UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 45. Marzo 2016
Página 184-204

www.fisem.org/web/union
http://asenmacformacion.com/ojs/index.php/union/index

Elementos da prática de uma Comunidade de Prática de professores de Matemática na utilização do Software GeoGebra

Loreni Aparecida Ferreira Baldini
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino

Fecha de recepción: 18/06/2015
Fecha de aceptación: 03/03/2016

Resumen	En este artículo se presentan los elementos de la práctica de una Comunidad de Práctica de Docentes de Matemáticas en la utilización del software GeoGebra que promueve el desarrollo profesional de sus miembros. Los resultados muestran que sus miembros tuvieron la oportunidad de desempeñar un papel activo en su formación; de sentirse desafiado; de compartir experiencias; de exponer errores sin restricciones; de presentar, explicar, explorar y comparar las estrategias; de utilizar las tecnologías digitales y el "lápiz y papel"; y confiar en un experto en el grupo. Estos elementos han permitido que sus miembros establezcan relaciones de respeto, de confianza, de solidaridad y de creatividad. **Palabras clave**: Desarrollo Profesional; Comunidades de Práctica; Software GeoGebra.
Abstract	In this article are presented elements of the practice of a Community of Practice of Mathematics Teachers in the use of GeoGebra that promoted professional development of its members. The results show that its members had the opportunity to play an active role in their formation process; to feel challenged; to share experiences; to expose mistakes without constraints; to present, justify, explore and compare strategies; to use digital technologies and the "pencil and paper"; and to count on the on the presence of the expert group. These elements have allowed its members to establish relationships of respect, trust, solidarity and creativity. **Keywords**: Professional Development; Community of Practice; Software GeoGebra.
Resumo	Nesse artigo são apresentados elementos da prática de uma Comunidade de Prática de Professores de Matemática na utilização do *software* GeoGebra que promoveram o desenvolvimento profissional de seus membros. Os resultados revelam que seus membros tiveram a oportunidade de desempenhar um papel ativo em sua formação; de sentir-se desafiado; de partilhar experiências; de expor erros sem constrangimentos; de apresentar, justificar, explorar e comparar estratégias; de utilizar as tecnologias digitais e o "lápis e papel"; e de contar com um *expert* no grupo. Estes elementos permitiram que seus membros estabelecessem relações de respeito, confiança, solidariedade e criatividade. **Palavras-chave:** Desenvolvimento Profissional; Comunidades de Prática; *Software* GeoGebra.

1. Introdução

Formar o professor para integração das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação – TDIC nas práticas pedagógicas é um dos atuais desafios impostos aos processos de formação de professores que ensinam matemática perspectivando o seu desenvolvimento profissional (Mishra; Kohler, 2006; Cyrino; Baldini, 2012).

Na busca de possibilidades alternativas aos cursos de treinamento, que possam colaborar com uma formação de professores na perspectiva do desenvolvimento profissional, o Grupo de Ensino e Pesquisa sobre a Formação de Professores que Ensinam Matemática - Gepefopem tem desenvolvido estudos e pesquisas acerca de espaços que sejam profícuos para explorar processos de aprendizagem e a mobilização/constituição de conhecimentos de professores (Cyrino, 2009; Cyrino; Caldeira, 2011; Baldini, 2014; Garcia, 2014; Nagy; Cyrino, 2014).

Um desses trabalhos, analisou as aprendizagens e os conhecimentos mobilizados/constituídos do *TPACK* – Conhecimentos Tecnológicos e Pedagógicos do Conteúdo nos empreendimentos da prática de uma Comunidade de Prática de Formação de Professores de Matemática na utilização do *software* GeoGebra - CoP-FoPMat (Baldini, 2014).

No presente artigo, são apresentados os elementos da prática dessa CoP que promoveram o desenvolvimento profissional de professores e de futuros professores de Matemática. Inicialmente são descritas as perspectivas de desenvolvimento profissional de professores, de aprendizagem em Comunidades de Prática - CoP (Wenger, 1998) e do *TPACK* (Mishra; Kohler, 2006) assumidas nessa investigação, bem como os encaminhamentos metodológicos e a análise dos empreendimentos: resolução e discussão de uma tarefa utilizando o *software* GeoGebra e investigação de questões e construções desencadeadas por essa tarefa. Para finalizar, são caracterizados os elementos da prática da CoP-FoPMat que promoveram o desenvolvimento profissional de seus membros.

2. Desenvolvimento Profissional – algumas perspectivas

Para romper com a concepção tradicional de formação que advém de cursos de treinamento no qual o formador é o centro do processo, vários autores têm optado pelo termo desenvolvimento profissional, em detrimento da utilização de termos como "formação" ou "instrução" (Day, 2001; Ponte, 1998; Inbernón, 2010; Ferreira, 2003 e 2006; Cyrino, 2013). No quadro a seguir apresentamos aspectos do desenvolvimento profissional de professores assumidos por alguns desses autores.

Autores	Desenvolvimento Profissional
Day (2001)	Inclui a aprendizagem eminentemente pessoal a partir da experiência pessoal. "Inclui todas as experiências de aprendizagens naturais e aquelas planejadas. [...] É o processo através do qual os professores, enquanto agentes de mudança, reveem, renovam e ampliam individual ou coletivamente o seu compromisso com os propósitos do ensino" (p.21).
Ponte (1998)	Traz a ideia de uma formação com múltiplas etapas em um processo de incompletude na formação docente, é exigido ao longo de toda a carreira; tem a formação 'formal' - inicial, contínua, especializada e avançada, como um suporte fundamental; é favorecido por contextos colaborativos - institucionais, associativos, formais ou informais; é de cada professor no essencial da sua responsabilidade; é a chave da competência profissional, a capacidade de equacionar e resolver problemas da prática profissional; e, requer um

	trabalho investigativo em questões relativas à própria prática profissional.
Imbernón (2010)	"[...] pode ser concebido como qualquer intenção sistemática de melhorar a prática profissional, crenças e conhecimentos profissionais, com o objetivo de aumentar a qualidade docente, de pesquisa e de gestão" (p.47).
Ferreira (2003)	"[...] é aprender e caminhar para a mudança, ou seja, ampliar, aprofundar e/ou reconstruir os próprios saberes e prática e desenvolver formas de pensar e agir coerentes" (p.36).
Ferreira (2006)	[...] "um processo que se dá ao longo de toda experiência profissional [...]. Envolve a formação inicial e continuada, bem como a história pessoal como aluno e professor. [...] os estímulos ou pressões que sofre socialmente e sua própria cognição e afeto – crenças, valores, meta" (pp. 149 - 150).
Cyrino (2013)	"uma experiência (LARROSA, 2009) que promove no professor mudanças quanto às suas crenças, conhecimentos e práticas relativas à sua profissão" (p.5189).

Quadro 1 – Aspectos do Desenvolvimento Profissional

De modo geral, esses autores consideram a aprendizagem dos professores em formação como elemento chave para o seu desenvolvimento profissional. Nesse sentido, o desenvolvimento profissional é visto como um processo - individual e/ou coletivo - influenciado por experiências de diferentes naturezas, formais ou informais, que provocam mudanças em suas crenças, conhecimentos e práticas. Evidenciam que para que essas aprendizagens e mudanças ocorram, não basta oferecer aos professores cursos, seminários, oficinas, é preciso incentivá-los a investigar a própria prática, a equacionar os problemas dessa prática, a desenvolver um trabalho colaborativo a fim de que possam gerir e assumir um compromisso com a sua formação. Para tanto, as CoPs podem se constituir como um espaço privilegiado para ouvi-los, entender suas necessidades e tomar como ponto de partida para sua formação suas experiências pessoais e profissionais.

3. Aprendizagem em Comunidades de Prática

Wenger (1998) defende que a aprendizagem é fundamentalmente social e ocorre em contextos de experiência de participação no mundo, com a participação em CoPs. Considera uma CoP como um grupo de pessoas que compartilham uma preocupação ou uma paixão por algo que fazem (domínio), e aprendem como fazê-lo interagindo uns com os outros, "é um espaço de engajamento na ação, de relações interpessoais, de conhecimento compartilhado, e de negociação dos empreendimentos" (Wenger, 1998, p. 85).

A comunidade, de acordo com Wenger, McDermott e Snyder (2002), cria o tecido social da aprendizagem, encoraja interações e relacionamentos por meio de sua prática. A prática é o conhecimento específico desenvolvido, compartilhado e mantido pela CoP, envolve um conjunto de estruturas, ideias, ferramentas, informações, estilos, linguagens, estórias e documentos que os membros compartilham. Para associar prática e comunidade, Wenger (1998) apresenta três dimensões da relação pela qual a prática é fonte de coerência de uma comunidade: engajamento/compromisso mútuo, empreendimento articulado/conjunto e repertório compartilhado.

O engajamento/compromisso mútuo requer, além de fazer coisas juntos, o compromisso com a aprendizagem do outro e o desenvolvimento de relacionamentos que nem sempre implicam em homogeneidade. Envolve competências própria e dos outros e se baseia no que as pessoas fazem e no que conhecem, ou seja, na capacidade de colaborar com conhecimentos dos outros (Wenger, 1998).

O empreendimento articulado de uma CoP é definido em conjunto pelos seus membros a partir do que as pessoas fazem juntas. No entanto, não se trata de um objetivo fixo ou definido inicialmente para ser perseguido sem que possa ser alterado. A negociação de um empreendimento dá origem a relações de responsabilidade mútua entre os envolvidos que incluem o que importa e o que não importa, o que fazer e o que não fazer, o que prestar atenção e o que ignorar, o que falar e o que deixar subentendido, o que justificar e o que não dar valor, o que mostrar e o que ocultar, quando ações e artefatos são bons o suficiente e quando eles precisam de melhoria ou refinamento (Wenger, 1998).

O repertório compartilhado é o conjunto de recursos partilhados por uma comunidade para engajamentos na prática e para a negociação de significados. O repertório de uma CoP "inclui rotinas, palavras, ferramentas, formas de fazer as coisas, histórias, gestos, símbolos, gêneros, ações, ou concepções que a comunidade tem produzido ou adotado no curso de sua existência, e que se tornaram parte de sua prática" (Wenger, 1998, p.83).

De acordo com Cyrino (2009) a negociação de significados, no contexto de uma CoP, é um mecanismo para a aprendizagem. A aprendizagem muda quem somos, modifica nossa habilidade de participar, de pertencer, de negociar significados (Wenger, 1998). A negociação expressa uma interação contínua de conquista, de dar e receber, de influenciar e ser influenciado e o significado é o produto de sua negociação, fonte de energia necessária para a aprendizagem. Nesse sentido, o significado negociado é ao mesmo tempo histórico e dinâmico, contextual e único.

O conceito de negociação de significado é caracterizado por Wenger (1998), como o processo pelo qual se experimenta o mundo e se engaja nele como algo significativo. O processo de negociação de significados é contínuo, envolve interpretar e agir, fazer e pensar, entender e responder, e, assim, produz constantemente novas relações com e no mundo. Aquilo que é feito ou falado pode referir-se ao que foi feito ou falado no passado e, mesmo assim, volta a produzir uma nova situação, uma nova interpretação, uma nova experiência que produz significados que ampliam, redirecionam, ignoram, reinterpretam, modificam ou confirmam a história de significados da qual o sujeito faz parte. Viver é um constante processo de negociação de significados (Wenger, 1998).

O processo de negociação de significados ocorre na interação entre dois outros processos, o de participação e o de reificação (Wenger, 1998). A participação é um processo abrangente que envolve as relações com os outros, é uma forma de ação que significa ser parte de algo. Ela dá forma ao que fazemos, a quem somos e como interpretamos o que fazemos, e ainda descreve uma experiência social de viver em um mundo enquanto membros de comunidades sociais. Esse processo combina fazer, conversar, pensar, sentir e pertencer. Assim sendo, a participação leva a renegociar significados em novos contextos.

O processo de reificação é parte intrínseca das práticas, indispensável para o processo de negociação e para as experiências de significados. Esse termo é usado por Wenger (1998) para referir-se ao processo de dar forma à experiência, para cristalizar tal experiência em uma "coisa". Além de dar forma à experiência a reificação muda a nossa experiência com o mundo. O processo de reificar não envolve somente expressar uma ideia, uma emoção ou construir uma ferramenta, é criar condições para novos significados, uma vez que "inclui fazer, projetar, representar, nomear, codificar, e descrever, assim como perceber, interpretar, usar, reutilizar, decodificar e reformular" continuamente (Wenger, 1998, p.59).

A relação fundamental existente entre os processos de participação e de reificação é de complementariedade e de dualidade, formando uma unidade de maneira dinâmica. Um processo não substitui o outro, não se transforma no outro, embora um transforme o outro. Por meio das várias combinações possíveis entre eles surgem possibilidades de uma variedade de experiências de negociação de significados úteis para descrever o nosso engajamento com o mundo. Enquanto na participação os sujeitos reconhecem-se uns nos outros, na reificação eles se projetam para o mundo atribuindo significados (Wenger, 1998).

A aprendizagem ocorre nessa dualidade entre os processos de participação e de reificação, e é a partir desse cenário que a CoP se constitui como um espaço fecundo para formação de professores e de futuros professores.

4 . TPACK – um quadro para orientar a integração de tecnologias de ensino

Em busca de discutir elementos relacionados aos conhecimentos necessários ao professor para a integração de tecnologias no ensino, Mishra e Koehler (2006), argumentam que o conhecimento tecnológico não pode ser tratado separadamente dos conhecimentos pedagógicos e dos conhecimentos do conteúdo. Esses autores estendem as ideias de Shulman (1986, 1987), e propõem uma integração do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico com o conhecimento tecnológico, por meio de uma estrutura teórica para a utilização da tecnologia educacional no desenvolvimento profissional dos professores, o *TPACK* - Conhecimento Tecnológico Pedagógico de Conteúdo (*Technological Pedagogical Content Knowledge – TPACK* – Figura 1*)*.

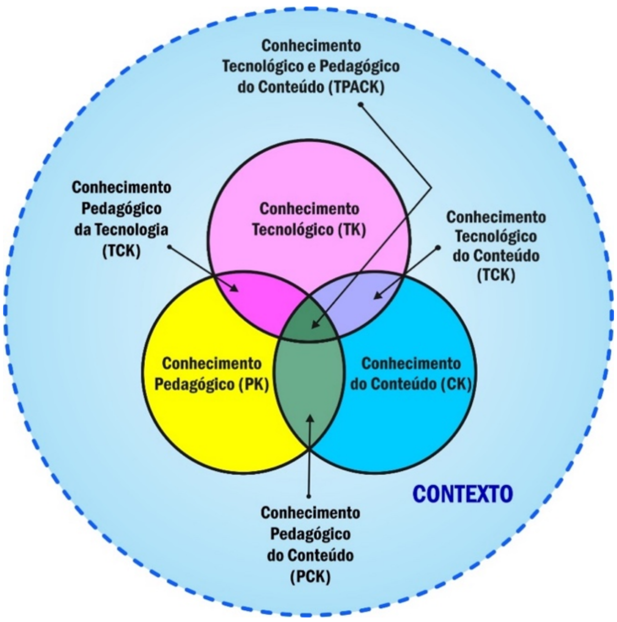


Figura 1 - O quadro *TPACK*
Fonte: Adaptado de Koehler e Mishra (2006).

Nesse quadro conceitual (Quadro 2), os conhecimentos sobre o conteúdo, a pedagogia e a tecnologia são considerados essenciais para o desenvolvimento de um “bom ensino”. No entanto, em vez de tratar esses conhecimentos separadamente, a proposta dos autores insere três pares de interseção e uma tríade, nas quais são consideradas conexões e interações, duas a duas, entre conteúdo, tecnologia e pedagogia, e, a interação entre esses três conhecimentos. Isso não significa que não se possa olhar para cada um deles isoladamente, mas que é indicado, também, olhar para suas relações.

Conhecimento do Conteúdo (*CK*) - É o conhecimento que os professores precisam ter sobre o assunto, objeto de ensino e aprendizagem. Inclui conhecimento de fatos centrais como conceitos, teorias e procedimentos (SHULMAN, 1986).

Conhecimento Pedagógico (*PK*) - É o conhecimento sobre os processos de aprendizagem e de práticas de ensino, ou seja, dos métodos e teorias de ensino e de aprendizagem (SHULMAN, 1986).

Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*PCK*) - É o conhecimento do conteúdo incorporando os aspectos mais apropriados para seu ensino. Inclui saber como um conteúdo pode ser organizado para o ensino, as formas de representação de ideias, analogias, ilustrações, exemplos e demonstrações (SHULMAN, 1986).

Conhecimento Tecnológico (*TK*) - Refere-se ao conhecimento de tecnologias que são ou podem ser utilizadas em ambientes de aprendizagem. Inclui as habilidades necessárias para operar tecnologias específicas (MISHRA e KOEHLER, 2006).

Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (*TCK*) - Refere-se à forma como tecnologia e o conteúdo se influenciam mutuamente, como uma tecnologia pode ser usada para fornecer novas maneiras de ensinar um conteúdo (MISHRA e KOEHLER, 2006).

Conhecimento Pedagógico da Tecnologia (*TPK*) - É o conhecimento das possibilidades e limitações da tecnologia para diferentes abordagens de ensino, e, ainda, saber como o ensino e a aprendizagem podem mudar a partir do uso de tecnologias específicas e com o uso de uma determinada estratégia pedagógica (MISHRA e KOEHLER, 2006).

Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo (*TPACK*) - Refere-se a um conhecimento que vai além de todos os três componentes (tecnologia, pedagogia e conteúdo). O *TPACK* oferece uma maneira de conceituar o conhecimento que professores precisam, a fim de integrar a tecnologia em práticas de ensino. Implica em usar a tecnologia para explorar relações matemáticas e não para repetir práticas tradicionais por meio de outra tecnologia (MISHRA e KOEHLER, 2006).

Quadro 2 – Conhecimentos necessários ao professor de Matemática

Desse modo, o *TPACK* pode colaborar para o desenvolvimento profissional dos professores, de modo que eles possam se apropriar de “hábitos tecnológicos” a fim de compreender e descrever a matemática e as relações existentes “por trás” dos resultados mostrados em uma tela de computador. Esse conceito deve ser valorizado nos processos de formação, porque o domínio do *TPACK* propicia compreensão de questões pedagógicas que possibilitam que as tecnologias sejam usadas para a constituição de conhecimentos em sala de aula.

5. Encaminhamento da pesquisa

Com o objetivo de identificar elementos da prática de uma CoP que promoveram o desenvolvimento profissional de seus membros, foi feita a analise das aprendizagens e dos conhecimentos mobilizados/constituídos na prática dessa CoP por meio de uma pesquisa qualitativa, na perspectiva da pesquisa intervenção (Krainer, 2003).

A pesquisa foi desenvolvida no contexto da CoP–FoPMat constituída por doze professores, nove futuros professores e pela formadora (primeira autora deste artigo). Os encontros da CoP ocorreram em um Colégio Estadual da cidade de Arapongas – PR, que atende o Ensino Fundamental II e o Ensino Médio. Foram realizados 25 encontros, no período de 05/2012 a 06/2013, com duração média de 1h e 40 min.

Nesse artigo são apresentados os processos de negociação de significados que foram desencadeados pela proposição de uma tarefa que envolve o Teorema de Pitágoras (Quadro 3).

"Os babilônios dos tempos de Hamurabi (c. 1700 a.C.) provavelmente já sabiam que o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados sobre os catetos. Entretanto, acredita-se que a primeira demonstração geral desse fato foi dada por Pitágoras de Samos (c. 585 – c. 500 a.C.) ou um de seus discípulos. Por essa razão, o teorema ficou universalmente conhecido como Teorema de Pitágoras." (SILVA, C.M.S. e LORENZONI, C.A.C.A. O velho conhecido Teorema de Pitágoras e suas demonstrações. *História & Educação Matemática.* São Paulo, v. 2, n. 2, p. 112, 2002.)
A história da matemática, assim como o estudo de diferentes demonstrações, são recursos importantes para o trabalho com o Teorema de Pitágoras em sala de aula. Esses recursos permitem evidenciar a matemática como uma construção humana, bem como articular diferentes conteúdos que compõem o currículo de Matemática. Com base nos conhecimentos sobre o Teorema de Pitágoras e nas propostas pedagógicas atuais para o Ensino Fundamental e Ensino Médio, considere as afirmativas a seguir.

I. As palavras sublinhadas no enunciado: "o **quadrado** sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados sobre os catetos" justificam o fato de podermos construir somente **quadrados** sobre os lados de um triângulo retângulo para demonstração do teorema.
II. O Teorema de Pitágoras deve ser trabalhado em sala de aula, necessariamente, após a compreensão, pelos alunos, do conceito de semelhança de triângulos.
III. É possível constatar o Teorema de Pitágoras comparando as áreas de semicírculos construídos sobre os lados de um triângulo retângulo, ou seja, em um triângulo retângulo, a área do semicírculo construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos semicírculos construídos sobre os catetos.
IV. O Teorema de Pitágoras pode ser verificado comparando-se as áreas de quaisquer polígonos regulares construídos sobre os lados de um triângulo retângulo.

Estão corretas apenas as afirmativas:
a) I e II. b) II e III. c) III e IV. d) I, II e IV. e) I, III e IV.

Quadro 3 – Tarefa
Fonte: Prova do PDE/2006 - Secretaria de Estado da Educação.

Os membros da CoP resolveram a tarefa em pequenos grupos (3 ou 4 pessoas) e depois apresentaram/discutiram suas resoluções no grande grupo (todos os membros da CoP). Em um primeiro momento utilizaram lápis e papel para resolução da tarefa e em seguida o GeoGebra para construir figuras perspectivando a constatação do Teorema de Pitágoras. Durante a resolução e as discussões da tarefa, a CoP se engajou nos empreendimentos e compartilhou seus repertórios.

Os encontros foram audiogravados, cujas transcrições foram complementadas com: registros escritos dos membros da CoP em um diário digital disponibilizado na plataforma Moodle, no qual eles registravam suas reflexões sobre os encontros; notas de campo produzidas pela formadora; discussões ou comentários registrados nos fóruns de socialização (Plataforma Moodle); figuras construídas no *software* GeoGebra, enviadas para a formadora por e-mail. Com o intuito de manter o sigilo dos nomes dos membros da CoP, utilizamos P para indicar os professores e a coordenadora, e FP para indicar futuros professores, seguidos de nomes fictícios[1].

A seguir são apresentadas análises de alguns episódios que revelam processos de negociação de significados dos membros da CoP nos empreendimentos: resolução e discussão de uma tarefa utilizando o *software* GeoGebra e investigação de questões e construções desencadeadas por essa tarefa. Nessa análise explicita-se as aprendizagens e os conhecimentos do *TPACK* mobilizados/constituídos pelos professores e futuros professores na prática dessa CoP.

6. Aprendizagens e Conhecimentos do TPACK mobilizados na resolução e discussão da tarefa utilizando o *software* GeoGebra

Após a leitura da tarefa, os pequenos grupos se envolveram em investigar as afirmativas, desencadeando negociações de significados relativas ao Teorema de Pitágoras, como mostra o episódio a seguir.

1. *P-Alice:* *A quatro é verdadeira.*
2. *FP-Carol:* *A primeira é verdade. Não é verdade?*
3. *P-Aline:* *Somente quadrados!? Não, então não.*
4. *P-Maura:* *Por quê?*
5. *P-Aline:* *Se a quatro for verdadeira a primeira não pode ser. Porque é* (está escrito) *somente quadrados.*
6. *P-Alice:* *Semicírculo* (referindo-se a afirmativa III)*? Por que semicírculo?* (Pausa). *Vamos construir o semicírculo no rascunho sobre os lados do triângulo. Se são semicírculos, isso* (lado do triângulo) *vai ser o diâmetro?*
7. *P-Maura:* *É.*
8. *P-Alice:* *A área* (do semicírculo) *vai ser πr^2 dividido ao meio. Se aqui é 3* (medida do lado)*, vai ser $2{,}25\pi$. No lado 4 vai ser 4π. Agora esse aqui, 2,5 ao quadrado é igual a $6{,}25\pi$. Após calcular a medida das áreas dos círculos, dividiram por dois para obter as medidas das áreas dos semicírculos.*
9. *P-Aline:* *Agora soma esse com esse* (somam a medida das áreas dos semicírculos referente aos catetos).
10. *P-Alice:* *É. Vai dar sim. Deu* (risos)*. Que legal*. (Comparam a soma obtida com a medida da área do semicírculo referente à hipotenusa).
11. *FP-Carol:* *E essa quatro* (afirmativa IV)*? Como que você já viu? Comparando a área de quaisquer polígonos regulares?*
12. *P-Alice:* *Foi no PDE. Pode ser qualquer figura. Desde que seja regular. Não precisa ser só quadrado.*
13. *FP-Carol:* *Desde que seja regular?*
14. *P-Alice:* *Sim. Dá certinho.*
15. *FP-Carol:* *Então quer dizer não precisa ser só quadrado, pode ser qualquer polígono regular!? Então por isso que a número 1* (afirmativa I) *não vai ser verdade, porque diz somente quadrado.*
16. *P-Alice:* *É isso mesmo, porque usou somente quadrado.*
17. *FP-Carol:* *E esse dois* (afirmativa II)*, também não?*

[1] Todos os membros da CoP assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, e projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa (UEL).

18. P-Alice: Não, não tem necessidade. Só a 3 e 4.

A interação entre P-Alice, P-Aline, P-Maura e FP-Carol na busca pela alternativa correta da tarefa revela que mobilizaram conhecimentos do conteúdo a respeito da identificação do raio a partir do diâmetro, do cálculo da área do círculo e da área do semicírculo. Revela também que constituíram o conhecimento de que o Teorema de Pitágoras pode ser constatado comparando as áreas de semicírculos construídos sobre os lados de um triângulo retângulo. Esses conhecimentos são evidenciados, por exemplo, quando P-Alice (6, 8, 10) demonstra não conhecer essa forma de verificar esse teorema e busca, junto com as demais, a verificação a partir de suas experiências, surpreendendo-se com a relação encontrada.

No decorrer da interação, a FP-Carol (2 e 15), a P-Aline (3 e 5) e a P-Alice (16) também manifestaram conhecimento de que é possível constatar o Teorema de Pitágoras comparando áreas de quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo. A projeção de P-Alice (1 e 12), bem como, os questionamentos da FP- Carol (11, 13 e 15), revelam a constituição do conhecimento de que é possível constatar o teorema comparando área de polígonos regulares (Conhecimento do Conteúdo).

FP-Carol evidenciou confiança ao expor suas dúvidas, fazendo questionamentos e aceitando as respostas de P-Alice e P-Aline. Ela demonstrou menos experiência com relação ao Teorema de Pitágoras, porém, sua atitude de ouvir e questionar as professoras experientes, sobre a resolução e conceitos envolvidos na tarefa, sinaliza um processo de participação que combina fazer, conversar, pensar (WENGER, 1998).

As reificações referentes ao Teorema de Pitágoras foram evidenciadas nos registros realizados nos diários, na folha de tarefa e nas figuras construídas no software GeoGebra (Quadro 4), uma vez que, após a resolução da tarefa na folha e a discussão coletiva, os grupos iniciaram o trabalho com o GeoGebra construindo figuras, inspirados nas afirmativas da tarefa.

As figuras do Quadro 4 ilustram que o trabalho com a tarefa possibilitou a mobilização/constituição de conhecimentos relacionados ao modo de construir triângulo retângulo, polígonos regulares, setor circular no GeoGebra, tais figuras são resultado de escolhas adequadas de suas ferramentas (Conhecimento Tecnológico). Além disso, o fragmento de diário exposto pela P-Alice (Quadro 4) sinaliza que utilizaram o GeoGebra pautados em propriedades matemáticas (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo), nomeadamente: construção do triângulo retângulo – uso da ferramentas “Reta Perpendicular” que garante o ângulo reto; construção do pentágono regular sobre o lado do triângulo retângulo – uso da ferramenta “Polígono Regular” que mantém a propriedade com o “Mover” dos vértices; construção do semicírculo – uso da ferramenta “Setor Circular” que permite obter a área do semicírculo.

As ferramentas utilizadas permitiram que o grupo construísse figuras dinâmicas, de modo que, com o “Mover”, é possível transformá-las mantendo suas propriedades e, com isso, testar hipóteses, perceber regularidades e viabilizar aprendizagens (Conhecimento Pedagógico da Tecnologia).

Observamos que P-Aline, que havia se envolvido em uma generalização numérica para o cálculo da área do semicírculo, durante as apresentações e discussões da resolução da Tarefa no grande grupo, apresenta uma generalização algébrica (Quadro 4) envolvendo a comparação de áreas de semicírculos e de triângulos equiláteros. Ao explicar ao grande grupo, relatou que usaria a mesma ideia para outros polígonos regulares, deixando rastros de mobilização/constituição de conhecimento concernente a generalizar algebricamente esse teorema, por meio de comparação de áreas e a passagem do particular para o geral no processo de sistematização (Conhecimento do Conteúdo).

O grupo discutiu e concluiu que podemos construir sobre os lados de um triângulo retângulo quaisquer polígonos regulares, esta definição foi confirmada no GeoGebra, comparando a soma das áreas dos polígonos dos catetos com a área do polígono sobre a hipotenusa (P-Maura, diário do 13º encontro, 30/08/12)
No 3º item fizemos os cálculos utilizando as medidas 3, 4 e 5 (lado 3 = 2,25pi/2, lado 4 = 4pi/2 e lado 5 = 6,25pi/2). Depois fizemos no GeoGebra utilizando o semicírculo, (descobrimos que, para encontrarmos a área do semicírculo, temos que fazer o setor circular). Utilizamos o pentágono regular, fizemos um triângulo retângulo fixo com retas e retas perpendiculares e depois utilizamos a ferramenta polígono regular para fazermos os pentágonos, e no teste ele permaneceu fixo (P-Alice, diário do 13º encontro, 30/08/12).

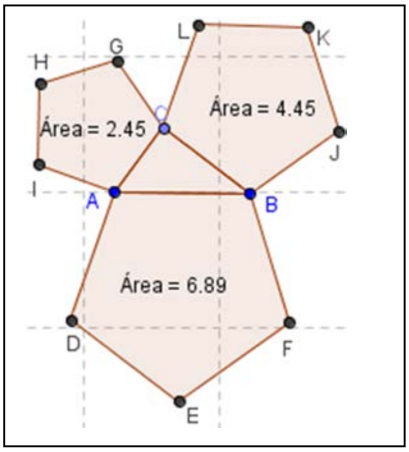


Figura (1) realizada pelo grupo e enviada pela P-Alice

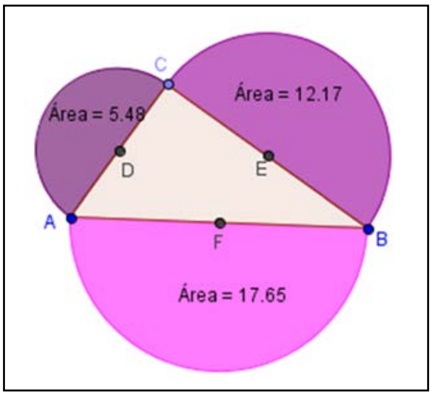
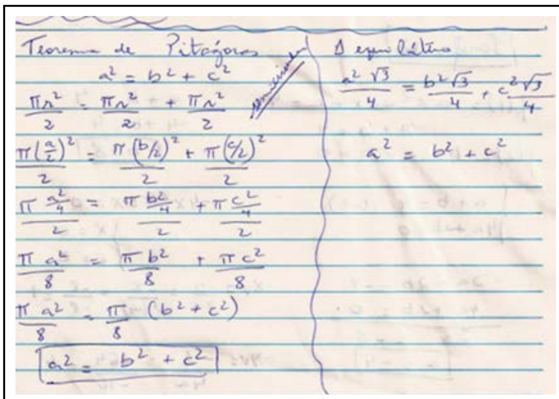


Figura (2) enviada pela P-Aline



Teorema de Pitágoras

$a^2 = b^2 + c^2$

$\frac{\pi a^2}{2} = \frac{\pi b^2}{2} + \frac{\pi c^2}{2}$

$\frac{\pi(\frac{a}{2})^2}{2} = \frac{\pi(\frac{b}{2})^2}{2} + \frac{\pi(\frac{c}{2})^2}{2}$

$\frac{\pi\frac{a^2}{4}}{2} = \frac{\pi\frac{b^2}{4}}{2} + \frac{\pi\frac{c^2}{4}}{2}$

$\frac{\pi a^2}{8} = \frac{\pi b^2}{8} + \frac{\pi c^2}{8}$

$\frac{\pi a^2}{8} = \frac{\pi}{8}(b^2 + c^2)$

$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$

Δ equilátero

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4} + \frac{c^2\sqrt{3}}{4}$

$a^2 = b^2 + c^2$

Folha de tarefa da P-Aline

Quadro 4 – Reificações referentes ao Teorema de Pitágoras

Diante das informações do Quadro 4 e do episódio, infere-se que as participantes do grupo reificaram que é possível constatar o Teorema de Pitágoras geometricamente comparando áreas de semicírculos e de polígonos regulares.

À medida que os grupos descobriam novos encaminhamentos para construir figuras relativas às afirmativas da tarefa, esses foram expostos ao grande grupo, desencadeando negociações de significados em torno dos procedimentos.

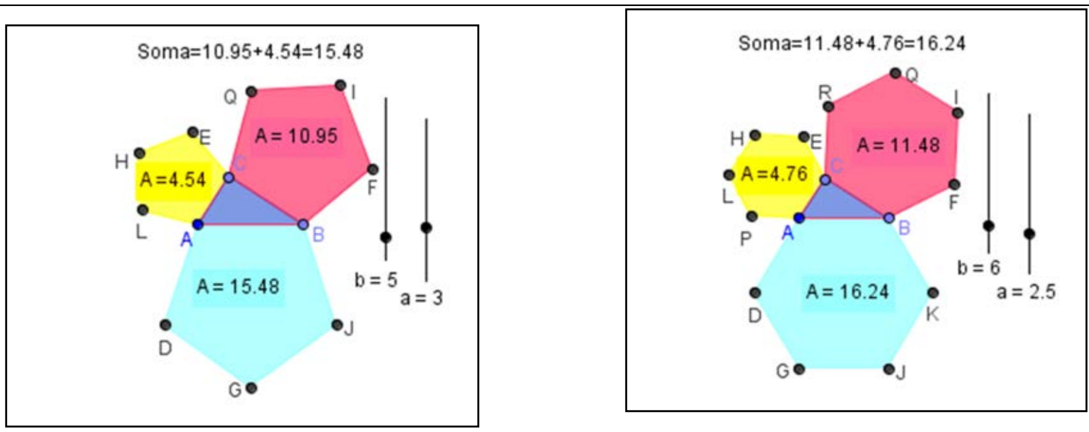
1.	*P-Rosa:*	*<u>Nós fizemos variar o lado do triângulo retângulo</u>* (suas medidas) *<u>e dos polígonos</u>* (número de lados)*. <u>Tudo de uma vez</u>.*
2.	*FP-Jorge:*	*O que você fez com o seletor?*
3.	*P-Rosa:*	*<u>Nós construímos um seletor para o triângulo</u>* (retângulo) *<u>e outro para os polígonos</u>.*
4.	*FP-Jonas:*	*Mexe para a gente ver.*
5.	*P-Rosa:*	*Vamos por animação* (usa o recurso do GeoGebra que proporciona o mover

automático).

6. FP-Jorge: *O que muda com o seletor?*
7. P-Clara: *Muda o número de lados do polígono e a medida dos catetos e da hipotenusa.*
8. FP-Jorge: *Como faz isso? Eu não sei fazer...*
9. FP-Jonas: *Espera...*
10. FP-Jorge: *Você fez um polígono regular de **a** lados, usando o seletor **a**?*
11. P-Rosa: *Isso mesmo. Oh,* (move o seletor) *está diminuindo os lados* (número de vértices) *até chegar num triângulo.*
12. FP-Jorge: *Ah, entendi! Você fez um polígono regular de **a** lados e **a** é o seletor.*
13. P-Rosa: *O lado do triângulo também muda, pois está em função do seletor **b**.*
14. FP-Jorge: *Ah... você fez um seletor para o triângulo também! Muito louco!*
15. P-Rosa: *E a soma das áreas fica sempre igual.*

Essa negociação em relação ao uso do “Seletor” deixa indícios de que P-Rosa e os outros integrantes de seu grupo mobilizaram/constituíram conhecimentos na escolha assertiva das ferramentas do *software*, uma vez que optaram por aquelas (“Seletor”) que têm potencial para representar o objeto matemático (triângulo retângulo e polígonos regulares sobre seus lados) de modo dinâmico (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

Na socialização do modo como construiu a figura (Quadro 5), a P-Rosa (1, 3, 11, e 15) evidencia a interação entre seus processos de participação e de reificação. Demonstra que compreende aspectos da tecnologia que podem mudar o modo de ensinar o Teorema de Pitágoras e a existência de diversas ferramentas para a realização da tarefa aliada à estratégia pedagógica. Compreende que, a partir de um tipo de construção, obtêm-se várias figuras e que isso permite investigar regularidades e a realização de generalização, evidenciando, assim, sua aprendizagem do modo de construir figuras dinâmicas que validam esse teorema (Conhecimento Pedagógico da Tecnologia).



Figuras obtidas com a variação dos seletores ($a = 3$ e $b = 5$; $a = 2{,}5$ e $b = 6$), realizadas pelo grupo e enviadas pela P-Rosa.

“A construção do triângulo (retângulo) e dos polígonos com dois seletores foi fascinante. Ficou show, fácil para os alunos construírem e compreenderem os conceitos”.

P-Rosa, diário do 13º encontro, 20/09/12

Quadro 5 – Indicativos de mobilização/constituição do TPACK

P-Rosa, neste episódio, assume a posição do *expert.* Em uma CoP o *expert* varia conforme a necessidade de partilhar e negociar conhecimentos mais aprofundados de uma ideia, situação, ou conceito. A comunidade, ao legitimar esses conhecimentos, elege, formalmente ou não, um membro como *expert*, que nem sempre foi a formadora. Assim, não se trata de um membro ter um papel fixo, visto que ele pode ser *expert* em um determinado tema e em outro não.

No fragmento de diário (Quadro 5), P-Rosa reconhece que os alunos podem facilmente realizar a construção de figuras como esta, porque envolve poucas ferramentas do *software*. Reconhece também que a figura dinâmica, usando dois seletores, pode viabilizar a compreensão dos conceitos, uma vez que, ao mover o seletor *a,* alteram-se as dimensões do triângulo retângulo e, por conseguinte, as dos polígonos e respectivas áreas. Ao mover o seletor *b,* altera-se o número de vértices do polígono e suas áreas, no entanto, nos dois casos, mantém-se a regularidade sobre as áreas.

Os procedimentos utilizados na construção da figura, sua sofisticação e a declaração da P-Rosa de que, desse modo, a figura se torna "fácil" de ser construída e proporciona a compreensão dos conceitos envolvidos permitem inferir que a figura foi pensada de modo que os estudantes pudessem sondar relações matemáticas a partir do movimento dos seletores. Infere-se, também, que P-Rosa e os membros de seu grupo encontraram um modo mais eficiente para construir a figura, ou seja, que aprenderam a utilizar a tecnologia (GeoGebra) imersos no conteúdo e na pedagogia - *TPACK* (Mishra; Koehler, 2006).

A socialização da P-Rosa (episódio anterior) propiciou aos participantes (re) significar o modo de construir triângulo retângulo e polígonos regulares sobre seus lados. Os conhecimentos tecnológicos socializados pela P-Rosa foram legitimados pelos participantes e incentivaram os pequenos grupos a construírem novas figuras associadas à afirmativa IV da tarefa.

7. Aprendizagens e Conhecimentos do TPACK mobilizados a partir de questões e construções desencadeadas pela tarefa

O uso do GeoGebra permitiu que novas questões e construções desencadeadas pela tarefa fossem investigadas. Os processos de negociação de significados focalizaram a construção de polígonos/figuras irregulares sobre os lados do triângulo retângulo com o objetivo de investigar a possibilidade de generalizar o Teorema de Pitágoras a partir de figuras irregulares/semelhantes. As investigações tiveram início com uma provocação da formadora, após a discussão da resolução da tarefa, na busca de outras reflexões a respeito do Teorema de Pitágoras.

P-Loreni: *Quais outras figuras podem ser construídas sobre os lados do triângulo retângulo que permitem constatar o teorema?*
FP-Jorge: *Retângulos...*

O FP-Jorge surpreendeu os membros da comunidade ao construir uma figura no GeoGebra para mostrar tal possibilidade. Os procedimentos utilizados pelo FP-Jorge desencadearam uma negociação de significados acerca da construção de retângulos sobre os lados de um triângulo retângulo.

1. *FP-Jorge:* *Vou pôr a malha* (insere a malha quadriculada na tela de visualização do GeoGebra).

2.	*P-Loreni:*	*Por quê?*
3.	*FP-Jorge:*	*Vou usar a malha para fazer o 3, 4, 5* (triângulo retângulo)*. Vamos medir.*
4.	*P-Rosa:*	*Deu certinho.*
5.	*FP-Jorge:*	*Agora faz um retângulo aqui e aqui* (sobre os catetos) *e outro aqui* (sobre a hipotenusa)*. Aqui complicou* (sobre a hipotenusa)*. Tem que usar alguma propriedade* (matemática).
6.	*P-Loreni:*	*A construção do triângulo retângulo é eficiente?*
7.	*P-Rosa:*	*Não.*
8.	*P-Loreni:*	*Por que não?*
9.	*FP-Jorge:*	*Porque não é fixa.*
10.	*P-Rosa:*	*Ele fez um desenho, é um esboço.*
11.	*P-Loreni:*	*Em uma investigação com aluno, ao movimentar* (o vértice) *o que vai acontecer?*
12.	*P-Isabela:*	*Vai deixar de ser um triângulo retângulo. O ângulo deixa de ser reto.*
13.	*P-Loreni:*	*Então, para fazer uma figura temos que garantir que com o movimento a figura não perderá as propriedades, neste caso, o ângulo de 90º.*
14.	*P-Rosa:*	*Ele está tentando fazer um retângulo com o dobro do lado do triângulo?*
15.	*FP-Jorge:*	*É, só que aqui na hipotenusa não certo.*
16.	*P-Rosa:*	*Ficou um paralelogramo, um trapézio... Sei lá. Você tem que fazer retas perpendiculares pelos vértices e usar o círculo [...]*
17.	*FP-Jorge:*	*Agora deu certo* (Usa a sugestão de P-Rosa*).*
18.	*P-Loreni:*	*Compare as áreas. Deu?*

O procedimento utilizado pelo FP-Jorge na construção da figura levou a P-Rosa (10) a distinguir uma figura de um desenho/esboço quando se usa um *software* de geometria dinâmica. Considera-se uma figura como um objeto teórico que representa relações geométricas, portanto, mantêm suas propriedades ao mover seus vértices e, no caso do triângulo retângulo feito pelo FP-Jorge, deixaria de ser retângulo, como afirma P-Isabela (12), por isso foi considerado um esboço da figura, por não respeitar rigorosamente as relações geométricas. A interferência da formadora (6, 8, 11 e 13) confirmou e evidenciou os significados produzidos para esse procedimento, que uma figura dinâmica carrega suas propriedades (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

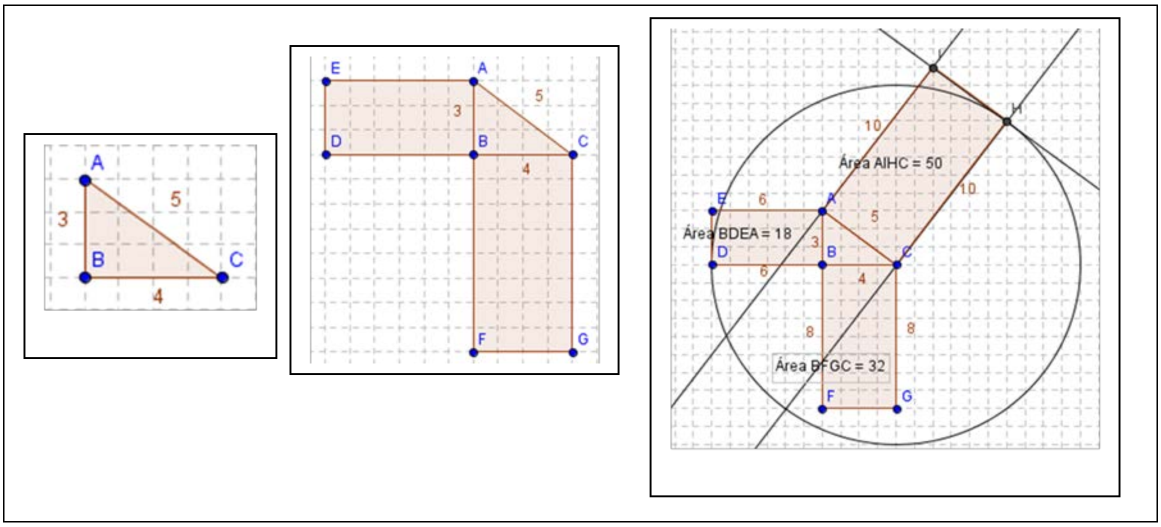
A P-Rosa (14 e 16), ao compreender a relação de proporcionalidade entre os lados dos retângulos e do triângulo retângulo, sugerindo o uso das ferramentas "Retas Perpendiculares" e "Círculo dados Centro e Raio", revela que mobilizou conhecimentos a respeito do retângulo associados à tecnologia, uso das retas perpendiculares para obter o ângulo reto e a escolha da ferramenta adequada para transportar a medida do comprimento (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

O engajamento mútuo dos membros da CoP-FoPMat com relação ao empreendimento de resolver tarefas utilizando o *software* GeoGebra, possibilitou observar a prática de um grupo livre de pressões institucionais que busca aprendizagens de um domínio, aspecto peculiar de uma CoP. Como pontuam Wenger e Snyder (2001), em uma CoP seus membros compartilham conhecimentos com liberdade e criatividade, incentivando novas abordagens para os problemas enfrentados.

Os professores e os futuros professores buscaram a própria aprendizagem, que é considerada como chave para o desenvolvimento profissional. De acordo com o episódio anterior, inferimos que os membros aprenderam que:

- o teorema pode ser constatado geometricamente comparando as áreas de retângulos de lados proporcionais aos lados do triângulo retângulo;
- uma figura dinâmica carrega suas propriedades quando movimentada;

- há modos adequados para construir uma figura para que mantenha invariantes suas propriedades;
- algumas ferramentas são adequadas para a construção de retângulos por garantir suas propriedades, como “Retas”, “Retas Perpendiculares”, “Círculo dados Centro e um dos seus Pontos”.



Quadro 6 – Sequência de figuras construídas pelo FP-Jorge

Nos diários, os membros relataram que desconheciam a possibilidade de constatar o Teorema de Pitágoras comparando área de retângulos.

> *A questão da proporcionalidade ficou muito clara depois que o FP-Jorge usou o GeoGebra para mostrar que funcionava para um polígono não regular* (FP-Andrea, diário do 13º encontro, 30/08/12).
>
> *Quando o vi fazendo com retângulos, tinha certeza de que não daria certo.* (P-Aline, diário do 13º encontro, 30/08/12).
>
> *Neste dia [...] deu para entender perfeitamente que podemos usar qualquer polígono para constatar o Teorema de Pitágoras. Lembrando que ele deverá ser proporcional* (P-Maura, diário do 13º encontro, 30/08/12).

A FP-Andrea e a FP-Karen reconheceram a importância do GeoGebra para que o grupo confirmasse que é possível constatar o teorema com polígonos irregulares. Elas e a P-Maura também demonstraram, em seus diários, compreensão de que os lados do retângulo possuem uma relação de proporcionalidade com o triângulo retângulo. P-Aline, por sua vez, deixou indícios de seus conhecimentos matemáticos quando afirmou que não acreditava ser possível constatar desse modo o Teorema de Pitágoras.

Atitudes como a do FP-Jorge, de socializar ao grande grupo “novas descobertas”, foram comuns na prática da CoP-FoPMat. Pensar na possibilidade de constatar o teorema usando figuras que não fossem regulares energizou a comunidade para a aprendizagem da utilização do GeoGebra e de outras possibilidades de verificar geometricamente o teorema.

Diferentes polígonos irregulares foram investigados e possibilitaram a exploração das potencialidades do *software* GeoGebra, à generalização do Teorema de Pitágoras comparando áreas de figuras irregulares e discussões de cunho pedagógico. Enquanto os grupos trabalhavam, a formadora passava pelos grupos e interagia com os membros, questionando ou orientando, cuidando para não validar respostas de modo que o grupo continuasse a investigação. O episódio a seguir retrata um desses momentos.

1. P-Loreni: *O que vocês estão fazendo?*
2. P-Elisa: *Eu pensei no isósceles, fiz aqui, qual é a relação* (de proporcionalidade) *desses lados* (do triângulo isósceles construídos sobre os lados do triângulo retângulo) *com a base* (lados do triângulo retângulo), *mas não deu.*
3. P-Loreni: *Essa relação não poderia ser com outro elemento do triângulo* (do triângulo *isósceles)? A altura com os lados* (do triângulo retângulo)*? [...]*
4. P-Elisa: *Em relação à altura?*
6. P-Elisa: *Vou tentar* (construir no GeoGebra) *no isósceles.*
7. P-Loreni: *E se a gente tivesse uma altura que variasse em função do lado* (do triângulo retângulo), *por exemplo: ora a altura fosse* $^1/_3$ *ora ¼?.*
8. P-Elisa: *Não precisaria trabalhar exatamente com isósceles* (triângulo). *Porque estaria preocupado com a altura, aí poderia ser qualquer* (polígono).

P-Elisa (2) declarou que testou a relação de proporcionalidade entre os lados do triângulo isósceles e os lados (base) do triângulo retângulo usando o GeoGebra, mas que o modo utilizado não mostrou a relação entre as áreas. Por meio de questionamentos, a formadora (3, 5 e 7) provocou o grupo a investigar a relação entre a altura do triângulo isósceles e os lados do triângulo retângulo, fator que auxilia P-Elisa (8) a verbalizar sua compreensão de que, a partir da altura, pode-se verificar a relação de proporcionalidade para qualquer polígono.

Eu falei aqui na sala que eu estava com dúvidas porque eu não estava usando embasamento matemático, estava apenas desenhando por desenhar e aí começa a não dar certo. [...] Aí a P-Rosa ainda falou "é pelos ângulos". Eu cheguei em casa e fiz. Fiz dois ângulos de 45°, achei o ponto médio, lá no encontro é o vértice do triângulo... aí deu certo. Então tem que usar as propriedades matemáticas sempre. Senão não vai dar certo... (P-Clara, 16º encontro, 04/10/12).

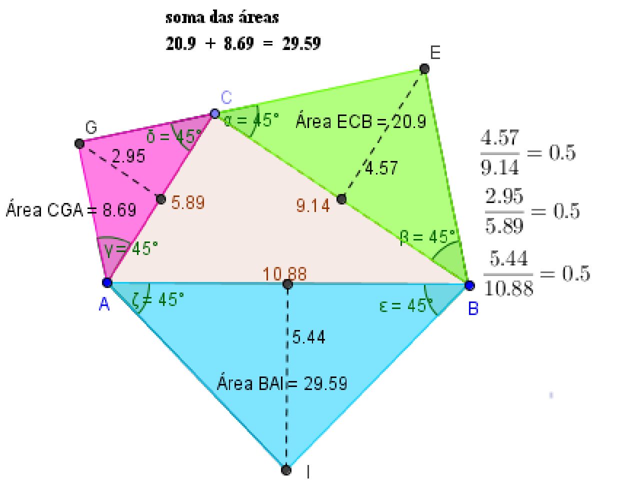


Figura enviada pela P-Clara

Quadro 7 – Reificação do Teorema de Pitágoras por meio do triângulo isósceles

A formadora sempre usou a ferramenta "Mover" para transformar as figuras e procurou questioná-los para observar suas compreensões. Essa atitude propiciou que eles reificassem o Teorema de Pitágoras comparando áreas de polígonos irregulares que possuem uma relação de proporcionalidade com os lados do triângulo retângulo, como no caso dos trapézios.

1. FP-Jorge: *Eu estou pensando neste trapézio aqui, para construir outro aqui e outro aqui* (nos catetos do triângulo retângulo), *proporcional. Só que aqui deu um quadrado e na verdade tem que ser uma secção do quadrado [...].*
2. FP-Jonas: *Como assim, vai ser proporcional?*
3. FP-Jorge: *AE vai ser proporcional ao AD* (AE metade de AD). *[...] E é o ponto médio, vou passar uma perpendicular aqui. Se aqui vai ser igual, eu duplico isso aqui.*

Não sei se vai chegar a algum lugar...
4. P-Marilene: *Esse aqui vai ser semelhante* (trapézio sobre o cateto)?
5. FP-Jorge: *Essa é minha ideia. Agora eu sei que isso aqui é metade de um lado do quadrado e eu só tenho que ter certeza que isso aqui é o dobro disso aqui.*
[...] Testam modos de construir os trapézios sobre os catetos.
6. P-Marilene: *Então você pega essa medida e faz uma paralela aqui.*
7. FP-Jorge: *É uma perpendicular em cada vértice.*
8. P-Marilene: *É a paralela que dá certo.*
9. FP-Jorge: *É verdade. Agora vou passar no ponto A. Agora tenho que esticar esse e passar aqui.*
10. FP-Jonas: *Fazendo uma perpendicular.*
[...] seguem testando modos de obter o trapézio e negociando as ferramentas.
11. FP-Jorge: *Aí no final a gente vai ver se a área bate.*
[...] terminam a construção e obtêm as áreas dos trapézios.
12. P-Marilene: *Isso, 41,8 mais quanto aí? Mais 167,2.*
13. FP-Jorge: *Vê se dá 209?*
14. P-Marilene: *Pimba!!* (risos).
15. FP-Jorge: *Massa, né?*

O episódio explicita que o grupo iniciou o trabalho com trapézios utilizando a "tentativa e erro". A partir da observação do FP-Jorge (1) de que o trapézio era uma secção do quadrado o grupo se engajou na busca por procedimentos para construir trapézios sobre os lados do triângulo retângulo que permitissem constatar o Teorema de Pitágoras.

No episódio há rastros de que o FP-Jorge (1, 2 e 5) mobilizou conhecimentos de proporcionalidade quando explicou que os segmentos $\overline{AE}$ e $\overline{AD}$ têm uma relação de proporcionalidade, uma vez que estão divididos pelo ponto *E* - ponto médio (Conhecimento do Conteúdo). P-Marilene (6 e 8), FP-Jorge (7 e 9) e FP-Jonas (10) negociaram o uso de ferramentas do GeoGebra associadas aos procedimentos para construção da figura, como o uso de retas perpendiculares e paralelas (Conhecimento Tecnológico).

Para confirmar a relação entre as áreas e validar o teorema, o grupo, como indicam FP-Jorge (11 e 13) e P-Marlene (14), utilizou as medidas propiciadas pelo GeoGebra e as comparou com os cálculos na folha de papel, evidenciando que utilizar a tecnologia digital não dispensa as convencionais como lápis e papel. A interação revela também que, ao utilizar o GeoGebra, o grupo construiu conhecimentos de que o Teorema de Pitágoras pode ser confirmado geometricamente por meio de trapézios semelhantes (Conhecimento Tecnológico do Conteúdo).

De modo geral, na negociação de significados evidenciada nesse episódio também há indícios de mobilização/constituição de Conhecimentos Tecnológico do Conteúdo, entre eles:

- a busca por um modo adequado para construir, utilizando o GeoGebra, os trapézios sobre os catetos utilizando uma relação de proporcionalidade;
- o fato de não seguirem instruções para a construção das figuras e se sentirem desafiados, o que pode levar às aprendizagens.

Wenger (1998) salienta que a negociação de significados ocorre em várias situações, sobretudo, quando há uma desafiadora. O episódio retrata um grupo desafiado pela situação em que se envolveram, ou seja, em descobrir outras possibilidades para verificar o teorema. Para esse autor, a negociação de significados não se limita à linguagem, inclui relações sociais e esse grupo desenvolveu um relacionamento de confiança, no qual o FP-Jorge, que teve a ideia inicial de construir trapézios, conduziu a construção da figura e a discussão se posicionando no grupo como *expert*. P-Marilene e FP-Jonas ao questionar e sugerir possibilidades, demonstram um papel ativo na aprendizagem sua e de seus colegas, visto que a P-Marta e a P-Rose acompanharam o que eles disseram e tentaram reproduzir no computador o que viram e, assim, manifestaram suas participações nesse desafio.

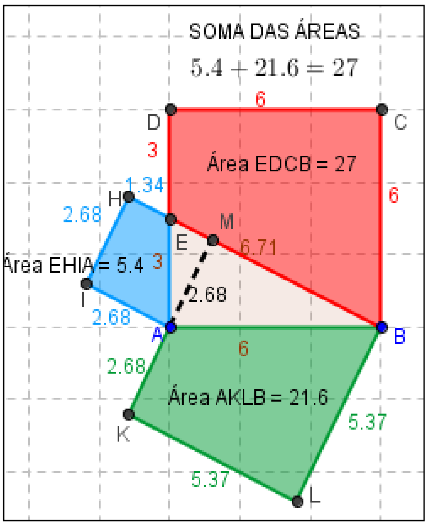


Figura enviada pelo FP-Jorge.

Razões observadas no grande grupo com relação as bases dos trapézios:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AK}{BL} = \frac{HE}{AI} = \frac{1}{2}$$

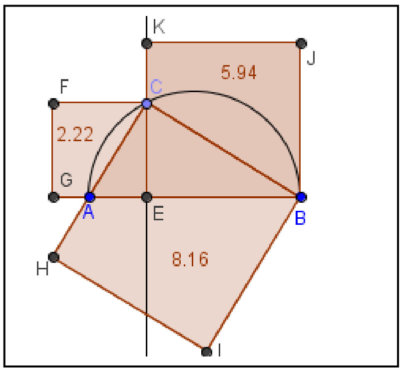


Figura enviada pela P-Maura. Ela construiu o triângulo retângulo, traçou a altura relativa à hipotenusa e inseriu quadrados que determinaram os trapézios.

Quadro 8 – Reificações referentes ao Teorema de Pitágoras e de proporcionalidade.

Os registros realizados nos diários também evidenciaram que a atitude da formadora, após a apresentação desse grupo, em (re)construir passo-a-passo a figura do trapézio e discutir os aspectos matemáticos associado às ferramentas do *software,* proporcionou diferentes reflexões, tais como:

> *O que você fez no início do encontro de hoje, foi muito bom. <u>É importante entender matematicamente o que estamos fazendo</u>.* (P-Aline, diário do 15º encontro, 27/09/12).
>
> *Achei muito válida a discussão que tivemos no início do encontro, <u>porque me fez refletir o quanto eu estava querendo que o GeoGebra me desse solução que só o embasamento matemático pode dar</u>* (P-Clara, diário do 15º encontro, 27/09/12).
>
> *Loreni, sempre eu acho que entendi, mas vem você que, além de mostrar uma maneira mais fácil de construir, ainda <u>fala de conteúdos novos que eu não tinha pensado,</u> por exemplo: usar as alturas do triângulo para construir os trapézios* (P-Maura, diário do 15º encontro, 27/09/12).
>
> *Achei interessante a construção [...]. Conforme comentamos, a maioria dos cursistas <u>prefere fazer primeiro as construções no papel, parece que pensamos melhor fazendo os cálculos e as construções na "unha"</u>* (P-Alice, diário do 15º encontro, 27/09/12).

As professoras destacadas nos fragmentos de diários supracitados reconheceram a necessidade de refletir as relações matemáticas envolvidas na construção de uma figura e nos conteúdos que podem ser discutidos/explorados a partir da figura. Indicaram, também, que o *software* colaborou para a compreensão da proporcionalidade e que ele requer reflexões do conhecimento matemático para a construção de uma figura. Ainda, P-Alice reconhece a necessidade de o grupo utilizar primeiro "o lápis e papel" para depois o *software*, o que evidencia a dificuldade de o grupo transpor a "matemática do lápis e papel" para a tecnologia digital.

Os membros da CoP-FoPMat construíram diferentes figuras (Quadro 9) sobre os lados do triângulo retângulo, e com isso, reificaram que é possível generalizar geometricamente o Teorema de Pitágoras a partir de figuras semelhantes.

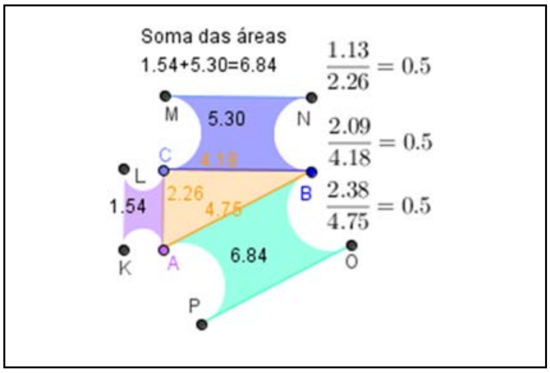


Figura enviada pela P-Maura inspirada no texto da Kaleff, Rei, Garcia (1999).

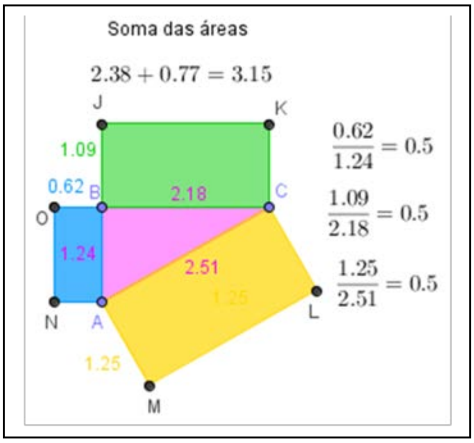


Figura enviada pela P-Aline.

Quadro 9 - Reificações do Teorema de Pitágoras usando figuras semelhantes

As discussões no grande grupo, foram essencias para mobilizar os membros da CoP a investigar, testar hipóteses, experimentar possibilidades utilizando o *software* GeoGebra. Além das figuras do Quadro 9, outras foram construídas para verificação das razões que possibilitaram a retificação de que o teorema pode ser constatado por meio de figuras semelhantes construídas sobre os lados de um triângulo retângulo.

8. Algumas considerações

Esta comunidade firmou sua prática nos empreendimentos negociados e articulados (Wenger, 2002) que possibilitaram abordar diversas questões acerca das TDIC, mais especificamente, explorar o potencial do *software* GeoGebra para a aprendizagem, enfatizando a resolução da tarefa e a discussão de relações matemáticas subjacentes às suas resoluções.

A partir da resolução e da discussão da tarefa e das questões e construções desencadeadas por ela, os membros da CoP-FoPMat puderam negociar suas reificações relacionadas aos significados produzidos concernentes ao Teorema de Pitágoras e, outros conteúdos envolvidos e também, a respeito do uso das TDIC. As reificações não se limitaram aos conhecimentos do conteúdo, da tecnologia e do pedagógico, mas envolveram aspectos do ensino e da aprendizagem matemática na utilização das tecnologias digitais, portanto, das conexões (interações) entre estes três conhecimentos. Dessa forma, os membros da comunidade mobilizaram/constituíram conhecimentos constituintes do *TPACK*, perspectiva assumida nesse estudo como uma possibilidade para orientar a formação do professor para o uso das TDIC.

O estudo das aprendizagens e conhecimentos do *TPACK* mobilizados/constituídos na prática da CoP-FoPMat, na utilização do *software* GeoGebra, nos permitiu identificar (Quadro 10) elementos desta prática que promoveram o desenvolvimento profissional de seus membros.

Os membros da da CoP-FoPMat tiveram oportunidade de:

Desempenhar um papel ativo no seu processo de formação - As ações do formador não foram impostas verticalmente, ou seja, não foram direcionadas apenas pelo formador. Os professores e futuros professores influenciaram, diretamente, na configuração dos empreendimentos negociados. Tiveram liberdade para opinar, discutir, concordar, discordar, expor suas ideias, negociar significados em um processo dinâmico que favoreceu que os participantes se tornassem agentes de sua aprendizagem, proporcionando a constituição de conhecimentos profissionais relativos ao conteúdo, à organização e à condução de uma aula usando a tecnologia digital. Desse modo, desempenharam um papel ativo em seus processos de formação.

Sentir-se desafiado a partir da resolução da tarefa - A partir das dinâmicas de resolução e discussão de tarefas, os membros da CoP foram desafiados com relação aos seus conhecimentos matemáticos e aos conhecimentos profissionais relacionados à tecnologia, ensino e aprendizagem. Outros fatores também colaboraram para que se sentissem e se mantivessem desafiados: a dinâmica do grupo, as atitudes da formadora que procurou questioná-los, o uso da tecnologia digital que propiciou experimentar e confirmar conjecturas, o engajamento mútuo do grupo, a prática da comunidade que manteve o desafio e possibilitou autonomia para que investigassem e atribuíssem novos significados aos conhecimentos mobilizados.

Compartilhar experiência - A resolução de tarefas nessa comunidade ocorria em pequenos grupos, formados por professores experientes e futuros professores. A pluralidade de pessoas, com diferentes histórias de vida, permitiu o compartilhamento de diferentes experiências, com isso, puderam negociar e produzir significados que podem possibilitar mudanças em sua prática pedagógica. Os futuros professores deixaram evidente a importância do conhecimento constituído na prática, partilhado pelos professores. Os professores também reconheceram que as diferentes formas dos futuros professores abordarem uma ideia matemática, o uso que fazem da tecnologia digital, enriquecem as discussões do grande grupo.

Expor erros sem constrangimentos - As dificuldades em construir figuras utilizando o software GeoGebra, em relacionar as figuras com as ideias matemáticas associadas a tarefa, colaborou para que os membros desta comunidade pudessem expor seus erros sem constragimento. Os erros mobilizados eram discutidos, por vezes nos pequenos grupos e em outros momentos nas plenárias. As discussões relacionadas aos erros suscitaram reflexões sobre a importância de analisar erros nos processos de ensino e de aprendizagem, que se explorados adequadamente podem ser fontes de aprendizagens.

Apresentar, justificar, explorar e comparar estratégias - Após o trabalho nos pequenos grupos, os membros apresentavam, ao grande grupo, suas resoluções feitas na folha de tarefa ou figuras construídas no GeoGebra, assim como, justificações de suas estratégias, comparando diferentes modos de explorar ideias matemáticas subjacentes à figura.

Utilizar de tecnologias digitais e o "lápis e papel", integrados ou não - A utilização de tecnologias digitais integradas ou não ao lápis e papel, possibilitaram reflexões por parte dos membros sobre conceitos matemáticos. Ao resolver ou esboçar figuras na folha, os participantes tiveram a possibilidade de refletir acerca da ideia matemática presente no processo de construir uma figura no GeoGebra, de verificar quais relações matemáticas podem ser exploradas e quais conhecimentos matemáticos podem ser generalizados, além de outras questões relacionadas ao conhecimento pedagógico.

Valorizar a presença do *expert* no grupo - A presença de um *expert* no grupo, que por vezes não era o formador/investigador, possibilitou a discussão de novas abordagens para os problemas enfrentados e promoveu a negociação de significados entre os membros. O *expert*, tinha o papel, dentre outros, de legitimar os conhecimentos que eram mobilizados/constituidos no decorrer dos encontros da comunidade, assumindo com suas ações uma participação central no grupo.

Quadro 10 - Elementos da prática da CoP-FoPMat que permitiram o desenvolvimento profissional.

A análise do repertório partilhado na CoP-FoPMat ao longo dos encontros nos permite inferir que o desenvolvimento profissional para a integração das tecnologias digitais envolve a constituição de diferentes conhecimentos consoantes ao *TPACK* e que estes não são integrados rapidamente à prática; são complexos e constituídos por meio de interações que demandam negociações e tempo. Contudo, os membros dessa comunidade sinalizaram que ampliaram os significados que foram atribuídos às questões relacionadas aos seus conhecimentos profissionais e ao uso de tecnologias digitais.

A prática da CoP-FoPMat revelou que a formação de professores para a integração das TDIC no ensino de Matemática requer um espaço que incentive a promoção de interações sociais regulares que privilegie compartilhar ideias, práticas e principalmente a liberdade de seus membros para (re)negociar os empreendimentos e significados, expor seus problemas, suas crenças e suas expectativas.

Os elementos identificados na prática da CoP-FoPMat, além de promoverem o desenvolvimento profissional de seus membros, a partir das aprendizagens e conhecimento mobilizados, permitiram o estabelecimento de relações de respeito, confiança, solidariedade e criatividade, que são profícuas para o desenvolvimento da identidade profissional de professores, na medida em que incentivaram os seus membros a refletir sobre suas crenças/concepções interconectadas com os conhecimentos a respeito do seu ofício na busca de desenvolver sua autonomia e seu compromisso político (Cyrino, 2013), para o uso adequado das TDIC no ensino de Matemática.

Espera-se que os elementos da prática da CoP-FoPMat apresentados neste trabalho colaborem para desencadear reflexões que indiquem outras formas de pensar, compreender e promover ambientes de formação na perspectiva do desenvolvimento profissional, em particular no que tange à integração das TDIC nas práticas pedagógicas.

Agradecimentos

As autoras agradecem ao CNPq e à Fundação Araucária pelo apoio financeiro.

Bibliografía

Baldini, L. A. F. (2014). *Elementos de uma Comunidade de Prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do Software GeoGebra*. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

Cyrino, M. C. C. T.; Baldini, L. A. F. (2012). *Software GeoGebra na Formação de Professores de Matemática – uma visão a partir de dissertações e teses. Revista Paranaense de Educação Matemática,* 1, 42-61.

Coutinho, C. P. (2011). TPACK: Em Busca de um Referencial Teórico para a Formação de Professores em Tecnologia Educativa. *Revista Paidéi@. UNIMES VIRTUAL*. Recuperado em 05 de dezembro de 2012 de http://revistapaideia.unimesvirtual.com.br.

Cyrino, M. C. C. T. (2009). Comunidades de prática de professores como espaço de investigação sobre a formação de professores de matemática. In: BATISTA, I. L.; SALVI, R. F. *Pós-graduação em ensino de ciências e educação matemática:* perfil de pesquisas. Londrina: EDUEL, 95-110.

Cyrino, M. C. C. T. (2013). Formação de Professores que Ensinam Matemática em Comunidades de Prática. In: Congresso Iberoamericano de Educación Matemática. Montevideo, Uruguay: *Actas*... del VII CIBEM. 5195-5188.

Day, C. (2001). *Desenvolvimento profissional de professores. Os desafios da aprendizagem permanente*. Porto Editora, Porto.

Ferreira, A. C. (2003). *Metacognicão e Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática:* uma experiência de trabalho colaborativo*.* Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

Ferreira, A. C. (2006) O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: Nacarato, A. M.; Paiva, M. A. V. (Org.). *A formação do professor que ensina Matemática:* perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 149-166.

Imbernón, F. (2010). *Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza.* Trad. Leite, S. C. Cortez. São Paulo.

Kaleff, A. M.; Rei, D. M.; Garcia, S. dos S. (1999). *Quebra-cabeças Geométricos e Formas Planas*. EdUFF, Niterói. Rio de Janeiro.

Krainer, K. (2003). *Teams, communities & networks. Journal of Mathematics Teacher Education, Netherlands*, 2, 93-105.

Mishra, P.; Koelhler, M. J. (2006). *Technological pedagogical content knowledge: a framework for teacher knowledge. Teachers College Record*, 6, 1017– 1054.

Ponte, J. P. (1998). *Da formação ao desenvolvimento profissional*. In *Actas do ProfMat*, Lisboa: APM. 27-44.

Shulman, L. (1986). *Those Who Understand: knowledge growth in teaching. Educational Research.* Washington, 2, 4–14.

Shulman, L. (1987). *Knowledge an Teaching: foundations of the new reform. Harvard Educational Review,* 1, 1- 22.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice:* learning, meaning and identity*.* Cambridge University Press. New York.

Wenger, E. C.; Snyder, W. M. (2001). *Comunidades de prática: a fronteira organizacional*. In: *Aprendizagem organizacional.* Tradução de: Cássia Maria Nasser. *Harvard Business Review*. Rio de Janeiro: Campus, 9-26.

Wenger, E.; Mcdermott, R.; Snyder, W. M. (2002*). Cultivating communities of practice*. Harvard Business School Press. Boston.

Autores:

Loreni Aparecida Ferreira Baldini. Licenciada em Matemática, mestre e doutora pela Universidade Estadual de Londrina – PR (Programa de Ensino de Ciências e Educação Matemática). Professora da SEED Secretaria de Educação do Estado do Paraná, Brasil. Apucarana. loreni@ibest.com.br.

Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino. Doutora em Educação USP/SP. Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL). Londrina, Paraná, Brasil. marciacyrino@uel.br