

El rincón de los problemas

Uldarico Malaspina Jurado
 Pontificia Universidad Católica del Perú
umalasp@pucp.edu.pe

Flexibilidad, originalidad y fluidez en la variación de problemas

Problema

Con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 se deben escribir números de tres dígitos con las siguientes reglas:

- En cada número no se deben repetir los dígitos
- El dígito del centro debe ser la suma de los dígitos que van a los extremos

¿Cuál es el mayor número que se puede formar?

¿Cuál es el menor número que se puede formar?

Este problema fue creado por una profesora de primaria en una experiencia didáctica con doce profesores de este nivel educativo sobre creación de problemas de matemáticas, mediante variaciones de la siguiente situación con sus problemas, en forma de actividades individuales:

Situación¹

Se escriben los números

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9

y luego se pintan según las siguientes reglas:

- Sólo se pueden usar los colores rojo, azul y verde.
- Cada número se pinta con un solo color.
- Si un número se pinta de rojo, debe ser la suma de un número pintado de azul más un número pintado de verde.

Actividades individuales

a) Juan pintó los números como se indica a continuación:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	V	V	R	V	A	R	A	R

Pedro dice que Juan no ha respetado todas las reglas.

Examina si Pedro tiene razón. En caso que la tenga, ¿Cuál de las reglas no respetó Juan? ¿Por qué? ¿Se puede cambiar el color de uno de los números y tener así todos los números pintados respetando las reglas? ¿Cuál? ¿Hay sólo una posibilidad?

¹ Situación y problemas ampliamente examinados en Malaspina, U. (2008)
http://www.fisem.org/www/union/revistas/2008/16/Union_016_022.pdf

- b) Carlitos empezó a pintar los números y se le ocurrió pintar el 2 de azul, el 6 de verde y el 9 de rojo. Muestra que es posible mantener estos colores del 2, 6 y 9 y terminar de pintar los nueve números respetando las reglas.
- c) Examina si es posible pintar los nueve números respetando las reglas y que al final el 4, el 5 y el 9 sean rojos.

Como se puede percibir, las modificaciones introducidas por la profesora son de carácter cualitativo y revelan *flexibilidad* y *originalidad* en la tarea creativa. Flexibilidad en el sentido de hacer las modificaciones con amplitud, yendo más allá de cambios ligeros a lo presentado en el problema; y originalidad en el sentido de presentar novedad respecto al problema dado y distinguirse notoriamente de otras modificaciones al mismo problema. La profesora se apartó de la situación presentada – en el sentido de colorear los dígitos – pero usando los dígitos planteó nuevas reglas encaminadas a construir nuevos números (de tres dígitos) y puso requerimientos de un problema de optimización sencillo, adecuado para alumnos de primaria, que son muy distintos a los requerimientos de los problemas en los ítems a, b y c relacionados con la situación planteada. El problema es muy diferente, en relación a los problemas presentados por los otros once profesores y fue correctamente resuelto por su autora.

Es importante hacer notar que la profesora entendió la situación y resolvió correctamente los problemas de los ítems a, b y c. Es más, el problema que propuso y estamos comentando, es el segundo de los que creó, siendo el primero en relación a la situación dada y con variaciones relacionales al problema del ítem c. A continuación transcribimos su primer problema:

Examina si es posible pintar los nueve números respetando las reglas y que al final el 4, 6, 8 y 9 sean rojos.

Presentó como solución:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	A	V	R	V	R	V	R	R

Así, en la propuesta completa presentada por la profesora, encontramos también *fluidez*, en el sentido de crear más de un problema, con ideas y propuestas diferentes, a partir de la situación y los problemas dados.

Cabe destacar que en la experiencia didáctica no se dio previamente orientación alguna para crear problemas. Luego de presentarles la situación y las preguntas en los ítems a, b y c, se les pidió crear problemas o plantear preguntas teniendo como fuente de inspiración la situación y los problemas propuestos.

Toda la experiencia didáctica se desarrolló en 90 minutos, de los cuales 30 fueron dedicados a la creación de problemas, en forma individual. Los primeros 50 fueron dedicados a la resolución individual de los problemas propuestos en la situación y a la socialización de tales soluciones, con el fin de tener un buen grado de comprensión de la situación y de los problemas. Hubo 10 minutos de socialización de los problemas creados por los profesores.

Siguiendo las reflexiones iniciadas en el artículo del número anterior de UNIÓN, buscamos criterios para construir indicadores de la capacidad de crear problemas y – conscientes de la importancia de observar modificaciones cualitativas a la

información y requerimientos de un problema dado – propusimos la situación descrita más arriba y los problemas de los ítems a, b y c, que se prestan para modificaciones cualitativas, por plantear explícitamente algunas reglas sencillas, relacionando el coloreo de números escritos y la suma de tales números. Ahora, teniendo en cuenta criterios adoptados en los test de creatividad (Alencar, E.M.L.S., 1990; Gontijo, C. y Fleith, D.S. (2010), usamos la *flexibilidad*, *originalidad* y *fluidez*, según lo especificado en párrafos anteriores. Con tales criterios, en las propuestas de los 12 profesores encontramos 11 que reflejan bastante flexibilidad, pues cambian las reglas dadas; 4 con bastante originalidad, pues usan expresiones verbales de gran importancia matemática, introducen, otra operación aritmética, usan la paridad e imparidad de los dígitos o plantean preguntas con varias respuestas correctas; y 11 con fluidez considerable, pues propusieron más de un problema, con ideas y propuestas diferentes. En un estudio más sistemático se debería definir con más precisión lo que se entiende por flexibilidad, originalidad y fluidez y establecer niveles en una escala ordinal.

El análisis de las propuestas de los 12 profesores de primaria nos muestra una vez más que existen capacidades creativas de problemas de matemáticas en los docentes y que es responsabilidad de los formadores de profesores el desarrollarlas y potenciarlas.

A continuación transcribimos algunos otros problemas creados por los profesores, y comentamos aspectos relacionados con la flexibilidad, originalidad y fluidez que percibimos.

➤ Problemas del profesor 4

4.1 *Lupe pinta los números de la siguiente manera:*

1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	A	R	A	V	V	V	R	R

Verifica si se cumplen las reglas dadas en la situación.

4.2 *Se escriben los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 y luego se pintan según las siguientes reglas:*

- i) Solo se pueden usar los colores azul, verde y rojo*
- ii) Por lo menos dos números deben ser pintados con cada color*
- iii) Si un número se pinta de rojo, este debe resultar de la resta de un número azul y otro verde*

Muestra una forma de pintar los números cumpliendo las reglas dadas.

Comentarios

Si bien el texto del problema 4.1 no revela flexibilidad ni originalidad, el haberlo formulado y luego resuelto correctamente, hace que con el problema 4.2 constituyan una muestra de fluidez, pues la autora formula un problema adicional, con ideas diferentes. En este problema (el 4.2) muestra flexibilidad al incluir nuevas reglas. Muestra originalidad al usar la expresión “*por lo menos*”, que por su importante significado matemático es de gran relevancia introducirlo desde la primaria. Además, usa otra operación – la sustracción – en lugar de la adición. Tal como está

planteado, tiene más de una respuesta correcta, lo cual es esencial en la formación matemática de los niños.

Con las nuevas reglas se pueden plantear problemas más desafiantes como

¿Cuál es la mayor cantidad de números que pueden pintarse de rojo?

Puede ser muy enriquecedor plantear conjeturas para la respuesta y demostrarlas o rechazarlas.

➤ Problema del profesor 6

Se escriben los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 y luego se pintan según las siguientes reglas:

- i) Se pintan todos los números de verde, amarillo o rojo
- ii) Cada número se pinta de un solo color
- iii) Los números pares pintados de verde deben ser la suma de dos impares pintados uno de amarillo y otro de rojo.
- iv) Por lo menos dos números pares se pintan de verde.

Ana pinta los números de la siguiente manera:

1	2	3	4	5	6	7	8
R	R	A	V	A	V	A	V

Juan dice que Ana no ha cumplido las reglas. ¿Juan dice la verdad? ¿Por qué?

Comentarios

La flexibilidad está en haber cambiado las reglas dadas en la situación inicial, inclusive cambiando los “roles” de los colores y reduciendo de 9 a 8 el total de dígitos a considerar. La originalidad se percibe al incluir el uso de la paridad e imparidad de números enteros en su regla (iii). Con el profesor 4 son los únicos que introducen el uso de “por lo menos”, cuya importancia ya hemos comentado.

Se puede pensar en preguntas que susciten discusión en sesiones de socialización, como:

¿se puede pintar de verde algún número impar?

¿cuál es el menor número que se puede pintar de verde?

➤ Problemas del profesor 7

7.1 *¿Se pueden cumplir las reglas dadas en la situación y tener pintados todos los números en tres grupos de tres, de diferentes colores?*

7.2 *Si pinto los números pares de azul ¿se pueden pintar los impares usando los otros dos colores y respetando las reglas?*

Comentarios

El profesor muestra fluidez al presentar dos problemas cualitativamente diferentes. Si bien no cambia las reglas y podríamos caracterizar las propuestas con poca flexibilidad, las preguntas que formula muestran originalidad. Ambos problemas invitan a considerar la existencia de una solución y la socialización de soluciones

llevaría a verificar que hay más de una solución, lo cual es muy importante por el énfasis que se pone en los centros educativos en trabajar con problemas de respuesta única.

➤ Problema del profesor 11

Se escriben los dígitos del 1 al 9 y se pintan según las siguientes reglas:

- i) Solo se pueden usar el verde, rojo o azul
- ii) Cada número se pinta de un solo color
- iii) Si un número se pinta de rojo, debe ser la resta de un número pintado de azul menos un número pintado de verde.

Juan pintó los números así:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
V	V	A	R	R	V	V	A	A

Abel dice que Juan no ha respetado todas las reglas. Examina si Abel tiene razón.

Comentarios

Se percibe la flexibilidad al haber modificado la regla 3 de la situación por su regla (iii), en la que muestra originalidad al cambiar la adición por la sustracción. Con el profesor 4 son los únicos que introducen el uso de una operación distinta de la que se usa en la situación dada.

Comentarios generales

1. La experiencia didáctica muestra que en los profesores de primaria en ejercicio hay potencialidades didácticas y matemáticas para la creación de problemas.
2. La profundización de conocimientos matemáticos y las reflexiones sobre experiencias docentes, con los criterios dados por los enfoques teóricos sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, contribuirán a acrecentar en los docentes potencialidades como las percibidas.
3. Mediante estrategias adecuadas, se puede estimular el desarrollo de competencias didácticas y matemáticas de los docentes en formación y en servicio. En Malaspina (2013) y Malaspina (2014a, 2014b) se resumen algunas estrategias, que consideramos serían muy útiles al aplicarlas en los procesos de enseñanza y aprendizaje para la formación inicial y continua de los docentes.
4. Establecer indicadores para medir la capacidad de crear problemas de matemáticas pasa por la dificultad de establecer previamente los criterios. Algunos de ellos están esbozados en el presente artículo y en el del número anterior de UNIÓN, pero requieren ser afinados y profundizados. Puede ser un interesante trabajo interdisciplinario con psicólogos interesados en la educación, y en particular en la educación matemática.

Referencias

- Alencar, E.M.L.S. (1990). Como desenvolver o potencial criador: uma guia para a liberaçao da criatividade em sala de aula. Ptrópolis: Vozes
- Gontijo, C. y Fleith, D.S. (2010). Avaliaçao da criatividade em matemática. Em *Medidas de criatividade*. Porto Alegre: Artmed.

- Malaspina, U. (2013). La creación de problemas de matemáticas en la formación de profesores. *Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, (pp. 117–128). Uruguay: Sociedad de Educación Matemática Uruguaya.
- Malaspina, U. & Vallejo, E. (2014a). Problem posing in preservice primary school teachers' training. En Osterle, S., Nicol, C., Liljedahl, P. & Allan, D. (Eds.) *Proceedings of the Joint Meeting of the PME 38 and PME-NA 36*, Volumen 6 (p. 159). Vancouver, Canadá: PME.
- Malaspina, U., Mallart, A. & Font, V. (2014b). Problem posing as a means for developing teacher competencies. En Osterle, S., Nicol, C., Liljedahl, P. & Allan, D. (Eds.) *Proceedings of the Joint Meeting of the PME 38 and PME-NA 36*, Volumen 6 (p. 356). Vancouver, Canadá: PME.