

Análisis del tratamiento del concepto de área en libros de texto de primaria

Fabiana Kiener, Sara Scaglia y Marcela Götte

Fecha de recepción: 10/11/2012

Fecha de aceptación: 3/05/2013

Resumen	<p>En este artículo, presentamos los aspectos más relevantes del análisis del tratamiento del tema área en seis libros de textos de 5to y 6to grado del nivel primario del sistema educativo argentino (estudiantes de 10 y 11 años de edad aproximadamente). Focalizamos el estudio en las distintas aproximaciones al área planteadas en los textos, en el modo de presentar las fórmulas para el cálculo del área y en el tipo de actividad matemática que promueven en el alumno. Nuestro objetivo es describir las características principales de los distintos tratamientos e identificar aquellas propuestas que tengan rasgos propios del tipo de trabajo al que se aspira -aquel en el que el alumno actúa como verdadero matemático.</p> <p>Palabras clave: libros de texto – área – tratamiento.</p>
Abstract	<p>In this paper, we present the most relevant aspects of the analysis of treatment of the subject area in six textbooks 5th and 6th grade elementary Argentine educational system (students 10 and 11 years old or so). We focus the study on the different approaches to the area raised in the texts, how to present the formulas for calculating the area and the type of mathematical activity that promotes the student. We describe the main features of the different treatments and identify proposals that have features characteristic of the type of work to which we aspire-one in which the student acts as a true mathematician.</p> <p>Keywords: textbooks – area - treatment</p>
Resumo	<p>Neste artigo, apresentamos os aspectos mais relevantes da análise de tratamento da área temática em seis livros 5 e 6^a série do sistema educacional argentino fundamental (alunos de 10 e 11 anos de idade ou mais). Focamos o estudo sobre as diferentes abordagens para a área elevada nos textos, como apresentar as fórmulas para calcular a área eo tipo de actividade matemática que promove o aluno. Nós descrevemos as principais características dos diferentes tratamentos e identificar propostas que têm características do tipo de trabalho a que aspiramos e um em que o aluno atua como um verdadeiro matemático.</p> <p>Palavras-chave livros - area- tratamento</p>

1. Introducción

Según Chevallard, Bosch y Gascón (1997) una buena reproducción por parte del alumno de la actividad matemática supone que éste intervenga en la misma, que formule enunciados, pruebe proposiciones, construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías, que los ponga a prueba e intercambie con otros, que pueda reconocer los que están conformes con la cultura matemática y que tome los que le

son útiles para continuar con su actividad. Estos autores reconocen la dificultad para hallar o construir una situación en la que el alumno actúe, además de como alumno, como verdadero matemático, responsabilizándose de las respuestas que da a las cuestiones que se le plantean.

Este tipo de actuación de los alumnos exige dejar de lado una tendencia clásica en la enseñanza de la matemática, según la cual recae sobre el profesor la responsabilidad de validar todas las afirmaciones y resultados que se trabajen. Por el contrario, supone el desarrollo de justificaciones por parte de los alumnos. El interés por desarrollar estas habilidades en los alumnos está también considerado en las propuestas curriculares actuales. En efecto, en los Núcleos de Aprendizaje Prioritarios se recomienda promover “la producción e interpretación de conjeturas y afirmaciones de carácter general y el análisis de su campo de validez, avanzando desde argumentaciones empíricas hacia otras más generales” (Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, 2006, p.16). Sin embargo, existen investigaciones que ponen de manifiesto que los alumnos suelen interpretar las demostraciones como un conjunto de reglas matemáticas desconectadas de su actividad matemática personal, en lugar de reconocerlas como una forma de establecer la validez de sus ideas (Battista y Clements, 1995).

En el nivel primario, el tratamiento de los temas perímetro, área y volumen proporcionan una de las primeras oportunidades para enfrentar a los alumnos al uso de fórmulas. El modo en que se presentan las mismas puede estar relacionado con la tendencia clásica mencionada en el párrafo anterior (por ejemplo, la presentación directa de las fórmulas por parte del docente, con o sin la justificación de las mismas) o bien, podrían plantearse de una manera alternativa, dando la posibilidad al alumno de conjeturar, validar y encontrar sentido a dichas fórmulas.

De acuerdo con Chamorro y Belmonte (1991) el tratamiento de magnitudes y sus medidas estuvo especialmente influenciado por una metodología tradicional, basada en escuchar y repetir. Un tratamiento alternativo de estos temas supone propiciar un uso comprensivo de las fórmulas, presentándolas como un último paso, como un camino más corto para alcanzar un resultado que se ha venido obteniendo por medios más laborioso como podría ser el recuento de cuadrados para calcular el área de una figura (Del Olmo, Moreno y Gil, 1993).

Consideramos interesante indagar acerca de la manera en que se aborda el estudio de las magnitudes y sus medidas en el aula, teniendo en cuenta que los distintos tratamientos de un mismo tema pueden tener consecuencias en el aprendizaje de los sujetos. En este caso particular, centraremos el análisis en el tratamiento del tema área, atendiendo principalmente a la manera de presentar las fórmulas para su cálculo y el tipo de trabajo matemático que se le propone al alumno.

Una manera de obtener información significativa acerca de cómo se aborda un concepto en el aula es el estudio de libros de texto, ya que los mismos reflejan, al menos en parte, el currículo diseñado (Villella, 2007; González Astudillo y Sierra Vázquez, 2004), constituyen uno de los factores que mayor influencia tienen en el aula (Schubring, 1987; Sessa y Cambriglia, 2007) y el soporte de circulación del saber que se considera oficialmente óptimo dentro de las instituciones (Villella, 2007). Además, el hecho de reflejar determinados aspectos de los conceptos puede influir en lo que los alumnos aprenden (qué y cómo), dado que proporcionan la mayor parte del contenido matemático que los estudiantes deben aprender y

constituyen una de las principales fuentes de tareas (García y Llinares, 1995, citado en Villella, 2007).

En relación con el estudio de libros de texto, el proceso de transposición didáctica, es decir, el “conjunto de transformaciones adaptativas que sufre una obra para ser enseñada” (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997, p.136) adquiere especial relevancia. Al respecto, Sanz Lerma (1994) sostiene que al no encontrarse publicado en ninguna parte el saber enseñar, lo más próximo a él es el libro escolar, cuyo contenido y estructura reflejan las transformaciones efectuadas sobre el saber sabio. Según Kang y Kilpatrick (1992), la percepción del fenómeno de transposición didáctica puede ayudarnos a mejorar nuestra manera de tratar el conocimiento matemático escolar, teniendo en cuenta que el uso efectivo de los textos depende de la vigilancia epistemológica que se ejerza sobre ellos.

Considerando la significativa influencia de los libros de texto en las decisiones didácticas de un profesor y su constitución como una de las fuentes que intervienen en la elaboración del discurso docente, el estudio de los mismos ofrece información significativa acerca de cómo se aborda un concepto en el aula y permite realizar inferencias sobre las consecuencias que los distintos tipos de tratamientos pueden tener en el aprendizaje de los sujetos.

En este artículo, profundizando los estudios desarrollados en Kiener, Götte y Scaglia (2009, 2010), presentamos los aspectos más relevantes del análisis del tratamiento del tema área en seis libros de textos de 5to y 6to grado del nivel primario del sistema educativo argentino (estudiantes de 10 y 11 años de edad aproximadamente). Focalizamos el estudio en las distintas aproximaciones al área planteadas en los textos, en el modo de presentar las fórmulas para el cálculo del área y en el tipo de actividad matemática que promueven en el alumno. Nuestro objetivo es describir las características principales de los distintos tratamientos e identificar aquellas propuestas que tengan rasgos propios del tipo de trabajo matemático al que se aspira – aquel que describen Chevallard, Bosch y Gascón (1997) en el que el alumno actúa como verdadero matemático.

En la siguiente sección presentamos algunas cuestiones teóricas que tuvimos en cuenta para definir las categorías de análisis. A continuación, describimos la metodología de la investigación y los criterios para la selección de los textos. En la cuarta sección incluimos el estudio de seis libros de texto a partir de ciertas categorías, que resultan especialmente relevantes para caracterizar el tipo de trabajo matemático propuesto en cada uno. En la última sección presentamos las conclusiones del estudio. El artículo incluye al final un anexo con la categorización completa para el análisis del tratamiento del tema área en libros de texto.

2. Marco teórico.

Freudenthal (1983) sostiene que los conceptos matemáticos son inventados como herramientas para organizar fenómenos del mundo físico, social y mental. Durante la enseñanza propone mostrar a los sujetos los fenómenos que las nociones matemáticas organizan, tan ampliamente como sea posible. Con respecto al concepto de área, este autor sugiere tener en cuenta las siguientes aproximaciones:

- a) Repartir equitativamente. Esto puede realizarse: aprovechando regularidades, por estimación o por medida.

- b) Comparar y reproducir. Puede realizarse: por inclusión, por transformaciones de romper y rehacer, por estimación, por medida, por medio de funciones (por ejemplo, utilizando isometrías).
- c) Medir. Puede llevarse a cabo: por exhaustión¹ con unidades (para medir superficies irregulares), por acotación entre un valor superior e inferior (obteniendo medidas aproximada), por transformaciones de romper y rehacer (para deducir fórmulas), por medio de relaciones geométricas generales (medir dimensiones y aplicar fórmula).

Una de las actividades mencionadas en las aproximaciones anteriores es la estimación, es decir, la emisión de un “juicio de valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales del que lo emite” (Segovia, Castro, Castro y Rico 1989, p.18). Estos autores destacan el carácter educativo de la estimación y presentan dos razones fundamentales para incluirla en la escuela: por un lado, para completar la formación escolar que actualmente reciben los estudiantes, ya que potencia el desarrollo de estrategias propias, refuerza y estimula procesos correctos de resolución de problemas y evita la visión deformada de considerar la matemática como una ciencia que conduce a respuestas exactas; y por otro, por su utilidad práctica, puesto que se emplea en diversas situaciones reales.

Además, la estimación se encuentra entre las aptitudes básicas en matemáticas propuestas en distintos documentos. En los Núcleos de Aprendizajes Prioritarios se propone el uso de distintos procedimientos para estimar medidas en situaciones problemáticas (Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, 2006), como una de las habilidades requeridas para la comprensión del proceso de medir. En los Estándares del NCTM (2003; p.50) se recomienda el desarrollo de la estimación de medidas: “Las actividades de estimación [...] deberían centrarse en ayudar a los niños a que comprendan mejor el proceso de toma de medidas y el papel que desempeña el tamaño de la unidad que se emplee”. Segovia y cols. (1989) añaden que para realizar conjeturas en cálculo y medida se precisa una formación previa, pero esas mismas conjeturas servirán para adquirir nueva formación que repercute en el perfeccionamiento de las habilidades y procesos que se utilicen para hacer futuras conjeturas. “La capacidad de estimar se revela como una herramienta conceptual potente con la que tratar el alud de información que se nos viene encima cada día” (Segovia y cols. 1989; p. 185).

Sin embargo, existe en la actualidad un sentimiento generalizado entre los expertos acerca de que el tiempo dedicado a la enseñanza de la estimación no es el que debiera y que tiene que ser aumentado (Segovia y cols., 1989; Del Olmo, Moreno y Gil, 1993). Esta realidad también se observa en la escasez o ausencia de consignas planteadas en los libros de texto referidas al desarrollo de la estimación (Del Olmo, Moreno y Gil, 1993).

La propuesta de estos especialistas no implica la introducción de un apartado en el currículo de matemática dedicado a estimar cálculos y medidas, sino que la estimación debe impregnar todo el currículo de matemática siendo tratada y

¹ Este método supone rellenar “el interior de la superficie a medir con unidades (de superficie) colocadas unas junto a otras y no superpuestas, y en aquellas partes de la superficie donde no quepan se recurre a rellenar con unidades más pequeñas” (Del Olmo, Moreno y Gil, 1993; p. 20).

considerada con aquellos tópicos que lo permitan, entre los cuales se encuentran la superficie y su medida (Segovia y cols., 1989).

Finalmente, un último aspecto relevante para este trabajo, íntimamente relacionado con los modos de hacer propios de la matemática, es la actividad argumentativa. En relación con esta temática, Balacheff (2000) proporciona algunas definiciones útiles para estudiar y caracterizar las producciones de los alumnos durante esta actividad que utilizaremos para estudiar las propuestas de los libros de texto. Este autor denomina “pruebas pragmáticas a las pruebas que recurren a la acción o a la ostensión”, y “pruebas intelectuales a las pruebas que, separándose de la acción, se apoyan en formulaciones de las propiedades en juego y de sus relaciones” (Balacheff, 2000, p. 22). Por otra parte, varios investigadores del campo de la didáctica coinciden en asumir una concepción amplia acerca de la demostración en matemática. Para este enfoque, la actividad demostrativa puede tener distintos objetivos entre los cuales se encuentra: verificar o justificar la validez de una afirmación, iluminar o explicar por qué una afirmación es verdadera, sistematizar los resultados en un sistema deductivo (axiomas, definiciones, teoremas aceptados, etc.), descubrir nuevos resultados, comunicar o transmitir conocimiento matemático (De Villiers, 1993).

Llanos y Otero (2009) estudian libros de texto del nivel medio correspondientes a distintos períodos con el objetivo de identificar las variaciones que se producen en torno a la argumentación a lo largo del tiempo. Estas autoras afirman que “se evidencian modificaciones en la forma en que se inicia la Argumentación, en la manera de concebir a la Matemática, en los tipos de razonamientos empleados y en el tipo de actividades o situaciones que se proponen” (Llanos y Otero, 2009; p. 38). Analizan la actividad argumentativa sin centrarse en un contenido específico, y conciben a la argumentación como una actividad discursiva caracterizada por la defensa de puntos de vista y la consideración de perspectivas contrarias. En nuestro trabajo, en cambio, se estudia la actividad argumentativa específicamente en torno a la justificación de los resultados obtenidos y de las fórmulas para el cálculo del área de figuras planas y se adopta la concepción de Balacheff (2000) sobre validación. Este autor utiliza la expresión ‘proceso de validación’ para referirse a la actividad de manipular información dada o adquirida para producir una nueva información, cuando tiene como fin asegurarse de la validez de una proposición y producir una explicación.

3. Metodología

3.1. Caracterización de la investigación

En este artículo presentamos parte de una investigación cuyos objetivos son caracterizar los procesos de validación desarrollados en libros de texto para el tratamiento del concepto de área y estudiar las consignas propuestas para el desarrollo del tema enfocando el análisis en los procesos de exploración, producción de conjeturas y desarrollo de demostraciones que promueven, para describir posibles implicaciones del tratamiento desarrollado por los textos en el aprendizaje del tema.

Dicho estudio se enmarca en el paradigma interpretativo dado que, entre otros aspectos, se trata de un estudio en pequeña escala en el que se busca la comprensión de los fenómenos en lugar de determinar sus causas y no se pretende

generalizar los resultados hallados. Se trata de una indagación de tipo descriptiva, puesto que el objetivo está en describir un fenómeno (Bisquerra, 1989).

Según las fuentes utilizadas, la investigación es bibliográfica pues supone “la búsqueda, recopilación, organización, valoración, crítica e información bibliográfica” (Bisquerra, 1989) sobre un tema específico, a saber: la caracterización del tratamiento del concepto de área y la justificación de las fórmulas para su cálculo en libros de textos.

Desde el punto de vista metodológico, la investigación es cualitativa. Una de las técnicas que se utiliza durante el estudio de los textos es el análisis de contenido, cuyo objetivo básico es tomar un documento no cuantitativo y transformarlo en datos cuantitativos, identificando categorías y unidades de análisis apropiadas que reflejan la naturaleza del documento analizado y la finalidad de la investigación (Cohen y Manion, 1990).

3.2 Criterios de selección de los libros de texto

Con respecto a la selección de los libros de texto, la llevamos a cabo de acuerdo con los siguientes criterios:

1. Que pertenezcan a diversas editoriales.
2. Que se desarrolle el tema elegido.
3. Que posibiliten el seguimiento del tratamiento del tema a lo largo de 5° y 6° grado en cada editorial.

Cabe destacar que si bien en principio pensamos en considerar también los textos de 7° grado de cada editorial, luego decidimos prescindir de los mismos porque en ellos se omite la discusión acerca de las fórmulas para el cálculo del área de figuras planas.

4. Análisis del tratamiento del tema área en libros de texto.

En este apartado mostramos la aplicación de algunas categorías consideradas centrales para los objetivos de este trabajo a seis textos de matemática para la escuela primaria. Los textos corresponden a 5^{to} y 6^{to} grado de tres editoriales, denominadas genéricamente como Editorial A, Editorial B y Editorial C.

Para la descripción del análisis efectuado, combinamos en algunos casos dos o tres categorías, que mantienen estrecha relación entre sí.

Fenomenología. Aproximaciones al concepto de área utilizadas en el texto (TCA9)

Tal como se mencionó en el marco teórico, para lograr la adquisición de un concepto por parte del alumno se debe trabajar desde el inicio con diversas aproximaciones al mismo (Freudenthal, 1983). En el caso particular del área, resulta oportuno proponer tareas orientadas a distinguir esta magnitud de las restantes (por ejemplo, de la longitud) o comparar objetos respecto de la misma sin la necesidad de medirlos (Del Olmo, Moreno y Gil, 1993).

Atendiendo a este aspecto, planteamos un análisis de las distintas aproximaciones al concepto de área que se presentan en las consignas propuestas en los textos, de acuerdo con la clasificación sugerida por Freudenthal (1983).

Para ello realizamos un gráfico para los textos de 5^{to} grado y otro para los de 6^{to} (Gráficos 1 y 2). En cada uno de ellos, señalamos la cantidad de consignas que

corresponden a cada una de las tres aproximaciones generales (*Repartir equitativamente*, *Comparar y reproducir* y *Medir*) e identificamos las sub categorías correspondientes con la letra inicial de la aproximación respectiva seguida de un numeral como se muestra a continuación:

a) Repartir equitativamente:

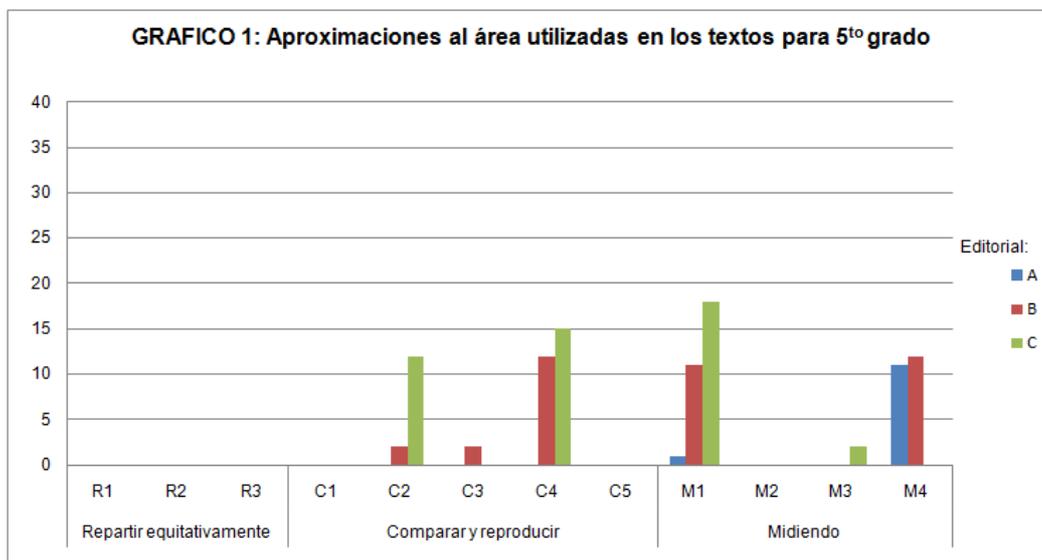
- R1. Aprovechando regularidades.
- R2. Por estimación.
- R3. Por medida.

b) Comparar y reproducir.

- C1. Por inclusión.
- C2. Por transformaciones de romper y rehacer.
- C3. Por estimación.
- C4. Por medida.
- C5. Por medio de funciones.

c) Medir.

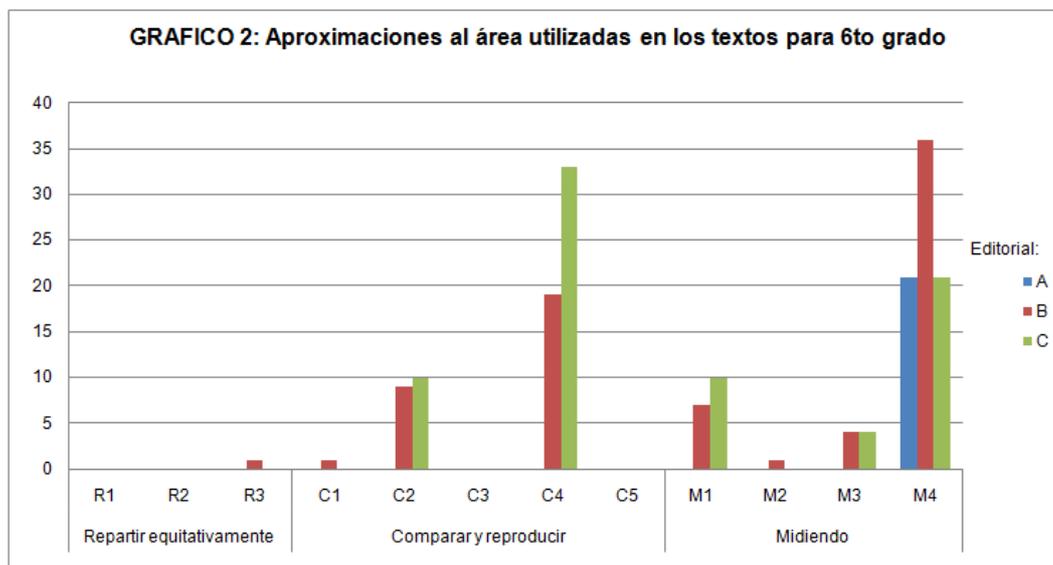
- M1. Por exhaustión con unidades.
- M2. Por acotación entre un valor superior e inferior.
- M3. Por transformaciones de romper y rehacer.
- M4. Por medio de relaciones geométricas generales.



Algunas particularidades que se ponen de manifiesto en el gráfico 1 son las siguientes:

- En los textos correspondientes a quinto grado no se observan consignas que demanden el reparto equitativo.
- La segunda aproximación (comparar y reproducir) se presenta en consignas propuestas en las editoriales B y C, involucrando especialmente la comparación y reproducción de áreas a partir de la medida (subcategoría C4).
- La tercera aproximación está presente en las tres editoriales. Cabe destacar que la subcategoría M4 no se observa en el libro correspondiente a la editorial C. Ello

está en consonancia con el interés por iniciar de un modo más intuitivo el tratamiento del tema, haciendo hincapié en la construcción del concepto y posponiendo para el año siguiente el trabajo con fórmulas.



En el gráfico 2 se ponen de manifiesto las siguientes particularidades:

- En general, el reparto equitativo sigue estando ausente (aparece en una sola consigna de la editorial B).
- La distribución correspondiente a la aproximación de comparar y reproducir es similar a la observada en el gráfico 1.
- En las tres editoriales se presentan consignas que requieren medir. Las cifras más relevantes refieren al uso de fórmulas para el cálculo del área, siendo esta subcategoría la única observada en la editorial A.

Este análisis pone de manifiesto que la recomendación de trabajar el concepto área desde la amplia gama de aproximaciones mencionadas por Freudenthal (1983), es atendida en parte por los textos correspondientes a las editoriales B y C.

Respecto al desarrollo de la estimación en los alumnos, observamos que en un sólo texto se proponen consignas para comparar áreas mediante la estimación (5^{to} grado, Editorial B) a través de comparaciones entre superficies del ambiente cotidiano del alumno y unidades convencionales para el cálculo del área. La escasa frecuencia de tareas de este tipo refleja una problemática que señalan algunos investigadores del campo de la didáctica de la matemática: si bien el proceso de la medida de una magnitud se completa con la estimación -considerando a la misma como a “la posibilidad de apreciar a ojo, sin la ayuda de instrumentos, la medida de una cantidad de magnitud” (Del Olmo, Moreno y Gil, 1993: 14) y constituye una habilidad que debe promover por su indudable valor práctico, se observa que no está suficientemente atendida en los textos y muy posiblemente, en el trabajo en el aula en la actualidad (Del Olmo, Moreno y Gil, 1993; Segovia y cols. 1989).

Clasificación de tareas propuestas en el texto durante el tratamiento del tema área (TCA10)

Clasificamos las tareas planteadas en libros de texto durante el tratamiento del concepto de área según el propósito que persiguen:

1. *Cálculo del área*: En esta categoría incluimos las tareas en las que se propone hallar el área de una figura.
2. *Comparación o reproducción de áreas*: Mencionamos aquí las tareas en las que se plantea comparar áreas de diferentes figuras o construir una figura con un área determinada.
3. *Relación entre magnitudes unidimensionales de una figura y su área*: Identificamos en este campo aquellas tareas en las que se propone el establecimiento de relaciones entre magnitudes unidimensionales de una figura – longitudes de los lados, diámetro o radio de un círculo, perímetro de una figura- y el área de la misma.

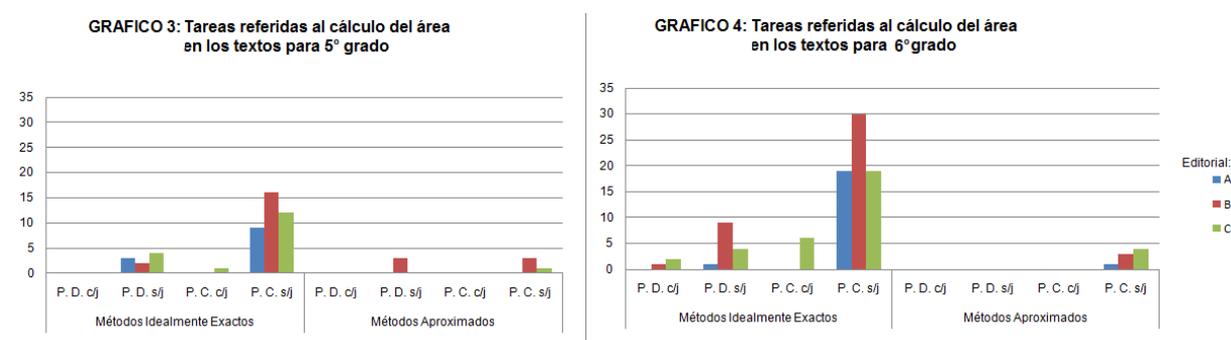
Para cada una de las categorías anteriores, identificamos las características del método utilizado para la resolución de la tarea, según las siguientes subcategorías:

Métodos Idealmente Exactos (M.I.E.): identificamos aquellas tareas en las que se calculan, comparan o reproducen áreas recurriendo a fórmulas, propiedades o relaciones matemáticas.

Métodos Aproximados (M.A.): mencionamos aquellas tareas en las que se precisa estimar medidas de longitud o de área para el cálculo, comparación o reproducción de áreas.

Distinguimos además las tareas que requieren procedimientos ya conocidos por el alumno (*P.C.*) teniendo como base las consignas previas del texto, de aquellas en las cuales se debe crear un procedimiento para resolverlas (*P.D.*). Asimismo, diferenciamos las tareas en las que se propone explícitamente una justificación por parte del alumno (*c/j*) acerca de las conclusiones arribadas, de aquellas en las que no se pide explícitamente el desarrollo de una justificación (*s/j*).

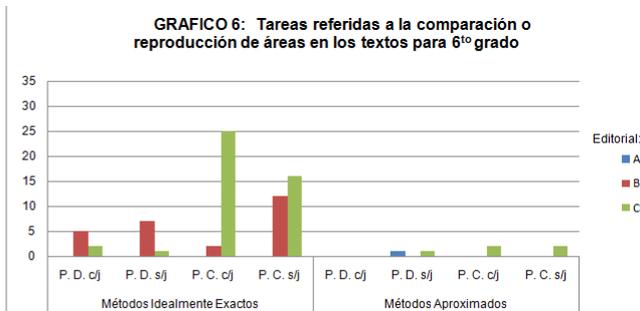
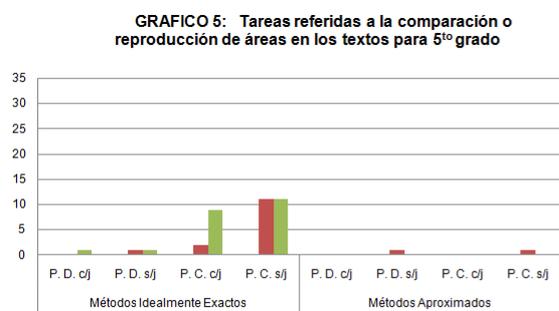
Para organizar el análisis de las tareas elaboramos dos gráficos: uno de ellos correspondiente a los textos de 5^{to} grado y otro, para los de 6^{to} grado para cada una de las tres categorías generales: *Cálculo del área* (Gráficos 3 y 4), *Comparación o reproducción del área* (Gráficos 5 y 6) y *Establecimiento de relaciones entre magnitudes lineales de una figura y su área* (Gráficos 7 y 8).



Nos interesa destacar de la observación de los gráficos 3 y 4 las siguientes cuestiones:

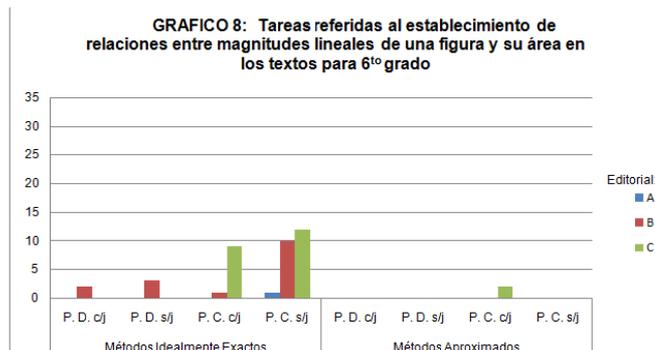
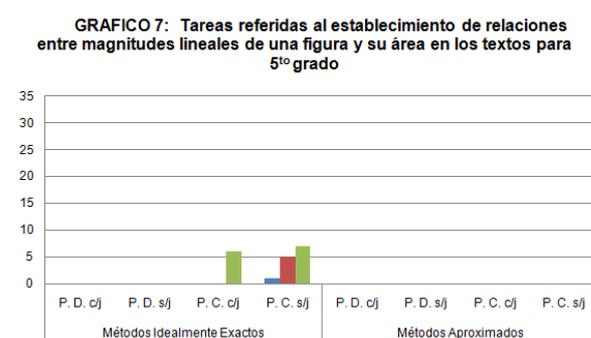
- Existe una clara predominancia en las tres editoriales de tareas referidas al cálculo del área mediante procedimientos conocidos que no requieren de algún tipo de justificación (P. C. s/j).

- Los métodos aproximados para el cálculo de área se presentan muy escasamente, y en ningún caso se solicita una justificación.
- La editorial C es la única- excepto por una tarea en el texto de 6^{to} de la editorial B- que solicita justificar algunos resultados.



En los gráficos 5 y 6 advertimos principalmente las siguientes particularidades:

- Las editoriales B y C presentan un mayor número de tareas referidas a la comparación o reproducción de áreas en los textos de 5^{to} y 6^{to} grado, en relación con las destinadas al cálculo del área. Por el contrario, la editorial A plantea una única tarea para comparar o reproducir áreas, en el texto de 6^{to} grado.
- Si bien en los textos para 5^{to} se sigue manifestando predominancia de tareas que requieran procedimientos idealmente exactos y conocidos y sin solicitud de justificación; en los textos de 6^{to} grado, la editorial C se distingue en las tareas del tipo descripto anteriormente, pero con el pedido explícito de una justificación.
- La editorial B incrementa el número de tareas (respecto a los gráficos analizados anteriormente) que solicitan una justificación por parte del alumno de los procedimientos desarrollados y/o conclusiones arribadas.
- Los métodos aproximados aparecen en los textos analizados, pero en notable menor proporción respecto a los métodos idealmente exactos.



A partir de los gráficos 7 y 8, podemos resaltar los aspectos detallados a continuación:

- Es prácticamente nula la presencia de tareas que requieran métodos aproximados, excepto por dos consignas planteadas en el texto de 6^{to} de la Editorial C.
- Los libros de la editorial A sólo plantean tareas para el establecimiento de relaciones entre magnitudes lineales de una figura y su área que precisen de

métodos idealmente exactos y conocidos para su resolución, sin la solicitud justificación.

- La creación de un procedimiento que posibilite resolver determinada tarea es una habilidad que se fomenta únicamente en el texto de 6to grado de la Editorial B.
- El pedido de una justificación por parte del alumno de los procedimientos y conclusiones que obtiene aparece con mayor predominancia en los textos de la Editorial C.

Identificación del tamaño del espacio con el cual el sujeto entra en interacción en cada tarea propuesta en el texto (TCA11).

Gálvez (1985, citado en Berthelot y Salin, 1992) propone tres categorías para clasificar el tamaño del espacio con el cual el sujeto entra en interacción en determinada tarea. El micro-espacio constituye el espacio ligado a la manipulación de los objetos pequeños; el meso-espacio es el espacio del desplazamiento del sujeto en un dominio controlado por la vista, los objetos están fijos y miden entre 0,5 y 50 veces el tamaño del sujeto; el macro-espacio corresponde a un sector del espacio cuya dimensión es tal que se puede abarcar solamente por intermedio de una sucesión de visiones locales, separadas entre ellas por los desplazamientos del sujeto en la superficie terrestre.

A partir de las definiciones anteriores clasificamos las tareas planteadas en los textos y realizamos los siguientes gráficos (Gráficos 9 y 10).

GRÁFICO 9: Identificación del espacio con el que interactúa el sujeto en textos para 5^{to} grado

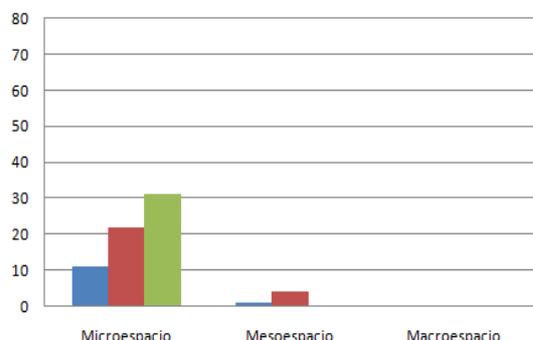
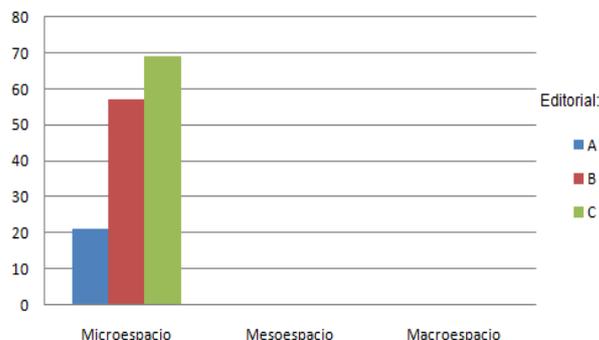


GRÁFICO 10: Identificación del espacio con el que interactúa el sujeto en textos para 6^{to} grado



Tal como puede apreciarse en ambos gráficos, en los seis textos analizados predominan las tareas que requieren de la manipulación de objetos pequeños (microespacio).

Además, aparecen cinco consignas en total (una en el texto de 5^{to} grado de la Editorial A y cuatro en el correspondiente al mismo grado de la Editorial B) que plantean la interacción y el desplazamiento del sujeto en un dominio controlado por su vista (mesoespacio).

La ausencia de tareas en el macroespacio, podría estar indicando que para las editoriales seleccionadas no se considera relevante el desarrollo de interacciones del sujeto con espacios que exceden a su vista o que no lo consideran apropiado de acuerdo con la edad de los destinatarios.

Identificación de tareas en las que se establecen relaciones entre el perímetro y el área, durante el tratamiento del tema área (TCA12).

Resulta relevante identificar aquellas tareas en las que se pide al alumno el establecimiento de relaciones entre el valor del área y el perímetro de una figura teniendo en cuenta que “para la constitución de una magnitud es preciso que se confronte con otras. En el caso del área, la posibilidad de confusión con el perímetro de las figuras es un hecho ampliamente constatado porque el niño puede, erróneamente, juzgar el área de una figura por sus dimensiones lineales.” (Del Olmo, Moreno y Gil, 1993: 57). Por este motivo, se precisa trabajar vinculando los conceptos de área y perímetro para que el alumno sepa distinguir uno del otro.

De acuerdo con los Gráficos 11 y 12 que se muestran a continuación, los textos de la Editorial A no presentan tareas del tipo antes descrito. Por el contrario, los libros de las Editoriales B y C parecen preocuparse por desarrollar en los alumnos la independencia del área respecto del perímetro, discutiendo en varias tareas esta cuestión.

GRÁFICO 11: Cantidad de tareas en las que se establecen relaciones perímetro-área en textos para 5^{to} grado

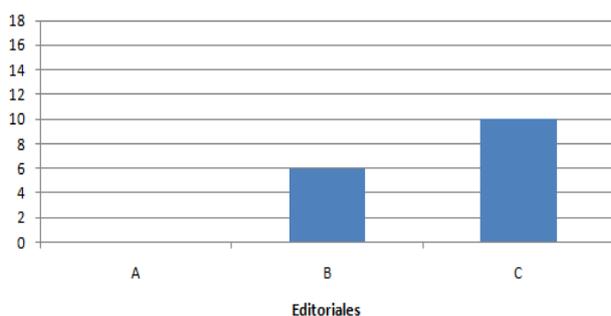
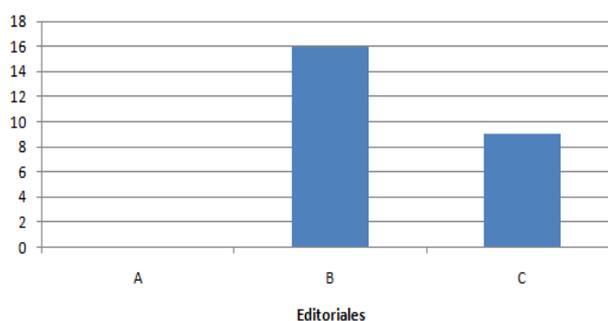


GRAFICO 12: Cantidad de tareas en las que se establecen relaciones perímetro-área en textos para 6^{to} grado



Consideramos adecuadas las propuestas de las Editoriales B y C en cuanto al planteo de tareas tendientes a superar o evitar la confusión entre la noción de área y perímetro, puesto que éste es un error bastante frecuente que puede tener sus raíces en la ausencia de tareas de recorte, de pegado, coloreado, utilización de hilos, lanas, etc., que manifiesten claramente las diferencias entre los dos conceptos (Del Olmo, Moreno y Gil, 1993).

Tipo y función de las justificaciones para las fórmulas del área (JFA2, JFA4). Aproximación al área utilizada en cada justificación (JFA6).

En este caso, para determinar el tipo de justificación presentada para cada fórmula consideramos la clasificación en pruebas pragmáticas y pruebas intelectuales dadas por Balacheff (2000). Siguiendo a De Villiers (1993), planteamos un análisis de los fines de las justificaciones presentes en los libros de texto seleccionados, identificando también si se explicitan o no tales fines. Además, mencionamos la aproximación al área utilizada en la justificación considerando las planteadas por Freudenthal (1983).

Para ejemplificar la aplicación de las categorías JFA2, JFA4 y JFA6 que caracterizan las justificaciones de las fórmulas presentadas en los textos, consideramos las fórmulas para el cálculo del área del rectángulo y del triángulo. El análisis efectuado se sintetiza en la Tabla N° 1 que mostramos a continuación:

Tabla 1: Tipo y función de las justificaciones para las fórmulas del área

	Editorial	Justificación de la fórmula para el área del rectángulo			Justificación de la fórmula para el área del triángulo		
		Tipo	Función	Aproximación	Tipo	Función	Aproximación
5 ^{to} grado	A	No hay justificación			No hay justificación		
	B	Prueba pragmática.	Explicación / verificación (implícito)	Medición por exhaustión de unidades.	No se presenta la fórmula.		
	C	No se presenta fórmula para el cálculo del área.					
6 ^{to} grado	A	No hay justificación.			Prueba pragmática	Explicación (implícito)	Transformaciones de romper y rehacer.
	B	No se presenta la fórmula.			Prueba pragmática	Explicación / verificación (implícito)	Transformaciones de romper y rehacer.
	C	No hay justificación.			Prueba pragmática	Explicación / verificación (implícito)	Transformaciones de romper y rehacer.

Como puede apreciarse en la tabla anterior, la discusión sobre al área del rectángulo se presenta en dos textos en 5to grado (Editorial A y B) y en otro en 6to (Editorial C). El momento de introducción de una noción matemática es una decisión que requiere del análisis cuidadoso de las limitaciones y posibilidades que conllevan cada elección. A priori podría suponerse que un tratamiento más temprano tendría exigencias cognitivas de menor complejidad.

Sin embargo, si comparamos los dos textos de 5° que presentan la fórmula para el cálculo del área del rectángulo, vemos diferencias cualitativas en el modo de introducirla: mientras que en el texto de 5° de la Editorial B se presenta una justificación pragmática que recurre al método de exhaustión con unidades (ver Figura 1), en el de 5° de la Editorial A no se presenta justificación. En cambio, en el de 6° de la Editorial C se plantean distintas aproximaciones a la aplicación de la fórmula, pero se omite la justificación explícita de la misma.

La segunda elección (5°, Editorial A) nos resulta menos adecuada. En primer lugar, porque limita la posibilidad de los alumnos de construir el sentido de la fórmula. En segundo lugar, porque aún tratándose de una justificación pragmática la observada en el primer ejemplo, permite poner de manifiesto algunas de las funciones de la demostración mencionadas por De Villiers (1993): verificar o

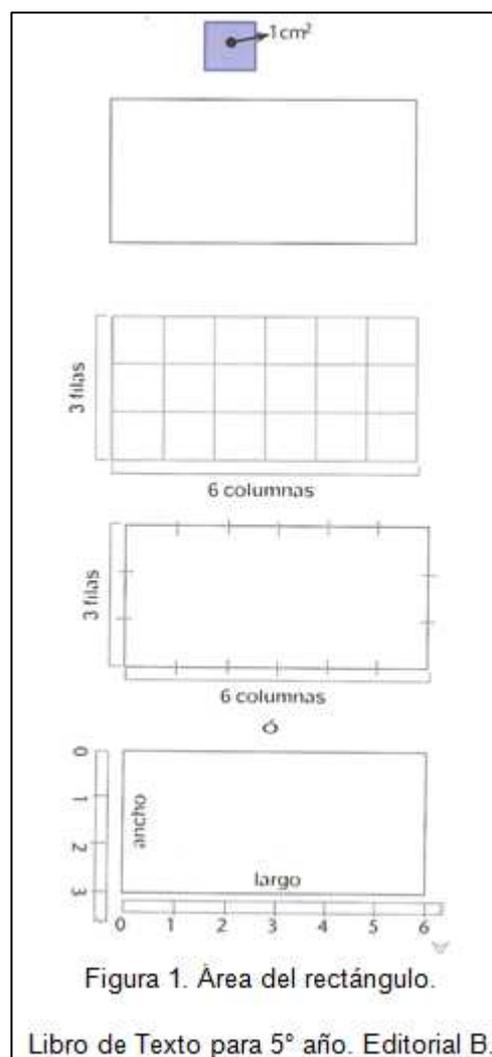


Figura 1

justificar la validez de una afirmación e iluminar o explicar por qué una afirmación es verdadera. Por otra parte, si bien en el tercer ejemplo no se explicita justificación, la introducción paulatina de la fórmula mediante situaciones particulares que ponen en juego el método de exhaustión con unidades conocido por los alumnos, posibilita también un aprendizaje constructivo de dicha fórmula.

En lo que respecta a la fórmula para el cálculo del área del triángulo, como puede observarse en la Tabla N° 1, está ausente en los textos para 5^{to} grado de las Editoriales B y C, mientras que se incluye (sin justificación) en el correspondiente a la Editorial A. En los libros para 6^{to} grado de las tres editoriales se presenta la fórmula mencionada a través de transformaciones de romper y rehacer y se hace notar el hecho de que el área de un triángulo es la mitad del área de un rectángulo. En la descripción de la siguiente categoría presentamos algunas diferencias relacionadas con la interacción del estudiante con el texto. En este punto sólo hacemos notar que, mientras que en el texto de la editorial A se presenta como ejemplo un triángulo isósceles, en los restantes se propone trabajar con otros tipos de triángulos (cuatro triángulos escalenos en el texto de la Editorial B, y dos triángulos rectángulos y uno escaleno no rectángulo en el texto correspondiente a la Editorial C).

Las justificaciones pragmáticas aportadas en estos textos permiten visualizar y comprender el significado de la fórmula para el cálculo del área del triángulo, por lo que manifiestan la función de explicación definida por De Villiers (1993).

Consideramos oportuna la propuesta de las Editoriales B y C. Omitir la fórmula en el texto de 5^{to} grado e introducir y discutir la misma en el de 6^{to} mediante una justificación pragmática, constituye una decisión que está en sintonía con la búsqueda de un tratamiento de la matemática que trascienda el conocimiento memorístico de hechos y que posibilite al alumno actuar como matemático, que es una de las aspiraciones señaladas en el marco teórico. Además, si bien no se desarrolla una demostración formal de la fórmula para el cálculo del área del triángulo, resulta apropiada la elección de triángulos con distintas características para verificar dicha fórmula, puesto que otorga un mayor grado de generalidad a dicha justificación (aunque sean pruebas pragmáticas las que se realizan).

Interacción del estudiante con el texto durante el proceso demostrativo (JFA9).

En relación con el análisis anterior, identificamos el tipo de interacción del estudiante con el texto durante el proceso demostrativo (activo o pasivo).

Tal como puede observarse en las Tablas N° 2 y 3, sólo dos textos (correspondientes a 6^{to} grado de las Editoriales B y C) dan oportunidad al estudiante de involucrarse activamente en la construcción de la justificación para la fórmula del área del triángulo

Tabla 2: interacción del estudiante con el texto durante el proceso demostrativo de la fórmula del área del rectángulo.

	Editorial	Pasivo	Activo
5 ^{to} grado	A	No hay justificación.	
	B	X	
	C	No se presenta fórmula.	
6 ^{to} grado	A	No hay justificación.	
	B	No se presenta la fórmula.	
	C	No hay justificación.	

Tabla 3: interacción del estudiante con el texto durante el proceso demostrativo de la fórmula del área del triángulo.

	Editorial	Pasivo	Activo
5 ^{to} grado	A	No hay justificación.	
	B	No se presenta la fórmula.	
	C	No se presenta la fórmula.	
6 ^{to} grado	A	X	
	B		X
	C		X

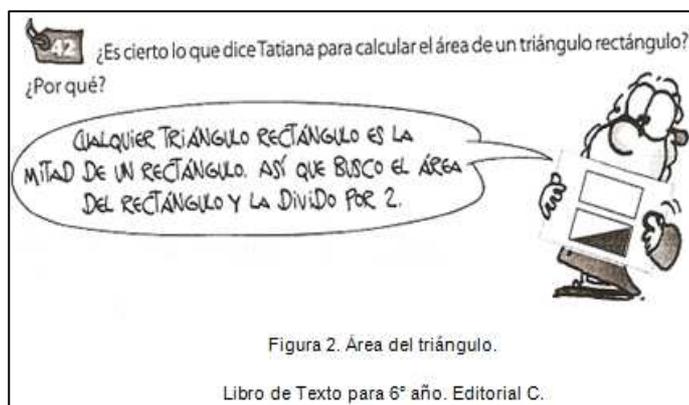


Figura 2

Cabe destacar que aunque en los dos textos mencionados se promueve la participación del alumno, en cada uno de ellos la propuesta es diferente.

Mientras que en el texto de la Editorial C se sugiere al alumno analizar la validez de la afirmación “Cualquier triángulo rectángulo es la mitad de un rectángulo. Así busco el área del rectángulo y la divido por 2” (ver Figura 2) para luego aplicar lo obtenido al cálculo del área de triángulos rectángulos particulares y después, a triángulos no rectángulos; en el texto de la Editorial B (ver Figura 3) se parte de un triángulo particular y se invita al alumno a averiguar la relación que existe entre el área de ese triángulo y un rectángulo de igual base y altura. Posteriormente, se lo incentiva a encontrar los rectángulos correspondientes a distintos triángulos dados, tales que el área de los primeros sea igual al doble del área de los segundos.

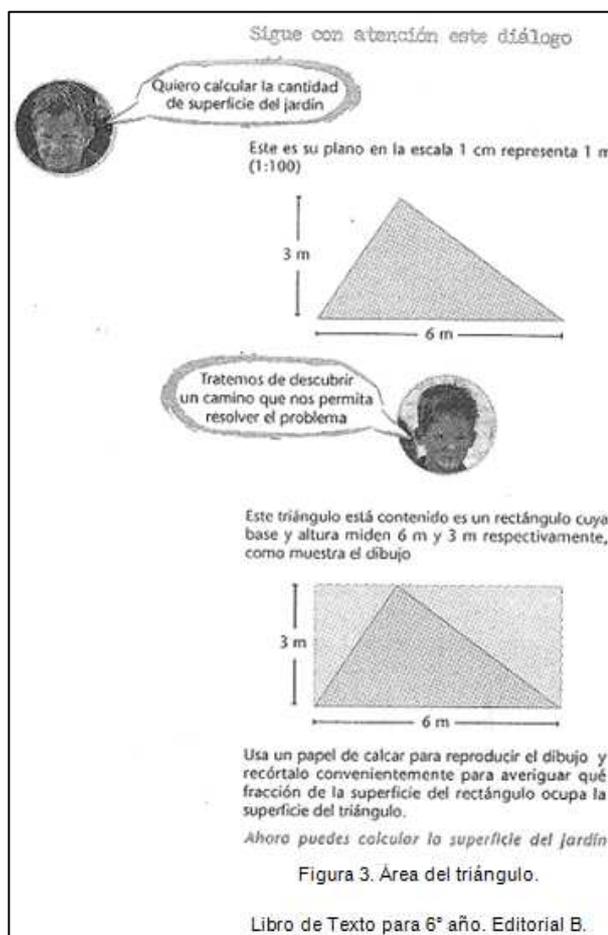


Figura 3

5. Reflexiones finales

En primer lugar, consideramos que las categorías seleccionadas para el análisis de los textos presentado permite describir de manera amplia y detallada el tratamiento del concepto de área desarrollado en los libros seleccionados, focalizando el estudio en las distintas aproximaciones al área propuestas, el modo de presentar las fórmulas para el cálculo del área y el tipo de trabajo matemático que se le plantea al estudiante. Además, posibilita comparar los abordajes del tema propuestos en cada uno de los textos y realizar inferencias acerca de posibles derivaciones de los distintos tratamientos en el aprendizaje de los sujetos.

Atendiendo a la importancia de propiciar en el aula la oportunidad de que los alumnos actúen como matemáticos, es decir, que resuelvan problemas, conjeturen y validen, entre otras actividades, pensamos que los textos correspondientes a las editoriales B y C responden en parte a este enfoque. De hecho, proponen al alumno explorar, deducir y justificar la fórmula para el cálculo del área del triángulo. Asimismo, ofrecen la posibilidad de trabajar con distintos tipos de triángulos, de modo de poner de manifiesto la generalidad de la relación que se estudia. Durante el aprendizaje de la demostración, es importante que los alumnos reconozcan la importancia de encontrar argumentos generales, que trasciendan las particularidades de un dibujo o situación específica.

Además, estas dos editoriales mostraron preocupación por distinguir entre perímetro y área, intentando superar errores frecuentes con la confusión de estas magnitudes y su medida, que son señalados por los investigadores (Del Olmo, Moreno y Gil, 1993).

Por otro lado, creemos importante mencionar que en los libros de texto analizados observamos escasas tareas en el mesoespacio y ninguna en el macroespacio. El planteo de propuestas didácticas que exijan la interrelación del alumno con un espacio que excede la hoja de la carpeta o cuaderno, se asemeja más a las situaciones problemáticas que el alumno puede encontrar en la vida diaria e incrementa, por lo tanto, el sentido que el mismo pueda otorgarle al contenido matemático que se esté desarrollando.

Otros aspectos reconocidos en algunos documentos curriculares vigentes, que consideramos deben fomentarse durante el tratamiento del tema área son: el desarrollo de métodos aproximados para el cálculo o comparación de áreas (Freudenthal, 1983; Del Olmo, Moreno y Gil, 1993), el incentivo a la realización de estimaciones (Segovia y cols, 1989; Del Olmo, Moreno y Gil, 1993) y de justificaciones en las actividades propuestas (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997).

El análisis realizado posibilita por un lado, identificar las aproximaciones al concepto de área que promueven un abordaje significativo, fomentando la construcción del sentido de las nociones implicadas. Por otro lado, el estudio de los libros de texto permite caracterizarlos en función de la presencia o ausencia de estas aproximaciones. Algunos investigadores del campo de la didáctica de la matemática sostienen la necesidad de ofrecer a los docentes “herramientas de lectura que les permitan criticar los libros que seleccionan y usan para el trabajo con sus alumnos en las aulas” (Vilella, 2007, p. 70). En virtud de lo observado en este estudio, consideramos que la indagación realizada proporciona al docente herramientas para reflexionar sobre un tratamiento significativo del concepto de área.

Bibliografía

- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Una empresa docente, Universidad de los Andes, Bogotá.
- Battista, T. y Clements, D. (1995). *Geometry and Proof. Mathematics Teacher*, 88(1), 48-54.
- Berthelot, R. Y Salin, M.H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Tesis doctoral. Université Bordeaux 1.
- Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación educativa. Guía práctica*. Ediciones CEAC, SA., Barcelona.
- Chamorro Plaza M. C. y Belmonte Gómez J. (1991). *Problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales*. Síntesis, Madrid.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. ICE/Horsori, Barcelona.
- Cohen, L. y Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. La Muralla, Madrid.
- De Villiers, M. (1993). *El papel y la función de la demostración en Matemáticas. Epsilon*, 26, 15-30.
- Del Olmo M. A., Moreno M. F., Gil F. (1993). *Superficie y Volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Síntesis, Madrid.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactic Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht, Reidel Pub. Co.
- González Astudillo, M. T. y Sierra Vázquez, M. (2004). *Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. Enseñanza de las ciencias*, 22(3), 389-408.
- Kang W., Kilpatrick J. (1992). *Didactic Transposition in Mathematics Textbooks. For the Learning of Mathematics*, 12 (1), 2-7.
- Kiener, F., Götte, M. y Scaglia, S. (2009) *El tratamiento del concepto de área en libros de texto. Actas de III Congreso Internacional de Educación* (Santa Fe, Argentina). Recuperado el 10 de noviembre de 2012 de: <http://www.unam.edu.ar/2008/educacion/trabajos/Eje%203/332%20-kiener.pdf>
- Kiener, F., Scaglia, S. y Götte, M. (2010) *¿Cómo se justifican las fórmulas para el área en libros de texto? Actas de la VIII Conferencia Argentina de Educación Matemática*, pp. 67-74. Recuperado el 10 de noviembre de 2012 de: <http://www.soarem.org.ar/Documentos/CAREMVIII%20-%202010.pdf>
- Llanos, V. C. y Otero M. R. (2009). *Argumentación matemática en los libros de la Enseñanza Secundaria: un análisis descriptivo de las características de los libros de texto y de la argumentación*. Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias (REIEC), 4 (1), 37-50. Recuperado el 10 de noviembre de 2012 de <http://www.exa.unicen.edu.ar/reiec/>
- Maz Machado A. (2005). *Números negativos en los siglos XVII y XIX*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología (2006). *Núcleos de Aprendizaje Prioritarios. 3º Ciclo EGB/Nivel Medio 7º, 8º y 9º años*. Recuperado el 10 de noviembre de 2012 de <http://www.me.gov.ar/curriform/nap.html>
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Traducción al español. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, Sevilla.

- Sanz Lerma I. (1995). *La construcción del lenguaje matemático a través de libros escolares de matemáticas. Las configuraciones gráficas de datos*. Tesis doctoral. Universidad del País Vasco.
- Schubring G. (1987). *On the Methodology of Analysing Historical Textbooks: Lacroix as Textbook Autor. For the Learning of Mathematics-An International Journal of Mathematics Education*, 7 (3), 41-51.
- Segovia, I., Castro, E., Castro, E. y Rico L. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Síntesis, Madrid.
- Sessa, C. y Cambriglia, V. (2007). *La validación de procedimientos para resolver sistemas de ecuaciones*. *Yupana*, 4, 11-24.
- Sierra Vázquez M.; González Astudillo M. T. y López Esteban C. (1999). *Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de bachillerato y curso de orientación universitaria (COU): 1940-1995*. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3) 463-478. Recuperado el 10 de noviembre de 2012 de <http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v17n3p463.pdf>
- Villela J. (2007). *Matemática escolar y libros de texto. Un estudio desde la Didáctica de la Matemática*. Miño y Dávila, Buenos Aires.

Libros de texto analizados

- Buschiazzo, N., Filipputti, S., Lagreca, L., Lagreca, N. y Strazziuso, S. (2002). *Matemática 5. Aprender haciendo matemática*. Grupo P.R.E.M. UNR editora, Rosario.
- Buschiazzo, N., Filipputti, S., Lagreca, L., Lagreca, N. y Strazziuso, S. (2001). *Matemática 6. Aprendo haciendo matemática*. Grupo P.R.E.M. UNR editora, Rosario.
- Equipo didáctico de la editorial Kapeluz (1985). *Manual Kapeluz 5*. Editorial Kapeluz, Buenos Aires.
- Equipo didáctico de la editorial Kapeluz (1985). *Manual Kapeluz 6*. Editorial Kapeluz, Buenos Aires.
- Itzcovich, H. (coord.) Becerril, M. B., Ponce, H., Urquiza, M. G. (2007). *Matemática 5. Primaria*. Tinta Fresca, Buenos Aires.
- Itzcovich, H. (coord.) Becerril, M. B., Ponce, H., Urquiza, M. G. (2007). *Matemática 6. Primaria*. Tinta Fresca, Buenos Aires.

Fabiana Kiener, Sara Scaglia y Marcela Götte. son profesoras de matemática e investigadoras en educación matemática de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Universidad Nacional del Litoral (Santa Fe, Argentina). Han participado en diversas publicaciones referidas a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.
fkienner@gmail.com, sbscaglia@gmail.com, marcelagotte@gmail.com

Anexo: Categorías para el análisis de los libros de texto

En este apartado presentamos los criterios para realizar un análisis de contenido de los libros de texto. Por el carácter descriptivo y cualitativo de esta investigación, no definimos variables independientes y siguiendo a Maz Machado (2005) determinamos los siguientes puntos de interés para caracterizar los textos: Estructura de la obra, Contenido sobre el Área y Justificaciones de las Fórmulas. Con el objetivo de llevar a cabo una adecuada sistematización del trabajo, definimos campos de análisis para cada punto de interés.

Para el estudio de la Estructura de la obra establecimos seis campos, agrupados en dos categorías genéricas denominadas: Caracterización General de la Obra (CGO) y Caracterización del Contenido de la Obra (CCO). Para el foco de atención centrado en el Contenido sobre el Área, definimos catorce campos de caracterización llamados genéricamente: Tratamiento del Concepto de Área (TCA). Para el punto de interés centrado en el estudio de las justificaciones de la fórmula, determinamos diez campos denominados genéricamente Justificación de las Fórmulas de Área (JFA).

Identificamos cada campo de análisis con las iniciales de la denominación genérica a la que pertenece, seguida de un numeral. A continuación describimos cada una de las categorías y campos definidos para el estudio de los libros de texto:

1. Caracterización de la estructura de la obra.

Este punto está dirigido a la obtención de una visión general de la estructura de cada obra, para poder identificar luego las peculiaridades o variaciones en la presentación de los contenidos matemáticos.

Los campos de la primera categoría definida para este foco de estudio hacen referencia a información general del texto. En cambio, los tres correspondientes a la segunda categoría, “tienen que ver con una parte más específicamente relacionada con el contenido sobre ideas y conceptos básicos en la matemática” (Maz, 2005: 99). Veamos los campos elegidos para caracterizar la estructura de la obra:

1.1. Caracterización General de la Obra

CGO1: Indicamos el año de edición y el lugar donde se imprimió el texto.

CGO2: Señalamos el número de páginas, la forma como está dividido el texto y la distribución de sus contenidos.

CGO3: Indicamos los objetivos, intenciones o deseos explícitos que señala el autor.

1.2. Caracterización del Contenido de la Obra

CCO1: Señalamos la parte del texto dedicada al tratamiento del concepto de área. Indicamos también el tema previo y el posterior al desarrollo de dicho concepto.

CCO2: Señalamos aquellas situaciones en las que se utiliza el concepto de área durante el tratamiento de otros temas.

CCO3: Incluimos aspectos relacionados con el tema área que llaman la atención del texto, pero que no son considerados bajo los campos definidos anteriormente.

2. Caracterización del tratamiento del concepto de área.

En este punto de interés sistematizamos la información hallada en el texto concerniente al tema área: presentación, ejemplos, ejercitación, tipo de problemas, contextos y fenómenos. Esto permitirá apreciar los diversos tratamientos por los que se opta en cada texto. Los campos determinados para esta categoría, agrupados bajo el nombre Tratamiento del Concepto Área, son:

TCA1: Detallamos la manera de organizar el tratamiento del tema elegido, si se fragmenta en distintas secciones (introducción, sección de teoría, sección de práctica, ejercicios integrados) o si se combinan estas secciones.

TCA2: Caracterizamos la forma de introducir este concepto por primera vez en el texto.

TCA3: Señalamos el tipo de definición explícita involucrada durante el tratamiento del tema.

TCA4: Indicamos el o los términos utilizado/s en las tareas para referirse al concepto de área.

TCA5: Observamos en este campo el modo en que se establecen las fórmulas para el cálculo de las distintas áreas.

TCA6: Señalamos los tipos de figuras que aparecen en el texto para el tratamiento del área, clasificándolas en cóncavas y convexas. A su vez, cada una de estas categorías se dividen en sub-grupos de figuras con alguna característica en común (por ejemplo, las figuras cóncavas se clasifican en figuras con y sin agujeros y figuras con lados rectos y curvos).

TCA7: Explicitamos las distintas unidades que propone el texto para el cálculo o comparación de áreas. Este campo se clasifica en “convencional” (1 cm^2 , 1 dm^2 , etc.) y “no convencional” (por ejemplo, una baldosa).

TCA8: Mencionamos los materiales propuestos en el texto durante el tratamiento del área con el número de tareas en que se empleó cada uno.

TCA9: Analizamos el aspecto fenomenológico a partir de las aproximaciones al concepto de área propuestas por Freudenthal (1983) incluidas en el marco teórico.

TCA10: Clasificamos las tareas planteadas en libros de texto durante el tratamiento del concepto de área. Para ello, diferenciamos primeramente las tareas según el propósito que persigan:

1. Cálculo del área: En esta categoría incluimos las tareas en las que se propone hallar el área de una figura.
2. Comparación o reproducción de áreas: Mencionamos aquí las tareas en las que se plantea comparar áreas de diferentes figuras o construir una figura con un área determinada.
3. Relación entre magnitudes unidimensionales de una figura y su área: Identificamos en este campo aquellas tareas en las que se propone el establecimiento de relaciones entre magnitudes unidimensionales de una figura –longitudes de los lados, diámetro o radio de un círculo, perímetro de una figura- y el área de la misma.

En todos los casos, realizamos una clasificación de acuerdo con las características del método utilizado para la resolución de la tarea, a saber:

- Métodos Idealmente Exactos (M.I.E.): identificamos aquellas tareas en las que se calculan, comparan o reproducen áreas recurriendo a fórmulas, propiedades o relaciones matemáticas.

- Métodos Aproximados (M.A.): mencionamos aquellas tareas en las que se precisa estimar medidas de longitud o de área para el cálculo, comparación o reproducción de áreas.

Distinguimos además las tareas que requieren procedimientos ya conocidos por el alumno (P.C.) teniendo como base las consignas previas del texto, de aquellas en las cuales se debe crear un procedimiento para poder resolverlas (P.D). Asimismo, diferenciamos las tareas en las que se propone explícitamente una justificación por parte del alumno (c/j) acerca de las conclusiones arribadas, de aquellas en las que no se pide explícitamente el desarrollo de una justificación (s/j).

TCA11: Establecemos el tamaño del espacio con el cual el sujeto entra en interacción en cada tarea, siguiendo a Gálvez (1985, citado en Berthelot y Salin, 1992).

TCA12: Mencionamos el número de tareas en las que se pide al alumno el establecimiento de relaciones entre el área y el perímetro de una figura.

TCA13: Señalamos el conjunto numérico (naturales, enteros, racionales,...) utilizado en las distintas tareas, a lo largo del tratamiento del tema elegido.

TCA14: Incluimos cuestiones de interés que no se consideran en los campos anteriores.

3. Estudio de las justificaciones para las fórmulas de área en libros de texto

Con el objetivo de llevar a cabo una adecuada sistematización del trabajo, definimos campos de análisis para el estudio de las justificaciones. Para el establecimiento de dichos campos, tuvimos en cuenta los aportes de Balacheff (2000) y de Freudenthal (1983) mencionados en el marco teórico.

A continuación describimos los campos definidos para el estudio:

JFA1: Citamos fragmentos del texto y describimos la manera en que se introduce determinada fórmula para el cálculo de superficies.

JFA2: Determinamos el tipo de justificación presentada para cada fórmula. Consideramos la clasificación en pruebas pragmáticas y pruebas intelectuales dadas por Balacheff (2000).

JFA3: Explicitamos el lugar que ocupa el tratamiento de cada fórmula durante el desarrollo del tema área, es decir, qué cuestiones le preceden y le siguen.

JFA4: Siguiendo a De Villiers (1993), planteamos un análisis de los fines de las justificaciones presentes en los libros de texto seleccionados, identificando también si se explicitan o no tales fines.

JFA5: Identificamos las expresiones utilizadas durante la justificación de una fórmula. El interés de este campo radica en determinar si aparecen expresiones del tipo si... entonces, hipótesis, tesis, etc. (Ibañes y Ortega, 2004) que caracterizan las deducciones lógicas; o del tipo: observa, fíjate, en la figura se puede ver, si recortamos, etc. que caracterizan a las pruebas pragmáticas, ya que hacen referencia a aspectos sensoriales.

JFA6: Mencionamos la aproximación al área utilizada en la justificación considerando las planteadas por Freudenthal (1983).

JFA7: Identificamos las reflexiones, si es que existen, sobre cada justificación particular, sobre el tipo de razonamiento que se hace, sus características, efectos y distinciones con respecto a otras posibles justificaciones (Ibañes y Ortega, 2004).

JFA8: Identificamos las explicaciones, si es que existen, sobre el proceso de demostrar, sobre su significado, la distinción entre el enunciado y la justificación, y si en el texto se señalan otras posibles vías de justificación (Ibañes y Ortega, 2004).

JFA9: Describimos el rol del estudiante en la interacción con el texto durante la presentación y/o justificación de las fórmulas (pasivo o activo).

JFA10: Señalamos cuestiones que no se consideraron en los campos anteriores y que merecen ser mencionadas.

Nota: Cabe destacar que las categorías establecidas no resultan mutuamente excluyentes.