

Gênese Instrumental do artefato simbólico função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas em um ambiente não digital

Armênio Lannes Xavier Neto, Maria José Ferreira da Silva

Fecha de recepción: 02/05/2017
 Fecha de aceptación: 05/08/2017

<p>Resumen</p>	<p>Este artículo es un extracto de una actividad cuyo objeto fue o de estudiar el fenómeno de la génesis instrumental del artefacto simbólico función de una variable real definida por tramos que se desarrolló a través de una secuencia didáctica, junto a estudiantes de la enseñanza secundaria. El referencial teórico fue la Teoría de la Instrumentación desde la perspectiva de Pierre Rabardel y la metodología, los supuestos de la ingeniería didáctica Artigue. La transformación del artefacto una variable real definida por tramos en instrumento puede ser visto a través de la movilización de los esquemas de uso, de acción instrumentada y de acción colectiva instrumentada, que caracterizaron el fenómeno de la génesis instrumental.</p> <p>Palabras clave: Génesis Instrumental. Función de una Variable Real Definida por Tramos. Artefacto Simbólico.</p>
<p>Abstract</p>	<p>The present study is a clipping of an activity that was developed through a didactic sequence with Brazilian high school students whose objective was to study the phenomenon of the Instrumental Genesis of the symbolic artifact function of Piecewise Defined Functions. The theoretical reference used was the Theory of Instrumentation from the point of view of Pierre Rabardel and the methodology, the assumptions of Artigue didactic engineering. The transformation of the artifact function of a real variable with several sentences into an instrument can be verified through the mobilization of use schemes, instrumental action and instrumented collective action, characterizing thus the phenomenon of Instrumental Genesis.</p> <p>Keywords Instrumental Genesis. Piecewise Defined Functions. Symbolic artifact.</p>
<p>Resumo</p>	<p>O presente artigo é o recorte de uma atividade cujo objetivo foi estudar o fenômeno da Gênese Instrumental do artefato simbólico função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas. Ela foi desenvolvida por meio de uma sequência didática com alunos do ensino médio. O referencial teórico utilizado foi a Teoria da Instrumentação sob a ótica de Pierre Rabardel, e a metodologia foi embasada nos pressupostos da Engenharia Didática de Artigue. A transformação do artefato função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas em instrumento pode ser constatada por meio da mobilização dos esquemas de uso, ação instrumental e ação coletiva instrumentada, caracterizando assim o fenômeno da Gênese Instrumental.</p> <p>Palavras-chave: Gênese Instrumental. Função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas. Artefato simbólico.</p>

1. Introdução

Poucos estudos no âmbito da Educação Matemática que utilizam a Teoria da Instrumentação como referencial teórico ocupam-se do estudo da Gênese Instrumental de um artefato “fora” de ambientes tecnológicos, sobretudo o digital. Em consequência, é comum encontrarmos pesquisas que tratam, por exemplo, do ensino e/ou da aprendizagem de objetos matemáticos de Geometria utilizando os *softwares Cabri-3D*, ou *Geogebra*, ou ainda a calculadora no ambiente da Álgebra. No caso do Brasil, segundo Xavier Neto (2015, p.7), a “maioria das pesquisas utiliza como artefato *softwares* que envolvem o ensino e/ou aprendizagem de geometria”.

Assim, neste artigo, propomos apresentar um estudo a respeito da Gênese Instrumental que utiliza o artefato simbólico, função definida por várias sentenças matemáticas, em ambiente não digital, com alunos do ensino médio. Entendemos que tal estudo é relevante em razão de termos encontrado apenas um trabalho que trata desse tipo de artefato. Segundo Xavier Neto (2015, p.7), no Brasil, “apenas uma pesquisa dedicou-se ao estudo da Gênese Instrumental de um artefato de caráter simbólico (não material)”. Trata-se do trabalho de Jesus (2012), que se ocupou do estudo do fenômeno da Gênese Instrumental da mediatriz de um segmento com professores envolvidos em um grupo de formação continuada.

De acordo com Rabardel (1995a; 1995b), um artefato é um dispositivo que tanto pode ser material (um lápis, um computador, ou um martelo), como simbólico (um gráfico, um método, ou até uma propriedade). Para o autor, a Gênese Instrumental é um processo complexo que está aliado às restrições e às potencialidades do artefato, bem como às atividades do sujeito. É a análise do processo da Gênese Instrumental o objetivo central do presente estudo, ou seja, com base nas ações dos sujeitos, espera-se compreender como o artefato função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas transforma-se em instrumento na resolução de problemas.

Com relação aos aspectos metodológicos, o estudo se valeu de alguns pressupostos da Engenharia Didática de Artigue, com o intuito de validar a sequência preparada para a revisão do estudo sobre função de uma variável definida por várias sentenças matemáticas, trabalhadas no primeiro ano do Ensino Médio, porém com alunos do segundo e terceiro anos, visando verificar a ocorrência ou não da Gênese Instrumental nesse grupo de alunos. Dessa forma, o estudo buscou responder à seguinte questão: De que maneira ocorre a Gênese Instrumental da função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas em alunos do 2º e 3º anos do ensino médio durante uma sequência de atividades?

A seguir, serão apresentados conjuntamente os aspectos teóricos e metodológicos do estudo.

2. Aspectos teóricos e metodológicos

O estudo teve como referência teórica a Teoria da Instrumentação proposta por Rabardel (1995a), e, como mencionado anteriormente, deteve-se em particular, no fenômeno da Gênese Instrumental.

2.1 Teoria da Instrumentação

De acordo com Gueudet & Trouche (2009, p.3, tradução nossa) “a abordagem instrumental foi proposta por Rabardel e teve como mote principal atender as

necessidades da Educação Matemática com relação ao uso das tecnologias, especialmente as digitais”.

Segundo Artigue (2002, p.246, tradução nossa), “buscaram-se então, pesquisas que fizessem abordagens em processos de aprendizagem dentro de ambientes tecnológicos, a fim de compreender melhor esse fenômeno”. Assim, foram localizados trabalhos no âmbito da Ergonomia Cognitiva¹, realizados por Rabardel e Verillon, por meio da Teoria da Instrumentação e de processos tecnológicos complexos dedicados à formação de pilotos de aviões.

No centro da abordagem instrumental, destaca-se o fenômeno da Gênese Instrumental, processo em que um artefato utilizado como meio de ação por parte do sujeito transforma-se progressivamente em instrumento. Para Rabardel (2011), dois conceitos são fundamentais para a compreensão da Gênese Instrumental: o artefato e o instrumento. Um artefato está ligado ao que se pensava definir como ferramenta e possui um caráter neutro. O artefato está

conectado ao uso que o sujeito faz como meio para sua ação e que pode ser considerado como uma máquina, um objeto técnico, objetos e sistemas simbólicos, ou seja, que pode ser definido como material ou simbólico. (Rabardel, 2011, pp. 49-52, tradução nossa).

Uma calculadora, por exemplo, pode ser concebida como um artefato material. Mas o artefato também pode ser simbólico, e é exatamente esse entendimento que nos interessa, pois, no âmbito da Teoria da Instrumentação e de acordo com a definição proposta por Rabardel, a função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas pode ser entendida como um artefato simbólico: “os artefatos serão considerados instrumentos materiais ou simbólicos” (Rabardel 2002, p. 18, tradução nossa). Para tanto, apoia-se no conceito antropológico em que o mesmo designa qualquer coisa que tenha sofrido uma transformação, ainda que mínima, de origem humana. Segundo o autor citado, “o artefato não restringe seu significado às coisas materiais (do mundo físico), podendo também ser aplicado a sistemas simbólicos” (Rabardel 2002, p.39, tradução nossa). Por sua vez “um instrumento consiste de uma entidade mista formada por um artefato e um esquema, e também é uma construção produzida pelo sujeito” (Rabardel 2011, pp. 49-52, tradução nossa).

A Teoria da Instrumentação se apoia na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, da qual utiliza a noção de esquema. Segundo Vergnaud, um esquema é

a organização invariante da conduta para uma classe de situações dadas. É nos esquemas que se devem investigar os conhecimentos em ato do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem que essa ação seja operatória. (Vergnaud, 1990, p.134, tradução nossa).

A Teoria dos Campos Conceituais considera o invariante operatório o que permite ao sujeito realizar uma conexão entre teoria e prática, pois nele repousa a operacionalidade dos esquemas. São dois os elementos constituintes dos invariantes operatórios,

¹ Ergonomia cognitiva, é a disciplina científica que visa a compreensão fundamental das interações entre os seres humanos e os outros componentes de um sistema, e a profissão que aplica princípios teóricos, dados e métodos com o objetivo de otimizar o bem-estar das pessoas e o desempenho global dos sistemas. (FALSON 2007, p.7 apud JESUS 2012, p.27).

os teoremas em ação (invariantes do tipo “fazer propostas”), que são as proposições elaboradas pelo sujeito e consideradas como verdadeiras sobre o real, e os conceitos em ação (invariantes do tipo “função proposicional” e do tipo “argumento”), que são uma categoria do pensamento considerada como válida pelo mesmo sujeito. (Vergnaud, 1990, pp.136-139, tradução nossa).

Os esquemas relacionados com a utilização de um artefato são chamados esquemas de utilização e fazem referência a duas dimensões da atividade:

As atividades relacionadas com as tarefas secundárias, ou seja, a gestão das características e propriedades particulares do artefato, e as atividades primárias (principais), as que estão orientadas ao objeto da atividade em que o artefato é um meio de realização. (Rabardel, 2011, p.171, tradução nossa).

Os esquemas de utilização são relativos às tarefas secundárias. No caso de um artefato simbólico, caso deste estudo, o esquema de uso teria a função de orientar o sujeito no sentido de encontrar solução de tarefas específicas inerentes ao artefato.

Os esquemas de ação instrumentada estão relacionados com a meta de operar transformações sobre o objeto em atividade e incorporam como componentes os esquemas de uso:

O que os caracteriza é o fato de que são relativas às tarefas primárias. Constituem o que Vygotsky chamava de “atos instrumentais”, para os quais há uma recomposição da atividade dirigida até a tarefa principal do sujeito. Os esquemas primários (esquemas de uso) constituem, segundo a terminologia de Cellerier, módulos especializados que se coordenam uns com os outros e também com outros esquemas, se assimilam e se acomodam reciprocamente, para constituir os esquemas de ação instrumentada. (Rabardel, 2011, p.172, tradução nossa).

Portanto, a Gênese Instrumental é o processo em que o sujeito está envolvido em uma determinada ação, utiliza uma ferramenta chamada artefato e acrescenta a ele seus conhecimentos, transformando-o em instrumento.

Tal processo possibilita uma observação nos dois polos da entidade instrumental: o artefato e os esquemas de utilização. Esses dois polos são denominados dimensões do fenômeno da Gênese Instrumental e, de acordo com Rabardel (2011, p. 204, tradução nossa), são chamados de “instrumentalização, quando orientado ao artefato, e de instrumentação quando relativo ao sujeito”

Os processos de instrumentalização se referem ao surgimento e à evolução dos componentes artefato do instrumento e fator de enriquecimento das propriedades do artefato por parte do sujeito. Sendo relativo ao polo artefato, baseia-se em suas características e propriedades intrínsecas, o que lhe dá um *status* em função da ação que está em curso. Essas propriedades podem, ainda segundo Rabardel (2011, p.217, tradução nossa), “conservar o *status* de função que adquiriram, constituindo-se para o sujeito uma característica, uma propriedade permanente do artefato”

Dois níveis são considerados no processo de instrumentalização. O primeiro tem uma característica local, ou seja, o artefato é instrumentalizado momentaneamente. No segundo nível, a função adquirida se conserva de maneira durável como propriedade do artefato, portanto a instrumentalização é durável ou permanente.

Os processos de instrumentação são relativos ao sujeito e, segundo Rabardel,

o descobrimento progressivo que os sujeitos realizam das propriedades (intrínsecas) do artefato é acompanhado da acomodação de seus esquemas, mas também de mudanças de significado do instrumento, que resultam da associação do artefato com novos esquemas. (Rabardel, 2011, p.211, tradução nossa).

Esses dois processos, portanto, contribuem solidariamente para o surgimento e a evolução dos instrumentos, embora “a situação de algum deles possa desenvolver-se mais, ser dominante, e inclusive ser o único que se apresente”² Rabardel (1995a, p. 112, tradução nossa).

2.2 Aspectos metodológicos

A metodologia utilizada no estudo apoiou-se nos pressupostos da Engenharia Didática de Artigue, que como uma metodologia de investigação caracteriza-se, fundamentalmente, como um esquema experimental que está baseado em relações didáticas realizadas em classe e, mais especificamente, sobre a concepção, realização, observação e análise das sequências de ensino.

De acordo com Artigue (1995, p.37, tradução nossa), “a Engenharia Didática está voltada ao registro dos estudos de caso e sua validação é, em essência, interna, baseada na confrontação entre as análises *a priori* e *a posteriori*”. A confrontação dessas duas análises com o referencial teórico possibilitou a discussão dos dados produzidos e permitiu responder à questão da pesquisa. Dessa forma, nesse artigo analisaremos uma atividade da sequência em que o artefato foi a função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas, como, especificamente, se segue.

Os dados foram coletados por meio de gravação de áudio e vídeo. A escolha dos sujeitos recaiu sobre discentes cursando o segundo e o terceiro anos do ensino médio, pois desejou-se que a escolha incidisse sobre os que já tivessem tido contato com o conceito em anos anteriores, já que objetivo institucional era revisar temas matemáticos tratados especialmente no primeiro ano do ensino médio. No total, quinze alunos fizeram inscrição para participar das oficinas propostas. A atividade foi organizada para dois encontros, um realizado em maio e outro em junho de 2015, com duração de 100 minutos cada um, sem interrupções. No primeiro encontro, os alunos organizaram-se, sem interferências externas, formando seis duplas e um trio. Desses grupos escolhemos para o estudo da Gênese Instrumental apenas o trio, por considerar que havia maior possibilidade de interação entre os sujeitos. No que segue, apresentamos, resumidamente, algumas considerações e a definição do artefato que utilizaremos neste artigo.

² *Dans le processus d'instrumentation elle est tournée vers le sujet lui-même, alors que dans le processus corrélatif d'instrumentalisation, elle est orientée vers la composante artefact de l'instrument. Les deux processus contribuent solidairement à l'émergence et l'évolution des instruments, même si, selon les situations, l'un d'eux peut être plus développé, dominant, voire seul mis en oeuvre.* (Rabardel, 1995a, p.112).

3. A função de uma variável real definida com várias sentenças matemáticas

O conceito de função é, segundo Ponte (1992, p.3, tradução nossa), “considerado como um dos mais importantes em toda a Matemática”, tornando-se central em seu desenvolvimento e, de acordo com Rossini (2006, p.58), “as funções definidas por mais de uma sentença tiveram um papel importante na história do conceito de função”.

Chumpitaz (2013, p.44, tradução nossa) afirma que Euler, discípulo de J. Bernoulli (1667-1748), sugeriu uma forma analítica para o conceito de função com várias sentenças matemáticas, sem “deixar clara, entretanto, a maneira como se devem constituir essas funções a partir da variável independente”.

As definições atualmente aceitas, entretanto, estão baseadas nas contribuições de Dirichlet, especificamente em relação a uma definição formal para função de várias sentenças matemáticas. De acordo com Chumpitaz, inicialmente

fixamos uma família de funções $F \subset \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$, que denominaremos funções básicas e uma família Y de subconjuntos não vazios de \mathbb{R} , $Y \subset P(\mathbb{R})$. Definição: Uma função $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, onde $A \subseteq \mathbb{R}$ é uma função definida por sentenças se existe uma família de funções $\{f_i: A_i \rightarrow \mathbb{R}\}_{i \in I}$ na forma $f_i = \upharpoonright_{A_i}$, onde $f \in F$ e $A_i \in Y, i \in I$, onde I é um conjunto de índices enumeráveis, de modo que:

- I. $f(x) = f_i$ se $x \in A_i, i \in I$ (propriedade da regra por sentenças);
- II. $A = \bigcup_{i \in I} A_i$ (propriedade do domínio);
- III. $A_i \cap A_j = \emptyset$ para $i, j \in I, i \neq j$ (propriedade da não sobreposição) e
- IV. Dados $i, j \in I, i \neq j, f_i = f|_{A_i}, f_j = g|_{A_j}$ com $f, g \in F$, tem que $f \neq g$ (propriedade da não redundância). (Chumpitaz, 2013, p.45, tradução nossa).

A evolução dos teoremas e conceitos-em-ato, elaborados pelos sujeitos durante a resolução das atividades propostas envolvendo o artefato, permite operacionalidade aos esquemas de utilização e possibilita compreender de que maneira ocorre a Gênese Instrumental.

4. Discussão da sequência

Neste tópico descrevemos a aplicação da sequência, os sujeitos da pesquisa e, na sequência, as análises dos dados coletados.

4.1 Descrição da aplicação das atividades

A atividade escolhida para ser objeto da sequência didática foi idealizada por Almouloud e adaptada do exercício número 5 da *Colletion Mathématiques* IPN, 9^o année, (1991), Rep. De Mali, pp. 157, *HATIER Librairie*, que trata do conceito de função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas. Como o presente artigo trata de um recorte do estudo original, evidenciaremos aqui apenas algumas de suas partes. Os objetivos da atividade serão detalhados na análise a priori.

A atividade foi subdividida em sete partes: as quatro primeiras foram realizadas no primeiro encontro, e as três outras, no seguinte. Na atividade foi possível observar a construção de funções de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas, por meio da utilização de alguns conteúdos matemáticos, cujo contexto foi a Geometria Plana, como apresentado no Quadro 1.

	Conteúdo matemático existente na atividade	Possíveis esquemas de utilização mobilizados
Atividade (Partes 1, 2 e 3)	Figura geométrica plana do quadrado, triângulo, trapézio e losango: características e propriedades. Área de figuras planas do quadrado, triângulo, trapézio e losango. Conceitos básicos de geometria analítica e de trigonometria. Funções, Domínio, Imagem, Intervalo e Estruturas Aditivas e Multiplicativas. Construção de gráfico.	As noções de função, segmento, do quadrado, triângulo e trapézio e as medidas de suas áreas. Domínio, Imagem e Intervalo. Noção de seno de um ângulo. Construção de gráfico de uma função.

Quadro 1. Detalhamento da atividade.

A seguir, serão descritas as análises das atividades feitas *a priori* e *a posteriori*.

Inicialmente trataremos conjuntamente as partes 1 (a) e 2 (a) que têm como foco o deslocamento do ponto M apenas em AB e BC ³, lados de um quadrado e de um retângulo. Isso corresponde, portanto, ao primeiro e ao segundo deslocamento do ponto M nas referidas figuras planas. Em seguida, faremos uma análise das sentenças matemáticas formadas, correspondentes a todo o deslocamento do ponto M nas duas figuras. De maneira similar, abordaremos a parte 3 (a) da atividade, quando o ponto M percorre apenas AB e BC na figura de um losango, e as sentenças matemáticas que foram construídas pelos sujeitos.

As análises *a priori* e *a posteriori* serão apresentadas respeitando o recorte da atividade original mencionado anteriormente e serão apresentadas na sequência, precedidas da apresentação dos sujeitos da pesquisa e da descrição das atividades.

4.2 Os sujeitos da pesquisa

Os nomes empregados nesta pesquisa são fictícios e servem apenas para o propósito de identificação, enquanto que a série cursada pelos sujeitos corresponde à realidade. Dessa forma, o trio de alunos mencionado no capítulo dos Aspectos Metodológicos foi formado conforme segue.

João, aluno do 2o ano, estudou em Portugal até o final do ensino fundamental segundo ciclo. Ingressou na instituição no primeiro ano do ensino médio. Maria, aluna do 3o ano, estuda na instituição desde o 6o ano do ensino fundamental segundo ciclo, e José, aluno do 3o ano, ingressou na instituição no 1o ano do ensino médio, tendo cursado o ensino fundamental em outra escola privada de porte médio da cidade de São Paulo.

4.3 Análise *a priori* da Atividade

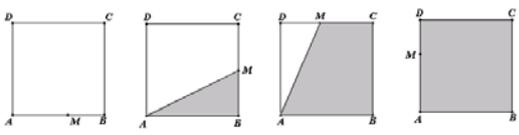
³ Um segmento de reta cujos extremos são A e B é indicado por \overline{AB} . A medida de um segmento \overline{AB} é indicada por AB .

Durante as análises *a priori*, foram apresentadas as atividades, acompanhadas de sua discussão prévia, baseadas nos referenciais teóricos relacionados à função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas.

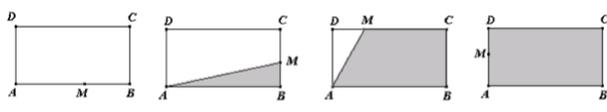
ATIVIDADE

Parte 1. Um ponto M se desloca sobre o lado de um quadrado ABCDA onde cada lado meça 4 u.m. (figura abaixo). Designamos como x (em cm) a medida referente ao comprimento do trajeto de A até M.

a) Expresse a área $a(x)$ da parte colorida, segundo a posição do ponto M;
 b) Represente graficamente a aplicação correspondente.



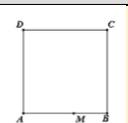
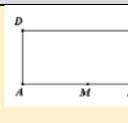
Parte 2. Retome as mesmas tarefas dadas na primeira questão e considere ABCD como sendo um retângulo de comprimento 4 e largura 2, conforme a figura abaixo.



Parte 3. Retome as mesmas tarefas dadas na primeira questão e considere ABCD como sendo um losango cujos lados medem 4 u.m e o ângulo $\hat{C} = 60^\circ$.

Figura 1. Função definida por várias sentenças matemáticas formada pela parte 3 (a).
 Fonte: Xavier Neto (2016).

Nas partes 1 (a) e 2 (a) da atividade, o ponto M irá percorrer inicialmente AB , do quadrado em 1 (a), ou do retângulo em 2 (a), não havendo assim área formada. As partes 1 (a) e 2 (a) ocorreram no encontro 1. Espera-se que os sujeitos mobilizem as propriedades da função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas e construam uma dinâmica de solução similar à do quadro 2:

Parte 1 (a)		Parte 2 (a)	
Deslocamento do ponto M	Ação esperada	Deslocamento do ponto M	Ação esperada
	Enquanto M pertencer a AB , $a(x) = 0$, pois não há área e isso ocorre quando $0 \leq x \leq 4$.		Enquanto M pertencer a AB , $a(x) = 0$, pois não há área e isso ocorre quando $0 \leq x \leq 4$.

Quadro 2. Parte 1(a) e 2(a) – Primeiro deslocamento do ponto M.

Inicialmente, um esquema a respeito da noção de função deveria ser mobilizado pelos sujeitos. Provavelmente, não surgirão dificuldades em identificar a lei da função, em razão do enunciado corroborar nessa direção. A partir de então, será possível compreender o contexto da atividade no âmbito da lei da função. Isso por certo auxiliará na percepção de que o deslocamento de posição do ponto M em AB não formará área.

A mobilização em torno de um esquema de utilização referente à noção de segmento poderá contribuir positivamente para alcançar esse objetivo.

Posteriormente, em face da construção mencionada a respeito do esquema de utilização para o esquema da noção de função, parece plausível afirmar que a sentença a ser formada está associada a não formação de área. Essa mobilização levará os participantes a fazer uso das propriedades de domínio que definem matematicamente a função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas. Esse objetivo deve ser alcançado mediante a utilização do esquema referente ao conceito matemático de intervalo e de domínio. É esperado, então, que seja construída a seguinte sentença: 0 , se $0 \leq x \leq 4$.

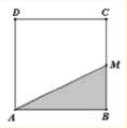
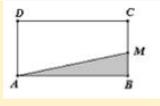
As noções de domínio e intervalo podem representar dificuldades para os sujeitos nessa etapa. No quadro 3, são resumidos os possíveis esquemas de utilização que poderão ser mobilizados, empregados nessa situação.

Parte 1 (a)	Parte 2 (a)
Esquemas de utilização mobilizados	Esquemas de utilização mobilizados
Noções de função, segmento, quadrado e medida de sua área, intervalo, domínio.	Noções de função, segmento, quadrado e medida de sua área, intervalo, domínio.

Quadro 3. Esquemas de utilização usados na Parte 1 (a) e 2 (a) – Primeiro deslocamento do ponto M.

A seguir, o ponto M irá percorrer BM , do quadrado em 1 (a), ou do retângulo em 2 (a), havendo a formação da área de um triângulo em ambos os casos.

Se os sujeitos estiverem instrumentalizados em relação ao artefato, é esperada a construção de uma solução similar à apresentada no Quadro 4:

Parte 1 (a)	Parte 2 (a)
Deslocamento do ponto M / Ação esperada	Deslocamento do ponto M / Ação esperada
 <p>Quando M estiver em BC, é possível que os sujeitos observem que a área varrida por AM pode ser expressa pela área do triângulo retângulo</p>	 <p>Quando M estiver em BC, é esperado que observem que $x = AB + BM$ e que a área varrida por AM pode ser expressa pela área do triângulo retângulo</p>
<p>formado por AB e BM, ou seja, $\frac{AB \cdot BM}{2}$. Portanto, $a(x) = 2x - 8$ no intervalo $4 < x \leq 8$.</p>	<p>formado por AB e BM, ou seja, $\frac{AB+BM}{2}$. Portanto, $a(x) = 2x - 8$ no intervalo $4 < x \leq 6$.</p>

Quadro 4. Parte 1(a) e 2(a) – Segundo deslocamento do ponto M.

Nessa etapa, tanto para o quadrado como para o retângulo, os sujeitos deveriam mobilizar os esquemas de utilização mencionados no Quadro 5, como segue:

Parte 1 (a)	Parte 2 (a)
Esquemas de utilização mobilizados	Esquemas de utilização mobilizados
Noções de função, segmento, triângulo e medida de sua área, domínio e intervalo.	Noções de função, segmento, triângulo e medida de sua área, domínio e intervalo.

Quadro 5. Esquemas de utilização usados na Parte 1 (a) e 2 (a) – Segundo deslocamento do ponto M.

Os esquemas de utilização mobilizados deveriam ser os mesmos da etapa referente ao primeiro deslocamento do ponto M, acrescidos do triângulo e sua área,

que poderão favorecer, por meio do cálculo das medidas das áreas, a construção da sentença $a(x) = 2x - 8$, no intervalo $4 < x \leq 8$ para o quadrado, e $a(x) = 2x - 8$, no intervalo $4 < x \leq 6$ para o retângulo. Ao fazer essa mobilização, poderiam utilizar as propriedades de domínio que definem matematicamente o artefato. Aqui, como anteriormente, é possível que os sujeitos enfrentem alguma dificuldade em mobilizar as noções de domínio e intervalo na construção dos limites da sentença.

Por fim, as sentenças matemáticas formadas após os deslocamentos do ponto M por AB, BC, CD e DA deveriam ser construídas da seguinte maneira, conforme o quadro 6.

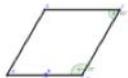
Parte 1 (a)	Parte 2 (a)
$a(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 4 \\ 2x - 8, & 4 < x \leq 8 \\ 2x - 8, & 8 < x \leq 12 \\ 16, & 12 < x \leq 16 \end{cases}$	$a(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 4 \\ 2x - 8, & 4 < x \leq 6 \\ x - 2, & 6 < x \leq 10 \\ 8, & 10 < x \leq 12 \end{cases}$

Quadro 6. Função definida por várias sentenças matemáticas formada pelas partes 1 (a) e 2 (a).

Ao fazer a construção das sentenças matemáticas, o sujeito estará utilizando todas as propriedades que definem matematicamente o artefato função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas de acordo com Chumpitaz (2013).

Nos deteremos, a partir de agora, nas análises *a priori* da partes 3 (a) da atividade, que tratará do deslocamento do ponto M na figura plana do losango, sendo que o enunciado trará a informação a respeito de um ângulo de 60° entre seus lados. Cabe mencionar que essa parte da atividade ocorreu em um segundo encontro com o grupo de sujeitos.

De maneira similar às partes anteriores, o ponto M irá percorrer inicialmente AB (primeiro deslocamento do ponto M) do losango. Os sujeitos deveriam, então, construir uma solução similar ao encontrado no quadro 7:

Parte 3 (a) – Primeiro deslocamento do ponto M.	
Deslocamento do ponto M / Ação esperada	
	<p>Enquanto M pertencer AB, $a(x) = 0$, pois não há área, e isso ocorre quando $0 \leq x \leq 4$.</p>

Quadro 7. Parte 3 (a). – Primeiro deslocamento do ponto M.

A situação é similar ao que anteriormente foi proposto, ou seja, que os sujeitos mobilizem um esquema de utilização a respeito da noção de função.

O enunciado do problema é de caráter fechado e pode auxiliar nessa mobilização, aliado ao fato de que as partes anteriores da atividade tiveram as mesmas características. Neste caso, não há ilustração; os sujeitos deveriam construir o esboço da figura levando em conta as medidas dos lados e o ângulo formado entre os mesmos e, depois, construir a sentença $a(x)=0, 0 \leq x \leq 4$.

A mobilização dos esquemas de utilização deveria ser similar às partes anteriores da atividade, como apresentado no Quadro 8.

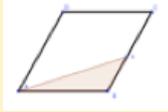
Parte 3 (a) – Primeiro deslocamento do ponto M.
Esquemas de utilização mobilizados

Noções de função, segmento, losango e medida de sua área, intervalo e domínio.

Quadro 8. Esquemas de utilização usados na parte 3 (a) – Primeiro deslocamento do ponto M.

É possível que os sujeitos não tenham dificuldades em identificar a função, em razão do enunciado corroborar nessa direção e, como mencionado, a parte 3 (a) da atividade possuir um caráter similar ao das etapas anteriores ocorridas no encontro 1.

Em um segundo momento da parte 3 (a), o ponto M irá percorrer BM (segundo deslocamento do ponto M) da figura que representa o losango, ocorrendo a formação da área de um triângulo. Se os sujeitos estiverem instrumentalizados em relação ao artefato, é possível que haja construção de uma solução similar à do Quadro 9:

Parte 3 (a) – Segundo deslocamento do ponto M.	
Deslocamento do ponto M / Ação esperada	
	<p>Quando M percorre BC, a área varrida é representada por um triângulo com um dos ângulos igual a 120°, valendo a relação $\frac{1}{2}AB \cdot BM \cdot \sin 120$. Nesse sentido, é possível encontrar a relação $a(x) = \sqrt{3}(x - 4)$ para o intervalo $4 < x \leq 8$.</p>

Quadro 9. Parte 3 (a) – Segundo deslocamento do ponto M.

Portanto, os sujeitos deveriam mobilizar os esquemas de utilização mencionados no Quadro 10:

Parte 3 (a) – Segundo deslocamento do ponto M.
Esquemas de utilização mobilizados
Noções de função, segmento, triângulo e medida de sua área, domínio, Intervalo, ângulo e seno.

Quadro 10. Esquemas de utilização usados na parte 3 (a) – Segundo deslocamento do ponto M

Os esquemas mobilizados envolvem a noção do triângulo e sua área, que poderão favorecer, por meio do cálculo das áreas, a construção da sentença $a(x) = \sqrt{3}(x - 4)$ para o intervalo $4 < x \leq 8$. Ao fazer essa mobilização, poderão utilizar as propriedades de domínio que definem matematicamente o artefato.

É possível que os sujeitos enfrentem alguma dificuldade com as noções de domínio e intervalo na construção dos limites da sentença e na mobilização do esquema referente ao seno de um ângulo. Esse problema inclui a necessidade de mobilizar conceitos básicos de trigonometria para o cálculo da área, portanto o esquema referente à noção de ângulo deverá ser mobilizado.

Finalmente, as sentenças matemáticas formadas deverão ser construídas da seguinte maneira:

Parte 3 (a)
$a(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 4 \\ \sqrt{3}(x - 4), & 4 < x \leq 8 \\ \sqrt{3}(x - 4), & 8 < x \leq 12 \\ 8\sqrt{3}, & 12 < x \leq 16 \end{cases}$

Quadro 11. Função definida por várias sentenças matemáticas formada pela parte 3 (a).

4.4 Análise a posteriori da Atividade

As análises a *posteriori* obedeceram a seguinte estrutura: 1º) relato das ações produzidas pelos sujeitos, por meio dos diálogos e soluções que eventualmente

tenham sido produzidas; 2º) análise das ações e confrontação dos dados obtidos com as análises prévias.

Com relação ao encontro 1, foi observado que os três sujeitos se envolveram com grande intensidade no processo de resolução da atividade. Eles realizaram as atividades individualmente, e, em outro momento do trabalho, debateram suas construções.

Os pesquisadores puderam observar que, decorridos aproximadamente 15 minutos do início da atividade do encontro 1, João passou a construir individualmente as sentenças matemáticas. Após a verificação de que os sujeitos tinham elaborado suas resoluções, passou-se a um debate acerca das mesmas.

Pesquisador: O que vocês puderam perceber? Vamos debater as atividades?

Maria: Que é possível dividir as expressões da área pintada em variantes. 1º: Quando $M \in AB$; 2º quando $M \in BC$. Quando $M \in AB$, a área pintada é nula, então $a(x) = 0$.

Pesquisador: O que isso representa para vocês?

Maria: Para mim, representa a área. A área é a medida da superfície. Calculei a área, que, no caso resulta zero.

Maria $M \in AB \quad A(x) = 0 \text{ cm}^2$

Figura 2. Maria, parte 1 (a) - primeiro deslocamento do ponto M.

Fonte: Xavier Neto (2016).

José: Eu calculei a área também, como a atividade solicitou.

José
 \rightarrow No quadrado nº 1, não existe área colorida, logo $A(x) = 0$
 No retângulo nº 1, não existe área colorida, logo $A(x) = 0$

Figura 3. José, partes 1 (a) e 2 (a) - primeiro deslocamento do ponto M.

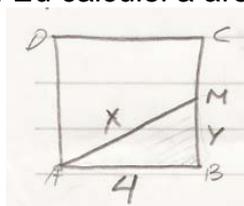
Fonte: Xavier Neto (2016).

João: Essa atividade é sobre função de várias sentenças matemáticas, nós vimos isso no ano passado. Cada área dessas figuras representa uma sentença da função. No primeiro quadrado e no primeiro retângulo, não tem nenhuma área, porque o ponto está se deslocando só em AB. Eu também pensei assim. A área é a sentença e ela tem valor igual a zero.

José: No quadrado 1, não existe área colorida, logo $a(x) = 0 \text{ cm}^2$? Não lembro dessa função, João.

José: Como você continuou, Maria?

Maria: Quando $M \in BC$, a área depende da distância entre B e M. E da distância entre A e M. Eu calculei a área assim:



Maria

$$y^2 + 16 = x^2$$

$$y = \sqrt{x^2 - 16}$$

$$A = \frac{b \cdot y}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \quad [h = y]$$

$$A = \frac{b \cdot y}{2}$$

$$A = \frac{b \cdot \sqrt{x^2 - 16}}{2} \rightarrow A = \frac{4 \cdot \sqrt{x^2 - 16}}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow A = 2\sqrt{x^2 - 16}$$

Figura 4. Maria, partes 1 (a) e 2 (a) - segundo deslocamento do ponto M.

Fonte: Xavier Neto (2016).

João: O triângulo está ok, Maria, mas pensei da seguinte forma:

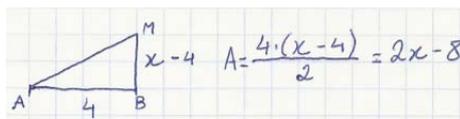


Figura 5. João, parte 1 (a) - segundo deslocamento do ponto M.
Fonte: Xavier Neto (2016).

José: Pensei como você Maria, também usei Pitágoras.

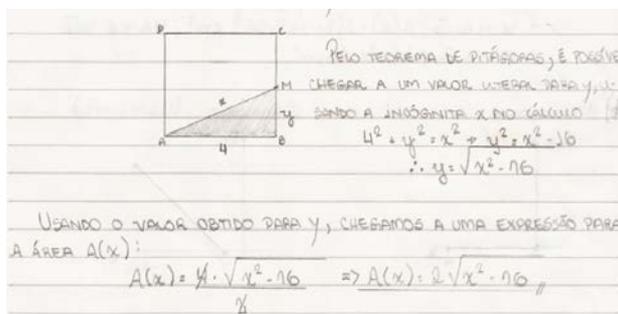


Figura 6. José, partes 1 (a) e 2 (a) - segundo deslocamento do ponto M.
Fonte: Xavier Neto (2016).

João: Vocês não perceberam que em BC , no quadrado, vocês precisam diminuir 4 de alguma coisa, e no retângulo 2, porque a largura vale 2. Essa coisa é X . Então a área é outra. Além disso, no primeiro deslocamento do ponto M sobre AB , não há área. Então, a 1ª equação da função das duas figuras que corresponde a esse primeiro deslocamento é 0, se $0 \leq x \leq 4$.

José: Então a segunda equação é $2x - 8$, como você falou João? E no retângulo?

Maria: Eu errei, então! Pensei em área e resolvi assim:

$$M \in BC \quad A(x) = 2\sqrt{x^2 - 16} \text{ cm}^2$$

Figura 7. Maria, parte 1(a) - segundo deslocamento do ponto M.
Fonte: Xavier Neto (2016).

José: Eu vi o intervalo, mas não vi o $x - 4$ e $x - 2$:

$$\rightarrow \text{se } m \in BC, A(x) = 2\sqrt{x^2 - 16} \text{ cm}^2, 4 \leq x \leq 4\sqrt{2}$$

Figura 8. José, parte 1(a) - segundo deslocamento do ponto M.
Fonte: Xavier Neto (2016).

Na confecção das sentenças matemáticas, os sujeitos continuaram debatendo suas construções a partir de resoluções individuais, que passaram a ser confrontadas e debatidas coletivamente. Dessa forma, foi possível perceber que os sujeitos chegaram a um consenso a partir da construção proposta por João:

$$a(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 4 \\ 2x - 8, & \text{se } 4 < x \leq 6 \\ x - 2, & \text{se } 6 < x \leq 10 \\ 8, & \text{se } 10 < x \leq 12 \end{cases}$$

Figura 9. João, sentenças matemáticas da parte 1 (a).
Fonte: Xavier Neto (2016).

Maria: Eu achei que devia calcular somente as áreas. No retângulo também fiz assim:

quando $M \in AD$ a área é máxima
 $M \in AD$ $A(x) = 16$
 $M \in AB$ $A(x) = 0 \mu m^2$
 $M \in BC$ $A(x) = 2(x-4) \mu m^2$
 $M \in CD$ $A(x) = 2(8-(x-4)^2) \mu m^2$
 $M \in AD$ $A(x) = 16 \mu m^2$

Figura 10. Maria, medidas de áreas para parte 2 (a).

Fonte: Xavier Neto (2016).

João: Você achou que era para calcular só as áreas?

Maria: Sim, eu não vi que tinha que relacionar ou fazer sentenças.

José: Errei os cálculos, mas vi que era função com as sentenças.

João: O retângulo tem essas sentenças:

$$a(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 4 \\ 2x - 8, & \text{se } 4 < x \leq 6 \\ x - 2, & \text{se } 6 < x \leq 10 \\ 8, & \text{se } 10 < x \leq 12 \end{cases}$$

Figura 11. João, sentenças matemáticas da parte 2 (a).

Fonte: Xavier Neto (2016).

Todos concordam?

Maria: Eu não vi assim, não enxerguei essa relação.

José: Ok para mim.

Observando os diálogos entre os sujeitos, as ações produzidas e analisando o referencial teórico, é possível inferir que João está instrumentalizado em relação ao artefato. Além disso, tal constatação nos leva também a inferir que a técnica utilizada por João para identificar a função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas funciona como um esquema de ação instrumentada.

Como os três alunos tiveram a possibilidade de estudar o conteúdo função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas durante o primeiro ano do ensino médio, as ações de João indicam que sua instrumentalização se configura como durável, caracterizando o segundo nível do processo da Gênese Instrumental, porque mobilizou propriedades matemáticas do objeto, indicando sua aprendizagem. Isso ocorreu quando ele mobilizou a lei de formação da função definida por pelo menos duas sentenças matemáticas correspondentes, e outra primeira propriedade, referente às sentenças matemáticas, definidas em diferentes partes do domínio.

Por outro lado, João continuou a instrumentalizar-se, pois mobilizou os esquemas de uso (já existentes) de conteúdos matemáticos que o ajudaram a encontrar soluções para as atividades que foram propostas. Isso ocorreu quando mobilizou os esquemas de utilização referentes à noção de domínio restringido pelo intervalo. Essa situação enfrentada por João vai ao encontro das conclusões elaboradas no estudo de Oliveira (1997), que observou as dificuldades encontradas pelos alunos em estabelecer o domínio de funções com mais de uma expressão algébrica.

Pode-se afirmar que Maria não está instrumentalizada em relação ao artefato, pois não conseguiu mobilizar a 1ª propriedade a respeito da lei de formação das matemáticas, ou ainda de que essas estão definidas pelo domínio da função. Pode-se dizer que as noções prévias de Maria a respeito das propriedades matemáticas do artefato aparentaram ser superficiais, porque ela tratou as partes 1 (a) e 2 (a) da atividade, de maneira não conectada. Maria também teve dificuldades em mobilizar outros esquemas que faziam parte da atividade, tais como noção de segmento, intervalo e domínio e que eram necessários para a sua resolução. De acordo com Artigue, (2002, p.14, tradução nossa), “o entrelaçamento dos conhecimentos matemáticos básicos, aliado aos conhecimentos do artefato”, é necessário para que se produza a construção de uma atividade. É possível que as partes 1 (a) e 2 (a) da atividade tenham possibilitado a evolução de esquemas de uso e de ação instrumentada e, eventualmente, favorecido a assimilação do artefato a esquemas já constituídos. O debate a respeito das duas atividades pode ter produzido instrumentação por meio dos esquemas de atividade coletiva instrumentada, o que necessitará ser avaliado nas atividades seguintes.

Por outro lado, as dificuldades de Maria em mobilizar conhecimentos matemáticos dificultaram essa evolução, indo ao encontro do que observa Gomes (2008, p.57): “o processo de Gênese Instrumental relativo à instrumentação requer a mobilização de conhecimentos matemáticos.”

Com relação a José, foi possível observar que ele não desenvolveu ou mobilizou os mesmos esquemas de utilização que Maria. Ele mobilizou a propriedade do artefato, referente às sentenças matemáticas estarem definidas em diferentes partes do domínio, mas não o fez corretamente com relação à lei de formação da função. Além disso, é possível inferir que o conjunto formado pelas atividades e o debate a respeito das soluções que foram objeto de debate entre os três sujeitos possam tê-lo instrumentalizado em relação ao artefato momentaneamente. Portanto, assume-se que, para ele, com relação a essa atividade, de acordo com Gomes (2008, p.14) “por meio de adaptações progressivas dos esquemas mentais a novas situações”, seja possível entender melhor o desenvolvimento de sua Gênese Instrumental na atividade seguinte ocorrida no encontro 2.

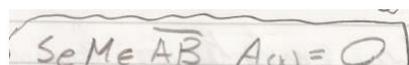
Quanto à atividade da parte 3 (a) ocorrida no encontro 2, os sujeitos procederam de maneira idêntica à do encontro anterior, ou seja, elaboraram individualmente suas soluções e, em seguida, debateram a atividade. Segue o diálogo.

João: Posso começar?

Maria: Gostaria de iniciar, João!

João: Tudo bem, Maria.

Maria: A primeira sentença é fácil, pois me lembro da atividade da outra oficina. Os domínios também: $0 \leq x \leq 4$.



The image shows a handwritten mathematical expression on a piece of paper. The text is written in black ink and reads: "Se M ∈ AB, A_{(x)} = 0". The expression is enclosed in a rectangular box drawn by hand.

Figura 12. Maria, parte 3 (a) – primeiro deslocamento do ponto M.

Fonte: Xavier Neto (2016).

José: Ok Maria, também fiz assim!

João: Minhas sentenças ficaram assim:

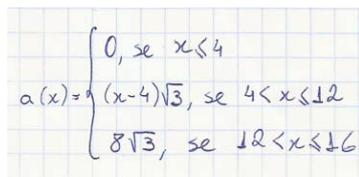

$$a(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 4 \\ (x-4)\sqrt{3}, & \text{se } 4 < x \leq 12 \\ 8\sqrt{3}, & \text{se } 12 < x \leq 16 \end{cases}$$

Figura 13. João, sentenças matemáticas da parte 3 (a).

Fonte: Xavier Neto (2016).

Novamente o debate teve como centro as construções propostas por João. Após isso, os sujeitos debateram a atividade, chegando a um consenso envolvendo as quatro sentenças matemáticas que constituíram, como pode ser observado a seguir.

Maria: Falta uma equação João, você não acha? O ponto M se move por quatro segmentos até a área do losango ser total.

José: Parece ser igual às atividades da oficina passada. Eu achei que eram três sentenças, porque o enunciado agora menciona ABCD. Na atividade da aula passada, era ABCDA.

Maria: Mas aí não faria sentido, José!

José: Pode ser. Mas tive dúvida com o enunciado.

João: Sim, são quatro sentenças, porque o ponto M percorre todos os segmentos do losango.

Os sujeitos continuaram debatendo até chegarem corretamente à conclusão de que se tratavam de 4 sentenças matemáticas.

As ações de João, novamente, evidenciaram o caráter durável de sua instrumentalização, ou seja, o segundo nível de dimensão da Gênese Instrumental, já que a função adquirida se conservou da atividade anterior como propriedade do artefato. Durante a ação, ele mobilizou as propriedades matemáticas da lei de formação da função, definida por pelo menos duas sentenças matemáticas correspondentes, e outra, referente às mesmas, estando definidas em diferentes partes do domínio.

O debate no grupo possibilitou que João continuasse a instrumentalizar-se, na medida em que agregou novos esquemas. O momento da discussão a respeito da sentença do terceiro deslocamento do ponto M tornou isso claro. A função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas é um instrumento com relação a esse sujeito, evidenciada por suas ações apresentadas nas atividades desenvolvidas.

Maria começou a parte 3 (a) da atividade percebendo que se tratava de uma função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas, pois mobilizou esquemas já existentes, criados na atividade anterior. Ao fazê-lo, foi possível levantar a possibilidade de que o processo de instrumentalização estivesse em curso, já que estava criando esquemas de uso com relação ao artefato. Maria descobriu as potencialidades do uso desse artefato, explorando-o e apropriando-se de seus recursos, portanto evoluiu de esquema de ação instrumentada para esquema de uso.

Nessa dimensão da Gênese Instrumental, o sujeito pode considerar situações em outros contextos com os artefatos, construindo novas relações, de maneira a explorá-las ou elaborá-las por imitação.

É possível inferir também que essa descoberta foi progressiva, o que, em tese, evidencia o processo de instrumentalização, que por sua vez, de acordo com Rabardel (2011, p. 211, tradução nossa), “é acompanhado da acomodação de seus esquemas, mas também de mudanças de significado do instrumento que resultam da associação do artefato com novos esquemas”. Essa acomodação dos esquemas contribui para suas mudanças de significado e são constituintes da segunda dimensão da Gênese Instrumental. Portanto, com relação ao processo de instrumentalização que se está inferindo a respeito de Maria, seria necessário acompanhar outras atividades que não a aqui descrita. O acompanhamento dessa dimensão da Gênese Instrumental deverá ocorrer, de acordo com Gomes (2008, p. 15), “mediante análise dos esquemas que são mobilizados em cada uma das tentativas de ação com o artefato”, ou seja, a análise da aprendizagem de Maria relacionada ao conceito matemático que envolve o artefato poderá ocorrer mediante a análise de conceitos em ação e/ou teoremas em ato, que poderão ser mobilizados em cada uma das tentativas de ação com o mesmo. As ações de José indicam que, momentaneamente, ele possivelmente está instrumentalizado em relação ao artefato. Isso foi observado pelo conjunto formado pelas atividades e o debate a respeito das soluções em que não mobilizou todas as propriedades intrínsecas ao artefato, como se esperava. José mobilizou a propriedade do artefato referente ao fato de as sentenças matemáticas estarem definidas em diferentes partes do domínio, o que evidencia sua aprendizagem. Por outro lado, foi possível observar que, nessa atividade, durante o processo de debate, ele construiu corretamente a lei de formação da função, por meio dos esquemas de atividade coletiva instrumentada que emergiram do processo.

5. Considerações Finais

A transformação do artefato função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas em instrumento pôde ser constatada quando os sujeitos resolviam – individual ou coletivamente – as atividades propostas sobre o artefato. A análise realizada, no tocante à forma de como foram mobilizados e/ou criados os esquemas de utilização permitiu verificar como se deu o fenômeno da Gênese Instrumental.

No estudo realizado com os três sujeitos pesquisados, constatou-se que Maria não estava instrumentalizada em relação à função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas nas primeiras partes da atividade. No entanto, no transcorrer da sequência, foi possível observar o processo de instrumentalização, ou, em outras palavras, observar como Maria foi construindo esquemas de uso e de ação instrumentada que evidenciaram a transformação do artefato função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas em instrumento, ainda que sejam necessárias outras atividades para se ter um quadro mais nítido do processo de instrumentalização.

José, outro sujeito da pesquisa, construiu seu processo instrumentalizando-se durante os debates, por meio dos esquemas de atividade coletiva que foram produzidas. O processo de instrumentalização não pareceu permanente; isso ficou

evidente em equívocos na mobilização de esquemas de utilização mencionados ao longo da discussão.

Com relação a João, embora o artefato função de uma variável real definida por várias sentenças matemáticas já fosse um instrumento, foi possível constatar que continuou a mobilizar esquemas de ação instrumentalizada para a resolução da atividade. Ele contribuiu de forma efetiva para que emergissem os esquemas coletivamente instrumentalizados, já que o debate se deu, geralmente, em torno das suas ações.

Esse estudo constatou, portanto, a mobilização dos esquemas de uso, ação instrumental e ação coletiva instrumentada, caracterizando assim o fenômeno da Gênese Instrumental para esses sujeitos e não igualmente.

Bibliografia

- Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Colômbia: Grupo editorial Iberoamérica.
- Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 7. pp. 245-27.
- Chumpitaz, L. D. M. (2013). *La génesis instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediado por el software Geogebra con estudiantes de ingeniería*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica do Peru, Lima, Peru.
- C3U. (2017). *Conception, Création, Compétences et Usages*. Recuperado em 15 Fevereiro de 2017, de: http://c3u.paragraphe.info/Site_C3U/Pierre_Rabardel.html.
- ESCOM (2016). *Didactique professionnelle et didactique des disciplines*. Recuperado em 15 Março de 2017, de: <http://www.archivesaudiovisuelles.fr/413/introduction.asp>.
- Gomes, A. S. (2008). Referencial Teórico Construtivista para Avaliação de Software Educativo. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, 16, pp. 1-14.
- Gueudet, G.; Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Education Studies in Mathematics*, 71, pp. 199-218.
- IPN (1991). Colletion Mathématiques. In HATIER. 9^e année p. 157. Rep. De Mali: Librairie Nouvelle.
- Jesus, G. B. (2012). *As construções geométricas e a Gênese instrumental: o caso da mediatriz*. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Oliveira, N. (1997). *Conceito de função: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Ponte, J. P. (1992). The history of the concept of function and some educational implications. *Mathematics Educator*, v3 n2, pp. 3-8.
- Rabardel, P. (1995a). *Les hommes et les technologies: approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin.
- Rabardel, P. (1995b). Qu'est qu'un instrument ? Appropriation, conceptualisation, mises en situation. Outils pour le calcul et le traçage de courbes. Le mathématicien, le physicien et le psychologue. *CNDP-DIE – Mars*, pp. 61-65.

- Rabardel, P. (2002). *People and Technology: A cognitive approach to contemporary instruments*. [Translated by Heidi Wood]. Paris: Université de Paris 8.
- Rabardel, P. (2011). *Los Hombres y las Tecnologías: visión cognitiva de los instrumentos cognitivos*. [Traducción de Martin Acosta Gempeler]. Colombia: Universidad Industrial de Santander.
- Rossini, R. (2006). *Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias*. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. [Traducción de Juan D. Godino. Espanha]. *Reserches en Didáctique des Mathématiques, Vol. 10*, pp. 133-170.
- Xavier Neto, A. L. (2015). Gênese Instrumental: levantamento das pesquisas no Brasil no período de 2005 a 2013. *XVI Encontro Baiano de Educação Matemática*. Recuperado em 10 de Abril de 2017 de <http://www.xviebem-ifbassa.ufba.br/modulos/submissao/Upload-267/65673.doc>.
- Xavier Neto, A. L. (2016). *Um estudo da Gênese Instrumental para função de uma variável real com várias sentenças*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Autores:

Armênio Lannes Xavier Neto: É Mestre em Educação Matemática pela PUC-SP. Possui Especialização em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP. Atualmente Professor de Matemática no EF2 da Escola Viva, Examiner e Team Leader em ITGS - International Baccalaureate (IBO).

Email: eltche@gmail.com

Maria José Ferreira da Silva: É Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atualmente é professora Assistente doutor da Graduação, do Programa de Estudos Pós Graduados em Educação Matemática e da Especialização em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Email: zeze@pucsp.br