UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
www.fisem.org/web/union
http://www.revistaunion.org

ISSN: 1815-0640
Número 50. Agosto 2017
Páginas 78-91

Jogos de Linguagem entre Professor e Alunos: Possibilidades de Aprender e Ensinar Matemática

Marisa Rosâni Abreu da Silveira

Fecha de recepción: 11/01/2017
Fecha de aceptación: 14/05/2017

Resumen	Este texto tiene el objetivo de discutir cómo el énfasis en el lenguaje puede contribuir a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, más específicamente a través de juegos de lenguaje, uno de los principales conceptos de la filosofía de Wittgenstein. Nos apoyamos en esta filosofía y en investigaciones educativas para analizar los lenguajes que circulan en las clases de matemáticas, la interpretación y aplicación de reglas matemáticas, así como destacamos algunas interacciones entre maestros y estudiantes y entre los propios alumnos cuando buscan un mismo universo discursivo. **Palabras clave**: Enseñanza. Aprendizaje. Matemáticas. Juegos de lenguaje.
Abstract	This text aims to discuss how an emphasis on language can contribute to the teaching and learning of mathematics, more specifically by means of the language games, one of the main concepts of Wittgenstein's philosophy. We rely on this philosophy and in educational research to analyze how languages that circulate in mathematics classes, the interpretation and application of mathematical rules, and also we highlight some interactions between teachers and students and among the students themselves when they seek the same discursive universe. **Keywords**: Teaching. Learning. Mathematics. Language games.
Resumo	Este texto tem o objetivo de discutir como a ênfase na linguagem pode contribuir para o ensino e a aprendizagem da matemática, mais especificamente por meio de jogos de linguagem, um dos principais conceitos da filosofia de Wittgenstein. Nos apoiamos nesta filosofia e em pesquisas educacionais para analisarmos as linguagens que circulam nas aulas de matemática, a interpretação e aplicação de regras matemáticas, bem como destacamos algumas interações entre professores e alunos e entre os próprios alunos quando buscam um mesmo universo discursivo. **Palavras-chave**: Ensino. Aprendizagem. Matemática. Jogos de linguagem.

1. Introdução

A educação matemática está constantemente buscando diferentes metodologias para que o professor tenha êxito em sua tarefa docente. Esta preocupação está pautada nos alarmantes resultados insatisfatórios dos estudantes brasileiros na disciplina de matemática. Nas universidades, muito se tem pesquisado para que este quadro desolador melhore, pois, os professores de matemática tentam buscar soluções amparados em diferentes teorias educacionais. Muitas destas pesquisas estão pautadas no construtivismo piagetiano que trabalha com um sujeito consciente que constrói seu próprio conhecimento na reflexão de suas ações com o objeto de estudo, tais como Becker (2012), Caetano e Pirola (2010).

Entretanto, nosso texto analisa a ênfase na linguagem como uma alternativa de buscar o êxito no ensino e na aprendizagem da matemática. Para tanto, nos apoiaremos na filosofia de Ludwig Wittgenstein que nos aponta para caminhos diferentes das teorias educacionais vigentes. Gottschalk (2015) nos esclarece como boa parte das questões epistemológicas podem ser dissolvidas pela terapia filosófica de Wittgenstein com consequências para o campo educacional. A autora afirma que a concepção referencial da linguagem - concepção que considera apenas a sua função descritiva tal que para cada palavra existe um referente -, designa o uso dogmático de certos conceitos educacionais, tais como: ensino, aprendizagem, avaliação, com consequências nas práticas educacionais. Essa concepção admite significados extralinguísticos por trás do uso das palavras, tal como um significado no mundo empírico (externo) ou um significado mental (interno). A autora nos mostra que, ao contrário, na terapia filosófica o significado da palavra está ligado à sua aplicação. Concordamos com Gottschalk, pois nossa perspectiva educacional é pautada na linguagem, mais especificamente no seu uso.

Portanto, nosso objetivo é refletir como os jogos de linguagem – um dos conceitos importantes da filosofia do segundo[1] Wittgenstein – podem auxiliar a elucidar os problemas de ordem linguística que professores e alunos enfrentam quando lidam com a linguagem codificada da matemática. Esses jogos possibilitam a discussão dos conceitos entre os alunos e o professor, como também entre os próprios alunos, de forma que na comunicação possam dissolver os problemas encontrados no uso da linguagem e na compreensão das regras que governam os enunciados matemáticos. Professor e alunos tentam participar de um mesmo universo linguístico para que as palavras pronunciadas tenham um mesmo significado, tenham uma forma de vida.

Para esta discussão buscaremos elucidar alguns conceitos da filosofia da linguagem de Wittgenstein, tais como jogos de linguagem, semelhança de família e sua discussão sobre seguir regras. A filosofia da matemática de Wittgenstein nos proporciona inspiração para a análise de alguns temas discutidos atualmente na educação, tais como, a contextualização dos conceitos matemáticos no cotidiano dos

[1] A filosofia de Wittgenstein é costumeiramente designada por seus comentadores em duas etapas, a primeira referente a obra do *Tratactus* e a segunda referente a obra *Investigações filosóficas*.

alunos em atividades de sala de aula, bem como algumas características da linguagem matemática.

Neste texto foram tratamos das linguagens que circulam nas aulas de matemática, das características da linguagem natural e da linguagem matemática; discutimos a interpretação e aplicação de regras e os possíveis jogos de linguagem que podem ser constituídos na sala de aula, e como conclusão tecemos considerações sobre as ideias discutidas no texto.

2. Linguagem matemática e linguagem natural

A linguagem natural é polissêmica e é por isso que nossa comunicação sofre interferência dos equívocos gerados dos muitos significados das palavras que pronunciamos. Na linguagem matemática, no entanto, há uma objetividade que não oferece margens para mal entendidos quando tratamos dos conceitos matemáticos. Essa linguagem é codificada de tal forma que sintetiza ideias matemáticas sem recorrer às palavras da linguagem natural, e ela pode estar representada por expressões algébricas, gráficos, figuras ou numerais, ela descreve aquilo que não conseguimos nomear em linguagem natural, tal como, por exemplo, enunciar todos os números reais compreendidos entre zero e dois, ese fato pode ser representado pelo conjunto $\{x \in \Re / 0 \leq x \leq 2\}$. Sabemos que entre zero e dois existem infinitos números, tais como: 0; ...; 0, 0003; ...; 0,12308; ...; 1; ...; 1,05; ...; 2. Não conseguimos dizer todos os números desse conjunto, daí nada mais natural que abreviarmos por uma notação matemática que subentenda os números do intervalo fechado de zero a dois e que pode também ser representado por [0, 2]. Essa linguagem expressa o que não podemos enunciar por meio de palavras da nossa linguagem natural.

No entanto, quando é apresentado para o aluno um enunciado escrito em linguagem matemática é bem possível que tenha dificuldades de compreende-lo, uma vez que um texto escrito nesta linguagem possui um resíduo – aquilo que está subentendido e que foi excluído no processo de formalização (Granger, 1974). A matemática enquanto conhecimento rigoroso revela traços de um certo ideal. Segundo Granger (1989), para termos o rigor devemos eliminar a intuição e por este motivo o rigor obriga o matemático a ser criativo. O rigor deve passar inicialmente pelo aperfeiçoamento da linguagem que não pode conter equívocos, tais como aqueles que podem ser gerados por nossa subjetividade. Assim, busca-se eliminar a interferência da intuição para lidarmos com o exato**.** Por exemplo, não basta que uma figura pareça um triângulo retângulo, para representar um triângulo retângulo a figura deve conter o símbolo matemático que o identifica como tal.

Na escola mesmo que o estudante seja criativo em matemática, ele sabe de antemão que existe uma resposta prevista para uma determinada questão, tal como aquela que está no gabarito do professor ou no final do livro texto na seção dedicada às respostas dos exercícios. Existe uma relação interna dos conceitos matemáticos que caracteriza um automovimento (Caveing, 2004) e uma relação externa que é empírica. No automovimento da matemática os conceitos matemáticos são criados um em função do outro formando uma rede conceitual. Se temos o conjunto dos inteiros é porque o conjunto dos números naturais não dava mais conta de responder algumas questões tal como 2 – 3, assim como o conjunto dos inteiros não dava conta de explicar a raiz quadrada de dois. Portanto, por uma necessidade intrateórica é que criamos conjuntos até chegarmos no conjunto dos números imaginários.

A relação empírica da matemática é externa à própria matemática, ou seja, a matemática aplicada no cotidiano do aluno, por exemplo. A proposição três maçãs mais duas maçãs pode ser cinco maçãs para um comerciante, mas o comprador de maçãs pode não aceitar este cálculo se duas maçãs estiverem muito pequenas em relação as outras três. Este é um exemplo que mostra que a matemática aplicada na empiria, no cotidiano do aluno, pode não ser a mesma aplicada na sala de aula, já que são contextos diferentes. O professor dirá que 3 + 2 é 5, mas de acordo com o comprador de maçãs 3 maçãs + 2 maçãs pode ser 4 maçãs ao considerar que a soma das duas maçãs pequenas seja igual ao tamanho de uma maçã grande, ou seja, 3 maçãs grandes + 2 maçãs pequenas = 3 maçãs grandes + 1 maçã grande = 4 maçãs grandes.

> Portanto, depende inteiramente de nossa gramática o que será chamado possível e o que não, isto é, o que a gramática permite. Mas, com certeza, isso é arbitrário! Certamente, mas as construções gramaticais que chamamos proposições empíricas (por exemplo, as que descrevem uma distribuição visível de objetos no espaço e poderiam ser substituídas por um desenho representativo) têm uma aplicação particular, um uso particular. (Wittgenstein, 2010, p. 94)

> A gramática não é responsável por nenhuma realidade. São as regras gramaticais que determinam o significado (que o constituem) e, portanto, elas próprias não são responsáveis por qualquer significado e, nessa medida, são arbitrárias. (Ibid., p.138)

A gramática governa o uso das palavras. A proposição matemática é uma regra gramatical que determina uma significação, é um enunciado gramatical. A proposição 3 + 2 = 5 deixa de ser normativa e passa a ser descritiva na empiria, quando descreve com a linguagem que, por exemplo, 3 maçãs mais 2 maçãs são 5 maçãs. Neste sentido, podemos afirmar que um enunciado empírico não é uma regra. Isto porque a nossa linguagem é baseada em regularidades, em acordos sobre ações**:** 3 + 2 = 5 porque 5 é o resultado comum a todas as pessoas que praticam a ação de somar 3 e 2.

3. Interpretação e aplicação de regras matemáticas

> O emprego da palavra “regra” está entretecido com o emprego da palavra “igual”. (Tal como o emprego de “proposição” com o emprego de “verdadeiro”). (Wittgenstein, 1996, § 225)

Nosso mundo é guiado por regras, temos as regras sociais que tentam organizar a conduta humana para que possamos viver em sociedade, as regras gramaticais que criam uma harmonia em nossa fala e escrita para que possamos nos comunicar e também temos as regras matemáticas que orientam nossos cálculos para que todos alcancem um mesmo resultado. Muitas regras sociais com o tempo tornam-se normas, tais como a regra do trânsito que avisa ao motorista que se o sinal está vermelho, ele deve parar para dar lugar a outros condutores circularem numa estrada de forma que não haja colisão entre veículos. Agimos seguindo regras, principalmente em locais públicos somos obrigados a nos comportar de certa forma que esteja condizente aos ditames da vida em sociedade. Assim, temos critérios públicos, regras públicas que governam nossos hábitos.

> O que chamamos "seguir uma regra" é algo que apenas uma pessoa pudesse fazer apenas uma vez na vida? – E isto é, naturalmente, uma anotação sobre a gramática da expressão "seguir uma regra". Não pode ser que apenas uma pessoa tenha uma única vez, seguido uma regra. Não é possível que apenas uma única vez tenha sido feita uma comunicação, dada ou compreendida uma ordem, etc. – Seguir uma regra, fazer uma comunicação, dar uma ordem, jogar uma partida de xadrez são hábitos (costumes, instituições). (Wittgenstein, 1996, § 199).

Nossa atividade linguística é guiada por regras gramaticais que têm uma forma de vida. Uma regra para ser aprendida precisa ser aplicada diversas vezes, pois não aprendemos tudo de uma só vez, necessitamos do treino. Quando uma pessoa aprende a conjugar um novo verbo, precisa aplicá-lo muitas vezes para que possa conjugá-lo corretamente sem ater-se à regra de sua aplicação, sem refletir. É assim que acontece com a aplicação de uma regra matemática**:** também é preciso aplica-la diversas vezes para compreender como utiliza-la em diferentes contextos. Quando pretendemos ensinar o aluno resolver equações logarítmicas, por exemplo, mostramos a ele a equação em que deve aplicar a definição de logaritmo para resolve-la, outra que deve aplicar as consequências da definição, outra ainda que deve aplicar as propriedades operatórias dos logaritmos e por fim, aquela que deve substituir o logaritmo por uma variável. Enfim, todos esses tipos de equações precisam ser treinados para que o aluno saiba distinguir um tipo do outro e aplicar uma regra correspondente.

> Seguir uma regra é análogo a cumprir uma ordem. Treina-se para isto e reage-se à ordem de uma maneira determinada. Mas como entender isso se a reação das pessoas tanto diante da ordem como diante do treinamento é diferente: um reage *assim* e o outro de *modo diferente*? Quem está então com a razão? (Wittgenstein, 1996, § 206).

A regularidade de juízos nos fornece parâmetros para decidirmos os critérios que serão adotados em nossa sociedade, inclusive às regras que guiam nossa gramática ao formularmos enunciados matemáticos. Não é uma regularidade de opiniões tal como na empiria quando nosso suposto comprador de maçãs citado anteriormente afirma que duas maçãs pequenas equivalem a uma maçã grande. O cálculo, a gramática e os jogos de linguagem seguem regras, assim como os enunciados matemáticos. O enunciado 'o triângulo é o polígono de três lados' é uma regra que diz o que define um triângulo. A regra de três, por exemplo, é empregada quando queremos determinar um elemento que consta na proporção formada pela regra. O cálculo mental também segue regras, é uma habilidade desenvolvida pelo aluno e é um modo de seguir regras publicamente aprendidas, tais como o cálculo desenvolvido no papel. Desta forma, podemos afirmar que seguir uma regra matemática é aplica-la em um determinado contexto.

O problema de interpretação de regras matemáticas pode ser ~~é~~ também um problema de comunicação. Muitas vezes, a regra enunciada pelo professor é mal interpretada pelo aluno. Neste sentido, o professor precisa estabelecer jogos de linguagem em suas aulas para compreender como seus alunos interpretaram as regras por ele ensinadas. Se a regra não foi interpretada corretamente, é salutar que o professor retome a palavra e encontre uma forma mais adequada de dizer aquilo que pretende que seu aluno aprenda. Vejamos o exemplo fornecido por Gomes-Granell

> Uma menina de nove anos conhece o algoritmo da subtração com reserva. Quando lhe propuseram que solucionasse estas duas operações, 36 – 27 e 27 – 36, a criança aplicou a mesma regra para ambos os casos: sempre subtraindo o número menor do maior. Quando lhe perguntaram por que, a menina afirmou que a professora tinha ensinado que sempre se deve diminuir colocando o número maior em cima (Gomez-Granell, 2003, p. 265).

A menina tem razão, ela seguiu rigorosamente a regra que a professora um dia lhe ensinou, mas que não se aplica para o segundo cálculo que lhe foi proposto. A regra aplicada agora deve ser outra, mas a menina não se dá conta que o contexto é outro. Estes equívocos são normais quando nos referimos a interpretação de palavras, de regras, etc. O que devemos compreender que nosso aluno faz este tipo de conjecturas, mas como podemos saber que isto acontece? Quando fornecemos a palavra para que ele explique como compreendeu aquilo que foi ensinado pelo professor.

4. Jogos de linguagem na sala de aula

Não temos acesso ao pensamento do aluno, mas temos acesso às suas palavras ditas e escritas e estas palavras nós podemos corrigir, aperfeiçoar e até mesmo fazer o aluno refletir sobre aquilo que está dizendo ou escrevendo. Neste sentido, recorremos aos jogos de linguagem entre professor e alunos, como também entre os próprios alunos para termos acesso aos problemas relativos à linguagem. É Wittgenstein que nos aponta caminhos para que possamos compreender aquilo que nossos alunos não compreendem. A importância que o filósofo fornecia à linguagem era tão grande que na sua experiência docente em escolas primárias no interior da Áustria, ele construiu junto a seus alunos um dicionário que continha palavras com significados de suas vivências. Wittgenstein acreditava que por meio de jogos de linguagem poderíamos curar nossos males relativos à linguagem.

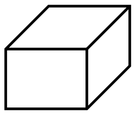
Para Wittgenstein (1996), podemos fazer uma terapia por meio de jogos de linguagem, ou seja, podemos tentar curar as doenças linguísticas, tais como as palavras que não têm sentido, palavras inadequadas, palavras com muitos sentidos, etc. Compreender uma palavra é ser capaz de emprega-la adequadamente, pois é no uso da palavra que compreendemos seu significado. A pragmática da linguagem pretende eliminar as confusões, os problemas de linguagem colocando as palavras no uso.

Quando um pedreiro diz a outro “lajota!”, seu colega de trabalho compreenderá que ele quer dizer “Traga-me uma lajota!”. Da mesma forma, na sala de aula se o professor diz ao seu aluno “calcule a hipotenusa deste triângulo!”, pode ter vida nestas palavras se o aluno compreender que deve calcular o lado oposto ao ângulo reto de um determinado triângulo. Os jogos de linguagem estão sempre disponíveis como prática do docente para ensinar matemática aos seus alunos. Nestes jogos as palavras têm vida, forma de vida quando professor e alunos pronunciam palavras que tenham o mesmo sentido.

A matemática tem sua gramática que contém as regras de uso das palavras dentro dos jogos de linguagem. O uso da matemática como linguagem torna possível o seu aprendizado e seu ensino, pois, segundo Bouveresse (1987), a matemática não constitui simplesmente uma linguagem, sua aplicação faz dela uma linguagem. Assim, podemos afirmar que os conceitos e as proposições matemáticas são instrumentos de linguagem, tal como a aritmética que trata da gramática dos números, a geometria trata dos entes geométricos, etc. Wittgenstein (1996) afirma que ao ensinarmos a aritmética estaremos dando os seus fundamentos, pois aritmética se fundamenta nos jogos de linguagem.

> Considere, por exemplo, os processos que chamamos “jogos”. Refiro-me a jogos de tabuleiro, de cartas, de bola, torneios esportivos etc. O que é comum a todos eles? Não diga: “algo deve ser comum a eles, senão não chamaríamos ‘jogos’”, – mas *veja* se algo é comum a eles todos – pois, se você os contempla, não verá na verdade algo que fosse comum a *todos*, mas verá semelhanças, parentescos, e até toda uma série deles (Wittgenstein, 1996, p. 66).

Entre os jogos de linguagem podemos encontrar semelhanças de família, tais como aquelas encontaradas nos jogos de linguagem da matemática do feirante e os jogos de linguagem da matemática utilizada na sala de aula. O cálculo matemático desenvolvido por um feirante é diferente do cálculo desenvolvido na escola porque na feira, ele pode negociar por exemplo, preço e troco, na escola os cálculos seguem as regras da própria lógica matemática que não se negocia. Eles têm alguns pontos comuns, tais como o uso de mesmas operações, porém com finalidades diferentes, uma como comércio e outra como atividade escolar. As diferenças encontradas nos dois jogos se explicam pelo fato de quando mudamos o contexto, - do comércio para a atividade escolar - mudamos a regra de aplicação. O contexto de aplicação de uma regra dirige nosso olhar para diferentes formas de interpretação.

> Poder-se-ia imaginar que a ilustração
>
> 
>
> aparece em várias partes de um livro, por exemplo, de um livro escolar. No texto adjunto, fala-se que se trata cada vez de algo diferente: Uma vez de um cubo de vidro, outra vez de uma caixa aberta virada, de uma armação de arame que possui esta forma, de três tábuas que formam um ângulo. A cada vez o texto interpreta a ilustração (Wittgenstein, 1996, p. 254).

Para o filósofo, o "conceito de aspecto é parente do conceito de representação. Ou: o conceito 'vejo-o agora como...' é parente de 'represento-me agora *isto*'" (Wittgenstein, 1996, p. 277).

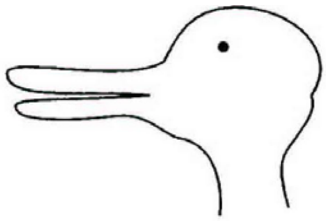


Figura 1. Lebre-pato de Joseph Jastrow (1901).

Existem diferentes técnicas para ver um objeto. Na Figura 1 podemos ver ora um pato, ora um coelho. Uma forma de ver não é necessariamente melhor do que a outra. Esta experiência de ver um determinado objeto é necessária para treinarmos nossos modos de ver as coisas que nos aparecem. Nas aulas de matemática, podemos ver 8 como 2^3 ao resolver exercícios de equações exponenciais, ver $\frac{2}{3}$ como $\frac{4}{6}$ ao resolver problemas que envolvem o uso de frações equivalentes, ver a diagonal do quadrado como a hipotenusa do triângulo retângulo de catetos *l*, nas atividades de trigonometria, ver $2\frac{1}{5}$ como $\frac{11}{5}$ na transformação de um número misto em fração, dentre outros exemplos, mostram que ver um aspecto peculiar em determinados objetos matemáticos que podem facilitar a compreensão de conceitos. Para isso, precisamos treinar o olhar de nosso aluno para que consiga perceber as transformações matemáticas necessárias, porém, para que isto aconteça ele tem que conhecer técnicas, tais como, decompor um número em seus fatores primos, compreender o papel da diagonal do quadrado, transformar um número misto em fração, e assim por diante. Semelhante a um artista que conhece as técnicas de pintura de obras artísticas, nosso aluno pode conhecer as técnicas para, por exemplo, desenhar um trapézio. Neste sentido, o filósofo nos adverte

> "É um pensar? É um ver?". Não seria isso equivalente a "É um *interpretar*? É um ver". E interpretar é uma espécie de pensar, e frequentemente ocasiona uma repentina mudança de aspecto. Posso dizer que ver aspectos está *relacionado* com interpretar? Minha inclinação era de fato dizer: "É como se eu *visse* uma *interpretação*". Pois bem, a expressão desse ver está relacionada com a expressão do interpretar (Wittgenstein, 2008, p. 59).

Na sala de aula, a cegueira visual é diagnosticada ao aluno que não consegue ver aquilo que é ensinado, não percebe um aspecto do objeto que é salientado pelo professor. O aluno cego para determinados aspectos precisa treinar sua visão para que consiga ver aquilo que lhe está diante dos olhos. Mas, este treino terá que ser orientado por seu professor.

Nesse contexto, o gesto ostensivo é regularmente utilizado pelo professor de matemática quando, por exemplo, quer explicar o significado da hipotenusa de um triângulo retângulo**.** Ele aponta para o símbolo de ângulo reto do triângulo e diz "a hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto". Porém, este gesto pode indicar o uso referencial da linguagem quando o professor aponta para um triângulo e diz "esse é o lado *a*" e posteriormente aponta para outro lado do triângulo e diz "este é o lado *b*" e "este lado é o lado *c*, *c* é a hipotenusa". O problema do gesto utilizado com as características de apenas designar os catetos como letras *a* e *b*, bem como a hipotenusa como *c* pode trazer problemas quando trocarmos as letras que designam cada elemento do triângulo, como por exemplo, *x*, *y* e *z* ou simplesmente invertermos a ordem das letras que designam os catetos, por exemplo pelas letras *b* e *c* e a hipotenusa pela letra *a*. Isto quer dizer que o ensino pode prejudicar a aprendizagem do aluno se for por meio do gesto ostensivo com as características de mostrar os elementos de um triângulo retângulo designados apenas por letras. Por isso, insistimos no uso do significado das palavras, no caso de nosso exemplo, o conceito do que é cateto e do que é hipotenusa.

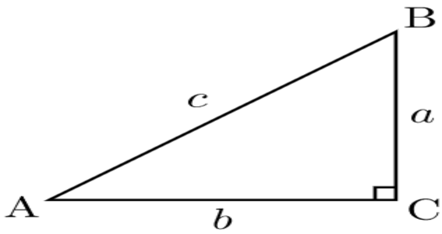


Figura 2

Este uso da linguagem é um entre tantos outros que pode ser usado pelo professor para obter sucesso em sua empreitada de ensinar seus alunos, porém temos que nos dar conta que no uso referencial da linguagem, o aluno pode pensar que o lado *c* de um triângulo retângulo sempre será a hipotenusa. E se a triângulo for retângulo em M, será que não haverá confusão para o aluno que está habituado com triângulo retângulo em C?

Para ilustramos o conceito de jogo de linguagem de Wittgenstein traremos algumas pesquisas que apontam para a problemática da linguagem em sala de aula. Iniciaremos nossa exposição com a pesquisa que envolve jogos de linguagem entre o aluno surdo (B), o professor ouvinte (P) e o intérprete (I). No diálogo abaixo temos o aluno B necessitando de reconhecimento das regras matemáticas apresentadas pelo professor (Moreira, 2015, p. 92).

> **(I)** (apontando para (P)) Ele está apenas colocando valores nesta equação (aponta para o caderno a operação $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$). Vamos trocar **– a = 1** e **– b = - 2**, mas o **a** e o **b** não podem ser menos ....lembra? Tem que ser mais.
> **Aluno B** – VERDADE
>
> **Tradução** – [Verdade].

> **(I)** – Então, o que nós fazemos?
> **Aluno B** – SABER-NÃO
> **Tradução** – [Não sei].
> **(I)** – Multiplicamos por (- 1), assim os valores continuam igual, mas os sinais trocam. Lembra-se de fazer isso outras vezes.
> **Aluno B** – SIM / LEMBRAR-EU / AGORA SABER.
> **Tradução** – [Sim, eu lembro. Agora já sei].

Na pesquisa intitulada *Os jogos de linguagem entre surdos e ouvintes na produção de significados de conceitos matemáticos* realizada por Moreira (2015) percebemos que as palavras pronunciadas pelo intérprete fazem sentido para o aluno surdo quando lhe explica aquilo que o professor lhe ensina. O papel do intérprete é justamente aquele de traduzir as palavras ditas em linguagem materna dos ouvintes - língua portuguesa - para a LIBRAS (Língua Brasileira de Sinais) - língua materna dos surdos. Os educadores que trabalham na tentativa de atender às necessidades dos alunos surdos tais como Moreira (2015) e Costa (2015), manifestam o desejo de que o intérprete, além de fazer a mediação entre as duas línguas, tenha formação em matemática para que possa traduzir com mais fidelidade as palavras ditas pelo professor.

Costa (2015) em sua pesquisa intitulada *Tradução da linguagem matemática para a libras: jogos de linguagem envolvendo o aluno surdo* apresenta a questão: Como o aluno surdo traduz textos em linguagem matemática para a Língua de Sinais? O pesquisador verificou que, muitas vezes, os alunos surdos têm dificuldades em compreender a lógica do professor, mesmo que estes alunos pareçam entender os textos matemáticos de uma maneira específica. O autor destaca que

> Para o surdo, traduzir um texto em linguagem matemática é um processo que requer tempo, haja vista que, ao se deparar com o texto, precisa recorrer ao seu vocabulário específico para poder dar sentido às palavras. Ou seja, para que a tradução seja realizada, ele precisa recorrer a sua linguagem natural e verificar os equivalentes linguísticos que fazem sentido para a interpretação do texto. Entretanto, vimos que os surdos faziam as traduções das palavras como se as mesmas fossem soltas, não havendo uma ligação entre elas, remetendo ao modelo referencial da linguagem (Costa, 2015, p. 83).

Assim, o pesquisador destaca a discussão acerca da forma adequada de se traduzir um texto matemático - a tradução palavra por palavra ou traduzir o sentido do texto matemático? - apoiado em Silveira (2014), o autor compreende que a tradução do sentido das palavras tende a ser a mais propícia, ou seja, é preferível buscar a fidelidade na tradução do texto do que apenas traduzir palavra por palavra.

Na sua pesquisa, Silva (2015) ao narrar um episódio ocorrido em sala de aula destaca que um aluno que apresentava dificuldade na escrita dos números até dez procurou a professora pedindo que lhe dissesse como deveria escrever o número nove. A professora lhe propôs que fizesse a escrita a partir do um até nove. O autor observou que durante a aula que este aluno, a cada número escrito, procurava a professora para perguntar qual seria o próximo, até que chegou no número nove.

> O aluno perguntou: “*Como ele é, o nove?*”. Ela [a professora] devolveu a pergunta: “*Como é o nove?*”. Ele ficou pensativo e escreveu a letra “i” no caderno e perguntou: “*É assim o nove?*”. Ao olhar para o que o aluno escrevera, a professora indagou se o número nove se escrevia com a letra “i” e se o “i’ era número. Como tentativa de responder à professora, o aluno apresentou respostas semelhantes, como “s”, “v”. A professora procurou fazer o aluno recordar das aulas sobre a escrita dos algarismos, mas o aluno insistia: “*Então, me diz aí logo!!*”. A professora, então perguntou a ele: “*Eu começo: ‘i’, 2, 3, 4? ‘s’, 2, 3, 4? Eu começo assim a contar?*”. Ele prontamente respondeu balançando a cabeça: “*Não!*”. Então a professora lançou outra pergunta: “*Qual é o primeiro número que começo a contar?*”. Os alunos que estavam juntos a eles na mesa responderam: “*Um!*”. E ela perguntou ao aluno (E), que respondeu: “*Um!*”. Então, a professora pediu que ele escrevesse o “um” no caderno. Depois que ele escreveu o “um”, a professora apontou para o número escrito no caderno e perguntou: “*Que número é esse?*”. Ele respondeu: “*O ‘um’!*”. Ela então comemorou por ele ter acertado o número “um”. Em seguida ela perguntou para ele: “*Depois do ‘um’?*”. Então, ela usou uma das mãos levantando o dedo indicador para indicar o “um” e em seguida levantou o dedo médio para que o aluno dissesse “dois”, mas a resposta dele foi “v”. (Silva, 2015, p. 49)

Este episódio mostra que as palavras pronunciadas pela professora não tinham forma de vida para seu aluno, pois ao tentar lhe mostrar o número dois levantando o dedo indicador e posteriormente o dedo médio, seu aluno percebe a letra ‘v’. O diálogo não efetivou um jogo de linguagem, já que as perguntas lançadas pela professora tinham outro sentido para o aluno. O autor da pesquisa analisa a situação e constata que a professora faz um uso referencial da linguagem e argumenta que a contagem é uma técnica que precisa ser aprendida pelo aluno. Tal técnica pode ser desenvolvida pelo treino de contar números de um até dez, por exemplo. O uso contínuo de contar cria o costume até o momento que o aluno aprende com a regularidade do uso da contagem. Assim, podemos perceber que a cura para os males da linguagem, para o mal-uso da linguagem, pode ser encontrada nos jogos de linguagem, quando estes são percebidos pelo professor que procura agir imediatamente buscando uma alternativa, uma terapia por meio de algumas técnicas linguísticas.

Lacerda (2010) em sua pesquisa intitulada *A interpretação e a comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do ensino fundamental* ao propor um problema para uma turma de alunos descreve o seguinte jogo de linguagem.

> Em uma escola, 550 alunos vão de ônibus a uma excursão, junto com 25 professores. Em cada ônibus, podem ir até 50 passageiros.
> Quantos ônibus serão necessários?
> Carol: E os 25?
> Marcia: Não sei... vão na van...
> Pesquisador: Como ficaria a resposta?
> Carol: 11 ônibus e meio... (sorri)
> Márcia: Meio ônibus! (sorri)
> Pesquisador: Tem meio ônibus?
> Carol: Não...tem micro-ônibus...
> Pesquisador: Então, como seria?

Podemos perceber que a aluna Marcia ao não conseguir vislumbrar uma resposta adequada busca uma outra alternativa de solução para o problema proposto sugerindo uma van enquanto Carol sugere um micro-ônibus. O problema descreve um ônibus e não menciona nem van, nem micro-ônibus. Como o enunciado não tem sentido para as alunas, elas criam estratégias para buscar uma solução. O problema não lhes faz sentido e o que o professor pode fazer neste momento é ler e reler com as alunas as palavras contidas no enunciado até que tenham forma de vida, caso contrário o problema não terá solução.

Melo (2013, p. 80) ao discutir sua pesquisa intitulada *Dois jogos de linguagem: a informática e a matemática na aprendizagem da função quadrática* afirma

> As tecnologias informáticas possibilitam, portanto, aos usuários (alunos e professores) tanto ver o mundo como ver as coisas por um prisma diferente do que é tradicional e que se resume, por vezes, à descrição e representação da realidade como formas de aprendizagem. Recursos do computador, como *softwares*, por exemplo, numa perspectiva dinâmica da Informática como Jogo de Linguagem pretende dar sentido aos conceitos estudados em Matemática na sala de aula.

O autor salienta que uma das premissas da pesquisa que desenvolveu acena para aspectos visuais implicando na possibilidade do aluno poder ver o movimento de uma função quadrática na tela do computador – quando se manipula seus elementos - com auxílio do software geogebra. Estas atividades devem ser entendidas como ligadas a objetos matemáticos virtuais que partem dos jogos de linguagem da matemática e da informática.

Nos jogos de linguagem, os argumentos capacitam os alunos a compreender e explicar aquilo que está mal-entendido em suas falas. Eles também permitem que os alunos sintam a necessidade de chegar a um acordo na utilização das mesmas palavras no contexto da geometria. Estas trocas interativas por meio de jogos de linguagem envolvendo os alunos fornessem momentos de explicação e negociação na tentativa da busca de mesmos significados para as palavras pronunciadas. Os acordos dos alunos residem em encontrar termos comuns para decidirem o uso adequado das palavras nas aulas de geometria (Mathé, 2012).

5. Considerações finais

Dar uma boa aula é o desejo da maioria dos professores. Uns buscam apoio em materiais concretos na tentativa de fazer os alunos manipularem objetos com o intuito de que construam conceitos matemáticos por meio da reflexão das ações com tais objetos. Outros buscam apoio nos conhecimentos prévios do aluno para que a partir destes conhecimentos construam novos conceitos (Baruk, 1996). Conforme os indicadores da educação básica brasileira em escala mundial e nacional, essas e outras tentativas até o momento mostraram que não são satisfatórias, pois nossos alunos continuam fracassando em matemática. Nós apostamos no conhecimento via linguagem, onde o sujeito constrói conceitos no uso das palavras, em meio a jogos de linguagem com seus colegas e com o professor. Neste texto, analisamos alguns problemas encontrados no ensino e na aprendizagem da matemática na educação básica que concernem ao uso de palavras com sentido. Os problemas de ordem linguística podem ser resolvidos por meio de jogos de linguagem entre professor e alunos, como também entre os próprios alunos. Sabemos que não temos acesso ao pensamento do aluno, temos acesso apenas aquilo que o aluno diz ou escreve. Nesta perspectiva, podemos recorrer ao ensino da significação das palavras, pois inclusive a matemática é circunscrita em jogos de linguagem. Sabemos que o aluno não pode descobrir por si só algo que é intersubjetivo, algo que foi construído historicamente pela humanidade e sim, ele pode compreender no aprendizado e no uso da linguagem.

Nesse sentido, tentamos mostrar que as proposições matemáticas não são empíricas, elas são gramaticais. A matemática é normativa, mas possui um aspecto utilitário que é apenas um dos usos possíveis da linguagem matemática, um dos jogos de linguagem que pode ampliar o seu entendimento. Nossas criações são precedidas por outras e não pelos fatos. A relação interna entre os conceitos, o automovimento da matemática e relação externa na empiria apontam para dois contextos diferentes.

A regra matemática não muda com o tempo, é uma necessidade, é uma convenção. Porém, a regra matemática aplicada na empiria, no cotidiano do aluno pode ser um enunciado antropológico, um acordo entre homens que está sujeito a negociações. Para mostrarmos aos alunos a diferença de acordos feitos no cotidiano e regras convencionais, nada melhor que proporcionarmos jogos de linguagem onde todos equívocos e diferenças de significado podem ser esclarecidos.

Os jogos de linguagem entre professor e alunos ou entre os próprios alunos envolvendo conceitos matemáticos possibilitam que muitas dúvidas sejam dirimidas, muitos mal entendidos, equívocos de interpretação, perguntas mal formuladas e respostas erradas, enfim, todas palavras usadas de forma inadequada sejam dissolvidas pela busca de palavras que tenham vida, palavras que tenham o mesmo significado para todos os seus integrantes.

Bibliografia

Baruk, S. (1996). *Insucessos e Matemáticas*. Lisboa / Portugal: Relógio D' Água Editores.

Becker, F. (2012). *Epistemologia do professor de matemática*. Petrópolis, RJ: Vozes.

Bouveresse, J. (1987). *La force de la règle*: Wittgenstein et l'invetion de la necessité. Paris: Les Éditions de Minuit.

Caetano, R. S.; Pirola, N. A. PIROLA (2010). Alguns reflexos da didática construtivista piagetiana no ensino de conteúdos matemáticos nas séries iniciais do ensino fundamental. In: Pirola, N. A. (Org.). *Ensino de ciências e matemática, IV:* temas de investigação. São Paulo: Editora UNESP.

Caveing, M. (2004). *Le problème des objets dans la pensée mathématique*. Paris: Librairie Philosophique J. Vrin.

Costa, W. C. L. (2015). *Tradução da linguagem matemática para a libras: jogos de linguagem envolvendo o aluno surdo*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de

Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém.
Gottschalk, C. M. C. (2015). *A terapia wittgensteiniana como esclarecedora de conceitos fundamentais do campo educacional*. Revista Latinoamericana de Filosofia de la Educación. v. 2, n. 4, p. 299-315.
Gomez- -Granell, C. (2003). Aquisição da Linguagem Matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, A.; TOLCHINSKY, L. *Além da Alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática*. São Paulo: Ática. p. 257-282.
Granger, G.-G. (1974). *Filosofia do estilo*. São Paulo: Perspectiva, Ed. da Universidade de São Paulo.
Granger, G.- G. (1989). O rigor da matemática. In.: *Por um conhecimento filosófico.* São Paulo: Papirus. p. 67-96.
Lacerda, A. G. **(**2010). *A interpretação e a comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Institutode Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém.
Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, RDM vol.32.2,195-228. <hal-00943555>.
Melo, L. A. S. (2013). *Dois jogos de linguagem: a Informática e a Matemática n a aprendizagem de Função Quadrática*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará.
Moreira, I. M. B. (2015). *Os jogos de linguagem entre surdos e ouvintes na produção de significados de conceitos matemáticos*. (Tese de Doutorado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas.
Silva, C. E. S. (2015). *Concepções de significado: implicações no ensino da matemática na alfabetização*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federaldo Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas.
Silveira, M. R. A. (2014). *Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem*. *Educação Matemática e Pesquisa*, São Paulo, v.16, n.1, 47-73.
Wittgenstein, L. (1996). *Investigações Filosóficas*. Rio de Janeiro: Coleção Pensamento Humano.
Wittgenstein, L. (2010). *Gramática Filosófica*. São Paulo: Edições Loyola.
Wittgenstein, L. (2008). *Últimos escritos sobre Filosofía de la Psicologia* (Volume 1). Madrid: Tecnos.

Autora: Marisa Rosâni Abreu da Silveira**.** Possui Graduação em Matemática, Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul com Estágio Doutoral na Universidade de Paris 7 e Estágio Pós-Doutoral no Institut d'Histoire et de Philosophie des Sciences et des Techniques da Université Paris 1 (Sorbonne). Atualmente é professora associada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. marisabreu@ufpa.br