro que, entre los números cuadrados **1** y **4**, existan *2* números enteros positivos el 2 y el 3, entre el **4** y el **9** existen *4* números enteros positivos 5, 6, 7, 8, entre los números cuadrados **9** y **16** existen *6* números enteros positivos el 10, 11, 12, 13, 14, 15, entre los números cuadrados **16** y **25** se encuentran *8* números enteros positivos el 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, entre los números cuadrados **25** y **36** existen *10* números enteros positivos el 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, entre los números cuadrados **36** y **49** existen *12* números enteros positivos el 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, entre los números cuadrados **49** y **64** existen *14* números enteros positivos el 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, entre los números cuadrados **64** y **81** existen *16* números enteros positivos el 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, y por último entre los números cuadrados **81** y **100** existen *18* números enteros positivos el 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99. Así sucesivamente hasta existir entre el enésimo cuadrado y su siguiente un número enésimo $2n$. Entonces el postulado reza de la siguiente forma:

“Comenzando después del número uno, entre cada par de números enteros positivos 2n, existe un número cuadrado n^2. Con n perteneciente a los números enteros positivos”

Según lo anterior entonces de ¿dónde vienen los Números Trapecios Isósceles? A continuación la respuesta.

4. Los números trapecios isósceles

Partiendo de lo anterior, es como se construyen los Números Trapecios Isósceles, de la suma de los números enteros positivos que están entre un número cuadrado y otro. Veamos para los primeros cien números enteros positivos:

2 + 3 = **5**, siendo el cinco el primer Número Trapecio Isósceles. Al sumar los números 5 + 6 + 7 + 8 = **26**, se obtiene el segundo Número Trapecio Isósceles. Al sumar los números 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = **75**, se obtiene el tercero Número Trapecio Isósceles. Al sumar los números 17 + 18 + 19 + 20 + 21 + 22 + 23 + 24 = **164**, se obtiene el cuarto Número Trapecio Isósceles. Al sumar los números 26 + 27 + 28 + 29 + 30 + 31 + 32 + 33 + 34 + 35 = **305** se obtiene el quinto Número Trapecio Isósceles. Al sumar los números 37 + 38 + 39 + 40 + 41 + 42 + 43 + 44 + 45 + 46 + 47 + 48 = **510,** se obtiene el sexto Número Trapecio Isósceles. Al sumar los números 50 + 51 + 52 + 53 + 54 + 55 + 56 + 57 + 58 + 59 + 60 + 61 + 62 + 63 = **791,** se obtiene el séptimo Número Trapecio Isósceles. Al sumar los números 65 + 66 + 67 + 68 + 69 + 70 + 71 + 72 + 73 + 74 + 75 + 76 + 77 + 78 + 79 + 80 = **1160**, se obtiene el octavo Número Trapecio Isósceles. Y por último al sumar los números 82 + 83 + 84 + 85 + 86 + 87 + 88 + 89 + 90 + 91 + 92 + 93 + 94 + 95 + 96 + 97 + 98 + 99 = **1629** se obtiene el noveno Número Trapecio Isósceles y así sucesivamente se puede continuar.

En resumen los cien primeros Números Trapecios Isósceles son: 5, 26, 75, 164, 305, 510, 791, 1160, 1629, 2210, 2915, 3756, 4745, 5894, 7215, 8720, 10421, 12330, 14459, 16820, 19425, 22286, 25415, 28824, 32525, 36530, 40851, 45500, 50489, 55830, 61535, 67616, 74085, 80954, 88235, 95940, 104081, 112670, 121719, 131240, 141245, 151746, 162755, 174284, 186345, 198950, 212111, 225840, 240149, 255050, 270555, 286676, 303425, 320814, 338855, 357560, 376941, 39701, 417779, 439260, 461465, 484406, 508095, 532544, 557765, 583770, 610571, 638180, 666609, 695870, 725975, 756936, 788765, 821474, 855075, 889580, 925001, 961350, 998639, 1036880, 1076085, 1116266, 1157435, 1199604, 1242785, 1286990, 1332231, 1378520, 1425869, 1474290, 1523795, 1574396, 1626105, 1678934, 1732895, 1788000, 1844261, 1901690, 1960299, 2020100…

Y como predicción pitagórica estos números están organizados como impar y par, obsérvese que empiezan con un impar **5**, luego un par **26**, seguido de un impar **75**, luego un par **164**, y seguido un impar **305** y así sucesivamente intercalándose entre impar y par. Cosa muy curiosa, ya que, históricamente para los pitagóricos este orden numérico era importante. Otra de las curiosidades es comenzar en cinco, ya que, para los Pitagóricos este número es el primero en tener par e impar 2 + 3 = **5**, por lo que representa según Sepúlveda (2012) la unión entre los masculino (impar) y lo femenino (par) y por ello para los pitagóricos es el signo de la reproducción y el matrimonio.

Además es el menor número cuyo cuadrado es suma de cuadrados $3^2 + 4^2 = \mathbf{5}^2$ en relación con el teorema de Pitágoras y simboliza los cinco sólidos platónicos y el Pentalfa (estrella de cinco puntas) adoptada por Pitágoras como símbolo de su secta. En definitiva, los Números Trapecios Isosceles son importantes porque son la suma de cada par de números naturales que están entre cada número cuadrado. A continuación veamos cómo se modelan estos números y que consecuencias trae este proceso matemático en relación con la trigonometria y el algebra.

4.1 Aritmética de los Números Trapecios Isósceles

Para construir la fórmula que modele estos números es necesario considerar los siguientes Aspectos:

A. Cado uno de los Números Trapecios Isósceles, tienen relación con la posición en la cual se encuentran, por ejemplo, para los primeros diez se puede notar que el **5** es divisible por uno, la cual es su posición por ser el primer número, el **26** es divisible por dos, la cual es su posición por ser el segundo número, el **75** es divisible por tres, **164** es divisible por cuatro, el **305** es divisible por cinco, el **510** es divisible por seis, el **791** es divisible por siete, el **1160** es divisible por ocho, el **1629** es divisible por nueve y por último el **2210** es divisible por diez y así sucesivamente se cumple para los demás números Trapecios Isósceles:

Tabla 1. Relación de los números Trapecios Isósceles con sus posiciones

Posición del Número Trapecio Isósceles (n)	Números Trapecios Isósceles	Relación con la posición
1	5	$\frac{5}{1}=5$
2	26	$\frac{26}{2}=13$
3	75	$\frac{75}{3}=25$
4	164	$\frac{164}{4}=41$
5	305	$\frac{305}{5}=61$
6	510	$\frac{510}{6}=85$
7	791	$\frac{791}{7}=113$
8	1160	$\frac{1160}{8}=145$
9	1629	$\frac{1629}{9}=181$
10	2210	$\frac{2210}{10}=221$

Estos nuevos números 5, 13, 25, 41, 61, 85, 113, 145, 181, 221, se obtienen fácilmente a partir del primer razonamiento $(4n+a_{n-1})n$. Donde n es la posición de cada Número Trapecio Isósceles a_{n-1} es el número anterior que se obtiene de la relación entre el Número Trapecio Isósceles y sus posición.

Tabla 2. Razonamiento inicial para encontrar la fórmula de los números Trapecios Isósceles

Posición del Número Trapecio Isósceles (n)	Razonamiento inicial $(4n + a_{n-1})n.$	Resultado de la operación anterior: Los Números Trapecios Isósceles
1	(4(1)+1) = 5(1)	5
2	(4(2)+5) = 13(2)	26
3	(4(3)+13) = 25(3)	75
4	(4(4)+25) = 41(4)	164
5	(4(5)+41) = 61(5)	305
6	(4(6)+61) = 85(6)	510
7	(4(7)+85) = 113(7)	791
8	(4(8)+113) = 145(8)	1160
9	(4(9)+145) = 181(9)	1629
10	(4(10)+181) = 221(10)	2210

B. Los números 5, 13, 25, 41, 61, 85, 113, 145, 181, 221, increíblemente se pueden descomponer en dos números cuadrados de la forma $n^2 + (n-1)^2$ que es el segundo razonamiento y que satisface de una mejor forma el modelo, quedando $(4(n) + (n^2 + (n-1)^2)n$ como fórmula definitiva:

Tabla 3. Segundo Razonamiento y término enésimo de los números Trapecios Isósceles

Posición del Número Trapecio Isósceles (n)	Segundo razonamiento y termino enésimo $(4(n) + (n^2 + (n-1)^2)n$	Resultado de la operación anterior: Los Números Trapecios Isósceles
1	$(4(1) + (1^2 + (1-1)^2)1$	5
2	$(4(2) + (2^2 + (2-1)^2)2$	26
3	$(4(3) + (3^2 + (3-1)^2)3$	75
4	$(4(4) + (4^2 + (4-1)^2)4$	164
5	$(4(5) + (5^2 + (5-1)^2)5$	305
6	$(4(6) + (6^2 + (6-1)^2)6$	510
7	$(4(7) + (7^2 + (6-1)^2)7$	791
8	$(4(8) + (8^2 + (8-1)^2)8$	1160
9	$(4(9) + (9^2 + (9-1)^2)9$	1629
10	$(4(10) + (10^2 + (10-1)^2)10$	2210

C. Simplificando el modelo: $(4(n) + (n^2 + (n-1)^2)n$ se obtiene la ecuación cúbica y fórmula de los Números Trapecios Isósceles: $TI = 2n^3 + 2n^2 + n$:

$$\boxed{2n^3+2n^2+n}$$

Figura 1. Término enésimo o fórmula que modela los números Trapecios Isósceles (TI).

Por otro lado, para saber cuál es el número Trapecio Isósceles que se encuentra entre un número cuadrado y otro se procede de la siguiente manera: por ejemplo si se quiere saber cuál número esta antes del cuadrado 14641 se procede sacándole la raíz cuadrada que es $\sqrt[2]{14641} = 121$, y a este resultado se le resta uno $121 - 1 = 120$, el cual es la posición n, $n = 120$, sustituyendo en el modelo hallado se obtiene 3484920 que es la suma de los números naturales que están entre el número cuadrado 14400 y el número cuadrado 14641. El número cuadrado anterior (14400) al solicitado, se obtiene elevando al cuadrado el resultado de la posición n.

4.2. Geometría de los Números Trapecios Isósceles

Es ahora, el turno de responder a qué se debe el nombre de Números Trapecios Isósceles estos números se pueden representar de la siguiente forma (figura 2)

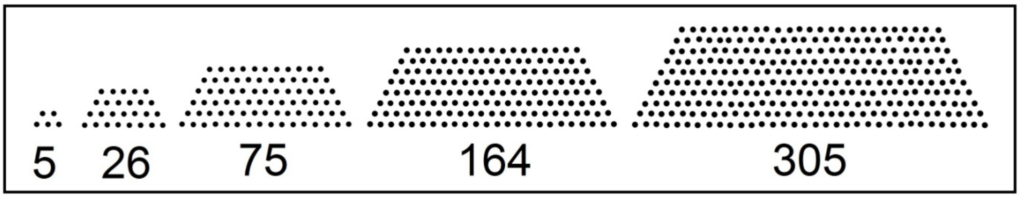

Figura 2. Representación gráfica de los Números Trapecios Isósceles.

La figura muestra claramente como los números 5, 26, 75, 164, 305… se pueden dibujar como un Trapecio Isósceles, de allí, el nombre que los caracteriza.

Ahora analicemos qué tipo de triángulos posee cada una de estas figuras y cómo estos números también están emparentados con la espiral Pitagórica de Teodoro de Cirene.

Es claro que el Trapecio Isósceles se puede dividir en tres partes: dos triángulos rectángulos y un rectángulo. Para el caso de los Números Trapecios Isósceles en sus triángulos rectángulos existe una relación importante digna del análisis matemático. Se ejemplifica lo anterior con los primeros cinco:

Para el primer Número Trapecio Isósceles el cinco, se observa (figura 3) como la hipotenusa de sus triángulos rectángulos escalenos mide dos. Número par que, antecede al próximo número cuadrado el cuatro, es decir existen dos números entre el cuadrado uno y el cuadrado cuatro que son el dos y el tres, como ya se ha explicado en el Postulado pitagórico, para estos figúrales sigue cumpliéndose.

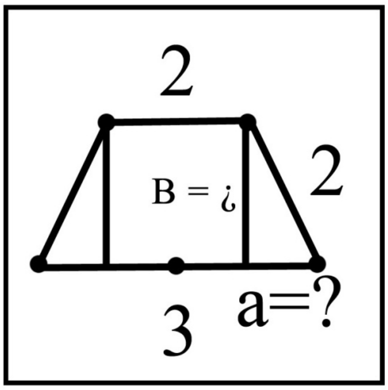

Figura 3. Representación gráfica del primer Número Trapecios Isósceles.

Para hallar los otros componentes se procede de la siguiente forma 3 – 2a = 2, despejando se tiene que a = $\frac{1}{2}$, y utilizando el teorema de Pitágoras se obtiene que: B = $\frac{\sqrt[2]{15}}{2}$. Con un razonamiento similar se obtienen los componentes que aquí llamamos a y B en los demás Números Trapecios Isósceles. A continuación se resume en la siguiente tabla para los primeros cinco Números Trapecios Isósceles:

Tabla 4. Estudio del Triángulo Rectángulo Escaleno en los Números Trapecios Isósceles.

Números Trapecios Isósceles	**Componentes del Triangulo Rectángulo Escaleno**
5	**Hipotenusa (h) = 2, Lado a=** $\frac{1}{2}$ **y Lado B=** $\frac{\sqrt[2]{15}}{2}$
26	**Hipotenusa (h) = 4, Lado a=** $\frac{3}{2}$ **y Lado B=** $\frac{\sqrt[2]{55}}{2}$
75	**Hipotenusa (h) = 6, Lado a=** $\frac{5}{2}$ **y Lado B=** $\frac{\sqrt[2]{119}}{2}$
164	**Hipotenusa (h)= 8, Lado a=** $\frac{7}{2}$ **y Lado B=** $\frac{\sqrt[2]{207}}{2}$
305	**Hipotenusa (h) = 10, Lado a=** $\frac{9}{2}$ **y Lado B=** $\frac{\sqrt[2]{319}}{2}$

Es sorprendente que en los lados de los triángulos rectángulos escalenos también exista la relación entre par e impar como se observa (Tabla 4) la hipotenusa (par) y el lado a (impar en su numerador), relación que persigue a este tipo de números figúrales.

De la Tabla 4, se desprende algo más importante, ya que se observa una regularidad característica y esto nos permite llegar al término enésimo de cada componente, el cual es para la Hipotenusa $h = 2n$, para el lado a, $a = \frac{2n-1}{2}$ y por último para el lado B, $B = \frac{\sqrt[2]{12n^2+4n-1}}{2}$ siendo "n" la posición en la cual está cada uno de los Números Trapecios Isósceles. Simplificando aún más estos términos se obtiene que: $h = 4n$, $a = 2n - 1$ y que $B = \sqrt[2]{12n^2 + 4n - 1}$

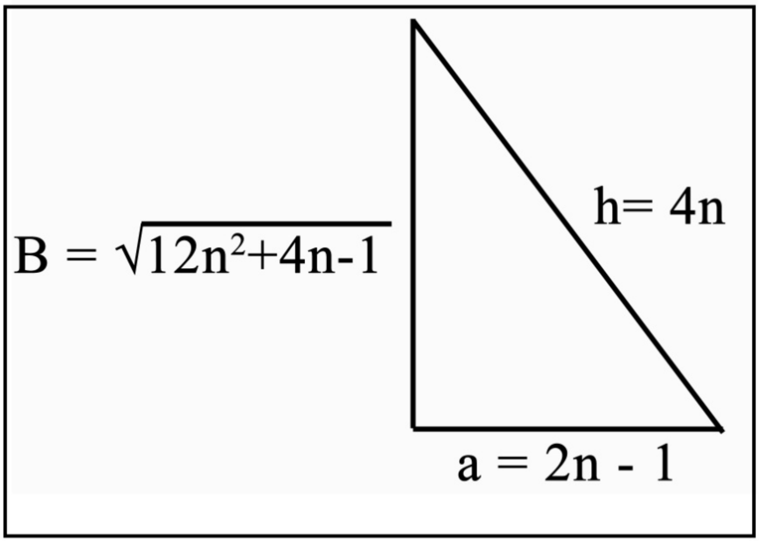

Figura 4. Representación gráfica del Triángulo Rectángulo Escaleno que subyace de la representación grafica de cado uno de los Números Trapecios Isósceles.

Al sustituir "n" por uno, se obtiene un Triangulo Rectángulo Escaleno muy especial, ya que, este triángulo se encuentra también en la Espiral Pitagórica que se le atribuye a otro pitagórico Teodoro de Cirene, siendo un Triangulo Rectángulo Escaleno de componentes $h = \sqrt[2]{16} = 4$, $a = 1$ y que $B = \sqrt[2]{15}$ (Figura 5), el cual hace parte de la construcción de la espiral pitagórica.

4.3. La Espiral Pitagórica y los Números Trapecios Isósceles.

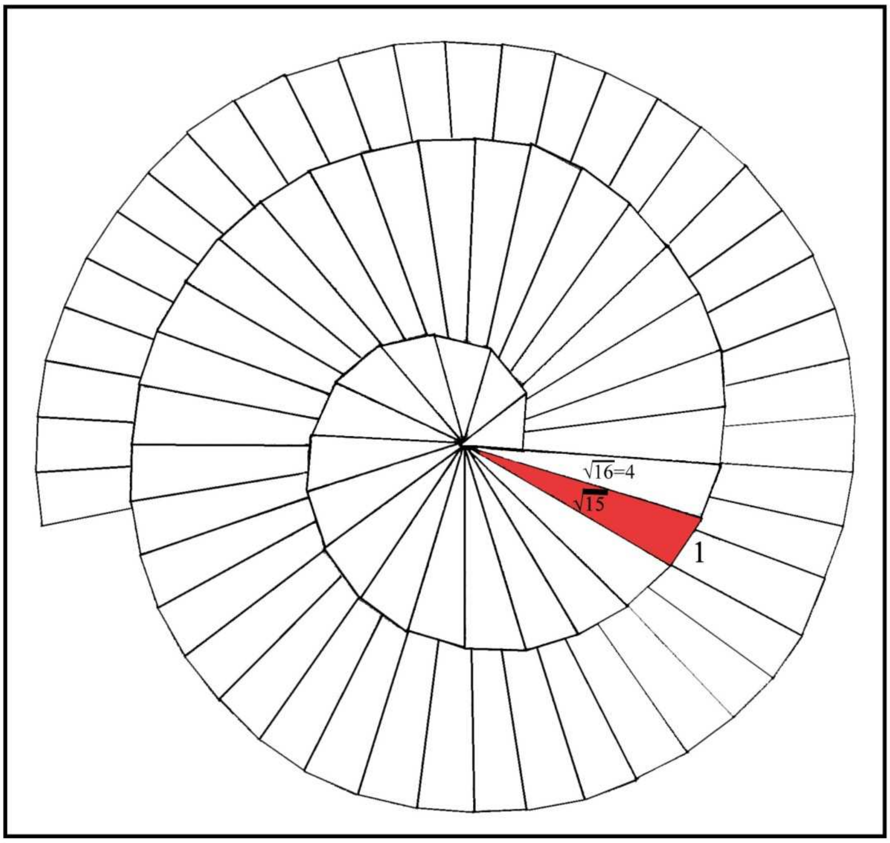

Figura 5. Espiral Pitagórica de Teodoro de Cirene. Triangulo común que comparte la representación geométrica del primer número Trapecio Isósceles con uno de los triángulos de la Espiral.

La Espiral Pitagórica se le atribuye a Teodoro de Cirene, que se dice fue maestro de Platón y el cual en sus diálogos da algunos aportes de su maestro; según González (2008, p. 112) Teodoro de Cirene demuestra la irracionalidad de los números naturales que no tienen raíz cuadrada exacta hasta el número 17, siendo este su mayor aporte en la historia de las matemáticas.

La espiral pitagórica no sólo comparte uno de sus triángulos con los Números Trapecios Isósceles (Figura 5) sino que, además, comparte con ellos el postulado que da su origen, aunque en una nueva versión. Es claro que esta contiene en cada hipotenusa de los triángulos rectángulos escalenos la raíz cuadrada de cada uno de los números enteros positivos. Apareciendo de nuevo el Postulado Pitagórico:

"Comenzando después del número raíz de uno, entre cada par de las raíces cuadradas de los números enteros positivos 2n, existe un número cuadrado cuya raíz es exacta. Con n perteneciente a los números enteros positivos."

Por otro lado, si se construye (haciendo gala de la imaginación griega) un triángulo que una cada tres triángulos con hipotenusa raíz exacta en esta espiral, aparecen unos triángulos muy especiales que llamaremos desde acá triángulos cuadráticos (Figura 6) que significa que se obtienen de juntar el centro del lado uno de cada triángulo cuya hipotenusa es raíz cuadrada exacta. Estos triángulos se sugiere podrían ser semejantes, ya le queda al lector comprobarlo. El triángulo mayor une los triángulos rectángulos escalenos con hipotenusa: $\sqrt[2]{441}$, $\sqrt[2]{484}$ y $\sqrt[2]{529}$

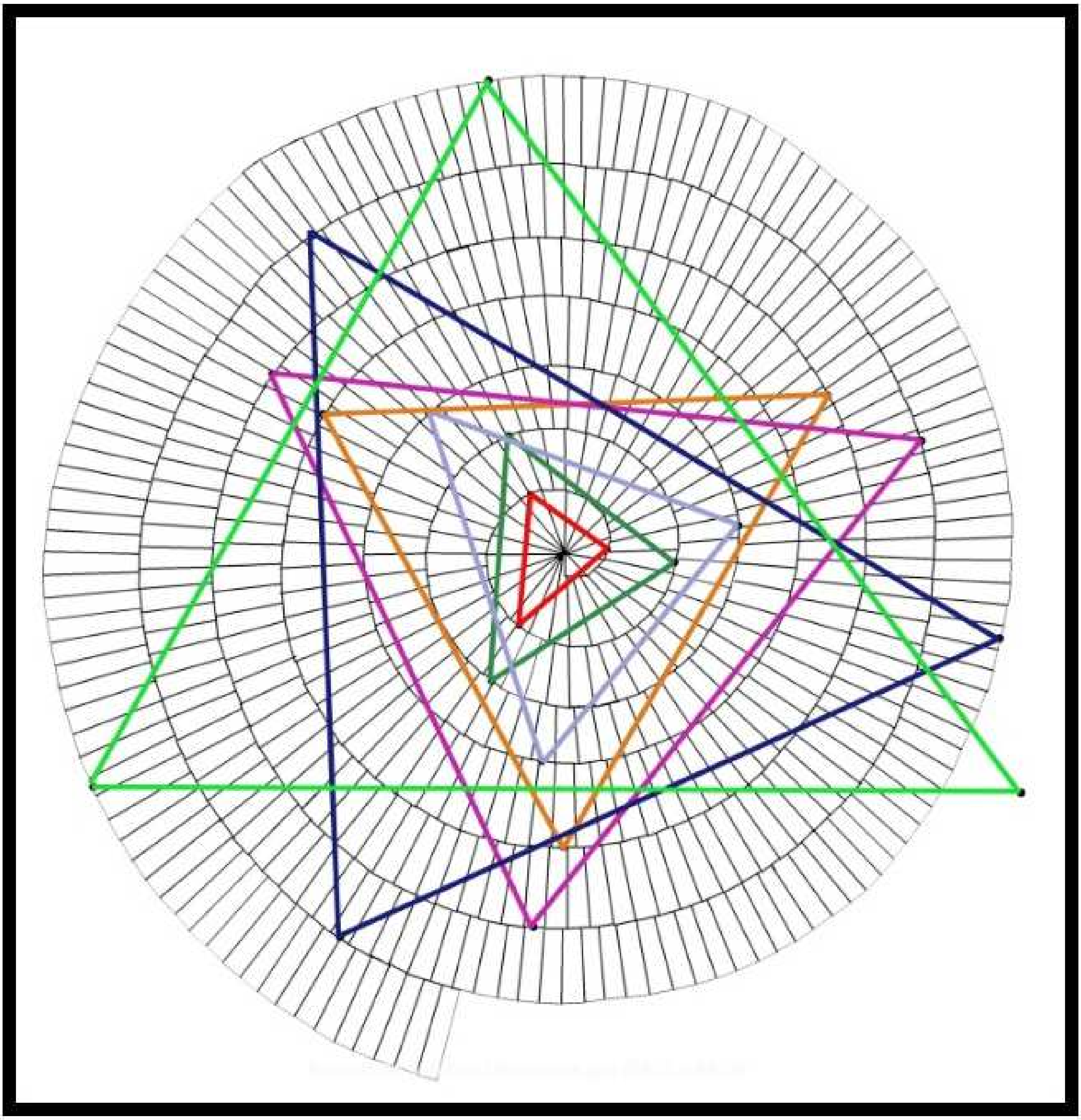

Figura 6. Espiral Pitagórica de Teodoro de Cirene. Cada triángulo se construyó uniendo el centro de lado uno de cada triángulo con hipotenusa cuya raíz cuadrada es exacta.

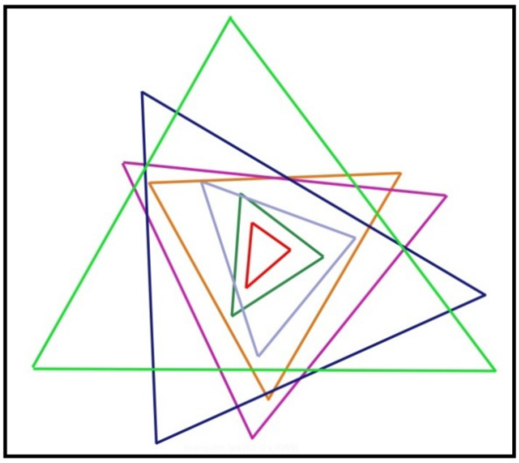

Figura 7. Triángulos cuadráticos

5. Conclusiones

Este artículo es una invitación para los amantes de la aritmética y la geometría que quieren entretenerse un rato conociendo unos números dignos de reconocerse y apreciarse.

La importancia de los Números Trapecios Isósceles radica, en que son un aporte a la teoría de números que quizá los Pitagóricos descubrieron pero que, por razones desconocidas no fueron difundidos o quizá no fueron objeto de estudio por esta comunidad y los pasaron por alto. Lo cierto es que merecen un espacio de análisis y estudio como se ha hecho con otros números figúrales como los números triangulares, oblongos, pentagonales…

Además es un llamado para que docentes y estudiantes, hagan énfasis en la búsqueda y construcción de modelos matemáticos; ya que los estudiantes aprenden matemáticas, haciendo matemáticas, lo que supone resolver una problemática o hacer un modelo. Este sería un ejemplo de lo que se puede lograr hacer.

El Postulado Pitagórico, parecen obvio, quizá por ello no se le ha dado mayor relevancia dentro del estudio de la aritmética.

Se aclara que, desde las posibilidades del autor de este artículo y tras consultar varias fuentes no se encontró ninguna referencia que hiciera alusión a este postulado o a los Números Trapecios Isósceles, razón por la cual queda abierta la posibilidad de seguir indagando sobre las fuentes y cubrir un vacío histórico en la historia de la matemáticas, valga la redundancia.

Bibliografía

Guzmán, M. (1986), [En línea]. Los Pitagóricos. Universidad Complutense. 1 – 33. [Consultada en Octubre de 2012]. Disponible en:http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/drupal/sites/default/files/mguzman/03alfondo/aspectoseticos/pitagoricos/lospitagoricos.html.

Sánchez, J. M. (2001). [En línea]. Historias de Matemáticas Las Escuelas Jónica y Pitagórica. Madrid. *Pensamiento Matemático. 1- 24.* [Consultada en Octubre de 2012]. Disponible en: http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/revistapm/revista_impresa/numero_1/las_escuelas_jonica_y_pitagorica.pdf.

González Urbaneja, P. M. (2008).). [En línea]. La solución de Eudoxo a la crisis de los Inconmensurables: La teoría de la proporción y el método de exhaución. Barcelona. *Suma 33: 102 – 129.* [Consultada en Octubre de 2012]. Disponible en: http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_33/8_solucion_eudoxo_33.pdf.

Sepúlveda A. (2012), *Los conceptos de la Física. Evolución Histórica.* Editorial Universidad de Antioquia, Colombia. pp: 4 – 56

Fabio Nelson Zapata Grajales. Estudiante de Maestría en Enseñanza de la Ciencias: Universidad Nacional (Medellín – Colombia), especialista en didáctica de las ciencias: Matemáticas y física de la Universidad Pontificia Bolivariana (Medellín –Colombia) y licenciado en Matemáticas de la Universidad De Antioquia (Medellín –Colombia). Docente de la Institución Educativa Pedregal (Medellín – Colombia). **yoytatela@yahoo.es**