

Historia Social de la Educación Matemática en Iberoamérica:

Cincuenta años de reformas en el currículo colombiano de Matemática en los niveles básico y medio de educación

Alfonso Segundo Gómez Mulett

| | |
|------------------------|--|
| <p>Resumen</p> | <p>En este trabajo se muestra la evolución del currículo de matemática colombiano para la enseñanza primaria y secundaria entre los años 1951 y 2000, a la luz de las reformas educativas y el análisis de algunos textos, dedicando especial atención a la implantación de la matemática moderna y en particular a la inserción de la lógica y los conjuntos. La elaboración del trabajo se basó en un análisis documental de la legislación educativa colombiana, cotejado con los contenidos de los textos de matemática utilizados en el lapso estudiado y otros trabajos afines. Con la investigación se comprobó que el currículo de matemática para la educación básica ha variado muy poco, conservándose aún aspectos de las reformas realizadas a mediados de los años cincuenta. Palabras clave: Reformas, currículo, matemática, enseñanza básica.</p> |
| <p>Abstract</p> | <p>This paper shows the evolution of the Colombian mathematics curriculum for elementary and secondary levels from 1951 to 2000, based on educational reforms and the analysis of texts for teaching, paying particular attention to the development of modern mathematics and in particular the integration of logic and sets. It presents a documentary analysis of the Colombian education legislation, of the content of mathematics textbooks, and other related documents used in the period studied. It was found that the mathematics curriculum for basic education has undergone little changes, however it still remains some aspects of the reforms introduced in the mid-fifties. Keywords: Reforms, curriculum mathematics, basic education</p> |
| <p>Resumo</p> | <p>Este artigo mostra a evolução do currículo de matemática colombiano para o ensino primário e secundário entre 1951 e 2000, à luz das reformas educacionais e análise de alguns textos, com especial atenção para a aplicação da matemática moderna e em especial a inclusão da lógica e da moda. O estudo baseou-se numa análise documental da legislação educacional colombiana, combinada com o conteúdo dos textos de matemática utilizados no período estudadas e outras obras relacionadas. A pesquisa constatou que o currículo de matemática para educação básica mudou muito pouco, preservar o mesmo aspectos das reformas realizadas em meados da década de 1950. Palavras-chave: reformas curriculares, matemática, educação básica.</p> |

Introducción

De alguna manera, los cambios curriculares en la enseñanza de la matemática están ligados a las reformas educativas en el contexto mundial o en el contexto latinoamericano. Ubicándonos en los albores del siglo XX, la primera reforma considerada como moderna fue propuesta por Félix Klein en la última década del siglo XIX a partir del *Programa Erlanger* (Haidar, Teti & Bonacina, 2013), apoyada por su tentativa de modernizar la matemática después de publicar su teoría sobre grupos de transformaciones (Duarte, 2007). Su reforma se dirigió principalmente a la enseñanza universitaria, consideró las nociones de grupo y grupo de transformaciones como fundamento de la geometría; posteriormente, en 1905 propuso la inclusión del concepto de función y del cálculo diferencial e integral en los programas de la matemática del bachillerato alemán (*Meraner Lehrplan-entwürfe*). La inclusión del cálculo en la enseñanza media permitiría al estudiante tomar cursos más avanzados de matemática en el nivel universitario. Klein revivió la enseñanza en los campos del análisis, la geometría y la física, tomando el concepto de grupo y los principios de las transformaciones como el corazón de la teoría llamada por él *Estructura Matemática*.

Siguiendo a Nevalina (1966), la segunda reforma en la enseñanza de la matemática se debe a David Hilbert, propuesta después del Congreso Mundial de Matemáticas de París en 1900. Su reforma se basó en dos aspectos: la enseñanza de la matemática mediante métodos formales y el estudio de los objetos matemáticos bajo los conjuntos, entendidos estos como colecciones de elementos dados sin características cualitativas, desde el punto de vista intuitivo. Sobre los conjuntos se define el concepto de relación, derivándose a partir de éste los conceptos de correspondencia, mapeo y función. Decía Hilbert, que antiguamente, el concepto de función era dado por una ley del orden aritmético o analítico, donde un número producía o era transformado en otro número o argumento, o en varios números si la función era multivaluada, como en el caso de las funciones de variable compleja. Así por ejemplo, en la matemática enseñada en Colombia suele encontrarse el concepto de función a la manera antigua, generalmente en los libros de cálculo y matemáticas generales; así por ejemplo, en Budnick (1990), se define función como sigue: “la función es, en esencia, un dispositivo de entrada salida. Se proporciona una regla matemática que la transforma (manipula) en una salida específica” (p. 2).

En 1908 Klein preside el primer International Commission in Mathematical Intruccion ICMI, organismo derivado del International Congress of Mathematicians realizado en Roma y sugerido por el matemático norteamericano David Eugene Smith (Bass & Hodgson, 2004), con el propósito inicial de orientar el trabajo en didáctica de la matemática. En este primer ICMI Smith planteó las siguientes preguntas: ¿Cuáles han sido los resultados de romper la barrera que separan los temas de álgebra y geometría, o de enseñar ambas simultáneamente?, ¿Se han preparado recomendaciones en esta materia?, ¿Qué posición se debe tomar en la enseñanza secundaria sobre la naturaleza de las aplicaciones y la relación entre matemática pura y matemática aplicada?, ¿Cómo deben ser los cursos de la escuela secundaria para aquellos que no deseen ingresar a la universidad?, ¿Y cómo deben

ser para los que si quieren ingresar? (Rico, 1992). El congreso del ICMI continúa realizándose cada tres años, ocupándose de discutir temas relacionados con la enseñanza de la matemática, constituyéndose en un referente importante de las reformas educativas y los cambios curriculares en matemática.

En los albores del siglo XIX, mientras el ICMI se ocupaba del tratamiento específico de los problemas didácticos, el pensamiento axiomático de Hilbert se imponía durante varias décadas como método para la formalización y edificación de la matemática, logrando expandirse al álgebra y la topología modernas. Las ideas de Hilbert cambian la base empírica sobre la cual se fundamenta la matemática por una base sustentada en el método axiomático. En la enseñanza de la matemática cada teoría matemática surge como una estructura lógica, como un sistema de objetos básicos, relaciones básicas y un conjunto de axiomas cuya validez se asume entre esos objetos y sus relaciones. Mientras que en Francia, Alemania, Estados Unidos y otros países de Europa se proponía una revisión de la forma como se enseñaba la matemática, teniendo en cuenta la discusión planteada en el Coloquio de Royamount de 1959 en Francia, las propuestas de la Escuela Bourbaki y los avances de la carrera espacial de la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas URSS, en Colombia la enseñanza de la matemática ni siquiera había sido influida por la reforma de Hilbert.

La tercera reforma significativa para la enseñanza de la matemática fue motivada por los trabajos realizados en el Grupo Bourbaki. El proyecto Bourbaki para la enseñanza de la matemática a nivel universitario, según Da Cunha (2006), comenzó en 1934 con la escritura de unas notas sobre análisis, pero a causa de la segunda guerra mundial interrumpió su trabajo publicando su primer texto completo *Théorie de ensembles* en 1957, año que coincide con el lanzamiento del Sputnik por la URSS, habiéndose publicado antes por fascículos en los inicios de los cincuenta. Bourbaki propone el concepto de estructura como base para la construcción de la matemática, concepto madurado lentamente a partir de Galois, Klein y Van Der Warden. La Escuela Bourbaki tuvo mucha influencia en Bélgica, George Papy, su esposa Frédérique y W Servais, organizan en 1958, el *Centro Belga de Pedagogía de la Matemática*, desde el cual se organiza un programa por temas en un orden apropiado para la enseñanza de la matemática a partir de la teoría de conjuntos, con el propósito de acabar con las diferentes vertientes y encauzarlas en un solo camino. La propuesta contiene en los primeros tres o cuatro años del bachillerato los temas Conjuntos, Relaciones, Funciones, Conjunto de los números naturales, La recta y el plano, Grupos, Anillo ordenado de enteros, La recta y el cuerpo de los números reales, El plano vectorial y geometría afín, Cálculo numérico, Polinomios con coeficientes reales, Geometría métrica euclidiana del plano y Estadística descriptiva. Para los dos últimos años se enseñaría El plano y el cuerpo de los números complejos, Algebra abstracta, Espacios vectoriales, Geometría del espacio afín, Geometría euclidiana del espacio, Espacio de probabilidad finita, Espacio métrico y topología, Funciones continuas, Cálculo diferencial, Cálculo integral y Probabilidad en una recta real.

Las reformas en Colombia desde 1951 hasta el 2000

Para los años cincuenta, en Colombia no se conocían las reformas sobre enseñanza de la matemática en primaria y secundaria que se daban a nivel

mundial. En la primaria se enseñaba aritmética elemental y nociones de geometría; en el bachillerato, la enseñanza se llevaba a cabo de acuerdo con el plan de estudios reglamentado con el decreto 27518 de enero 17 de 1951. Según el Artículo 1º del decreto, en el primer año se enseñaba aritmética con una intensidad de cinco horas semanales (números enteros); en el segundo año, aritmética con una intensidad de cinco horas semanales (números racionales como fracciones); en el tercer año álgebra con intensidad de cuatro horas semanales (expresiones algebraicas); en el cuarto año, álgebra con tres horas semanales (ecuaciones y polinomios); en el quinto geometría con tres horas semanales (geometría euclidiana); y en el sexto año no se enseñaba matemática, pero se dejaban cinco horas semanales para intensificación de materias, consulta en biblioteca, trabajo organizado, etc. La Aritmética, el Álgebra y la Geometría se enseñaban con base en la serie escrita por G. M. Bruño.

La enseñanza en las escuelas normales regulares o institutos de enseñanza pedagógica, instituciones educativas en donde se preparaban los docentes para la educación primaria estaba regida por el decreto 0192 de enero 30 de 1951. Según este decreto, la preparación del docente se llevaba a cabo en seis años, con una segmentación del último año en dos ciclos. En primer y segundo año se enseñaba aritmética con una intensidad semanal de cinco horas, en el tercer año se enseñaba álgebra con intensidad de cuatro horas semanales, en cuarto año geometría con cuatro horas semanales, en el quinto física con cuatro horas semanales y en el último año no se enseñaba ninguna materia del área de matemática. Los programas de curso se orientaban según los textos utilizados para la enseñanza, predominando el empleo de la serie de Bruño.

El decreto 27518 es derogado por el decreto 045 de enero 25 de 1962, emitido poco después de realizarse en Bogotá la *Primera Conferencia Interamericana de Educación matemática*, auspiciada por la *Comisión Internacional de Instrucción Matemática ICMI* del 4 al 9 de diciembre de 1961. De esta reunión surgió el *Comité Interamericano de Educación matemática* y la tarea de modernizar la enseñanza de la matemática en América Latina en la escuela secundaria, estableciendo a la vez un puente adecuado para propiciar continuidad con el estudio de la matemática en el nivel universitario. El principal propósito de la conferencia fue el de explorar los métodos de la enseñanza de la matemática en los niveles medio y universitario, de allí emanó el propósito de plantear cambios en la enseñanza de la matemática en el nivel secundario en América. De acuerdo con las ponencias presentadas por los delegados e invitados a la conferencia, según Ruiz & Barrantes (1998), se propuso para los niveles primario y secundario lo siguiente:

1. Introducir desde los primeros cursos el lenguaje conjuntista. Enseñar a los alumnos el álgebra de conjuntos dando paralelamente el significado de las partículas lógicas “y”, “o”, para todo y existe, en relación con la gramática del idioma.
2. Dar desde temprano el concepto de función, función biunívoca, función inversa y grupo de transformación utilizando ejemplos adecuados dentro de la aritmética, el álgebra y la física.

3. Hacer que se comprendan las relaciones de equivalencia y de orden y estudiar las nociones de la topología.
4. Agrupar las propiedades aritméticas bajo las estructuras algebraicas de grupo, anillo, campo y espacio vectorial.
5. Introducir la construcción de los números reales en vez de estudiarlos bajo la geometría métrica.
6. Renunciar al estudio de la igualdad de triángulos en la geometría euclidiana y propiciar más bien la estructura vectorial del plano.
7. Cambiar las viejas aplicaciones de la matemática por otras nuevas aplicaciones que incluyan temas de la investigación de operaciones. Esto debe hacerse desde el bachillerato.

El decreto 045 de 1962 que se venía gestando antes de la Conferencia Interamericana de 1961, se regló atendiendo a las recomendaciones del Seminario sobre Educación Secundaria de Santiago de Chile 1954-1955, la Conferencia Regional de Punta del Este Uruguay de 1961 y el Primer Seminario Sobre Problemas del Bachillerato realizado en Tunja en 1961, auspiciado por Asociación Colombiana de Universidades. El decreto dividió la enseñanza media en dos ciclos: un primer ciclo básico para los primeros cuatro años y un segundo ciclo para los años quinto y sexto, en el cual se brindaba la oportunidad de intensificar el estudio en las áreas de matemática y física, biología y química o estudios sociales y humanidades. Las materias del área matemática para cada curso escolar se distribuían como lo muestra la tabla siguiente.

Tabla 1: Asignación intensidad horaria física y matemáticas 1962.

| Horas año | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Años | I | II | III | IV | V | VI |
| Asignaturas | | | | | | |
| Matemáticas | 150 | 120 | 150 | 150 | 90 | 60 |
| Física | | | | | 120 | 120 |
| Intensificaciones y actividades coprogramáticas | 270 | 240 | 210 | 210 | 360 | 330 |

A diferencia del decreto de 1951, en el decreto 045 contemplaba en el segundo ciclo el estudio de la trigonometría, la geometría analítica y nociones de cálculo. De acuerdo con el mismo decreto, para el área de matemáticas en el primer y segundo año se enseñaba aritmética y nociones de geometría, en el tercer y cuarto año álgebra y geometría, en el quinto año trigonometría y geometría analítica y en el sexto año nociones de análisis matemático. Los textos de matemática más usados durante la vigencia del decreto fueron la *Aritmética* y el *Álgebra* de Aurelio Baldor, el *Curso de Álgebra Superior* de Ignacio Fossi, el *Álgebra Práctica* de Carlos Mataix, la *Geometría* de Bruño, la *Trigonometría Rectilínea* de Agustín Anfossi, la *Geometría Analítica* de Charles Lehman, la *Geometría Analítica* de Anfossi, *Introducción al Cálculo Infinitesimal* de Viedma y el *Cálculo* de Hernando Bedoya entre otros. La

programación de todas las asignaturas de matemática, de acuerdo con el decreto, estaba consignada en un manual publicado por la Editorial Bedout.

El programa de matemática para el primer año de bachillerato en la primera unidad propone los siguientes temas: Nociones sobre conjuntos. Clases de conjuntos. Conjunto unitario. Conjunto vacío. Conjuntos coordinables. Propiedades reflexiva, simétrica y transitiva de la coordinación de conjuntos. Concepto de número natural. Número cardinal. Fundamento de los sistemas de numeración. Numeración decimal. Ideas de otros sistemas de numeración. Números romanos.

La segunda unidad contiene los temas adición y sustracción en los naturales; leyes clausurativa, asociativa y conmutativa de la suma; leyes de uniformidad y monotonía; sustracción; polinomios aritméticos. Las unidades tercera cuarta y quinta tratan la multiplicación, la división como operación inversa de la multiplicación, la potenciación y la radicación. En la sexta unidad se hace un estudio introductorio de la teoría de números; la séptima y octava se ocupan de los números fraccionarios y la última presenta la geometría plana intuitiva. El contenido de las unidades coincide en gran parte con el contenido de la aritmética de Baldor, excepto en la primera unidad. La temática del segundo año corresponde a la parte restante del texto mencionado y se ocupa básicamente del sistema métrico decimal y su utilización en medidas de áreas, volúmenes, capacidad y masa. Al final incluye las unidades de tiempo y una unidad sobre geometría.

Después de ver los contenidos de los dos primeros años cabe preguntarse ¿Para qué estudiar conjuntos si los números naturales no se estudian como un conjunto? ¿Para qué hablar de leyes de la suma y la multiplicación si no se agrupan bajo una estructura algebraica? Con el decreto 045 se pretendió mostrar que se atendieron las recomendaciones de la Conferencia Interamericana y los seminarios de Chile y Tunja, pero lo que se hizo en realidad fue pegar un parche donde no había lugar para ello ya que se seguía enseñando matemática clásica.

Los contenidos del tercer y cuarto año son casi los mismos del Álgebra de Baldor. En el cuarto año el curso de álgebra comienza con el concepto de función al estilo antiguo como lo criticaba Hilbert; la trigonometría del quinto año se hacía mediante las relaciones trigonométricas en el triángulo divorciadas totalmente de las funciones trigonométricas; en la geometría analítica las cónicas se definían recurriendo a los lugares geométricos y el cálculo estuvo privado de los conjuntos de puntos.

Teniendo en cuenta lo señalado anteriormente se observa que la organización de los contenidos de matemática dada por el decreto 045 de 1962 es un conjunto de asignaturas dispersas sin conexión; aritmética en el primer año; aritmética y elementos de aritmética comercial en el segundo año; álgebra y geometría plana en tercero; álgebra y geometría del espacio en cuarto; trigonometría rectilínea y geometría analítica en quinto; y, análisis matemático en sexto. De igual manera, los contenidos de la matemática de primaria estaban distribuidos en asignaturas dispersas según el decreto 710 de 1962.

Meses después de la aparición del decreto 045 de 1962, se realizó en Budapest El *Simposio de Investigación sobre Matemática Educativa*. Esta reunión

moldeó una reforma en la enseñanza de la matemática a nivel mundial introduciendo la matemática moderna en la educación primaria. En el desarrollo del Simposio se esgrimieron argumentos a favor y en contra de la matemática moderna, pero al final se impuso esta nueva forma de enseñar la matemática; así, Dieudonné que era matemático Bourbakista y participó en la Conferencia de Rouyamont, se interesó por la renovación de la enseñanza de la matemática en el nivel secundario, otros como Walusisnski (1962), no encuentra diferencia entre la matemática clásica y la matemática moderna; la matemática, afirma, ha sido moderna en diferentes épocas, fue moderna en los tiempos de aparición de los *Elementos* de Euclides, fue moderna con la invención del cálculo por Newton y Leibniz, con el surgimiento de las geometrías no euclidianas, con el nacimiento de la teoría de conjuntos, con la introducción del formalismo de Hilbert, esto por mostrar algunos ejemplos; así que, en el pasado la matemática fue moderna, hoy la matemática es moderna y en el futuro habrá otra matemática moderna. Señala también que en vez de decir *Matemática Moderna* debiera decirse *Matemática de las Estructuras*, porque son las estructuras los conceptos bajo los cuales se organiza el conocimiento matemático, la matemática moderna es una forma actual de organización, como lo será en el futuro la organización mediante *Categorías*, entonces no muy lejos estará el advenimiento de otra matemática moderna.

Las estructuras introducidas por la matemática moderna son las estructuras definidas por una relación de equivalencia, las estructuras definidas por una relación de orden, las estructuras algebraicas y las estructuras topológicas. Estas estructuras, de manera implícita, estaban presentes en la matemática antes de la matemática moderna, como también lo estaban la lógica, los conjuntos y el método axiomático, tópicos sin los cuales hubiera sido imposible la existencia de las estructuras.

Volviendo nuevamente al decreto 045 de 1962, se insiste que este no atendió las recomendaciones de la inclusión de la matemática moderna sino las recomendaciones del Seminario de Tunja, ya que Colombia envió como delegado a Arturo Ramírez Montufar a la conferencia de Budapest (Sangiorgi, 1962), y allí lo que presentó fue un informe con las conclusiones de Tunja. Las conclusiones propiciaron los cambios reflejados en el decreto y fueron las siguientes:

1. La matemática debe ser un tópico obligatorio en sexto grado, para no perder la continuidad en la enseñanza de la matemática con el paso a los estudios universitarios.
2. Debe intensificarse la enseñanza de la matemática realizando las siguientes acciones: a) Incrementar el número de horas de estudio dedicadas a la matemática en todos los cursos; b) Incluir en los niveles inferiores algunos tópicos que son exclusivos de la enseñanza universitaria; c) la secuencia de los temas debe corresponder al desarrollo del conocimiento matemático.
3. Integrar bajo el nombre de matemáticas las denominaciones dadas a los cursos como aritmética, álgebra, geometría y trigonometría.
4. La teoría de números debe ser sintética, analítica y axiomática. La enseñanza en la escuela secundaria debe establecer una clara diferencia en las distintas etapas en las cuales se construye el concepto de número, teniendo en cuenta el desarrollo psicológico de los estudiantes. Debe abstraerse el concepto de

número como propiedades o relaciones dadas en la etapa sintética, usando conceptos equivalentes en la etapa analítica.

La reforma de la educación secundaria implicó una reforma en la educación primaria, que se materializó con el decreto 1710 de julio 25 de 1963. Uno de los propósitos principales de la reforma fue terminar con la diferencia entre escuelas primarias rurales y escuelas primarias urbanas, estableciéndose un plan único de estudios con la posibilidad de adaptar los programas de las asignaturas a las necesidades del medio. El plan estableció seis horas semanales de matemática en los grados primero y segundo, y cinco horas semanales en tercero, cuarto y quinto. En total se daban 33 horas semanales para todas las asignaturas.

La asignatura de matemáticas, nombre tomado de la reforma anterior para el bachillerato, comprende contenidos de aritmética y geometría. La distribución de los contenidos para cada curso fue realizada por el Ministerio de Educación Nacional, y se publicó en unos manuales que contenían también los programas de las demás asignaturas. En estos manuales, en lo relacionado con la matemática, no se vislumbra la enseñanza de los conjuntos, pues los contenidos obedecen a números naturales, números racionales vistos como fraccionarios y decimales positivos, el número pi (π) y conceptos elementales de geometría incluyendo áreas y volúmenes de algunas figuras geométricas. Los conjuntos en la enseñanza primaria aparecen en los inicios de los años setenta con la llegada de la Misión Francesa que trajo los matemáticos Puteau y Parot auspiciada por el Instituto Colombiano de Pedagogía ICOLPE, y la presencia de la Misión Alemana 1971-1975 que asesoraría al Ministerio de Educación en el diseño de programas para la enseñanza primaria.

El ICOLPE se creó mediante el decreto 3153 de 1968, anexo a la Universidad Pedagógica Nacional, como un organismo encargado de la investigación educativa, la asesoría pedagógica y la producción de materiales educativos; además, prestaba asesoría al Ministerio de Educación Nacional MEN, a las secretarías de educación departamentales y municipales, y a los planteles oficiales y privados de enseñanza primaria y media. Adicionalmente, el ICOLPE se encargó de la elaboración de una propuesta de política oficial sobre textos escolares (Báez, 2007) y se integraron a éste el Instituto de Ciencias, el Instituto Lingüístico Colombo-Americano y el Centro Lingüístico Colombo-Francés. A partir del ICOLPE se habla de currículo en Colombia; y en el campo de la pedagogía de la matemática, se investiga sobre el desarrollo del razonamiento lógico y numérico en el escolar colombiano. La investigación fue realizada por el equipo de psicólogos asesores, el equipo de matemática del ICOLPE y el Departamento de Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional.

El trabajo del ICOLPE en los setenta fue fundamental para la enseñanza de la matemática por tres razones. En primer lugar la misión Francesa en noviembre y diciembre de 1970 dictó en el Colegio Refous de Bogotá el primer curso de pedagogía de la matemática moderna, curso en donde se capacita un buen número de profesores de matemática del país y se introducen los textos de Papy; en segundo lugar, la Misión Alemana escribe los primeros textos para enseñanza primaria incluyendo los conceptos elementales de lógica y conjuntos; y en tercer lugar, la asesoría a los Centros Experimentales Pilotos de las secretarías

departamentales de educación permitió la implementación de la matemática moderna posterior a las reformas dadas por los decretos 080 de 1974 y 088 de 1976.

El decreto 080 de 1974 deroga el decreto 045 de 1962 y reestructura el plan de estudios del bachillerato, con el objeto de ofrecer alternativas de formación en los campos científico, técnico y humanístico mediante la llamada diversificación del bachillerato. Es así como los primeros cuatro años se siguen considerando como ciclo básico y los dos últimos años como ciclo vocacional ofreciendo las modalidades de bachillerato académico, normalista, industrial, comercial, agropecuario y en promoción social. Durante el ciclo básico los programas de matemática continúan sin alteración en su contenido con una intensidad semanal de cinco horas; en el ciclo diversificado es de tres horas semanales. En total se tienen 26 horas de matemática para los seis cursos con la posibilidad de intensificar teniendo a disposición cinco horas semanales en cada curso, posibilidad que puede ser nula cuando la modalidad del bachillerato no es la de académico; pero aún así como mínimo se dispone de 962 horas de matemática frente a 780 que se tenían con el decreto anterior. El plan fundamental mínimo de instrucción con la distribución de horas semanales por asignatura se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 2: asignación intensidad horaria física y matemáticas 1974.

| Cursos | I | II | III | IV | V | VI |
|-------------------|---|----|-----|----|---|----|
| Asignaturas | | | | | | |
| Física | | | | | 3 | 3 |
| Matemáticas | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 3 |
| Intensificaciones | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 |

El ministerio de Educación Nacional, teniendo en cuenta los progresos educativos en el orden mundial, y que, el sistema educativo debe adecuarse a los avances del conocimiento del niño en todos sus aspectos, reestructura el sistema educativo mediante el decreto- ley 088 de 1976, estableciendo dos tipos de educación: educación formal y educación no formal. La educación formal, cuyos planes son establecidos por el gobierno, comprende los niveles progresivos de pre-escolar, educación básica (primaria y primeros cuatro años de secundaria), educación media e intermedia (dos últimos años de la secundaria con diversificación en ciencias, tecnología y arte) y educación superior. La educación no formal solo requiere autorización del gobierno y prepara personas en diferentes oficios con planes ad hoc.

Reorganizado el sistema educativo, y ante las inconsistencias presentadas en los decretos 1710 de 1963 y 080 de 1974 por la falta de continuidad entre los planes de estudio de la primaria y el bachillerato, se emite el decreto 1419 de 1978, presentando una renovación curricular a través de la Dirección General de Capacitación y Perfeccionamiento Docente, Currículo y Medios Educativos. Según la entidad mencionada (MEN, 1979), los programas anteriores a este decreto presentaban fallas en su diseño curricular porque los contenidos se reducían a un listado de temas, algunas veces irrelevantes; las actividades propiciaban el aprendizaje memorístico, no dando “mayor margen para los aspectos socio afectivos

o para los procedimientos metodológicos que pueden favorecer la adquisición de habilidades” (MEN, 1979, p. 1); finalmente, limitan la actividad del estudiante.

El diseño curricular propuesto por el decreto 1419 de 1978 contempla para el área de matemática en la enseñanza primaria, la división del contenido en siete temas centrales para cada curso: sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistemas métricos, sistemas de datos, sistemas lógicos, conjuntos, y, relaciones y operaciones. A partir de este decreto se tienen oficialmente contenidos específicos de lógica y teoría de conjuntos para la primaria; no obstante, para el bachillerato básico y los dos años de diversificación, por medio de la resolución 277 de 1975, el ministerio autorizó la enseñanza de la matemática moderna, con programas que habían sido elaborados desde 1974. El contenido de estos programas corresponde a una serie de textos escritos para tal fin desde ese año y publicados entre 1975 y 1976 por editoriales comerciales, entre ellos la serie de *Matemática Moderna Estructurada* de Guarín, Wills, Gómez y Londoño publicada por Editorial Norma en seis volúmenes, y la serie *Matemática Contemporánea*.

Los programas curriculares con base en la matemática moderna, propuesta por los decretos 088 de 1976 y 1419 de 1978, tuvieron varios inconvenientes. Un número considerable de profesores responsables de la enseñanza de la matemática no estaban preparados para ello porque no eran licenciados en matemática, o habían sido formados en los planes de las licenciaturas anteriores a 1964, donde la formación se basaba en la matemática clásica con ausencia de la lógica, los conjuntos, el álgebra moderna y la topología. Por otra parte, la reforma inició inmediatamente en todos los cursos tanto de primaria como de bachillerato, sin tener en cuenta que los estudiantes carecían de los conceptos previos necesarios de un curso para otro. Además de lo anterior, los contenidos se desarrollaban entre lo moderno y lo clásico, desconectando la secuencia de los temas porque los programas aún contenían rastros de los que le antecedieron. Finalmente, los padres de los estudiantes no conocían la matemática moderna, hecho que les impedía poder ayudar a sus hijos.

Estas razones forzaron a replantear nuevamente el plan de estudios para el preescolar, la básica y la media vocacional. En aras de resolver el problema de la reforma amparada en la matemática moderna, el gobierno emite el decreto 1002 de abril 24 de 1984, con el objeto de garantizar la secuencia y la coherencia de la estructura educativa. En este decreto se modifica el número de horas dedicadas al estudio en cada nivel educativo como sigue:

Tabla 3: Asignación intensidad horaria niveles educativos 1984.

| Nivel educativo | Horas semanales | Horas anuales |
|-------------------|-----------------|---------------|
| Preescolar | 20 | 800 |
| Primaria | 25 | 1000 |
| Básica secundaria | 30 | 1200 |
| Media vocacional | 30 | 1200 |

El tiempo dedicado a cada área o asignatura era determinado mediante resolución del Ministerio de Educación Nacional. Las áreas comunes para primaria y

secundaria son Ciencias naturales y salud; Ciencias sociales; Educación estética; Educación física, recreación y deportes, Educación religiosa y moral; Español y literatura y Matemáticas. Además de las áreas mencionadas, en la secundaria se incluyen las áreas de Educación en tecnología e Idioma extranjero; en la media, se incluye filosofía.

El decreto 1002 de 1984, con respecto al decreto 080 de 1974, reduce la intensidad semanal en primaria y secundaria, hecho que ocasionó un menoscabo de la enseñanza, porque al reducirse el número de horas, alguna de las áreas debió ser sacrificada; además, dificultó la posibilidad de las intensificaciones. Con este decreto, la enseñanza de la matemática moderna se fue extinguiendo, orientándose primero hacia la enseñanza de la matemática bajo el enfoque de sistemas, y luego como alternativa una segunda dirección hacia el movimiento de *lo básico*, donde se retomaba la matemática tradicional insertando la teoría de conjuntos como un tema suntuoso y no fundamental, reduciendo la lógica se redujo al mínimo con el predominio de las tablas de verdad.

Durante la vigencia del decreto 1002 de 1984, Colombia redacta la nueva Carta Constitucional de 1991. Los cambios introducidos por la nueva constitución vuelven obsoletas las disposiciones en materia educativa, de tal manera que obligó al gobierno nacional a redactar una nueva ley de educación. Se expide entonces la ley 115 de 1994 o *Ley General de la Educación*, que establece en los artículos 77, 78 y 79 la autonomía escolar, la regulación del currículo mediante lineamientos generales para cada área de estudio diseñados por el Ministerio de Educación Nacional, y la elaboración del plan de estudios de acuerdo con el Proyecto Educativo Institucional, estructurando áreas de estudio obligatorias¹ y optativas.

El gobierno nacional, atendiendo al artículo 78 de la Ley General de la Educación elabora los lineamientos curriculares para las áreas obligatorias, entre ellas la matemática. Los lineamientos del área de matemática se publicaron en 1998 por el grupo de apoyo del Ministerio de Educación Nacional conformado por personalidades, instituciones universitarias y grupos de investigación en el área de la educación matemática. En su redacción se tuvieron en cuenta aspectos relacionados con la matemática y su enseñanza y aspectos legales.

En lo que tiene que ver con la matemática y su enseñanza, se tomaron en cuenta las tendencias internacionales sobre enseñanza de la matemática discutidas en el *Primer Estudio Internacional de Matemáticas* de 1964, el *Segundo Estudio* realizado en los años 1964 y 1967, y el *Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias* (*Third International Mathematics and Science Study*) realizado en 1995. Los aspectos legales de los lineamientos están relacionados con la Ley General de la Educación (1994), en los artículos 20, 21 y 22 se propone como objetivos de la educación básica:

- *Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana.*

¹ Las áreas obligatorias son Ciencias Naturales y Educación Ambiental; Ciencias Sociales, Historia, Geografía, Constitución Política y Democracia; Educación Artística y Cultural; Educación Ética y en Valores Humanos; Educación Física, Recreación y deportes; Educación Religiosa; Humanidades, Lengua Castellana e Idiomas Extranjeros; Matemáticas; Tecnología e Informática.

- *El desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones.*
- *El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos. Lógicos, de conjuntos, de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y de la vida humana.*

Considerando los aspectos anteriores, los Lineamientos Curriculares proponen un currículo de matemática con una estructura apoyada en los siguientes conocimientos básicos:

- Pensamiento numérico y sistemas numéricos
- Pensamiento espacial y sistemas geométricos
- Pensamiento métrico y sistema de medidas
- Pensamiento aleatorio y sistema de datos
- Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Los conocimientos básicos propuestos en los lineamientos se aplicaron en cada uno de los cursos de matemática de la básica y la media, atendiendo el desarrollo psicológico del individuo y la construcción del conocimiento matemático. Este conocimiento aún se presenta sobre la base de los programas establecidos según el decreto 045 de 1962 y la resolución 277 de 1965, como una amalgama, donde se sigue considerando el estudio de la lógica y la teoría de conjuntos al inicio de cada programa, pero no se observa continuidad entre esta temática y la que sigue, lejos de las estructuras algebraicas. Es pertinente señalar que los lineamientos curriculares están vigentes y no se vislumbra por ahora ninguna posibilidad de reforma en la enseñanza de la matemática en los niveles de básica y media.

Lógica y conjuntos en el currículo de primaria y secundaria

Si echamos una mirada hacia atrás, con certeza puede afirmarse que la enseñanza de la lógica y la teoría de conjuntos en el currículo de matemática de primaria y secundaria antes de 1961 estuvieron ausentes. Este hecho es verificable observando las diferentes reformas educativas instituidas hasta llegar a los decretos 045 de 1962 y 1710 de 1963, donde por primera vez aparece el tema de conjuntos en el curso inicial del bachillerato, pero la lógica aún no aparecía. Según Vasco (1975), con la creación de los Institutos Nacionales de Enseñanza Media que se dedicarían a la enseñanza diversificada a nivel de bachillerato INEM en 1969, la enseñanza de la matemática en estos institutos se presentó en forma unificada, recibiendo la influencia de la Segunda Conferencia Interamericana de Educación Matemática de Lima de 1966, introduciéndose en el ciclo básico y en el ciclo diversificado en la modalidad de Ciencias y Matemáticas los conceptos de estructura, operaciones, sistemas de numeración, conjuntos y deducciones lógicas. Para la enseñanza de la matemática en los INEM se usaron guías de trabajo elaboradas por los profesores, debido a la carencia de libros que presentaran el material a estudiar con la metodología requerida.

En la enseñanza primaria la aparición de los conjuntos en el currículo se debe a la misión alemana. En 1975 se publicó la serie de guías para el maestro de enseñanza primaria por el grupo ICOLPE-CENDIP, introduciéndose en todas ellas en la primera unidad los conceptos de conjuntos; subconjuntos; operaciones con conjuntos; partes de un conjunto; conjuntos finitos e infinitos; cardinalidad; relaciones de orden y de equivalencia; propiedades clausurativa, asociativa, conmutativa, modulativa y cancelativa para la suma y la multiplicación e infinitud de los números naturales y racionales.

Las modificaciones al programa oficial para la primaria contemplado en el decreto 1710 por la misión alemana se hicieron teniendo en cuenta las reformas que a nivel mundial se daban en la enseñanza de la matemática, así quedo plasmado en la introducción de la guía para quinto grado (MEN, 1975):

Las Conferencias que sobre Matemática han celebrado los países de América, han llagado a la conclusión de que es necesaria la unificación de los programas, previa la actualización de los mismos. Para ello será indispensable aplicar los nuevos enfoques y los nuevos conceptos tales como: conjuntos, relaciones, sistemas de numeración en cualquier base, estructuras algebraicas (grupo, anillo, cuerpo, espacio vectorial), un tratamiento de la geometría como interrelacionada con la aritmética y nociones básicas sobre Estadística, computadores, etc.(p. 10)

Después de la aparición oficial de los conjuntos en la enseñanza primaria en 1975, veamos que ocurrió con la lógica. La creación de los Centros Experimentales Piloto, cuerpos en donde se daba capacitación a los profesores de primaria y secundaria, fue el medio utilizado por el estado para la difusión de las nuevas ideas en matemática. La reforma curricular dada por el decreto 1419 de 1978 permitió la enseñanza de la lógica desde el segundo año de primaria; es así como aparece en este grado el significado de las expresiones *y*, *o*, *todos*, *algunos* y *ninguno*. En el tercer año se analizan estas expresiones dentro del lenguaje ordinario; en el cuarto grado se introduce la noción de proposición, el valor de verdad de las proposiciones y la negación de proposiciones y expresiones cuantificadas; en el quinto grado se dan los nombres a las conectivas. Los contenidos de la lógica en los programas curriculares de matemática primaria se mantienen hasta finales de la década de los ochenta.

Haciendo un balance de la década de los setenta sobre la enseñanza de la lógica y la teoría de conjuntos puede decirse que en este lapso se propició un cambio bastante brusco en el currículo de matemáticas de la primaria y la secundaria. La nueva matemática introdujo con la lógica el cálculo proposicional y el cálculo de predicados, aunque muy someramente; con la teoría de conjuntos asentó operaciones y propiedades, el cálculo de relaciones, las estructuras algebraicas y la construcción de los sistemas numéricos; en pocas palabras, se inició la enseñanza de los fundamentos de la matemática.

Respecto a la enseñanza de la lógica y los conjuntos como fundamento de la matemática en el nivel secundario de la educación colombiana Takahashi (1976) afirma que

El método adecuado para comprender un cuerpo de conocimientos o teoría y adquirir la capacidad de usarla y contribuir a su desarrollo consiste

en reducirla a términos más simple desde el punto de vista lógico. El éxito de los intentos de reducción de las matemáticas a una fuente inicia con unas pocas nociones y principios fundamentales, fuente que se halló en la teoría de conjuntos abstractos, y los avances logrados con los esfuerzos para reducir la teoría de conjuntos, y por tanto la matemática todo, a la lógica, se deben reflejar en la enseñanza. Se concluye entonces que el estudio de la matemática debe comenzar con la teoría de conjuntos, precedida a su vez por la lógica. (p. 6)

El éxito alcanzado por este nuevo enfoque sobre la enseñanza de la matemática en la década de los setenta se vio perturbado por distintos factores. La falta de preparación de los profesores de matemática obligó a estos a continuar con la enseñanza clásica de una matemática parcelada (Gómez, 2006); el cambio se dio en las ciudades principales, ya que en las ciudades intermedias y en el sector rural el cambio se dio poco o simplemente no se dio. La nueva matemática también sirvió para que se cometieran excesos en la enseñanza, donde aquellos profesores preparados para ello utilizaban la matemática moderna para hacer gala de sus conocimientos; el exceso de rigor ante estudiantes poco o mal preparados para este evento, condujo a situaciones patológicas.

En la década de los ochenta introduce el concepto de sistema como elemento clave del currículo de matemática. La llamada *fiebre de la teoría de conjuntos* (Ministerio de Educación Nacional (1998), había pasado a un segundo plano, porque se criticaba que en los primeros años de la enseñanza primaria la idea que tiene el niño de conjunto es de pluralidad, así que los conceptos de conjunto vacío, conjunto unitario e intersección de conjuntos disyuntos se constituían en obstáculos epistemológicos para el aprendizaje de ese concepto. Si se analiza la idea de conjunto como agregado presentada por Weierstrass, esta crítica no está bien fundamentada; sin embargo, la idea de sistema recibió un número importante de adeptos y se impuso de modo oficial.

El hilo conductor del concepto de sistema como concepto clave de la matemática para la enseñanza primaria y secundaria fue planteado por Vasco (1980). Según este autor, lo que el niño conoce son sistemas como conjuntos de objetos con relaciones y operaciones, un conjunto por sí solo no significa mucho, si este conjunto se dota de relaciones y operaciones, entonces tendrá sentido para el aprendiz. Las relaciones permiten ver los objetos dentro de un contexto, se representan con un símbolo llamado operador que expresa algo predominante, contemplativo y teórico; las operaciones permiten manipular esos objetos y se representan con un símbolo llamado operador que expresa algo predominante, activo y práctica; de esta manera, los sistemas involucran teoría y práctica, correspondiendo las relaciones a la teoría y las operaciones a la práctica.

Expuestos los elementos o partes constitutivas de un sistema, este queda determinado por tres conjuntos: un conjunto A de objetos, un conjunto Θ de operaciones y un conjunto R de relaciones; así que, un sistema e representa con la terna ordenada (A, Θ, R) . Definido ya un sistema, ¿Qué ventajas trae la introducción de los sistemas en la enseñanza de la matemática? Vasco (1980), justifica la importancia de los sistemas con las siguientes reglas:

1. *El estudiante se encuentra siempre con sistemas.*
2. *Sobre un mismo conjunto de objetos pueden definirse muchos sistemas.*
3. *Un conjunto es un sistema al que se le han vaciado activamente las operaciones y las relaciones.*
4. *Lo que en un sistema es operación, o relación, en otros sistemas puede ser objeto.*
5. *Una operación nunca puede ser una relación.*
6. *Una relación nunca puede ser una operación, a menos que se considere el lenguaje acerca de los objetos del sistema.*
7. *Lo más importante en el conocimiento de un sistema es su manejo práctico.*
8. *A través del manejo práctico se descubren y dominan las relaciones del sistema.*
9. *Los sistemas matemáticos son muy simplificados, los sistemas reales son más complejos.*

La enseñanza de la matemática basada en el concepto de sistema presentó tempranamente dificultades. Para alguien que comenzaba el estudio de la matemática era complicado percibir varias relaciones y operaciones simultáneamente en un conjunto. La teoría de sistemas utiliza preferiblemente el método deductivo, que va en dirección opuesta a la manera como el niño aprende; aún más, para los alumnos del bachillerato y aún de la universidad, el enfoque de sistemas fue algo que llegó tardío cuando existía todo un andamiaje de conceptos y temáticas aprendidas no muy conexamente (Gómez, 2006).

El comienzo de la década de los ochenta fue propicio para revisar el trabajo realizado por los docentes de matemática, porque en ese momento se realizaron encuentros a nivel nacional y regional para discutir el desarrollo de la matemática. En el Congreso Nacional de Matemáticas celebrado en agosto de 1980 (Sociedad Colombiana de Matemáticas, 1980), se hizo un balance del pasado y se formularon políticas a seguir para mejorar la enseñanza de la matemática. El balance englobó la educación básica y media, la licenciatura en educación con especialidad en el área de matemática y física y la carrera de matemática.

Respecto a la educación básica y media, el Congreso consideró la inconveniencia de implantar los programas de matemática por parte del Ministerio de Educación Nacional sin consultar la comunidad matemática nacional. Se recomendó, que antes de continuar con la reforma basada en el enfoque de sistemas debía darse una discusión amplia dentro de las facultades de educación, como también garantizar la existencia de libros de matemática con buena calidad que garantizaran la implementación de esta o cualquier otra reforma.

Durante la realización del Congreso se discutieron los avances logrados con las cuatro primeras Conferencias Interamericanas de Educación matemática, la V Conferencia Internacional sobre Educación Matemática de Campinas (Brasil), y las propuestas del National Council of Teachers of Mathematics NCTM. Se propuso motivar el estudio de la matemática entre los jóvenes mediante la realización de las Olimpiadas Nacionales de Matemáticas, la conformación de Clubes de matemáticas y la edición de una serie de monografías con temas de matemáticas accesibles a los

estudiantes de bachillerato. Se propuso también estudiar la problemática en la transición del bachillerato a la universidad, ya que se evidenciaba la deficiente preparación de los bachilleres hasta el punto de que en el primer semestre universitario se incluía en el pensum un curso de matemáticas para remediar la situación (Sociedad Colombiana de Matemáticas, 1980).

Para las licenciaturas en Educación con especialidad en Matemática y Física y para la Carrera de Matemáticas se estudió el proyecto de programa mínimo propuesto por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior ICFES en ambas modalidades, señalándose la necesidad de discutir más a fondo la cuestión en seminarios que se establecerían para tal fin. Se recomendó también estudiar la posibilidad de orientar la Carrera de Matemáticas hacia la Matemática Aplicada.

Después del Congreso de Matemáticas de 1980, el ICFES organizó entre el 30 de noviembre y el 4 de diciembre de 1981 el Primer Simposio Nacional sobre Enseñanza de la Ciencia (PSNEC), con el objeto de estudiar las características de la enseñanza de las ciencias en todos los niveles, principalmente en el nivel de Educación Básica; pero más que eso, en el área de matemática el propósito fue reafirmar el enfoque de sistemas como enfoque unificador en la enseñanza de la matemática, presentando los programas para los primeros cinco grados de enseñanza básica. La justificación del enfoque de sistemas, según la Sociedad Colombiana de Matemáticas (1981), se expresó con el siguiente argumento. “En la matemática como en todas las ciencias ha habido diversas tendencias o enfoques que de alguna manera buscan organizar los contenidos, correlacionarlos, jerarquizarlos, etc., que han constituido escuelas matemáticas.” (p. 229). Más adelante afirma:

En círculos dedicados a la docencia y a la investigación matemática en Colombia son ya bien conocidos estudios como Relatores y Operadores; Lógica, Conjuntos y Estructuras; Relaciones, Operaciones y Sistemas; El concepto de Sistema como clave del Currículo de Matemática, en los cuales el asesor del MEN para la elaboración de los programas de Matemática para el nivel básico, Carlos E Vasco, desarrolla el enfoque de sistemas, analiza los conceptos asociados a dicho enfoque (como los de conjunto, objeto, relación, operación, sistema y estructura), y los específicos al caso particular de los sistemas Matemáticos.(p. 230)

La enseñanza de la matemática en la primaria con el enfoque de sistemas se llevó a cabo utilizando una metodología basada en la psicología evolutiva de Piaget, según la cual para cada etapa del desarrollo psicológico se pueden enseñar ciertos conceptos matemáticos presentándose la abstracción alrededor de los trece o catorce años, edad apropiada para enseñar las estructuras algebraicas (Vasco, 1980). Los programas de los cinco grados fueron redactados con sus objetivos, sugerencias metodológicas, ejemplos para los temas propuestos e indicadores de evaluación; es decir, los programas constituían una guía y un elemento de capacitación para los docentes. Los textos se distribuyeron a través de los Centros Experimentales Pilotos; así por ejemplo, el Centro de Cartagena se encargaba de hacer llegar el material a los docentes de Bolívar.

La enseñanza de la matemática con el enfoque de sistema comenzó experimentalmente en el Distrito Especial de Bogotá, mientras que en el Caribe Colombiano se implementó después de 1981 en colegios de las ciudades capitales, ya que la reforma no llegó a muchas de las poblaciones apartadas de las capitales; aún más, la reforma no llegó al sector rural del Caribe donde los profesores de primaria y bachillerato escasamente tenían el título de Maestro concedido por las Escuelas Normales que preparaban los docentes de la primaria.

Muchas fueron las críticas que recibió el enfoque de sistemas a partir del Simposio (PSNEC) de 1981. La primera crítica se refiere a que como constante general, las reformas se dan sin contar con docentes capacitados ni textos para los estudiantes, lo cual hace muy difícil la puesta en ejecución. Respecto al concepto de sistema, este existe en diversos campos, por lo tanto debió explicarse la diferencia entre los sistemas en general y los sistemas dentro de la matemática; además, éste es un concepto abstracto, y si la abstracción llega alrededor de los trece o catorce años, no es conveniente introducir un concepto que el niño no es capaz de abstraer.

En lo relacionado con la enseñanza de la lógica en primaria, el objetivo fue introducir el estudio de esta a través del lenguaje, lo que se hizo en forma fraccionada, pues primero se introdujeron la disyunción, la conjunción y los cuantificadores en los tres primeros años, terminando los dos últimos grados con proposiciones en general y la implicación simple. De esta propuesta es posible deducir varias afirmaciones. La introducción de la lógica no implicó que el alumno razonara más tempranamente en forma correcta; la intención de dar al lenguaje una estructura de sistema no consiguió su cometido porque los lenguajes de por sí son una estructura compleja entendida en niveles superiores con el estudio de la semántica, la sintaxis y la pragmática, teorías poco comprensibles para un niño de primaria; además, la aparición de implicaciones simples pretendían la construcción de pequeñas inferencias organizando a la vez el lenguaje del niño, hecho que se da por la naturaleza del desarrollo mental sin necesidad de recurrir a un sistema lógico (Gómez, 2010).

Mirando ahora la teoría de conjuntos, su propósito en la reforma fue dar un soporte al concepto de sistema, permitiendo la introducción del sistema de los números naturales como primer sistema fundamental dentro de la matemática. Este propósito se diluye a lo largo de los cinco años en los cuales se dan operaciones con conjuntos hasta llegar a la definición de conjunto abstrayendo finalmente dicho concepto. Si lo que se buscó fue fundamentar la matemática desde la primaria, se cometió un error porque la mente del niño no está preparada para ello. En este sentido afirma Thom (1981) que

Es muy común el error de creer que los fundamentos de una ciencia, por el hecho de partir de cero, son la parte más fácil y simple de la misma y que deben ser el punto de partida para su estudio. La realidad no es así: la fundamentación suele ser la parte más difícil de una ciencia y, en general, ha sido siempre hecha por especialistas de larga experiencia y no ha tomado forma hasta etapas muy avanzadas de la teoría. Para poder descender el estudio de los fundamentos a los primeros niveles de enseñanza hace falta adaptar los mismos a la capacidad del aprendizaje juvenil, adaptación siempre difícil... (p. 301)

Ante las numerosas críticas hechas a la reforma en el seno del Simposio (PSNEC), se recomendó suspender temporalmente la implementación de los nuevos programas hasta cuando se realizara un análisis profundo de estos, dando así tiempo para la capacitación del magisterio mediante un plan nacional liderado por las universidades colombianas y contando con la asesoría de grupos de investigación en la enseñanza de la matemática. Mientras la reforma se suspendía en el Distrito Especial de Bogotá, en las escuelas del Caribe Colombiano comenzaba su implementación, la cual se llevó a cabo parcialmente hasta 1986 bajo la orientación de los Centros Experimentales Pilotos. Se afirma que la implementación fue parcial porque no se ejecutó en todos los colegios, ya que los profesores que trabajaban en municipios distantes de las capitales departamentales no recibieron capacitación en los centros pilotos y continuaron la enseñanza de la matemática sin contenidos de lógica y con las nociones esenciales de teoría de conjuntos, descontextualizada de la teoría matemática en cada grado (Gómez, 2006).

La situación de la enseñanza de la lógica y los conjuntos en el bachillerato del Caribe Colombiano fue similar en todas las regiones del país. Siendo precisos, la enseñanza de la lógica y los conjuntos en el bachillerato se dio a partir de la resolución 277 de 1975, que implementó la enseñanza de la matemática moderna en todas las modalidades del bachillerato establecidas en el decreto 080 de 1974. La difusión de la matemática moderna mediante la serie *Matemática Moderna Estructurada* se realizó a nivel nacional, por lo tanto el Caribe Colombiano no fue la excepción.

Tal como sucedió con los textos diseñados para la enseñanza de la lógica y los conjuntos en los programas de matemática de la primaria, en el bachillerato esta serie no se utilizó en todos los planteles educativos porque no hubo una preparación adecuada de los docentes; además, la introducción repentina de esta temática creó traumatismos porque los textos comenzaron a utilizarse en los seis cursos y no se implementó gradualmente; así que, los contenidos de lógica y conjuntos parecían repetirse en todos los cursos.

La serie *Matemática Moderna Estructurada* y otras que aparecieron por esos años, tenían una característica en común: la presentación de la matemática moderna a partir de los conjuntos, la lógica y las estructuras. El primer curso de matemática del bachillerato comenzaba con conjuntos y no con la lógica, presentándose una ruptura con los contenidos de primaria ya que estos incluían expresiones del lenguaje con cuantificadores y proposiciones con las conectivas negación, disyunción y conjunción, mientras que la lógica aparecía en el tercer curso. Los sistemas numéricos surgen en el curso tercero y no en el primero donde debía aprovecharse el Sistema de los números naturales para su inclusión; la estructura de grupo aflora en el tercer curso y no en el segundo donde se trabajan los números racionales; además de esto, algunos temas se repiten en casi todos los cursos. La siguiente tabla muestra la frecuencia de los temas relacionados con lógica, conjuntos y estructuras en cada uno de los cursos.

Tabla 4: Temas lógica y conjuntos en la serie Matemática Moderna Estructurada

| CURSOS | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--|---|---|---|---|---|---|
| TEMAS | | | | | | |
| Noción de conjunto | x | | x | x | | |
| Operaciones con conjuntos | x | | x | x | | x |
| Coordinabilidad | x | | | | | |
| Cardinal de un conjunto | x | | | x | | x |
| Producto cartesiano | x | x | x | | | x |
| Relación de equivalencia | x | x | | | | |
| Clase de equivalencia | x | x | x | | | |
| Relación de orden | x | x | x | | | |
| Partición de un conjunto | x | | x | x | | |
| Funciones: Funciones inyectiva, sobreyectiva y biyectiva | x | x | x | x | x | x |
| Composición de funciones | | | x | | | |
| Álgebra de funciones | | | | | x | x |
| Relaciones binarias | | | x | | | x |
| Sistema matemático y sistema numérico | | | x | | | |
| Proposiciones, conectivas y tablas de verdad | | | x | | | |
| Implicación y equivalencia lógica | | | x | | | x |
| Funciones proposicionales | | | x | | | |
| Cuantificadores | | | x | | | |
| Métodos de demostración | | | | x | | x |
| Estructura de grupo | | | x | | | |
| Estructura de anillo y campo | | | | x | | |
| Noción de espacio vectorial | | | | | x | |

La introducción de la matemática moderna en el bachillerato no modificó sustancialmente la estructura de los programas dadas por los decretos 045 de 1962 y 080 de 1974. En los dos primeros cursos el contenido dominante fue la aritmética y la geometría; en los cursos tercero y cuarto, algebra y geometría; en quinto, trigonometría y geometría analítica; y en sexto, cálculo o análisis matemático.

Los inconvenientes de la matemática moderna en el bachillerato se debieron a la falta de preparación de los profesores, la dificultad de asimilación de los estudiantes de esta nueva forma de presentar la matemática y un currículo de matemática en primaria que no presentó avances significativos en el aprendizaje de esta matemática. Estos inconvenientes propiciaron un cambio curricular que en el interior del país se dio en los inicios de la década de los ochenta y en el Caribe Colombiano a mediados de la misma década (Gómez, 2010).

Mas o menos a partir de 1985, los nuevos programas del bachillerato siguieron la tendencia del movimiento volver a lo básico, dándose prioridad a la enseñanza instrumental de la matemática y al aprendizaje mediante la solución de problemas. No obstante, algo de la matemática moderna aparecía en los nuevos programas, la enseñanza de las estructuras desapareció pero seguían los contenidos de lógica y teoría de conjuntos, los cuales se daban por lo general al principio de los cursos como un conocimiento de tipo cultural porque realmente no estaban acoplados a los demás temas; si acaso, se mencionaban conjuntos de puntos o conjuntos numéricos, pero lo poco de lógica que se incluía conducía únicamente a definir las operaciones entre conjuntos y nada más.

Corroborando lo dicho, una exploración de los programas basada en las series de textos de mayor circulación, *Matemática Progresiva* y *Matemáticas en Acción*, las cuales determinaron los contenidos del currículo, imponiéndose sobre el currículo oficial para la enseñanza de la matemática en el bachillerato, entre mediados de los ochenta y finales de los noventa, mostró lo siguiente: En sexto grado la primera unidad comprendía los temas razonamiento y conjuntos, proposiciones y sus negaciones, proposiciones abiertas y cerradas, cuantificadores, conjuntos, notación y representación, disyunción y unión entre conjuntos, conjunción e intersección de conjuntos, diferencia y diferencia simétrica; en séptimo grado la primera unidad estudiaba lógica y conjuntos, las proposiciones, de los conjuntos a la intersección, disyunción y unión, complemento y negación, diferencia de conjuntos, diferencia simétrica y cuantificadores; en octavo grado la unidad ocho incluía lógica y conjuntos, lógica proposicional, tablas de verdad para las proposiciones compuestas, método directo de demostración, método indirecto de demostración; en el noveno grado se retoman nuevamente las tablas de verdad y los métodos de demostración; en los grados diez y once no hay contenidos de lógica ni conjuntos.

A mediados de los noventa, la ley 115 de 1994 reorganiza la educación en Colombia y con ella se da prioridad a la enseñanza de la matemática a partir de los lineamientos curriculares de 1998. Según los lineamientos del MEN (1998), para la enseñanza de la matemática en la educación básica y media, los conocimientos matemáticos se organizan en los siguientes pensamientos: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medida, pensamiento aleatorio y sistema de datos y pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Parcelada la matemática de acuerdo con estos pensamientos y en relación con los propósitos de este trabajo surge el interrogante, ¿En qué pensamiento quedan la lógica y la teoría de conjuntos? Tratando de encontrar una respuesta, se revisaron los Estándares básicos de competencias en Matemáticas con la esperanza de encontrar algo en el pensamiento numérico y sistemas numéricos, pero nada aparece; no obstante, en los estándares se habla de describir, comparar y cuantificar situaciones con números en diferentes contextos, términos que son del dominio de la lógica.

Continuando con la búsqueda de la lógica y los conjuntos en los lineamientos curriculares, se encuentra que cada pensamiento tiene un carácter transistémico y dentro de este se tiene el razonamiento como un proceso de tipo general. Al hablar de razonamiento implícitamente se habla de lógica como elemento formalizador del razonamiento, por tanto los programas curriculares de la primaria incluyen las nociones elementales sobre conjuntos, y los programas de bachillerato en el grado sexto, séptimo, octavo y noveno incluyen nociones de lógica y conjuntos estudiándose inclusive los métodos de demostración.

Un análisis detallado de los textos y el programa como tal permiten afirmar que no existe una secuencia progresiva en los contenidos de lógica y conjuntos, la inclusión de la lógica no logra que el estudiante razone mejor, los métodos de demostración no se usan porque la geometría no abarca aspectos demostrativos y los conceptos sobre la teoría de conjuntos no se transfieren a otros temas dentro de los mismos programas. Evidentemente, los contenidos de lógica y conjuntos se

presentan desconectados de la temática en donde están insertados, las estructuras algebraicas desaparecen casi por completo en los programas de secundaria, excepto el concepto de espacio vectorial que se introduce en el penúltimo grado del bachillerato.

Consideraciones Finales

A través de las reformas educativas se observa que el currículo colombiano de matemática para la enseñanza primaria y la secundaria no ha variado sustancialmente. Los intentos de introducir la enseñanza de las estructuras con la llamada matemática moderna en los años setenta y el enfoque de sistemas en los años ochenta, fueron fallidos, pues los programas del bachillerato siguen apegados a la llamada matemática clásica conservando en un alto porcentaje los contenidos dispuestos en la reforma de 1962; así que, los contenidos en los grados sexto y séptimo continúan siendo la aritmética de los enteros y los racionales y la geometría intuitiva; en los grados octavo y noveno, álgebra y geometría; en el décimo grado, trigonometría y geometría analítica; y en el grado undécimo sucesiones y cálculo diferencial e integral.

Por otra parte, los contenidos de la primaria mantienen un eje integrador que abarca los números enteros y sus operaciones, geometría intuitiva, sistemas métricos y nociones de lógica y teoría de conjuntos, contenidos que pueden variar según el proyecto educativo institucional en cada plantel. Tanto en primaria como en secundaria se constata una débil formación en geometría, lo que no ocurría antes de 1976 cuando la geometría contemplaba aspectos demostrativos importantes para el desarrollo de la lógica y la abstracción.

Las diferentes reformas aplicadas tanto a primaria como secundaria en la segunda mitad del siglo pasado, no resolvieron la problemática de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, los libros de texto, aunque editados muy exóticamente, reflejan el institucionalismo de una matemática que en el fondo sigue siendo clásica instrumental; y aún más, algunos currículos universitarios para preparar los profesores de la enseñanza básica y media, son deficientes en conocimientos disciplinares y su epistemología.

Bibliografía

- Báez, J. (2007). *Memorias del Icolpe*. Manuscrito no publicado, Ministerio de Educación Nacional, Bogotá.
- Bass, H., & Hodgson, B. (2004). The International Commission on Mathematical Instruction. What? Why? For whom? *Notices of the AMS*, 51, 639-644.
- Budnick, S. (1990) *Matemáticas aplicadas para administración, economía y ciencias sociales*. (2ª ed). México: McGraw-Hill.
- Da Cunha, R. (2006). *A presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de Sao Paulo. Tesis Doctoral*. Recuperado de http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4983.
- Duarte, A. (2007). *Matemática e educação matemática: a dinâmica de suas relações ao tempo do Movimento da Matemática Moderna no Brasil*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). São Paulo: PUCSP.
- Gómez, A. (2006). *La enseñanza de los fundamentos de la matemática*. Manuscrito no publicado. Programa de matemáticas, Universidad de Cartagena, Cartagena.

- Gómez, A. (2010). *Lógica y conjuntos en la enseñanza universitaria del Caribe colombiano*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Cartagena, Cartagena.
- Haidar, A., Teti, C., & Bonacina, M. (2013). *La enseñanza de las matemáticas: 100 años después de Klein*. Recuperado de <http://www.unr.edu.ar/noticia/6827/la-ensenanza-de-las-matematicas-cien-anos-despues-de-klein>.
- Ministerio de Educación Nacional. (1975). *Guía para el maestro 5º grado de enseñanza primaria*. Matemática. Bogotá: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (1979). *Serie Programas Curriculares. Segundo grado de educación básica*. Bogotá: División de Diseño y Programación Curricular de Educación.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie Lineamientos Curriculares. Matemáticas*. Bogotá: MEN.
- Nevalina, R. (1966). Reform in teaching mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 73 (5), 451-464.
- Rico, L. (1992). *Proyecto docente*. Recuperado de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/RicoL92-121.PDF>
- Ruiz, A., & Barrantes, H. (1998). *La historia del Comité Interamericano de Educación Matemática*. Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Sangiorgi, O. (1962). *The present status of mathematics teaching in secondary schools in Argentina, Brazil, Chile, Colombia, Costa Rica, Perú y Venezuela*. Budapest: UNESCO.
- Sociedad Colombiana de Matemáticas. (1980). La nueva década. *Lecturas Matemáticas*, 1 (3), 309-326.
- Takahashi, A. (1976). Lógica y conjuntos en los programas de secundaria. *Notas de matemática*, 5(1), 3-16.
- Thom, R. (1981). Matemática Moderna: ¿Error educacional y filosófico? *Lecturas matemáticas*, 2(3), 279-298.
- Vasco, C. (1975). La matemática en el bachillerato. Lógica, conjuntos y estructuras. *Notas de matemática*, 4(1), 5-30.
- Vasco, C. (1980). El concepto de sistema como clave del currículo de matemáticas. *Notas de matemática*, 10(1), 1-14.
- Walusinski, G. (1962). *Research Symposium on Mathematics Education*. Budapest: UNESCO

Alfonso Segundo Gómez Mulett. Licenciado en Educación área Matemáticas y Física, Especialista en Pedagogía para el Aprendizaje Autónomo, Especialista en Sistemas de Información, Magister en Matemáticas Aplicadas, Doctor en Educación (Rudecolombia); es Profesor Titular de tiempo completo, en el Programa de Matemáticas, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Cartagena, Campus San Pablo. Cartagena – Colombia. Su línea de investigación es la Educación Matemática. agomez1@unicartagena.edu.co