

**Transnumeração: o uso do Geogebra na transformação de representações dos dados**  
**Cileda de Queiroz e Silva Coutinho**

<p><b>Resumen</b></p>	<p>La transnumeración es uno de los tipos de pensamiento estadístico y la construcción de procesos, que permiten su desarrollo, es el objetivo de este artículo. Investigaciones en el área que tratan específicamente de su construcción indican que la complejidad y variedad dependen de las herramientas disponibles para el sujeto. Es así que este texto, propone una reflexión sobre la utilización de los aspectos dinámicos del Geogebra para potencializar su desarrollo a partir de la sobreposición de representaciones. Tales acciones demandan baja complejidad cognitiva y de abstracción, por ello es posible su utilización en la Escuela Básica. <b>Palabras clave:</b> Pensamiento Estadístico, Construcción de Gráficos Estadísticos, Geogebra, Educación Estadística</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>Transnumeration is one of the statistical thinking types and the construction of processes that allow its development is the focus of this paper. Researches in the field, dealing specifically with its construction, indicates that complexity and variety depends on the tools available to the subject. Thus, this text proposes a reflection about the use of dynamics aspects of Geogebra to potentiate its development from the overlap of representations. Such actions require low cognitive and abstraction complexity, and are therefore usable in the Basic School. <b>Keywords:</b> Statistical Thinking, Construction of Statistical Graphs, Geogebra, Statistics Education</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>A transnumeração é um dos tipos de pensamento estatístico e a construção de processos que permitam seu desenvolvimento é o foco deste artigo. Pesquisas na área, tratando especificamente da sua construção, indicam que a complexidade e variedade dependem das ferramentas disponíveis ao sujeito. Assim, este texto propõe uma reflexão sobre a utilização dos aspectos dinâmicos do Geogebra para potencializar seu desenvolvimento a partir da sobreposição de representações. Tais ações demandam baixa complexidade cognitiva e de abstração, sendo, portanto, passíveis de utilização na Escola Básica. <b>Palavras-chave:</b> Pensamento Estatístico, Construção de gráficos estatísticos, Geogebra, Educação Estatística</p>

## 1. Introdução

A construção de práticas docentes constitui um tema de pesquisa sempre relevante no que se refere às práticas para a abordagem de conteúdos da probabilidade, da estatística e da combinatória. Destacamos, particularmente, a demanda no que se refere ao uso de materiais didáticos e tecnologias como ferramentas para potencializar o desenvolvimento do pensamento estatístico, que necessita de um enfoque que priorize a construção de conceitos e não apenas de procedimentos mecanizados.

Não basta, por exemplo, o simples cálculo da média de um conjunto de dados, mas se faz necessária a análise do resultado de tal cálculo em função do contexto no qual os dados foram coletados, considerando a variação dos mesmos. Da mesma forma, não é suficiente uma abordagem na forma de tarefas que demandem a construção de gráficos sem sua análise, ou que demandem busca de informações nesses gráficos pela simples leitura dos eixos. Reforçamos o afirmado por Coutinho e Souza (2013), quando destacam a relevância da discussão sobre o uso de programas computacionais e planilhas eletrônicas na construção de gráficos estatísticos contribuindo assim para a incorporação de seu uso nas práticas do docente que ensina conteúdos estatísticos.

Nessa perspectiva, o objetivo desse texto é discutir as possíveis contribuições do programa Geogebra no processo de transnumeração, nos termos de Wild e Pfannkuch (1999), identificado como um dos tipos fundamentais do pensamento estatístico, envolvendo mudanças de representação para aumentar as formas de compreensão dos dados.

## 2. Transnumeração

A partir da definição de transnumeração trazida por Wild e Pfannkuch (1999), Chick (2004, p.168) destaca seus três aspectos principais, referenciando esses autores: “a captura de medidas do mundo real, a reorganização e o cálculo com os dados e a comunicação dos dados por meio de alguma representação”. A discussão é aprofundada em Chick, Pfannkuch e Watson (2005), em artigo no qual discutem aspectos específicos da transnumeração destacando que:

Nossa capacidade de realizar a transnumeração também é limitada pelas ferramentas estatísticas do nosso repertório: quanto mais ferramentas temos à nossa disposição, mais técnicas podemos aplicar na nossa busca pelas histórias dos dados. (ibid, p.93)

Para estas autoras, a história dos dados é entendida como uma reunião de informações acerca de um indivíduo ou coisa. Defendem que o foco do ensino e da aprendizagem da Estatística não deve ser a construção de gráficos, mas sim no representar, explorar e pensar com os dados. Destacamos aqui a importância da utilização de ferramentas tecnológicas pelo professor que ensina conteúdos de estatística para seus alunos, qualquer que seja o nível de escolaridade.

---

No que se refere às técnicas transnumerativas, cuja construção é favorecida pelo uso de softwares de estatística dinâmica<sup>1</sup>, destacamos a pesquisa de Lee et al (2014, p.26), que discutem o uso do software Fathom e do ThinkerPlots. Para esses autores,

Se um gráfico demonstra seu próprio conjunto de características e possui suas próprias e únicas convenções estruturais e regras para trabalhar com ele, operações particulares podem ser usadas para transformar sua estrutura sem afetar as relações estatísticas ou ideias que ele designa. Por exemplo, uma descrição gráfica de um dado conjunto de dados pode ser alterada pela inserção de um símbolo que represente uma medida de centro ou uma linha de ajuste sem mudar as relações estatísticas descritas originalmente; no entanto, a representação agora dá significado para relações estatísticas adicionais entre dados e medidas que podem ser melhor exploradas.

Os autores discutem ainda aspectos da utilização de ferramentas estatísticas tais como Fathom e ThinkerPlots, defendendo que:

(...) se representações com múltiplos gráficos são criadas por programas de estatística dinâmica existe então uma necessidade de compreender melhor como os usuários tiram vantagens de outros recursos do programa para realizar conexões entre as representações, e para representar e analisar dados de outras formas. (ibidem, p.26)

Entre os principais resultados apontados, Lee et al (2014) destacam que a utilização de ambientes de estatística dinâmica aumenta a possibilidade de construção de diferentes estratégias para resolver o problema pela mobilização de diferentes representações, favorecendo assim o desenvolvimento do conhecimento estatístico, tanto específico quanto tecnológico. Assim, afirmam que seus resultados indicam que tal desenvolvimento favorece a construção do conhecimento estatístico pedagógico tecnológico e as práticas docentes relacionadas.

Fazemos a hipótese de que a utilização de programas de estatística dinâmica permite ao sujeito explorar os recursos computacionais, facilitando o processo de decisão sobre o que fazer com o conjunto de dados. Chick, Pfannkuch e Watson (2005) afirmam que esse tipo de decisão é crítico para que se possa produzir boas representações desse conjunto. Essas autoras destacam que, para muitos alunos, gráficos são muito mais ilustrações do que ferramentas de raciocínio para detectar padrões e fazer emergir a informação contida nos dados.

No que se refere à transposição dos saberes a serem abordados em sala de aula, saberes estes apresentados nos livros didáticos, observamos uma tendência da utilização da representação gráfica como ponto de partida para o ensino e a aprendizagem de conteúdos da estatística descritiva. Referimo-nos aqui aos livros destinados aos conteúdos da Matemática presentes na Escola Básica que são

---

<sup>1</sup> Entendemos aqui por software de estatística dinâmica aquele que permite a manipulação direta dos dados pelo sujeito, por meio de seleção instantânea e transformações no conjunto de pontos, visando explorar tal conjunto e identificar padrões.

aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático para serem escolhidos e adotados nas escolas das redes públicas de ensino.

Nesse contexto, destaca-se ainda mais a necessidade de pesquisas que tratem da abordagem relativa ao tratamento dos gráficos na construção do pensamento, raciocínio e letramento estatísticos, tanto na formação inicial e continuada dos professores como em atividades a serem desenvolvidas pelos alunos durante o processo de aprendizagem.

### 3. Um caminho percorrido

Nossa busca de compreender melhor o processo de utilização dos softwares de geometria dinâmica teve início em uma primeira tentativa de traduzir os tipos de apreensão de uma figura geométrica, nos termos da Teoria de Registros de Representação Semiótica – TRSS (Duval, 1884) para os gráficos estatísticos. Naquele projeto foram desenvolvidas duas dissertações de mestrado que tiveram como objetivo estudar as interações do sujeito com o software a partir de uma abordagem dos conteúdos da estatística nos termos da filosofia da Análise Exploratória de Dados.

As duas pesquisas, Vieira (2008) e Freitas (2010) utilizaram o Fathom como software e analisaram as representações gráficas construídas à luz da TRSS, sendo que o público-alvo na primeira pesquisa foi constituído por alunos do segundo ano do Ensino Médio brasileiro, enquanto que na segunda o grupo era formado por professores de Matemática que lecionavam nesse nível de escolaridade. Ambas observaram uma melhora significativa no letramento estatístico dos sujeitos a partir do desenvolvimento da sequência didática concebida para tal formação. Os alunos, observados por Vieira, não apresentaram qualquer dificuldade na manipulação do software, assim como os professores participantes da pesquisa de Freitas. A apropriação em ambos os casos foi bastante natural, embora nenhum dos grupos jamais tivesse tido contato com o Fathom.

Apesar de resultados favoráveis ao uso do software, no que se refere ao estudo da mobilização/articulação dos diversos registros de representação semiótica na construção dos conhecimentos estatísticos, passamos a analisar a utilização do software Geogebra, uma vez que sua gratuidade impulsionou seu uso nas escolas das redes públicas brasileiras. Outro software também livre passou a ser estudado em nossas pesquisas, o R, buscando-se assim um estudo comparativo quanto às possibilidades e fragilidades de um ou outro software. Citaremos dois dos trabalhos desenvolvidos em nosso grupo de pesquisa: em Coutinho e Souza (2013 e 2015) buscamos realizar uma análise didática dos softwares Geogebra e R na construção de gráficos, a partir de atividades desenvolvidas com professores em formação inicial e continuada. Para estes autores, a utilização de um ambiente computacional permite ao professor fazer a gestão das atividades de aprendizagem de forma que os procedimentos para a construção de gráficos não se tornem o foco dessas atividades, permitindo a discussão conceitual sobre a distribuição dos dados.

Os dois textos aqui referenciados consideram a abordagem dos gráficos estatísticos em atividades colaborativas de aprendizagem em sala de aula, desde a construção até a análise, que leva em conta não apenas as representações escolhidas, mas principalmente o conhecimento do contexto no qual os dados foram coletados. Para tanto, foram utilizados dois critérios de análise: (i) usabilidade didática; (ii) construção de dois tipos de gráficos em um mesmo sistema de eixos. O primeiro aspecto a destacar diz respeito ao primeiro critério: a usabilidade didática. Coutinho e Souza (2013) concebem usabilidade didática como o custo cognitivo da manipulação do software para a produção de significados a partir de transformações nos registros de representação semiótica mobilizados pelo sujeito.

Para ilustrar a discussão, Coutinho e Souza (2015) apresentam os seguintes exemplos de utilização de mais de uma representação, construídos com o uso do R e com o uso do Geogebra, e apresentados nas figuras 1 e 2. Os dados utilizados foram coletados em oficina ministrada pelos autores e permitem a identificação de pontos “outliers” pelos softwares.



Figura 1. BoxPlot construído com uso do Geogebra (esquedra) e do R (direita).  
Fonte: (Coutinho e Souza, 2015, p.4)

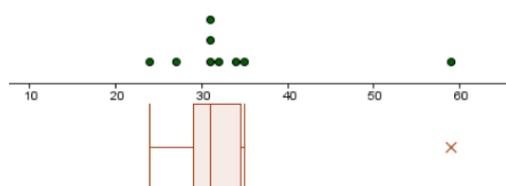


Figura 2. BoxPlot e Gráfico de Pontos construídos no Geogebra.  
Fonte: (Coutinho e Souza, 2015, p.4)

Na sequência, os autores discutem a possibilidade de construção de mais de um gráfico em um mesmo sistema de eixos, o que é possível apenas no Geogebra. Essa possibilidade foi apontada por Coutinho, Almouloud e Silva (2012), que apontam para a possibilidade de análises mais coerentes uma vez que a visualização da figura (do conjunto de gráficos) faz apelo a uma mesma escala de eixos. No texto, os autores explicitam ainda as três atividades cognitivas, nos termos da TRSS, que um registro deve cumprir na construção do pensamento estatístico:

- a construção de um traço ou ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificáveis como elemento de um sistema determinado (entendemos assim os gráficos estatísticos, as tabelas de distribuição e de distribuição de frequências e as medidas resumo como registros de representação semiótica);
- a transformação de uma representação em outra a partir das regras do sistema considerado (transformação de tabelas pela modificação do tipo de agrupamento dos dados, transformação dos gráficos pela modificação das escalas dos eixos, etc);
- a conversão das representações produzidas em um sistema para representações de um outro sistema (conversão de tabelas em gráficos, tabelas em medidas, gráficos em medidas, e vice-versa). (Coutinho, Almouloud, Silva, 2012, pp249-250)

As condições identificadas nas pesquisas citadas (Coutinho, Almouloud, Silva, 2012; Coutinho, Souza, 2013 e 2015) convergem para as características das técnicas transnumerativas apresentadas por Lee et all (2014), Chick, Pfannkuch e Watson (2005), Chick (2004) e Wild e Pfannkuch (1999).

O grupo PEA-MAT continua avançando em suas pesquisas sobre o uso do Geogebra na construção de técnicas transnumerativas e, por consequência, no desenvolvimento do pensamento estatístico.

#### 4. O Geogebra e a construção de técnicas transnumerativas

Assumimos, a partir desse ponto, a transnumeração como o tipo de pensamento estatístico que ocorre pela utilização simultânea de mais de um registro de representação semiótica de um conjunto de dados, articulada com a captura de medidas do sistema real que sejam relevantes e com a comunicação dos resultados que o sistema estatístico sugere sobre o sistema real, tal como enunciado por Chick, Pfannkuch e Watson (2005). Ou seja, é a busca pelas representações que, articuladas, nos contam a “história dos dados” da forma mais completa e eficaz.

E é segundo tal assumpção que nosso grupo avança em suas pesquisas, as quais até o momento apontam para uma grande dificuldade, tanto por parte de professores como de alunos: como fazer o bom questionamento, ou seja, nos termos do texto aqui trabalhado, como identificar a história contada pelos dados?

Para uso nesse texto, escolhemos um banco de dados utilizado em oficinas ministradas por nós, tanto para professores em exercício como para alunos de um curso de licenciatura no Estado de São Paulo. O material utilizado nesses encontros foi uma adaptação de um tutorial construído por professores participantes do nosso projeto no período de 2008 a 2010, feita a partir das evoluções do Geogebra. A versão original foi apresentada em um minicurso oferecido durante o III SHIAM, na UNICAMP, ocorrido nos dias 22 e 23 de julho de 2010.

A última adaptação desse tutorial foi utilizada com professores em formação continuada em Piúra e Huancavelica (Peru), por um projeto desenvolvido pela

Pontifícia Universidade Católica do Peru, assim como em curso de Mestrado em Ensino da Matemática daquela instituição.

Discutiremos a inserção, a cada etapa, de novas informações por meio de alterações no gráfico inicial, no mesmo sentido indicado por Lee et al (2014).

O problema proposto aos participantes dos minicursos citados constava da elaboração de uma questão de pesquisa para, em seguida, coletarem os dados seja no próprio grupo, seja com os respectivos alunos. A abordagem dos conteúdos se dava a partir de um banco de dados trazido por nós, com valores relativos ao Número de Horas de Sono, declarado por 47 pessoas (construído a partir de uma consulta feita por um dos professores a seus alunos adolescentes). A escolha por valores inteiros é uma variável didática importante, uma vez que com isso as dificuldades referentes ao trabalho com números decimais não se acumula às dificuldades inerentes à construção e leitura de gráficos.

Os participantes tinham acesso aos dados e, a partir de então, propunham formas de organizar e analisar para que pudessem obter informações úteis para responder à questão posta. As indicações dos professores sugeriam, em quase totalidade, a construção de histogramas (por considerarem número de horas de sono como variável contínua) ou gráfico de colunas (por observarem apenas os valores tabulados, que são números inteiros e, portanto, poderiam ser representados como variável discreta). Tais escolhas podem ser explicadas pelo fato de que tanto no Peru como na maior parte dos países com os quais tivemos algum contato com material didático utilizado, a estatística é abordada por diagrama de setores, gráfico de colunas ou histogramas. Em alguns materiais podem ser identificados também gráficos de linhas.

Um exemplo de testemunho da baixa utilização do gráfico de pontos nos livros didáticos é dado no extrato do texto de Díaz-Levicoy et al (2016), no qual os autores analisam livros didáticos utilizados no Chile. Vale lembrar que no currículo brasileiro esse gráfico não é abordado.

Globalmente, podemos observar que existe un predominio de los gráficos de barras y pictogramas, frente a la escasez de los gráficos de puntos, líneas, tallo y hojas, y sectores; que corresponde con lo que se señala en el currículo, donde se sugiere trabajar los gráficos de barras desde los primeros cursos. (p.723)

#### 4.1 O gráfico de pontos

O gráfico de pontos associa a cada valor assumido pela variável observada um ponto plotado no plano cartesiano. Ou seja, o conjunto de pontos representa a distribuição dos dados. Esse gráfico tem um baixo custo cognitivo, pois sua construção mobiliza apenas o conhecimento sobre plano cartesiano e escala e não requer um alto nível de abstração (cada ponto representa um elemento do conjunto de dados).

Para sua construção no Geogebra, ao escolhermos o gráfico na caixa de diálogos oferecida pelo software, temos acesso à sintaxe necessária para sua construção. No exemplo, a sintaxe digitada foi DiagramaDePontos[A1:A47].

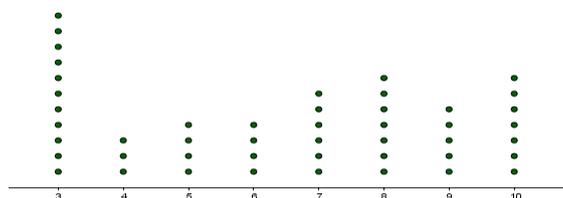


Figura 3. Gráfico de pontos relativo ao banco de dados “Horas de Sono”  
Fonte: a autora

Observemos o processo desencadeado: da leitura do banco de dados para o gráfico de pontos. Este pode ser realizado em ambiente “papel e lápis”, por exemplo, marcando os pontos em uma grade (papel quadriculado) ou a partir de um eixo horizontal numerado, ou no quadro, em atividade coletiva com a classe.

Analisamos, na sequência, as técnicas transnumerativas empregadas. Os dados foram apresentados na tabela do Geogebra, ou seja, dispostos em uma única coluna com 47 linhas. Ao optarem pelo gráfico de pontos, passaram à sua construção pela digitação da sintaxe adequada. A tela apresenta simultaneamente a tabela e o gráfico, tal como mostrado na Figura 3. Neste primeiro passo, solicitamos aos professores participantes que descrevessem o conjunto formado pelo número de horas de sono dos 47 alunos respondentes.

## 4.2 O gráfico de Caixa ou Boxplot

Na sequência, anexamos à figura um boxplot referente a esse conjunto de dados, conforme Figura 4.

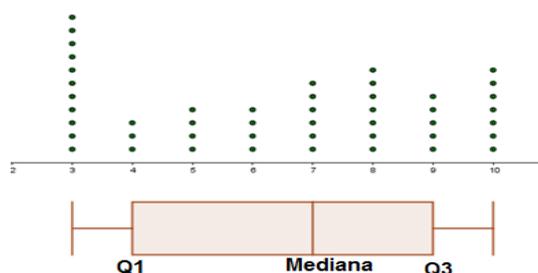


Figura 4. Representação dos dados por gráfico de pontos e boxplot  
Fonte: a autora

### 4.2.1 A construção

A construção deste gráfico demanda algumas informações a serem explicitadas na linha de comando, na sintaxe adequada. No Geogebra, temos duas opções para construção do boxplot: com e sem outliers. Neste texto, abordaremos apenas a segunda. A caixa de ajuda das funções do software aparece como na Figura 5: ao escolher “BoxPlot” na lista de diagramas possíveis, aparece a sintaxe a ser utilizada.

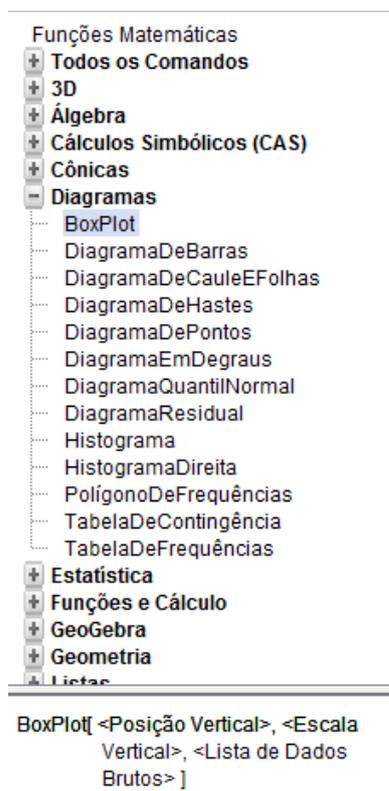


Figura 5. Caixa de diálogo com as opções oferecidas pelo Geogebra  
Fonte: Geogebra

O comando “Posição Vertical” indica a posição do Boxplot no sistema de eixos coordenados: é a direção do eixo de simetria do gráfico. Assim, se assumirmos o valor 2, significa que o gráfico será construído tendo a reta  $y = 2$  como eixo de simetria. O comando “Escala Vertical” indica metade da largura da caixa, ou seja, se assumirmos o valor 2, significa que a caixa terá largura de 4 unidades. “Lista de dados brutos” é o intervalo das células que contém os dados. No exemplo, B2 a B55. Logo, inserimos na linha de comando a seguinte sintaxe: `BoxPlot[2,2,B2:B55]`

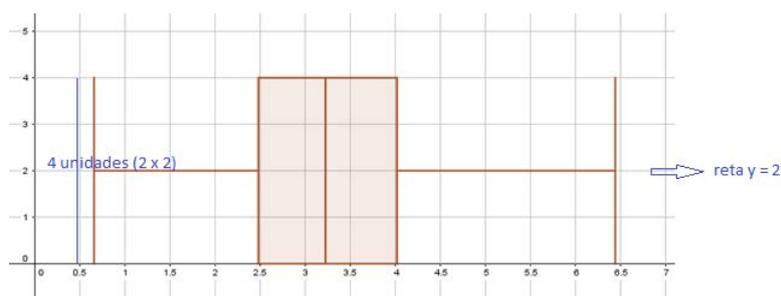


Figura 6. Explicitação dos elementos que compõem a sintaxe do gráfico boxplot  
Fonte: a autora

No exemplo apresentado na figura 4, optamos por não apresentar a grade nem o eixo vertical. A utilização da grade é uma variável didática a ser considerada de acordo com o nível de escolaridade dos aprendizes ou mesmo do seu nível de conhecimento estatístico.

#### 4.2.2 Técnicas transnumerativas

Observa-se assim os primeiros passos do processo transnumerativo, ou seja, da “mudança de representações para melhorar a compreensão”, nos termos de Wild e Pfannkuch (1999, p.227). Para Chick, Pfannkuch e Watson (2005), não podemos conhecer antecipadamente qual a melhor representação para os dados, mas quanto mais ferramentas computacionais temos a nossa disposição, maiores as chances de aplicar mais técnicas transnumerativas para buscar a história contada pelos dados. Nesse sentido, tanto o gráfico de pontos como o boxplot podem ser construídos em ambiente “papel e lápis”, mas a cada alteração de escala buscando uma melhor visualização dos dados teremos uma nova construção a ser realizada, o que introduz um elemento distrator: as técnicas para construção desses gráficos. Ou seja, o foco da análise dos dados deixa de ser a busca pela história para passar a ser a busca da técnica a ser utilizada.

A construção dos dois gráficos no mesmo sistema de eixos, conforme citam Coutinho e Souza (2013, 2015) permitiu analisar os dados de forma mais aprofundada, uma vez que o boxplot insere informações sobre a densidade dos dados em função do posicionamento dos quartis em relação aos valores máximo e mínimo. Ou seja, como cada intervalo identificado no boxplot contém exatamente 25% dos dados, a figura construída permite identificar maior concentração entre 3h e 4h (valor mínimo e primeiro quartil) e entre 9h e 10h (terceiro quartil e valor máximo). Metade do grupo pesquisado dorme entre 4h e 9h por noite, o que indica certa dispersão dos dados, que é confirmada na observação do gráfico de pontos.

Essa possibilidade de comparação representa um forte argumento em favor da utilização do mesmo sistema de eixos para a construção dos gráficos estatísticos. Destacamos que os estudos de Coutinho e Souza (2013, 2015) indicam que entre os softwares estudados por eles, apenas o Geogebra permitiu essa possibilidade.

#### 4.3 Média e desvio-padrão

Na etapa seguinte, incluímos a linha que representa a posição do valor médio no conjunto de dados<sup>2</sup>, o que nos encaminha de volta à indagação inicial: qual a história contada pelos dados? A figura 7 mostra a nova configuração construída.

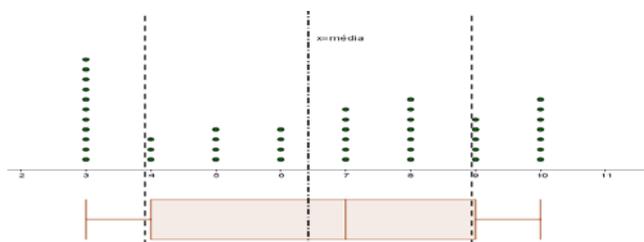


Figura 7. Inserção de novas informações a partir da média e do desvio-padrão  
Fonte: a autora

#### 4.4 A articulação das informações

Tal como afirmaram Lee et al (2014), foram inseridas informações que transformam sua estrutura, mas não afetaram as relações estatísticas já designadas. Elas permitem aprofundar a compreensão sobre a distribuição e sobre a variação contida no conjunto de dados. Ou seja, melhoram as condições para a construção do pensamento estatístico. A busca de compreensão pode ser ainda explorada pelo aspecto dinâmico do Geogebra: alterando valores no banco de dados, automaticamente os elementos introduzidos ao longo da análise também se modificam de forma dinâmica na tela.

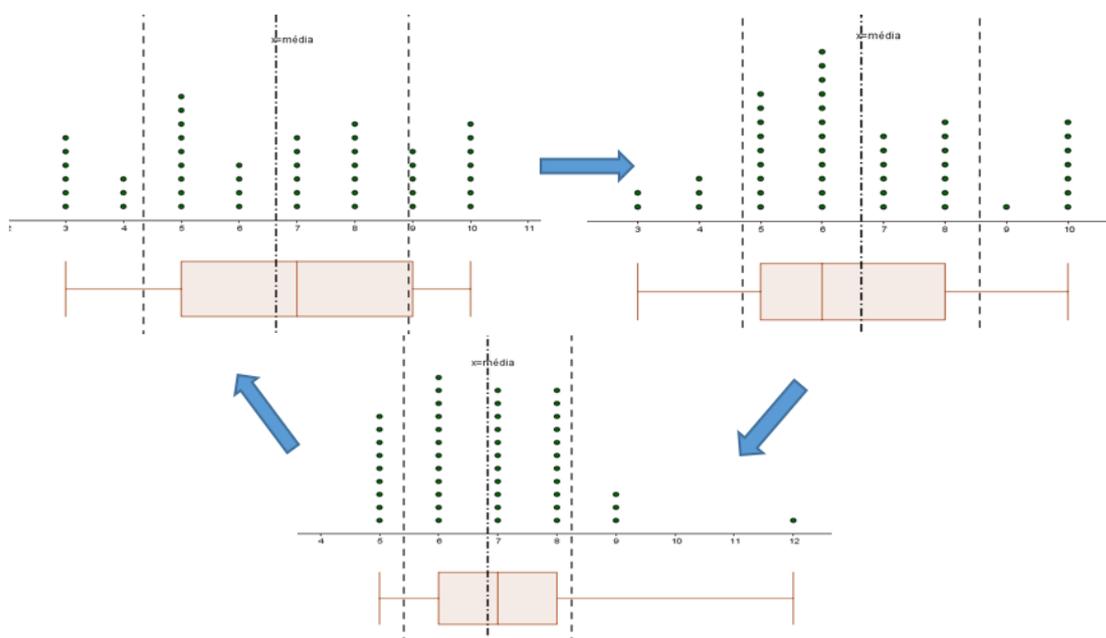


Figura 8. Variação dos valores da variável e o impacto sobre a média e sobre a forma do boxplot  
Fonte: a autora

<sup>2</sup> Foram inseridas as retas que passando pelos valores  $\bar{X}$ ,  $\bar{X} - S$ ;  $\bar{X} + S$ .

A busca da história contada pelos dados permite também desencadear um debate sobre os conhecimentos estatísticos mobilizados na tomada de decisão pela inserção dos elementos no gráfico inicial: a observação de um valor extremo em relação ao conjunto de dados (no caso, um único valor 12h de sono a ser considerado em um conjunto variando entre 5h e 9h de sono) “desloca” a média, inicialmente um valor próximo à 6h30min (conforme Figura 7), para um valor que se aproxima bastante de 7h de sono (Figura 6). Propositamente, não estamos abordando os valores exatos para a média, uma vez que nossa escolha é a de trabalhar apenas a visualização da figura construída. Ou seja, nos termos da TRSS, fazemos apelo aos tipos de apreensão da figura, tal como estudado por Vieira (2008) e por Freitas (2010), para a identificação da variação dos dados, e assim, buscar a história contada pelos dados sem fazer apelo aos cálculos de medidas.

Dessa forma, nossa opção pela busca da história dos dados por técnicas transnumerativas que não envolvam cálculos complexos só é possível pela utilização de ferramentas computacionais, no caso o Geogebra. Pode-se assim manter o foco da análise na compreensão das informações obtidas por meio dos processos transnumerativos (sempre olhando para os dados em função do seu contexto) e não nos procedimentos técnicos ligados à obtenção das medidas e das construções dos gráficos manualmente.

A discussão a partir das diferentes configurações resultantes das alterações nos valores do banco de dados também permite a identificação de simetrias e assimetrias presentes nos parâmetros para leitura dos dados. Por exemplo, consideremos o intervalo determinado a partir da relação entre média e desvio-padrão:  $[\bar{X} - S; \bar{X} + S]$ , que é sempre simétrico em relação ao valor da média  $\bar{X}$ . Por outro lado, o intervalo interquartilico (identificado na figura pela caixa do boxplot) só será simétrico em relação ao valor assumido pela mediana quando a distribuição de dados for perfeitamente simétrica.

No exemplo abordado neste texto, a representação final obtida por meio das transformações realizadas ao longo do processo transnumerativo permite identificar quantas horas de sono a maior parte do grupo declara, qual o valor que mais aparece, mas também a variação: o número de horas varia entre 3h e 10h (perceptível pelo gráfico de pontos e pelo boxplot), sendo que 50% do grupo indicam valores entre 3h e 4h ou entre 9h e 10h (perceptível pelo boxplot). Logo, a distribuição não é simétrica (perceptível pela forma do gráfico de pontos). Outras histórias podem ser “contadas” pelo posicionamento das retas que representam a média e o intervalo  $[\bar{X} - S; \bar{X} + S]$ .

Ao considerar o contexto no qual os dados foram coletados, ou seja, que os valores foram declarados por 47 adolescentes ao serem perguntados quantas horas de sono diário costumam ter, as informações lidas na representação final dos dados permitirão inferir/planejar ações referentes à saúde destes sujeitos, por exemplo.

## 5. Considerações

Buscamos, neste texto, provocar reflexão sobre formas de construir técnicas para a mudança de registros durante a resolução de um problema que envolva a análise de um conjunto de dados. Considerando que os elementos de conhecimento envolvidos são muitos e que buscamos delimitar nosso estudo ao pensamento estatístico, particularmente a transnumeração, articulamos técnicas oriundas da manipulação do software Geogebra com a mobilização de conhecimentos estatísticos que justificassem tais técnicas, propiciando assim o desenvolvimento do pensamento estatístico.

O processo aqui discutido parte de uma primeira transformação: da linguagem oral, na qual os sujeitos verbalizam os dados, até uma representação gráfica composta pela sobreposição de diversas outras – gráfico de pontos, boxplot, localização da média e delimitação do intervalo  $[\bar{X} - S; \bar{X} + S]$ . Fazemos a hipótese – e este estudo indica que é bastante viável – de que a utilização do Geogebra nessa construção de sobreposições consecutivas potencializa o aprofundamento na busca de informações trazidas pelos dados, ou seja, na busca da história contada pelos dados.

Segundo Wild e Pfannkuch (1999), o pensamento estatístico é composto por cinco elementos básicos, entre os quais a transnumeração e a consideração da variação dos dados. Nossos estudos e reflexões indicam que a utilização do Geogebra na sobreposição das representações dos dados permite o desenvolvimento da transnumeração e a percepção da variação a partir das possibilidades abertas pelos aspectos dinâmicos do software.

Ao abordar duas representações que não constam, usualmente, no currículo brasileiro, lançamos o foco sobre a possibilidade de incluí-las, uma vez que sua complexidade cognitiva e o nível de abstração exigido são compatíveis com os presentes em alunos da escola básica.

Outra perspectiva ainda em desenvolvimento em nosso grupo é a utilização do Geogebra quando se considera um banco de dados bidimensional: como as técnicas transnumerativas construídas com esse software, permitem a análise da correlação dos dados e da busca de modelos, entre outros elementos do pensamento estatístico?

## Bibliografía

Chick, H. (2004) *Tools for transnumeration: Early stages in the art of data representation. Mathematics Education For The Third Millennium : Towards 2010: proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Sydney, p.167-174. Acesso em: 10 mar. 2017 de <https://www.merga.net.au/documents/RP182004.pdf>.

Chick, H.; Pfannkuch, M.; Watson, J. (2005). *Transnumerative thinking: finding and telling stories within data. Curriculum Matters*, Wellington, n. 1, p.86-107.

- 
- Coutinho, C. Q. S., Almouloud, S. Ag., Silva, M. J. F. (2012) *O desenvolvimento do letramento estatístico a partir do uso do Geogebra: um estudo com professores de matemática*. *Revemat*. R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, 07(2), 246-265. Acesso em 15/03/2017 de <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p246>.
- Coutinho, C. Q. S.; Souza, F. S. (2013). *Aprendizagem da Estatística e o uso de ambientes computacionais: uma análise didática de programas para construção de gráficos estatísticos*. In: *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, Montevideo, Uruguai. p.6221-6228. Acesso em 15/03/2017 de <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/234.pdf>
- Coutinho, C.Q.S.;Souza, F.S.. (2015). *Análise Didática do Uso dos Softwares R e Geogebra no Desenvolvimento do Letramento Estatístico*. In: M.A. Sorto (Ed.), *Advances in statistics education: developments, experiences and assessments. Proceedings of the Satellite conference of the International Association for Statistical Education (IASE)*, July 2015, Rio de Janeiro, Brazil. Acesso em 15/03/2017 de [http://iase-web.org/Conference\\_Proceedings.php?p=Advances in Stats Education 2015](http://iase-web.org/Conference_Proceedings.php?p=Advances in Stats Education 2015).
- Díaz-Levicoy, D.; Batanero, C.; Arteaga, P.; López-Martín, M. D. M., (2015). Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de educación primaria chilena. In *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v.17, n.4, pp.715-739. Acesso em 15 mar. 2017 em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/23446/pdf>.
- Duval, R. *Les différents fonctionnements possibles d'une figure dans une démarche géométrique*. *Repères*, Grenoble, n.17, p. 121-138, oct. 1994. Acesso em: 10 mar. 2017 em [http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/17\\_article\\_119.pdf](http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/17_article_119.pdf).
- Freitas, E. M. B. de. (2010). *Relações entre mobilização dos registros de representação semiótica e os níveis de letramento estatístico com duas professoras*. 213 f. Dissertação (Mestrado) PEPG em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Acesso em: 10 mar. 2017 em <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11450>.
- Lee, H. S.; Kersaint, G.; Harper, S. R.; Driskell, S. O.; Jones, D. L.; Leatham, K. R.; Angotti, R. L.; Adu-Gyamfi, K.. (2014). *Teachers' Use of Transnumeration in Solving Statistical Tasks with Dynamic Statistical Software*. In *Statistics Education Research Journal*. Volume 13 Number 1 (on line), pp.25-52. Acesso em 10/02/2017 de [http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ13\(1\)\\_Lee.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ13(1)_Lee.pdf).
- VIEIRA, M.. (2008) *Análise Exploratória de Dados: Uma abordagem com alunos do Ensino Médio*. 185 f. Dissertação (Mestrado) - PEPG em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Acesso em: 10 mar. 2017 em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11347>

Wild, C. J. and Pfannkuch, M. (1999), Statistical Thinking in Empirical Enquiry. International Statistical Review, 67: 223–248. doi:10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x

Autora:

**Cileda de Queiroz e Silva Coutinho:** Doutora em Didática da Matemática pela Université Joseph Fourier – Grenoble I, França, desenvolve pesquisas no campo da Educação Estatística e Educação Financeira no grupo de pesquisas PEA-MAT, Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP.

[cileda@pucsp.br](mailto:cileda@pucsp.br)