

**Diseño instruccional para el aprendizaje del concepto de límite:
 Un estudio de caso en el ITCG, la UJED, la UASLP y la UAN**

**Rafael Pantoja Rangel, Alicia López Betancourt, Maria Inés Ortega Árcega,
 José Cesar Hernández García**

Fecha de recepción :29/11/2012

Fecha de aceptación: 12/10/2013

<p>Resumen</p>	<p>Se generó y aplicó un Diseño Instruccional (DI), para propiciar que alumnos de cálculo de cuatro instituciones de educación superior, ITCG, UAN, UASLP y UJED aprendieran los temas de límites y continuidad. El DI se apoyó en un cuaderno de trabajo conformado por secuencias didácticas, que incluyen actividades de aprendizaje apoyadas en el <i>software WinPlot</i>, videos digitales, una conferencia, un cuestionario basado en el modelo de Felder-Silverman, entrevistas clínicas, un examen de diagnóstico, un examen posttest y una encuesta de opinión. Los resultados del posttest fueron estadísticamente significativos. En el aspecto cualitativo, los alumnos evaluaron positivamente los medios y los materiales. Las producciones mostraron que pudieron relacionar los acercamientos numéricos, tabulares y gráficos para la comprensión de los temas. Palabras clave: diseño instruccional, límite, continuidad, <i>WinPlot</i>.</p>
<p>Abstract</p>	<p>The Instructional design (ID) was generated and applied to enhance the learning of limits and continuity in the calculus course in four institutions of higher education, ITCG, UAN, UASLP and UJED. The DI was supported with a workbook comprised of didactic sequences, including learning activities supported by the <i>WinPlot</i> software, digital videos, a conference, based on the Felder-Silverman model questionnaire, clinical interviews with students, a review diagnostic test and posttest opinion poll. The results of the posttest were statistically significant. In terms of quality, students evaluated positively the media and materials. The productions of the students showed that they were able to relate the numerical approaches, tabular and graphic for understanding the issues. Keywords: instructional design, limit, continuity, <i>WinPlot</i>.</p>
<p>Resumo</p>	<p>Foi gerado e aplicado um design instruccional (ID), para incentivar os alunos para o cálculo de quatro faculdades, ITCG, UAN, UASLP UJED e aprender os limites es os problemas de continuidade. O DI foi apoiado por um livro composto de seqüências didáticas, incluindo atividades de aprendizagem suportados pelo <i>software WinPlot</i>, vídeos digitais, uma conferência, com base no modelo de questionário Felder-Silverman, entrevistas clínicas com os estudantes, um teste de diagnóstico, o exame pós-teste e uma pesquisa de opinião. Os resultados do pós-teste foram estatisticamente significativas. Em termos de qualidade, os alunos avaliaram positivamente os meios e materiaris. As produções dos alunos mostrou que eles foram capazes de relacionar a abordagens numéricas, tabular e gráfica para compeens ão questões. Palavras-chave: design instruccional, limite, continuidade, <i>WinPlot</i>.</p>

1. Introducción

La enseñanza y aprendizaje (E-A) de límites ha sido tratado desde diversas perspectivas (Tall, 1978, 1992; Hitt (2003a, b; Hitt y Lara, 1999; Cantoral, 2001, Martínez, 2010; Elia *et al* 2009; Martínez, *et al* 2011; Saucedo, s/f; Fregoso, 2005) como son el acercamiento analítico, numérico, gráfico, mediados por el uso de las TIC o con el simple trabajo a lápiz y papel. Estos estudios reportados se han tomado como eje directriz en algunas instituciones para transformar el proceso E-A, pero su masificación no es una realidad, porque no ha logrado cambiar la forma tradicional de enseñar los contenidos del curso de cálculo diferencial, (porque parece que son secuenciales e invariables), es decir, ignoran las sugerencias que se hacen en el modelo educativo propuesto por la Secretaría de Educación Pública (SEP), que recomienda organizar los contenidos temáticos de forma distinta, incluir el uso de las TIC, el método de resolución de problemas, el trabajo colaborativo y promover la investigación temprana entre otras.

El modelo educativo adoptado por una gran mayoría de instituciones de nivel superior de México, sugiere también tomar en cuenta en el diseño, formas alternativas para valorar el conocimiento aprendido como pueden ser la evaluación formativa, el portafolio o la evaluación sumativa, que por causas como son la pobre formación pedagógica de los profesores de matemáticas o lo numeroso de los grupos o por el tiempo restringido para los extensos contenidos de los curso son soslayados, y por facilidad se recurre al examen de conocimiento orientado hacia lo algorítmico, que se refleja en frases que aparecen continuamente en las evaluaciones: “*Calcula los siguiente límites*”, “*Factoriza la expresión siguiente*”, “*integra la función*”, “*calcula la derivada de la función*”, entre otros.

En función de tratar de obtener evidencias de aprendizaje y cotejarlas entre sí, en las que se refleje la generación de conocimiento de límites y continuidad, en el estudiante de primer semestre del Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán (ITCG), de la Universidad Juárez del Estado de Durango (UJED), de la Universidad Autónoma de Nayarit (UAN) y de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí (UASLP), se planteó elaborar y aplicar un Diseño Instruccional (DI) (Dick y Carey, 2005; Guárdia y Sangrá, 2006).) cuyo contenido fue organizado en ocho secuencias didácticas (Tobón, 2010).

El modelo que se utilizó para la elaboración de las secuencias didácticas, fue el propuesto por Tobón, Pimienta y García (2010), quien lo describe como el conjunto articulado de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos que para el estudio son las actividades para aprendizaje, los cuestionarios y problemarios, apoyados por videos digitales, el software *WinPlot* y el trabajo a lápiz y papel, proceso que fue valorado mediante examen de conocimientos previos y postest, entrevistas clínicas, encuesta de opinión y observaciones directas en el aula.

Una primera situación a valorar fue el tiempo que cada una de las instituciones dedica al trabajo en el aula para límites y continuidad, debido a que se difiere en los tiempos asignados al tema, lo que originó modificaciones en la forma de trabajar las secuencias, en la selección de los medios y materiales a usar, así como la forma de evaluar, pero sin modificar la esencia del DI propuesto.

Fueron varias las diferencias que se identificaron al discutir los reportes de investigación de cada una de las instituciones participantes en el estudio, pero desde el punto de vista de los investigadores, ninguna fue significativa para desviar los resultados. Algo sustancial fue, por ejemplo, que en la UAN y en la UJED, los alumnos sujetos a la fase experimental están inscritos en grupos únicos, en carreras relacionadas con las matemáticas, *ie*, Aplicada en la UJED y Educativa en la UAN, mientras que en el ITCG y en la UASLP, se seleccionaron dos grupos de alumnos de ingeniería. Esta característica de la muestra tuvo consecuencias sobre la selección de los medios y materiales, porque en la UJED, se orientó más hacia el proceso analítico de límites y el uso de *WinPlot*, y como complemento la consulta de los videos digitales (VD), mientras que en la UAN, los videos fueron el motivo de la interacción alumno-alumno y alumno-profesor en el aula.

En el caso de los alumnos de ingeniería del ITCG y de la UASLP, se propuso que los VD se consultaran cada día antes a la sesión en el aula, por ejemplo, la indicación para la sesión 1, fue: “*Del DVD Teoría previa de límites de funciones reales de una variable real, ver el video V01 en los apartados: introducción al límite, contenidos de límites, procesos infinitos, aproximación del círculo*”, porque se pretendió que fungieran como un elemento generador de conocimiento previo del contenido a tratar, que propiciara y enriqueciera la interacción alumno-alumno y alumno-profesor en la sesión de clase, situación que no se cumplió en su totalidad (Martínez, 2010; Hernández 2012), por causas atribuibles a la actitud de los estudiantes que no se acostumbran a ejecutar las actividades extraclase programadas por el profesor, hasta que se les convence (obliga), después de varios intentos, de que el hecho (o al menos intentar) de realizar las tareas, es un paso importante para propiciar una discusión en el aula, que conlleve a que su entendimiento sobre límites y continuidad logre promover en él un aprendizaje duradero.

Cada institución aplicó el DI, de acuerdo a las condiciones de su entorno, como suele suceder en el contexto educativo nacional, en el que cada profesor, cada institución oferta los contenidos matemáticos de acuerdo a las especialidades ofertadas y a sus objetivos. En la Tabla 1 se presentan las decisiones tomadas por los grupos de investigadores de las instituciones, con respecto de la forma de aplicar el DI.

Tabla 1. Elementos del DI en cada institución educativa

Acción	ITCG	UAN	UJED	UASLP
Selección de Grupos	2 experimentales 2 control	Grupo único de matemáticas	Grupo único de matemáticas	2 experimentales 1 Control
Videos digitales	En actividad extraclase y en el aula	En el aula	Como complemento	En actividad extraclase y en el aula
Software	<i>WinPlot</i>	<i>WinPlot</i>	<i>WinPlot</i>	<i>WinPlot</i>
Entrevista clínica	No	Si	No	Si
Examen de conocimientos previos	Aplicado	Aplicado	Aplicado	Aplicado en formato electrónico
Postest	Aplicado	Aplicado	Aplicado	Aplicado
Encuesta	Aplicado	Aplicado	Aplicado	Aplicado

2. Diseño Instruccional

El Diseño Instruccional (DI) es un proceso fundamentado en teorías de disciplinas académicas, especialmente en las relativas al aprendizaje humano, que tiene el efecto de maximizar la comprensión, uso y aplicación de la información, a través de estructuras sistemáticas metodológicas y pedagógicas. Una vez diseñada la instrucción deberá probarse, evaluarse y revisarse, atendándose de forma efectiva las necesidades específicas del individuo. El DI se centró en el modelo de Dick y Carey (2005), cuyas fases fueron las directrices que guiaron la puesta en escena de la etapa experimental. En la Tabla 2 se presenta la secuencia 2 del DI.

3. Medios y materiales

El DI es una metodología de planificación pedagógica que sirve de referencia para producir una variedad de materiales educativos atemperados a las necesidades estudiantiles, como un elemento preponderante para lograr calidad del aprendizaje (Yukavetsky, 2003) y que para el estudio aquí descrito fueron los siguientes:

3.1 Tutorial de WinPlot para uso específico del estudio de límites. Contiene información para su descarga e instalación en su computadora, descripción sobre el uso de comandos y menús para graficar funciones y analizar su comportamiento.

3.2 Tres DVD's con 28 videos digitales con la teoría previa de los contenidos de límite y continuidad. Este objeto para aprendizaje permite al alumno adquirir el conocimiento previo de límite y continuidad, de tal forma que pueda cuestionar, discutir y reflexionar con el profesor y sus compañeros.

3.3. Examen de conocimientos previos. Es un examen elaborado para valorar los conocimientos previos del estudiante antes de aplicar la fase experimental.

3.4 Cuaderno de trabajo. Se integra de ocho secuencias didácticas que el alumno contesta en grupo colaborativo en el aula y fuera de ella, acorde con lo señalado en el cronograma de actividades. En la Tabla 2 se describe la discusión D01.

Tabla 2. Una actividad del diseño instruccional

#	Tema	Actividad para realizar en el aula de clases o en la compuaula:	Actividades extraclase para el alumno
2	Procesos infinitos y concepto de límite. Acercamiento numérico y gráfico.	<p>Aula</p> <ul style="list-style-type: none"> • Discusión de los conceptos vistos en el video V01 y las respuestas al cuestionario C01. <p>Compuaula</p> <ul style="list-style-type: none"> • Discusión de los conceptos de acercamiento numérico y gráfico del límite, vistos en el video V01. • Realizar las actividades de aprendizaje A01 sobre los acercamientos numérico y gráfico. • El maestro entrega a cada alumno el cuestionario C02 y problemario P01 	<ul style="list-style-type: none"> • De DVD V01 analizar la teoría previa de límites de funciones reales de una variable real, en los apartados de acercamiento numérico y gráfico. • Contestar cuestionario C02 para los contenidos de acercamiento numérico y gráfico en equipo. • Solución del problemario P01 sobre acercamiento numérico y geométrico. • Del DVD V01 estudiar la Teoría previa de límites de funciones reales de una variable real, en la opción de la definición de límite.

3.5 Problemario. Ejercicios y problemas seleccionados de límites. En la Figura 1 se presenta el problema 2 del problemario P01: Aproximaciones numérica, geométrica y analítica y en la figura 2 las instrucciones para los videos de procesos infinitos.

2. Empleando un acercamiento geométrico corrobora los límites siguientes:	
$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{2x^2 - x + 8} = \sqrt{8}$	$\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{x}{x^2-1}} = 1$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$ no existe

Figura1. Acercamiento geométrico de límites.

Discusión (D01) sobre los **videos** de procesos infinitos y aproximación del círculo.

Técnica para el dialogo.

Nombre: Piensa, forma una pareja y comenta.

Tamaño del grupo: 2 alumnos

Tiempo de trabajo: 10 a 12 minutos.

Procedimiento:

1. Al inicio de la clase, pedir a los alumnos que formen parejas para trabajar durante esta sesión. Asignarse de común acuerdo quien será el “alumno A” y “alumno B”
2. Plantear las preguntas a la clase:
 - a. ¿En algún momento el área del polígono será igual al área del círculo?
 - b. ¿Qué entiendes por la expresión $\left(A_{\text{círculo}} - A_{\text{polígono inscrito}} \right) < \epsilon$?
3. Dar dos minutos a los alumnos para pensar en ella e idear las respuestas individuales.
4. El alumno A comenta sus respuestas con el alumno B y, después, que el alumno B le comenta las suyas. Si no están de acuerdo, deben clarificar sus ideas, de manera que estén preparados para explicar cómo y por qué discrepan. Posteriormente deben negociar una respuesta conjunta, basándose en las ideas de ambos.
5. Escribir las respuestas, para posteriormente entregarlas.
6. El maestro solicitará un número determinado de respuestas individuales a las parejas procurando que solo participen las parejas que tengan ideas que no sea hayan mencionado.

Figura 2. Instrucciones para los videos de procesos infinitos.

3.6 Cuestionarios. Tienen como finalidad centrar la atención en lo que es más relevante para propiciar la reflexionar y comprensión de los conceptos y se trabajaron en grupo colaborativo y se discutieron con el profesor. En la Figura 3 se presenta el problema 3 del cuestionario C02.

Problema 3. Para la función cuya gráfica se muestra a continuación, identifica cada límite solicitado o establece si el límite no existe.

a) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$	e) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ g) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x)$
--	---

Figura 3. Cuestionario sobre límites laterales.

3.7 Post-test. Examen de conocimientos que se aplicó al final del trabajo de campo a los grupos experimental y de control.

3.8 Encuestas. Instrumento para evaluar la opinión de los alumnos con respecto a los medios y materiales y a la satisfacción de estudiante por la propuesta didáctica.

3.9 Cuestionario Felder-Silverman. El modelo de Felder y Silverman (AGHARTA, 2006) tiene como función identificar el estilo de aprendizaje y se aplicó a los alumnos de la UASLP, para planear la forma de utilizar los medios y materiales diseñados para la propuesta. El cuestionario se adaptó al formato electrónico (Ver Figura 4) con el software *Neobook* Ver. 5.5.1 y se integra de 44 preguntas divididas en cuatro bloques con once preguntas cada uno, en el que las respuestas del estudiante se clasifican por cada bloque de manera automática y se guardan en un archivo individual, que se ubica en un espacio del disco local de la computadora en la que se ejecuta. Estos archivos se revisaron y se clasificaron las respuestas de los estudiantes.

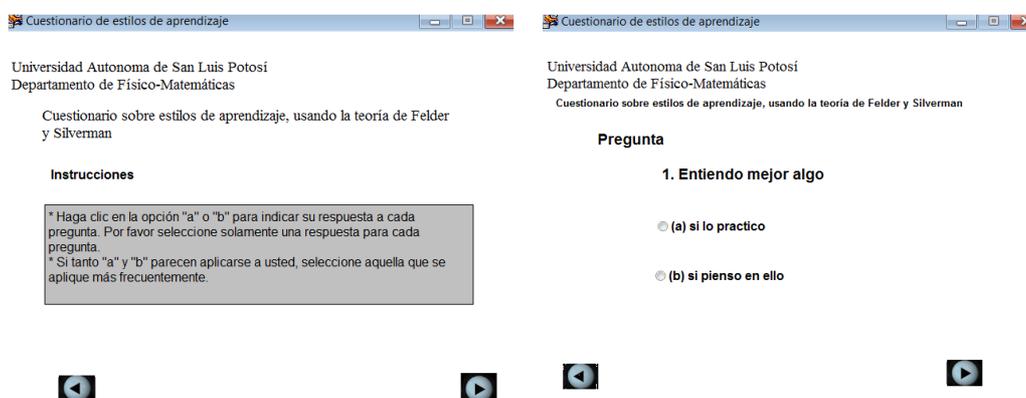


Figura 4. Pregunta 1 del cuestionario Felder-Silverman

De los datos obtenidos de cada uno de los cuestionarios aplicados, se describen las tendencias de los alumnos, respecto de la clasificación de los cuatro bloques: Activo-reflexivo, sensorial-intuitivo, visual-verbal y secuencial-global:

- **Bloque Activo-reflexivo.** El 54.5% de los alumnos presentan una tendencia hacia el aspecto visual.
- **Bloque sensorial-intuitivo.** El 68% de los alumnos se mantienen entre lo activo y lo reflexivo.
- **Bloque visual-verbal.** El 68.2 % de los alumnos se mantiene en el equilibrio entre lo sensorial y lo intuitivo.
- **Bloque secuencial-global.** El 50% de los alumnos del grupo experimental presentan una tendencia hacia al aspecto secuencial esto significa que aprenden en pequeños incrementos, cuando el siguiente paso está siempre lógicamente relacionado con el anterior.

La mayoría de los alumnos del grupo experimental tienen tendencias hacia un aprendizaje visual a través de gráficas, películas (*DVD*), diagramas, además de actividades de lecturas que ayuden a la discusión y a la reflexión, con respecto a la solución de problemas, requieren de actividades que les permitan seguir procedimientos en pasos lógicos y la habilidad de trabajar en grupo colaborativo.

4. Fase experimental en la UJED

La aplicación de la propuesta en la Escuela de Matemáticas en la UJED derivó en el trabajo de tesis de una egresada, quién en coordinación con el Secretario Académico y la Directora de tesis fueron los que guiaron la fase experimental, cuyo reporte culminó en una exitosa defensa de tesis para obtener el título de Licenciado en Matemática Aplicada.

A continuación se describen de forma general las acciones que se llevaron a cabo en la UJED previo a la aplicación del DI son:

- Una reunión con la maestra responsable del grupo para acordar los temas y la planificación en días y tiempo. También se acordó que la maestra explicaría al grupo acerca de la estrategia didáctica a aplicar. Cabe comentar que ella decidió no estar presente durante la exploración.
- Revisión y discusión del DI: Producción de los DVD's, copias de los problemarios, cuestionarios, actividades de aprendizaje.
- Reunión con el Secretario Académico, la responsable del proyecto y la tesista para acordar el tema para la conferencia introductoria y lo que se espera obtener.
- Solicitud a la Secretaría Administrativa para trabajar en el aula Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT)

A continuación se discuten dos orientaciones de la fase experimental en la UJED: la interacción alumno-conferencista y el desarrollo, por parte de los estudiantes, de las representaciones gráficas, tabulares y analíticas (Duval, 1998; Luna, 2011).

4.1. Conferencia sobre la evolución histórica del límite

Hitt (2003) menciona que el concepto de límite es de los considerados difíciles en su enseñanza y aprendizaje, además que éste implica el introducir otro concepto delicado como es el de infinito. En López, Espinoza y Alonso (2009) se precisa que los estudiantes de primer semestre de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas de la UJED, manifiestan una tendencia en la conceptualización de infinito potencial, que conforme avanza en sus estudios, se madura y se acerca al logro de la aprehensión o acercamiento de infinito real. Así que para la fase experimental se decide iniciar con una conferencia sobre la evolución histórica del concepto de límite, con la finalidad de promover en los estudiantes el acercamiento al concepto del infinito real.

La conferencia "**Evolución histórica del concepto de límite**" se programó para la tercera sesión y estuvo a cargo del F. M. Isaac Mejía Hernández, quien enfatizó el proceso y el intervalo de tiempo tan extenso que se requirió para lograr la madurez del concepto de límite, acorde con Valdivé (2008), quien señala la importancia de estudiar la evolución histórico-epistemológica del concepto.

Con intención de recuperar impresiones de los estudiantes se les proporcionó, al finalizar la conferencia, un cuestionario con ocho preguntas. Éste cuestionario se resolvió de manera individual, posteriormente compartieron sus respuestas con el grupo. Atención especial se le dio a las pregunta 4 y 5 (Ver Figuras 5 y 7), que generaron una discusión por parte de los estudiantes con el conferencista.

Pregunta 4. Considere los segmentos \overline{AB} y \overline{CD} de la figura. ¿El segmento \overline{CD} tiene más, igual o menos puntos que el segmento \overline{AB} ?

A _____ B

C _____ D

Figura 5. Pregunta relacionada con el infinito.

Algunos estudiantes consideraron que el segmento \overline{CD} tiene más cantidad de puntos, justificando su respuesta en que es "más grande". Después de unos minutos de debate, el expositor recurrió a una figura ilustrativa de una función que aplica del segmento \overline{AB} al segmento \overline{CD} (ver Figura 6), sin embargo, algunos estudiantes continuaban con incertidumbre y defendían su idea.

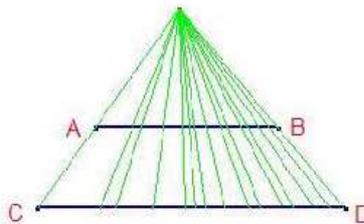
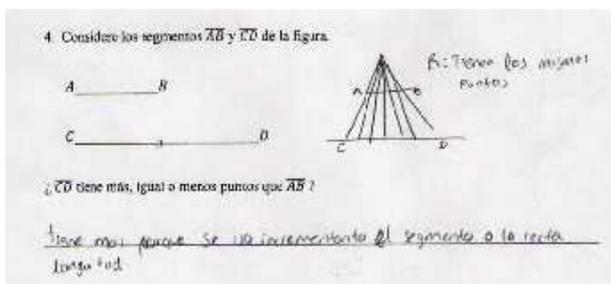


Figura 6. Aplicación del segmento AB al segmento CD

Pregunta 5. ¿Hay igual cantidad de enteros positivos $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,\dots\}$ que de enteros positivos pares $\{2,4,6,8,10,\dots\}$, o más, o menos?

Figura 7. Pregunta relacionada con el infinito.

En la siguiente figura se muestra lo expresado por los estudiantes respecto a que el segundo conjunto tenía menos elementos

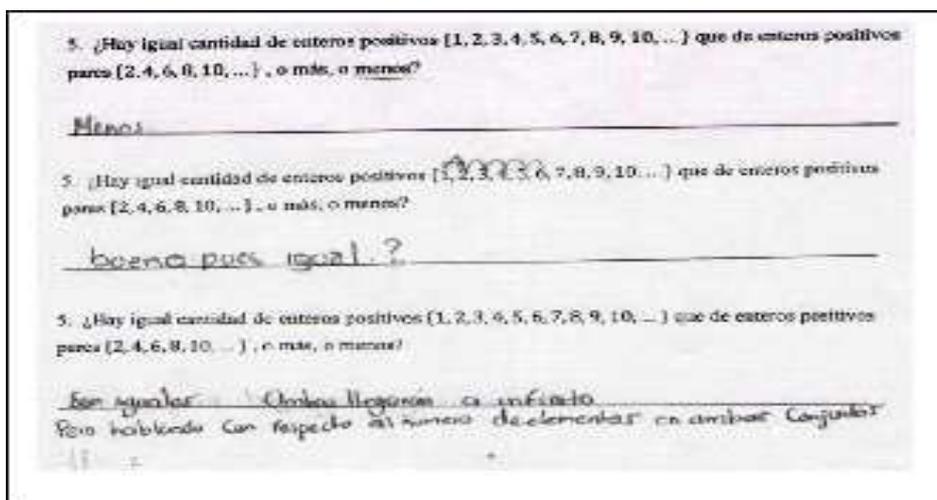


Figura 8. Respuesta de un estudiante a la pregunta 5.

En general, los estudiantes sólo tienen antecedentes del precálculo y la idea intuitiva se inclina hacia el infinito potencial (Hitt, 2009) lo cual crea conflictos

cognitivos. Esto motivó una controversia con crítica constructiva de la que se pudo rescatar la distinción entre el infinito potencial y el infinito real. La conferencia provocó en los estudiantes conflictos cognitivos al pensar en estas soluciones. Se apreció que no todos quedaron convencidos, pero si se introdujo incertidumbre de sus respuestas y el repensar de forma distinta.

4.2. Representaciones gráficas, tabulares y analíticas

El segundo eje de análisis corresponde al cuestionamiento ¿cómo los estudiantes desarrollaron las representaciones gráficas, analíticas y tabulares para acercarse al concepto de límite en ambiente *WinPlot*?

Lo primero a comentar es que los problemarios, cuestionarios y las actividades de aprendizaje fueron diseñados para que los estudiantes se apoyen continuamente en las representaciones gráficas, analíticas y tabulares.

A continuación se discuten algunas de sus producciones en las que se evidencian las diferentes representaciones que trabajaron.

En el ejercicio 5 se trata de proponer el acercamiento número y gráfico, para ello se pide emplear un acercamiento geométrico para demostrar un límite, en síntesis este ejercicio, son una serie de pasos para construir la interpretación geométrica de límite, proponiendo un ε , y es aquí donde resulta interesante mencionar que algunos estudiantes proponían para la siguiente instrucción:

“Propón un valor muy pequeño al que llamaremos ε , considerando que $\varepsilon > 0$ ”

Propusieron el valor $\varepsilon=1$, situación que se discutió y se aclaró en su momento, y más aún, al finalizar el ejercicio y llegar a la construcción que se muestra en la figura 4, se enfatizó que ε debe ser muy pequeño, que para cada ε propuesto, existe un δ que forma un intervalo $(a+\delta, a-\delta)$ de modo que a cada punto de este intervalo le corresponde otro punto dentro del intervalo $(L-\varepsilon, L+\varepsilon)$, para comprobarlo se proponen x_0 , como se muestra en la figura 9 correspondiente a los intervalos que plantearon.

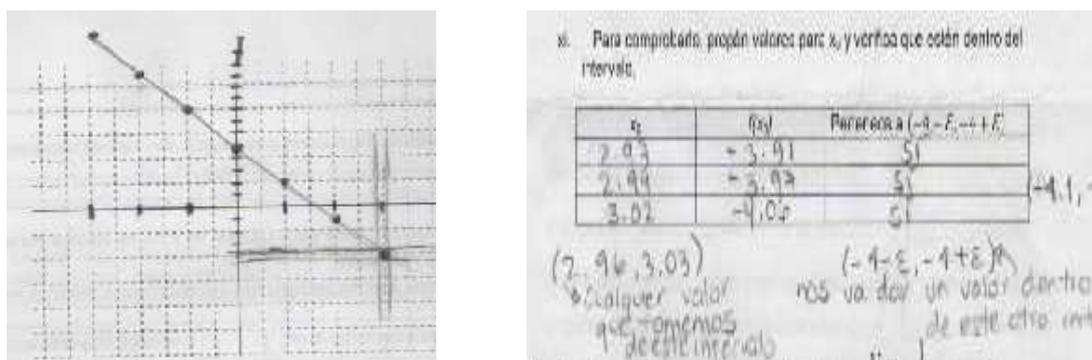


Figura 9. Interpretación gráfica de ε y δ por parte del alumno.

El análisis numérico y geométrico de límite son dos acercamientos al concepto que en el aula no se les da la misma importancia que al proceso algorítmico, situación que se trata de subsanar en el DI planteado, porque son fundamentales para que el alumno se apropie del concepto de límite. Se evidencia que los alumnos al inicio de las actividades tuvieron dificultades en la interpretación de los acercamientos numérico y geométrico, pero finalmente, se logró un análisis enriquecedor y constructivo, lo que coincide con lo expresado por Hitt (2003) en

donde expresa que la enseñanza del cálculo ha estado enfatizada a aspectos algebraicos sin atender otras representaciones lo cual limita la comprensión de conceptos del cálculo.

Al elaborar el plan de trabajo para ejecutar el DI pareciera que lo escrito será plasmado en la realidad, sin embargo siempre existirán divergencias, y una de ellas fue la extensión en el número de sesiones, que de once programadas se llegó hasta catorce, aún y cuando se eliminó el tema de continuidad.

El trabajar de forma continua durante catorce sesiones más el trabajo extraclase permitió que la mayoría de los estudiantes pudieran trabajar el razonamiento analítico del límite a partir de la definición formal (Ver figura 10).

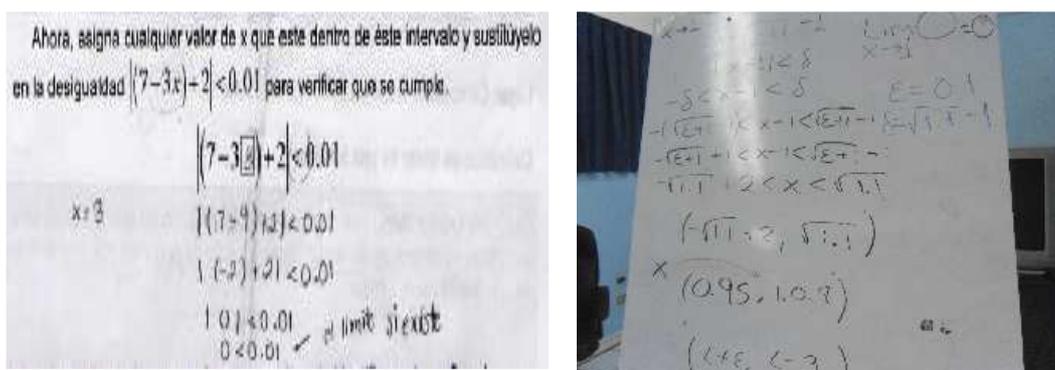


Figura 10. Trabajo con la definición formal de límite

A partir de la sesión 7 se empezó a percibir incomodidad por parte de algunos de los estudiantes ante el hecho de realizar las secuencias didácticas en EMAT, expresando su interés por trabajar en el salón de clase, donde una vez que el maestro explica el tema, se propone realizar ejercicios, es decir, de la forma tradicional.

Ante esto, las responsables del proyecto platican con los estudiantes antes de finalizar esta sesión. Éstos externan haber aprendido a graficar en *WinPlot* pero que les gustaría que la profesora resolviera más ejercicios en pizarrón, que se trabajara más la sección de desigualdades, que efectivamente había sido uno de los temas en que los resultados fueron muy bajos en el examen de diagnóstico. También expresaron que el tiempo estimado para cada sesión debía ser más amplio, dado que se les acumulaba el trabajo extraclase de los problemarios, cuestionarios y los DVD's además de las actividades de otras materias.

En correspondencia a esta actitud de los estudiantes de la UJED, se encuentran los comentarios de los profesores del ITCG y de la propia UJED, que en sesiones de academia afirman que la actitud de los alumnos actuales dista mucho de la esperada por los profesores, quienes sugieren desde que inicia el curso, se promuevan en el grupo valores como la puntualidad, honestidad, responsabilidad, participación, entre otros, como parte de su actitud para aprender, pero desafortunadamente esta falta de compromiso obstaculiza el avance de la programación de actividades sujetas a metodologías de enseñanza alternativa, como la aquí descrita.

Por fortuna en la UJED, la plática con las responsables ayudó a que los estudiantes hicieran un mayor esfuerzo y comprometerse a cumplir con el resto de las sesiones, sin embargo se eliminó el tema de continuidad.

5. Entrevistas

En la UAN y en la UASLP se incluyó la entrevista clínica con estudiantes, por considerar que la opinión de los estudiantes sobre la alternativa didáctica, es importante. Se transcriben algunas de las opiniones de las grabaciones de las entrevistas con los estudiantes de la UAN y de la UASLP.

5.1. Entrevista al Alumno 1

Entrevistador: Quisiera saber tu opinión acerca del examen, las dificultades que enfrentaste a la hora de resolverlo y como lo hiciste, es decir, ¿Cuál fue tu estrategia? Veo que tienes por escrito todas las estrategias al resolver los límites de la pregunta uno, pero me llama la atención que al llegar al límite trigonométrico, no hayas escrito la estrategia que utilizaste ¿podrías comentarla?

Alumno 1: Fue por deducción, resolví todo ese bloque de ejercicios sólo me faltó el trigonométrico al ver único inciso que quedaba libre -de relacionarlo con la respuesta correcta- supuse que esa sería la respuesta. No tuve idea de cómo se resolvía.

Entrevistador: ¿Cuál fue la estrategia para resolver la pregunta 5?, ¿Cómo le hiciste?

Alumno 1. La estrategia para resolver el problema fue graficando, de acuerdo a las gráficas me daba una idea de donde más o menos se presentaba una discontinuidad.

Entrevistador: Dime todo lo que viene a tu mente cuando digo límite, asíntotas y continuidad

Alumno 1: Límites; lo primero que se me viene a la cabeza, lo primero que pienso es a lo que se aproxima un valor, lo máximo que se pueda acercar. Asíntotas; lo primero que pienso es la discontinuidad

Entrevistador: Por último, ¿Te gustó la forma de trabajo en equipo, los videos, el WinPlot?

Alumno 1: Sí, todo me gustó sobre todo el WinPlot por que a partir de mis respuestas o resultados yo comprobaba con WinPlot para ver si era correcto, comprobaba mis resultados y a partir de eso me daba cuenta si está mal o bien, el trabajo en equipo me ayudó mucho pues también aprendía mucho cuando trataba de explicarles algo.

5.2. Entrevista al Alumno 2

Entrevistador: ¿Qué problema se te complicó más? y ¿Cuál fue la estrategia?

Dulce Lucero: Realmente el ejercicio 5 se me complicó mucho y no haber podido comprobar la respuesta del límite trigonométrico.

Entrevistador: ¿Quisieras agregar algo más?

Alumno 2: Bueno pues, se me hizo muy interesante la clase, así como usted la dio, en un principio yo estuve en contra de los videos porque me dije yo no quiero videos

yo ocupo la explicación de la maestra, pero conforme fue trascurriendo las clases me di cuenta que cuando veía los videos en mi casa y después llagaba a clase entendía mejor al clase. Por los videos me daba noción del tema que veríamos y reafirmaba más mis conocimientos; los videos me hicieron razonar y me hicieron independiente del maestro yo era una chava que dependía mucho de los maestros y ahora ya no, trato de ser más independiente

Entrevistador: Por ultimo ¿Te gustó la forma de trabajo en equipo?, ¿Los videos?, ¿El WinPlot?

Alumno 2: *Para mí, la verdad me gustó mucho la forma de dar su clase, el WinPlot me ayudó mucho, porque podía ver cómo era el límite, no lo vi como cuentas, como fórmulas, lo vi físicamente, a muchas personas nos ayuda mucho el ver lo que hacemos; con respecto al equipo, también me gustó mucho porque compartimos ideas, conclusiones, a parte nos explicábamos unos con otros, y así como lo hicimos al interior del equipo, también al exterior con otros equipos discutíamos las ideas. Sentí como si todo el grupo fuéramos un equipo me divertí mucho.*

5.3. Entrevista al alumno 3

Entrevistador: Por último, ¿Te gustó la forma de trabajo?, ¿Los videos?, ¿el WinPlot?, ¿En equipo?

Alumno 3: *Sí, lo único que no me gustó mucho fueron los videos porque no se entendía, además iba muy rápido, me gustó mucho el trabajo en equipo, porque todos nos ayudamos, porque lo que yo no sabía, algún compañero lo sabía y me lo explicaba, nos ayudamos mucho entre sí, además de que era muy divertido.*

5.4. Entrevista al alumno 4

Entrevistador: Dime todo lo que viene a tu mente cuando digo límite, asíntotas y continuidad.

Alumno 4: *limite pues según yo es un punto límite, es una función donde llega a un punto que..... Asíntotas son para dividir regiones, la recta que pasa cerca de una función pero no lo toca. Continuidad son las funciones continuas y las funciones continuas son funciones infinitas.*

Entrevistador: Por último ¿Te gustó la forma de trabajo?, ¿Los videos?, ¿El WinPlot?, ¿En equipo?

Alumno 4: *A mí lo que me gusto fue trabajar en el WinPlot y lo que no me gustó fueron los videos porque no les entendía.*

Se nota en la actitud de los alumnos que la propuesta fue de su agrado, que tienen argumentos válidos para defender su conocimiento sobre límites.. Ni que hablar de trigonometría, que aunque está incluida en los cursos de bachillerato, no es tratada con la misma atención que álgebra, que por comentarios de los estudiantes, “no la entienden porque nunca la vieron en su escuela”, así que no es novedad el hecho de que los alumnos no los puedan solucionar.

Respecto de los videos, algunos alumnos no dispusieron de un lector de DVD en su casa o en su computadora, así que no se cumplía con la tarea de observarlos antes de la sesión en el aula, para tener un conocimiento previo y así enriquecer la interacción alumno-alumno y alumno-profesor.

Por otra parte el video como un precursor de conocimiento siempre ha sido cuestionado, pero la postura en este trabajo, es de apoyo, es de proporcionarle al estudiante una ayuda en la que pueda apoyarse para cumplir con sus tareas, en la que se destaca también su importancia como generador de conocimiento previos al tema que se tratará en el aula, donde con el trabajo colaborativo y las aportaciones del profesor, se fortalece la perspectiva de apropiarse del contenido matemático seleccionado.

Asimismo, el alumno tradicional requiere que el profesor le explique en el pizarrón, se desespera porque no entiende y opta por dejar de lado los videos, ignora las actividades de aprendizaje y se transforma en un ente negativo en las sesiones, de tal forma que intenta bloquear el buen desarrollo del grupo colaborativo, porque está acostumbrado a que el profesor sea e centro de atención en el aula, porque como lo menciona el alumno 2, su participación en el trabajo evolucionó conforme transcurrían las sesiones, no sólo en su grupo, sino con el resto de los grupos de su curso.

6. Encuestas

Con el propósito de indagar la satisfacción por la nueva metodología de enseñanza y los materiales, se aplicaron encuestas a los alumnos sujetos a la investigación, porque se considera que son importantes los aspectos cualitativos, referentes a la actitud de los sujetos sobre la propuesta.

Además de las observaciones realizadas por el profesor en la sesión posterior a la consulta del video y de los cuestionarios, se observó que los motiva en el aprendizaje del nuevo conocimiento, porque se promovieron las actividades extraclase, las discusiones en el aula y el trabajo con la computadora. Se sabe que el uso del software de matemáticas es un buen medio para aprender matemáticas, tal y como sucedió en esta investigación, además de las observaciones realizadas por el profesor en la sesión posterior a la consulta del video y de los cuestionarios, se observó que los motiva en el aprendizaje del nuevo conocimiento.

Después de aplicar la estrategia didáctica a los alumnos del grupo experimental se notó mejoría en aspectos como una mejor visualización de los temas, una mayor actividad en el tratamiento de los temas y un sobresaliente desempeño en la solución de problemas. Paralelamente, los alumnos desarrollaron con esta estrategia, habilidades de trabajar en grupo, visuales, operativas y racionales, ya que la estrategia es más integradora que una enseñanza tradicional.

La encuesta se cuantificó con una escala de Likert, mediante la que se observó la tendencia de opinión por la metodología, por ejemplo, para la evaluación de los materiales el promedio es de 4.22, y siendo superior a 4 cae dentro de la categoría **De acuerdo**. La Figura 11 muestra los porcentajes para cada categoría, y se observa que el 58% de las respuestas caen dentro de la categoría **De acuerdo**, y el 34% caen en la categoría **Completamente de acuerdo**.

Se presentan algunos comentarios de alumnos de la UJED en los que expresan su satisfacción y conformidad a la estrategia aplicada, donde no están de acuerdo en elaborar demasiado trabajo extraclase, otros más hacen referencia al tiempo de aplicación y un sólo alumno expresa que prefiere "la clase tradicional".

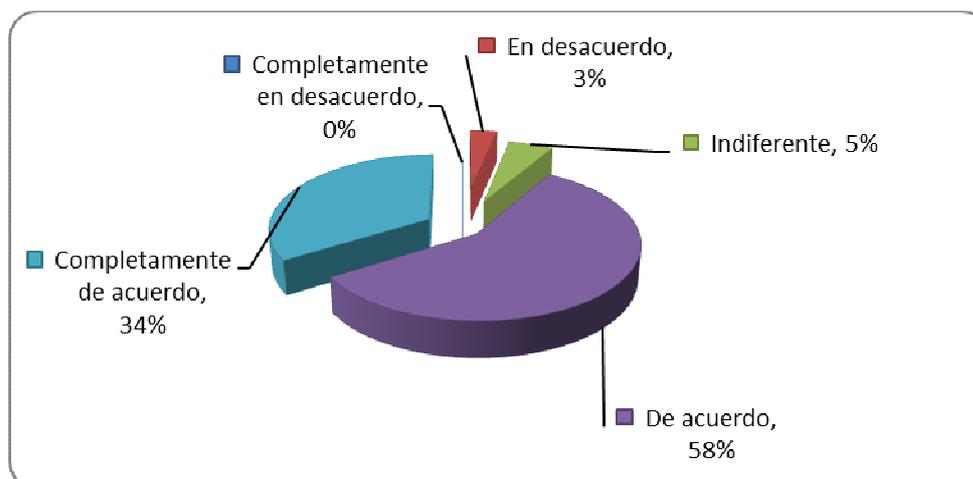


Figura 11. Resultados de la evaluación correspondiente a los materiales.

Estudiante 1: Me pareció una muy buena actividad porque nos damos cuenta qué pasa realmente en la gráfica, además de conocer un modo distinto de aprender el tema.

Estudiante 2: Las actividades de aprendizaje son un buen método de enseñanza ya que se analiza la función.

Estudiante 3: Este curso fue muy bueno porque complementé mi aprendizaje de buena forma.

Estudiante 4. Me gustó mucho la manera de explicar de la profesora lo que me molestaba poco era la carga de tarea.

Estudiante 5. Fue muy rápido el curso y no se tenía el tiempo necesario para resolver los cuestionarios.

Estudiante 6. Yo prefiero la clase tradicional en donde el profesor da la clase completa e interactúa poco con los alumnos, el trabajo en la computadora puede hacerse como un extra, el profe podría recomendar usar el WinPlot de tarea.

La mayoría de los estudiantes mostraron satisfacción sobre el DI aplicado, aunque, algunos estudiantes se mostraron renuentes a la propuesta, cabe mencionar que estos últimos vienen a coincidir con los alumnos que más inasistencias tuvieron durante la fase experimental. Por lo que esta falta de compromiso e inconstancia induce a los mismos a no aprovechar de manera adecuada la metodología planteada.

7. Examen de conocimientos previos

Una de las actividades iniciales, fue solucionar los problemas referentes al contenido de límites y continuidad en los libros más utilizados en las instituciones de educación superior participantes en el estudio, con la finalidad de identificar la matemática que se involucra en la solución de los problemas, para diseñar el examen de conocimientos previos los más apegado a la realidad.

La aplicación del examen de conocimientos previos arroja resultados “esperados” que denotan una pobre preparación algebraica de los estudiantes de las instituciones participantes en el estudio, que evidencian que la preparación académica en función de los resultados, no son satisfactorios para aprender límites

y continuidad, pero sí se afirma que los grupos son homogéneos de acuerdo a los promedios arrojados.

Esta situación es preocupante por el bajo nivel académico que muestran los estudiantes pero también es cierto que es un problema a nivel nacional. Como una medida para subsanar esta falta de conocimientos previos para el curso de cálculo en general, límites y continuidad, en particular, en algunas instituciones de nivel superior se ha implantado un curso propedéutico, remedial o de inducción, orientado a la solución de problemas que promuevan habilidades y capacidades de pensamiento avanzado matemático.

8. Postest

Una vez concluidas todas las fases del diseño instruccional en los grupos experimentales, se aplicó el examen postest, con la finalidad de obtener datos, para corroborar, en base a la premisa de que son distintas las condiciones socioculturales de los grupos experimentales, sí los grupos tendrían o no una diferencia significativa respecto del aprovechamiento obtenido. Una vez analizado los datos con la prueba t , realizado dos a dos de las muestras conformadas por las calificaciones del postest, se determina que los alumnos sujetos a la experimentación no difieren significativamente en el aprovechamiento obtenido por la aplicación de la propuesta sobre el aprendizaje de límites y continuidad. En las Tablas 8 y 9 se presentan los estadísticos arrojados por el programa *StatGraphics* sobre los que se tomó la decisión.

Cada institución implantó su sello personal a cada uno de los respectivos estudios, como son la especialidad, edad, semestre, género, instalaciones, y de la interpretación de los datos con las condiciones locales se determina que todos los alumnos se ubican estadísticamente en el mismo nivel de conocimientos, para los contenidos de límites y continuidad.

Tabla 3. Resumen estadístico de las poblaciones

Estadísticos	Instituciones		
	ITCG	UASLP	UAN
Frecuencia	72	29	14
Media	62.9028	58.4483	66.5714
Varianza	302.427	343.97	509.341
Desviación típica	17.3904	18.5464	22.5686
Mínimo	15.0	13.0	33.0
Máximo	85.0	100.0	100.0
Rango	70.0	87.0	67.0
Asimetría tipi.	-3.81835	-0.898031	-0.255298
Curtosis típificada	1.07414	0.446341	-1.00773

Tabla 4. Resumen estadístico con la prueba t entre las poblaciones

<ul style="list-style-type: none"> • <i>Hipótesis Nula: Media1 = Media2</i> • <i>Hipótesis alternative: Media1 ≠ Media2 suponiendo variancias iguales</i> 	
Valor t y p-valor en un nivel de confianza con un 95.0 % para el postest del ITCG y UASLP	$t = 1.14266$ $p\text{-value} = 0.255936$
Valor t y p-valor en un nivel de confianza con un 95.0 % para el postest del UAN y UASLP	$t = 1.25367$ $p\text{-value} = 0.217063$
Valor t y p-valor en un nivel de confianza con un 95.0 % para los datos del Postest ITCG y UASLP	$t = 0.686787$ $p\text{-Valor} = 0.494108$

9. Conclusiones

Se nota que los alumnos sujetos a la fase experimental, desde el punto de vista de los investigadores participantes, lograron un aprendizaje significativo, lo que conlleva a que alcanzaron habilidades como el trabajo colaborativo, la gestión de la información, la mejora de su comunicación y la promoción de valores.

Los valores son aspectos muy importantes cuando se incluye en el DI el trabajo en grupo colaborativo, ya que la socialización del conocimiento es parte de la convivencia diaria en las instituciones educativas; la motivación para aprender es uno de los primeros valores que debemos promover en el aula, al igual que la honestidad, la puntualidad y el respeto, ya que las generaciones actuales de alumnos universitarios tienen tanta distracciones, que resulta casi imposible competir con las actividades planeadas para trabajo en el aula.

Con base en la entrevista y en los resultados de la encuesta, a los alumnos les agradó trabajar con el programa *WinPlot*, que apoyó el desarrollo de las actividades de aprendizaje, como fueron los cuestionarios y los problemarios, desarrolladas en el trabajo colaborativo. Es importante respecto del uso del *software* de matemáticas, resaltar que propició los acercamientos numéricos y gráfico, *ie*, la visualización y comprensión de lo que pasaba con las funciones al responder los cuestionarios y solucionar los problemarios de límites, al observar los distintos tipos de discontinuidades y el comportamiento de las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

Con respecto a los videos digitales, en un principio les gustaron y se notaban motivados, pero cuando se inició con temas más complicados (Definición de Límite) su consulta extraclase se complicó y argumentaron que no los entienden y hace falta un guía para responder las dudas generadas en ese momento. Lo situación es que los videos se construyeron con la finalidad de que el alumno adquiera conocimientos previos al tema, y así la discusión en clase se enriquezca, porque de lo contrario, al inicio de un tema nuevo, el estudiante tiene más dificultades para lograr aprendizaje. Es cierto que el video se debe de ver en conjunto con el especialista de matemáticas, pero también el alumno debe tener la capacidad para, al menos, lograr entender lo mínimo de los contenidos tratados en el video.

Los instrumentos de evaluación se considera que cumplieron con la función encomendada dentro del diseño instruccional, pero son perfectibles, así que en

reunión posterior con los investigadores del ITCG, UAN, UJED y UASLP, se analizarán en detalle la información generada respectivamente, tendiente a mejorar el diseño instruccional para los contenidos de límites y continuidad. Estadísticamente la propuesta funcionó, y como una observación de su tutora: *“después de aplicar la propuesta, observo que los estudiantes continúan en sus cursos con el trabajo en grupo colaborativo, utilizan el programa WinPlot y los más fascinante, es que se motivaron a buscar software de matemáticas en el que se apoyen para los siguientes temas o cursos de matemáticas”*.

Atención especial merece la participación de los alumnos, quienes fueron el eje central de la propuesta.

Este tipo de trabajos son propuestas didácticas para mejorar el aspecto docente, con la finalidad de que se le dé un cambio sustantivo a la labor que los actores de la enseñanza y aprendizaje desarrollan en el aula, que de la misma forma como se propone que los alumnos trabajen colaborativamente, los profesores agrupados en las academias o en los cuerpos académicos sesionen y propongan alternativas de enseñanza de las matemáticas, para lograr en el estudiante un aprendizaje significativo.

Durante la exploración de esta estrategia, se pudo observar que la clase tradicional fue un obstáculo ya que los alumnos están muy acostumbrados a ésta, sin embargo, al exponer la conferencia sobre el desarrollo histórico del concepto de límite se despertó el interés en los alumnos al ver en otro contexto el tema.

Las secuencias didácticas conforman un gran apoyo para que el alumno analice, conjeture y redacte sus propias conclusiones, lo que permite inducir al alumno a aprender a aprender, y es así que el alumno se deslinda de estas "anclas" con la que venía lidiando.

En este sentido, la estrategia didáctica que se diseñó para abordar el tema de límites en un contexto donde las diferentes representaciones del objeto matemático juega un papel primordial, se puede decir que las herramientas de apoyo propuestas tales como: una conferencia, secuencias didácticas, videos educativos y el software graficador *WinPlot*, realmente permitieron al alumno acceder con más representaciones semióticas al concepto de límite.

10. Recomendaciones

El diseño de la estrategia para abordar temas como el de la derivada y la integral de una función, se sugiere incluya: conferencias, esto despertó el interés en los estudiantes; secuencias didácticas que induzcan al alumno al conocimiento; se apoye en tecnología ya que ésta forma parte de un mundo vanguardista y se fortalezca con material como es el caso de los videos educativos.

La selección del software que se desee incorporar, debe ser de manera muy selectiva para evitar formar un obstáculo cognitivo entre el concepto y sus representaciones. Además que éste debe ser como apoyo y no como parte central de proceso de enseñanza.

Es importante hacer una planeación para las sesiones de trabajo para la exploración de la estrategia, que permita alcanzar los objetivos, pero a su vez, sea

flexible, ya que no se puede determinar un tiempo preciso para que los alumnos terminen las secuencias.

Se recomienda realizar una retroalimentación grupal después de cada secuencia didáctica para fortalecer y complementar con las aportaciones de los alumnos y el profesor. La estrategia debe aplicarse sólo si se cuenta con la infraestructura y el apoyo tecnológico necesario, además de un compromiso de los alumnos por asistir de manera regular, puntualmente y sin distraerse en otras ventanas en el equipo de cómputo.

Bibliografía

- Agharta. (2006). *Manual de estilo de aprendizaje*. Material auto-instruccional para docentes orientadores educativos). Programa Nacional de Educación 2001-2006, Gobierno de la Republica. Disponible en línea:
<http://www.cgms.uady.mx/documentos/Manual-pdf>. Recuperado el 22-08-09.
- Cantoral, R. y Montiel, E. G. (2001). *Funciones: visualización y pensamiento matemático*. Pearson Educación: México. 1-4.
- Cantoral, Ricardo. (1997). *Hacia una didáctica del cálculo basada en la cognición*. Serie: antologías, Área de educación superior Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav – IPN.
- Dick, W., Carey, L. y Carey, J. (2005). *The systematic design of instruction*, 6th Ed. California: Pearson Disponible en línea Recuperado el 24 Noviembre de 2012 de <http://www.comp.dit.ie/dgordon/courses/ilt/ilt0004/thesytematicdesignofinstruction.pdf>.
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II*. Grupo Editorial Iberoamérica, México. 173-201.
- Elia, I. Gagatsis, A., Panaoura. A., Zachariades, T. y Zoulinaki, F. (2009). Geometric and algebraic approaches, the concept of limit and the impact of the didactic contract. *International Journal of Science and Mathematic Education*. Vol 7, june, 765-790.
- Ferrini-Mundy, J. & Graham, K. (1989). *Research in calculus learning: understanding of limits, derivates and integrals*. Research issues in undergraduate mathematics learning: Preliminary Analyses and Results. MAA notes number 33. Mathematical Association of America.
- Fregoso, J. R. (2005). *Aprendizaje de límites de funciones racionales con el empleo de software WinPlot*. Tesis de Maestría en Ciencias en la Enseñanza de las Matemáticas no publicada. CUCEI. Universidad de Guadalajara.
- Guárdia, L. y Sangrá, A. (2006). *Diseño instruccional y objetos de aprendizaje, hacia un modelo para el diseño de actividades de evaluación del aprendizaje on-line*. Recuperado el 23/07/2012 de <http://www.scribd.com/doc/3938421/lectura2>.
- Hee - Sun L. & Soo - Young L. (1996). *Dick & Carey Model*. Disponible en línea: Recuperado el 24-07-2012. http://www.umich.edu/~ed626/Dick_Carey/dc.html
- Hernández, G. (2006). *Miradas constructivistas en psicología de la educación*. Primera edición. Mexico: Editorial Paidós Mexicana.
- Hernández, J. C. (2012). *Estrategia didáctica con base en videos explicativos y el WinPlot para el aprendizaje de límites*. Tesis de Maestría en Ciencias en la Enseñanza de las Matemáticas no publicada. CUCEI. Universidad de Guadalajara.

- Hitt F. & Lara H. (1999). *Limits, Continuity and Discontinuity of Functions from Two Points of View; That of the Teacher and that of the Student*. British Society for Research into Learning Mathematics. pp. 49-54. Lancaster, U.K.
- Hitt, F (2009). El infinito en matemáticas y el aprendizaje del cálculo: infinito potencial versus infinito real. "Seminario Enseñanza del Cálculo. Un reporte". Memorias del Primer Encuentro Nacional sobre la Enseñanza del Cálculo. Ed. CINVESTAV. Págs. 21-36. México, D.F.
- Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. En L. Guerrero, R. García R, A. Sepúlveda & C. Cortés (Ed.), Memorias de las conferencias plenarias del XI Encuentro de Profesores de Matemáticas. Morelia, Michoacán, pp. 1-26. Obtenido 12/10/2003 en <http://www.matedu.cinvestav.mx/librosfernandohitt/Doc-6.doc>.
- Hitt, F. (2003). *El concepto de infinito: Obstáculo en el aprendizaje de límite y continuidad de funciones*. Matemática educativa: aspectos de la investigación, (coordinador, Eugenio Filloy). D.F, México: Fondo de Cultura Económica.
- López, A. Espinoza de los M, J. y Alonso, M. E. (2009). Conceptos del cálculo diferencial en los estudiantes de primer año de la UJED: un diagnóstico de sus percepciones. Ponencia presentada en el Tercer Encuentro Internacional sobre la Enseñanza del Cálculo. Saltillo, Coahuila.
- Luna, M., (2011). Límite de una función real una estrategia didáctica con WinPlot Tesis S/P. Escuela de Matemáticas. Universidad Juárez del Estado de Durango.
- Martínez, R. D., Montero, Y. H. y Pedrosa, M. E. (2001). La computadora y las actividades del aula: Algunas perspectivas en la educación general básica de la provincia de Buenos Aires. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 3 (2).
- Pantoja, R., Martínez, J. C., Nesterova, E., Castillo, L. (2011). Diseño instruccional con soporte en videos digitales y WinPlot para el aprendizaje de Límites. Memorias de la XX Semana Regional de Investigación y Docencia en Matemáticas. ISBN: 978-607-7782-91-9.
- Saucedo, R., Cuevas, F. y Hernández, L. (s/f). Un estudio de límite de funciones racionales: Formas Indeterminadas 0/0. Recuperado el 24 de Noviembre de 2013 en <http://www2.uacj.mx/MatematicasTecnologia/Calculo.htm>. Matemáticas con Tecnología. Universidad Autónoma de Cd. Juárez.
- Tall, D. O. (1992). *The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity and Proof*. Macmillan.
- Tall, D., O. & Schwarzenberger R .L. E. (1978). *Conflicts in the Learning of Real Numbers, and Limits*. Mathematics Teaching. Disponible en línea: <http://www.warwick.ac.uk/staff/David:Tall/pdfs/dot1978c-with-rolph.pdf>
- Tobón, S., Pimienta, J. y García, J. (2010). *Secuencias Didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias*. (1ª Ed.). México: Pearson.
- Valdivé. C. y Garbin, S. (2008). Estudio de los esquemas conceptuales epistemológicos asociados a la evaluación histórica de la noción de infinitesimal. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Vol 11, Núm. 3. 413-450.
- Yukavetsky, Gloria J. (2003). La elaboración de un módulo instruccional. Preparado para el centro de competencias de la comunicación de la Universidad de Puerto Rico en Humacao. Disponible en línea http://academic.uprm.edu/~marion/tenofilla2011/files/1277/ccc_LEDUMI.pdf.

Pantoja Rangel Rafael. Doctor en Ciencias. Profesor de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad de Guadalajara. Integrante del Cuerpo Académico Consolidado “Matemática Educativa Avanzada” de la Universidad de Guadalajara. Vicepresidente de la Asociación de Mexicana de Investigadores del Uso de la Tecnología en Educación Matemática (AMIUTEM). rpantoja@prodigy.net.mx

López Betancourt Alicia. Doctorado en Educación Internacional con especialidad en Tecnología. Profesora de Tiempo completo en la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Juárez del Estado de Durango. Incorporada en el Cuerpo Académico de Matemática Educativa. Línea de investigación enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en ambientes con tecnología. Centrada en diseño de objetos de aprendizaje así como materiales que incorporen diferentes representaciones semióticas. ablopez@ujed.mx

María Inés Ortega Árcega. Doctor en Educación por el Instituto México- Cubano Campus Tepic, Nayarit, México. Profesora de Matemáticas del Área de Ciencias Básicas de la Universidad Autónoma de Nayarit. Maijua9@hotmail.com

José César Hernández García. Maestro en Ciencias en la Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad de Guadalajara. Profesor de Física y Cálculo en el Departamento de Físico-Matemáticas de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, México. Especialidad en la Enseñanza de las matemáticas en el CINVESTAV y ITSLP en el Programa Nacional de Formación y Actualización de Profesores de Matemáticas. jchenandez@uaslp.mx