UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 53. Agosto 2018
Páginas 138-158

www.fisem.org/web/union
http://www.revistaunion.org

El papel de las imágenes en el proyecto "¡A contar!" para el aprendizaje de matemáticas importantes en la educación infantil

Carlos de Castro Hernández, Mónica Ramírez García

Fecha de recepción: 03/05/2017
Fecha de aceptación: 25/03/2018

Resumen	El proyecto "¡A contar! Matemáticas para Pensar" es una propuesta de enseñanza para el aprendizaje de las matemáticas en la educación infantil (de 3 a 6 años). Está centrado en ideas matemáticas importantes y toda la actividad matemática aparece organizada a través de la literatura infantil. Los cuentos que estructuran el proyecto han sido ilustrados para potenciar al máximo la actividad matemática infantil. En este artículo explicamos la relación que se establece entre las imágenes de los cuentos, sus características matemáticas, las tareas que proponemos a los niños de 3 años y la actividad matemática que desarrollan los niños en este contexto. **Palabras clave**: Educación infantil, imágenes, literatura, matemáticas
Abstract	The project "Let's count! Mathematics for thinking" is a teaching proposal for the learning of mathematics in the early years (from 3 to 6 years). It is centered on important mathematical ideas and all the mathematical activity is organized through children's literature. The children's books that structure the project have been illustrated to maximize children's mathematical activity. In this article, we explain the relationship between the images in children's books, their mathematical characteristics, the tasks that we propose to three years old children and the mathematical activity that children develop in this context. **Keywords**: Early childhood Education, images, literature, mathematics
Resumo	O projeto "Vamos contar! Matemática para pensar" é uma proposta para o ensino e aprendizagem da matemática na educação infantil (3 a 6 anos). Concentra-se nas ideias matemáticas importantes e toda a atividade matemática é organizada através de literatura infantil. As histórias que estruturam o projeto foram ilustradas para maximizar a atividade matemática das crianças. Este artigo explica a relação estabelecida entre as imagens dos contos, as suas características matemáticas, os problemas que propomos a crianças de 3 anos e a atividade matemática que as crianças desenvolvem neste contexto. **Palavras-chave:** educação infantil, imagens, literatura infantil, matemática

1. Introducción

Distintos documentos curriculares ponen de manifiesto la necesidad de proporcionar contextos cercanos a los alumnos para que estos puedan dotar de sentido a sus aprendizajes matemáticos. La literatura infantil cumple con esta función a la perfección (NCTM, 2003, p. 122). Desde la *Educación Matemática Realista*, el uso de contextos realistas implica la presentación de situaciones que los niños puedan imaginar, por lo que los cuentos se proponen como ejemplo paradigmático de contexto realista para el aprendizaje matemático, por los estímulos que proporcionan a la imaginación infantil (Van den Heuvel-Panhuizen, 2008).

La imaginación, idea clave para articular matemáticas y literatura infantil, puede definirse como la habilidad de crear imágenes mentales (Alsina, 2007). La visualización de figuras, gráficos, a través del uso de dibujos o materiales manipulativos ayuda a desarrollar la capacidad de imaginación, que favorece el razonamiento y resolución de problemas, procesos clave de la competencia matemática. La profesora Margarita Marín, experta española en matemáticas y literatura infantil, indica que los niños muestran el uso del razonamiento cuando hacen preguntas mientras se leen cuentos en el aula. Además, explicar el significado de las ilustraciones y el análisis de sus detalles pueden ser un primer paso para posteriores análisis de representaciones matemáticas (Marín, 2007a).

La elección de cuentos ilustrados para trabajar el desarrollo del pensamiento matemático no implica que los cuentos hayan sido elaborados con este fin. La clave está en la lectura matemática que se haga del mismo (Marín, 2007b). El contenido matemático no debe dirigir la historia que se cuenta. Algunos cuentos resultan forzados con el fin de servir a un propósito matemático, perdiendo el hilo de la historia (McGrath, 2014). Hay cuentos, como "Ser quinto" (Jandl y Junge, 2005), que no han sido creados para desarrollar ningún contenido matemáticos y, sin embargo, según Marín (2007b) ensalza el valor de sus ilustraciones en las que se pueden ver representadas el orden descendente, las nociones topológicas de dentro/fuera y el concepto de sustracción. Así, Van den Heuvel-Panhuizen y Van den Boogaard (2008) encontraron que más del 50% de los comentarios que realizaron un grupo de niños de 5 años sobre la lectura de este cuento, estaban provistas de contenido matemático. Sin embargo, Elia, Van den Heuvel-Panhuizen y Georgiou (2010) analizaron los comentarios de niños de 4 años sobre la lectura de un cuento preparado para desarrollar contenidos matemáticos y solo el 27% de éstos mostraron alguna referencia matemática.

La clave para el aprendizaje de las matemáticas a través de las ilustraciones de un cuento está en la lectura de un maestro con la formación adecuada, que sepa verlo con "ojos matemáticos" y, a través de cuestiones planteadas a los niños, promover su pensamiento matemático. Los cuentos proporcionan situaciones para trabajar las secuencias temporales, las relaciones de orden, la correspondencia uno a uno, la enumeración y otros contenidos matemáticos dependiendo de las necesidades y oportunidades que surjan en el aula, aunque no en todos ellos se pueden trabajar todos los contenidos citados (Aguilar, Ciudad, Láinez y Tobaruela, 2010). Con los siguientes apartados intentamos contribuir a la formación de los maestros en su adquisición de la "mirada matemática" para utilizar los cuentos como recurso didáctico para promover la actividad matemática.

2. El proyecto "A contar"

El proyecto "¡A contar! Matemáticas para pensar" (De Castro y Hernández, 2015; De Castro y Ramírez, 2016) está diseñado para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en educación infantil, para edades comprendidas entre los 3 y los 6 años. No persigue abordar de forma exhaustiva todos los contenidos y procesos matemáticos que pueden desarrollarse en los primeros años, sino que se centra en matemáticas importantes. Entendemos por matemáticas importantes los contenidos -conceptos, destrezas- y procesos que tienen una aplicación directa a la vida cotidiana, permiten mejor la articulación entre ideas de distintos cursos y son generativas de futuros aprendizajes, pero a su vez respetan en desarrollo infantil (Clements y Sarama, 2009; NCTM, 2003). El paradigma de contenido matemático importante en la educación infantil es el conteo. Se aplica a resolver cualquier situación de cuantificación (para saber cuántos hay), es fundamental en la transición a primaria para aprender las operaciones aritméticas y en la resolución de problemas, y es algo que los niños disfrutan haciendo en estas edades. Por otra parte, centrarse en los contenidos matemáticos importantes forma parte de la estrategia del proyecto "¡A contar!". Nuestra propuesta está pensada para articularse con las demás áreas del currículo de educación infantil; especialmente, con la literatura, que sirve de eje vertebrador del proyecto.

En este artículo, describimos las características de las ilustraciones de los álbumes que forman parte del proyecto "¡A contar!" que son resultado de la aplicación de criterios didáctico-matemáticos. En el próximo apartado, presentamos estas características agrupadas por contenidos matemáticos. Después, el cuarto apartado dará paso a la propuesta de actividades para niñas y niños de 5 años, organizadas en torno al álbum ilustrado de Garbancito, tratando de explicar las relaciones que se establecen entre las ilustraciones, las actividades y la actividad matemática infantil desarrollada por los pequeños.

3. La integración de aspectos matemáticos en las ilustraciones de los álbumes

En los siguientes apartados ofrecemos ejemplos de ilustraciones en las que se han incluido características con la pretensión de potenciar la actividad matemática de niñas y niños de último curso de educación infantil (5 y 6 años). Las imágenes están tomadas de la adaptación del cuento "Garbancito", ilustrado por Anuska Allepuz.

3.1. La relación parte-todo

La relación parte-todo tiene un papel importante en áreas de las matemáticas como la aritmética o la geometría. Alrededor de los 4 años, los pequeños aprenden que un total se compone de partes más pequeñas, aunque en un principio no puedan cuantificar estas cantidades con exactitud. Los alumnos pueden desarrollar el conocimiento intuitivo de la propiedad conmutativa al combinar las partes en órdenes distintos (Clements y Sarama, 2009). La comprensión de la composición aditiva requiere la capacidad de razonar sobre la relación parte-todo. Este contenido matemático es básico para la resolución de problemas de estructura aditiva de combinación y para el aprendizaje de la suma y la resta (Castro-Rodríguez, Castro, 2013). Los niños resuelven problemas aritméticos verbales representando las cantidades con objetos, estableciendo relaciones y realizando acciones sobre ellos.

En la Figura 1, a la izquierda, podemos considerar el total de las uvas que Garbancito lleva en la cesta, una parte (el racimo de uvas verdes) o la otra parte (el racimo de uvas moradas). A la derecha, el total de frascos de colonia puede separarse en los vacíos (una parte) y los llenos (la otra parte). Alternativamente, unos son de color rosa y otros azules. La presencia de conjuntos de objetos divididos en subconjuntos proporciona un contexto para problemas de estructura aditiva combinación con el total desconocido (o con una parte desconocida), que también es válido para problemas de descomposición aditiva (o incluso de estructura multiplicativa, de división). Todos estos problemas se basan en la relación parte-todo. Ejemplos de enunciados son los siguientes:

- Garbancito lleva a su padre un racimo de uvas verdes y otro de uvas moradas. Si en total hay 14 uvas y 9 son moradas, ¿cuántas uvas verdes lleva? (Problema de combinación con incógnita en una parte).
- La madre de Garbancito preparó una sopa con 5 puerros y 5 zanahorias. ¿Cuántas verduras utilizó? (Problema de combinación, con el total desconocido)
- Garbancito compró 10 botones. Algunos rojos y otros azules. ¿Cuántos crees que compró rojos? ¿Cuántos azules? (Problema de descomposición).

Figura 1. La relación parte-todo.
Fuente: De Castro y Hernández (2015).

Los alumnos pueden imaginarse la situación descrita en el enunciado del problema gracias a la ilustración. Además, pueden comprender las relaciones que se establecen entre las cantidades y construir una representación con materiales manipulativos que servirá de soporte para el proceso de resolución del problema.

3.2. Las acciones con objetos en el *mundo encarnado*: añadir y quitar para contextualizar las operaciones aritméticas

Antes del aprendizaje de las operaciones aritméticas en la escuela, los niños resuelven problemas ayudándose de acciones físicas realizadas con colecciones de objetos. Estas acciones (añadir, quitar, separar, juntar, repartir o agrupar) tienen un estrecho vínculo con las operaciones aritméticas efectuadas con números. Esta relación entre los objetos y los números ha sido explicada por Tall (2013) en su descripción del desarrollo del pensamiento matemático en su teoría de los tres mundos matemáticos (Figura 2). El primer mundo está basado en la percepción y en la acción, evoluciona a un segundo mundo caracterizado por el uso del lenguaje simbólico, y concluye en el mundo del lenguaje matemático formal y el razonamiento matemático deductivo. Este autor llama a esta primera etapa intuitiva "*mundo encarnado*", en que el conocimiento emana de la interacción con los objetos del mundo real y la reflexión sobre la percepción y la acción en el entorno que nos rodea. Así, el aprendizaje de la aritmética emerge metafóricamente de las acciones realizadas sobre los objetos, como la agrupación, la partición o el conteo. Aparte de los objetos en el contexto, destaca la presencia de los materiales manipulativos como las regletas de colores o los bloques de base diez para representar los números y las operaciones. Gracias a la interacción con el entorno circundante, el conocimiento matemático evoluciona a un nivel superior de abstracción a través de la reflexión sobre imágenes mentales surgidas de las acciones realizadas con las cantidades concretas, que van convirtiéndose en parte de la imaginación humana. Así ocurre con el desarrollo de la aritmética. Los procedimientos con conceptos y símbolos matemáticos pueden interpretarse como operaciones a realizar con colecciones de objetos y, a su vez, pueden manipularse mentalmente como conceptos numéricos ya emancipados de la realidad física de las colecciones de objetos. En el mundo simbólico, a partir de las acciones incorporadas tales como añadir, agrupar y compartir, el niño construye formas simbólicas para el número, la suma, el producto, la división y así sucesivamente, hasta completar la estructura conceptual mental del número y la aritmética (mundo simbólico encarnado).

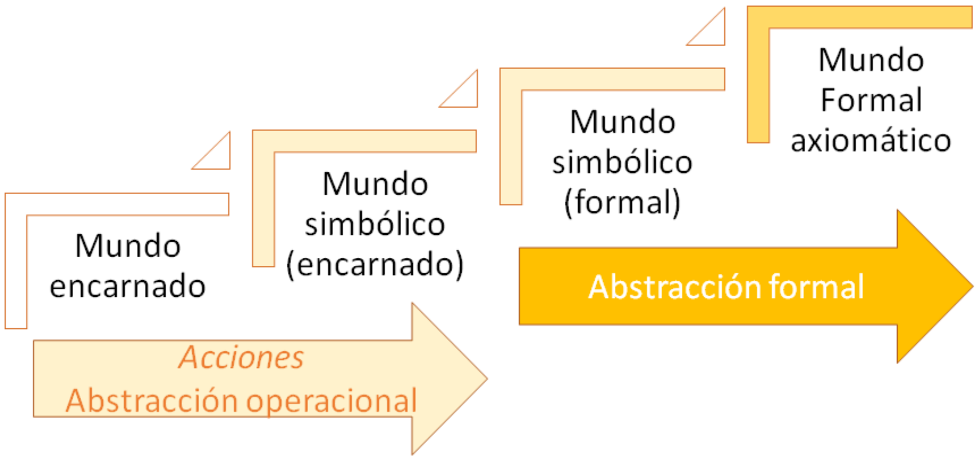

Figura 2. Desarrollo de los mundos sobre número, aritmética y álgebra.
Fuente: Ramírez (2015).

A medida que el niño crece, estos dos mundos (encarnado y simbólico) están disponibles. Las propiedades y relaciones observadas en los objetos del mundo encarnado y los conceptos del mundo simbólico, forman la base para los axiomas, definiciones, teoremas y demostraciones que van tomando cada vez un protagonismo mayor en los mundos formal y axiomático formal, ya muy alejados de las primeras etapas educativas.

En la *Educación Matemática Realista,* la aritmética comienza con situaciones realistas y la estrategia básica es el conteo de objetos. Más tarde, los materiales manipulativos como el *rekenrek* van dejando paso a representaciones gráficas como la recta numérica para realizar las operaciones. Finalmente, en el cálculo formal, los alumnos recuperan hechos numéricos básicos y los integran con estrategias de cálculo mental y con los algoritmos (Van den Heuvel-Panhuizen, 2008). Así, antes del cálculo que denominan "formal", el aprendizaje se asemeja al descrito en el *mundo encarnado* de Tall (2013). En estos marcos teóricos, el proceso de matematización conduce a una matemática formal a través de la manipulación simbólica.

Carpenter, Fennema, Franke, Levi y Empson (1999) describen la evolución del pensamiento numérico infantil en los primeros años como una evolución desde las estrategias de modelización directa a las de conteo y uso de hechos numéricos. Las primeras se aplican con el apoyo en representaciones con objetos, marcas o materiales manipulativos, mientras que las de conteo implican un grado de elaboración mayor de la secuencia de las palabras número. Tanto las estrategias de modelización directa como las de conteo son estrategias informales características de los primeros años que fundamentan los conocimientos aritméticos formales que niñas y niños adquirirán en la educación primaria, como los algoritmos.

Figura 3. Acción de dar con posibles significados de añadir o quitar.
Fuente: Santillana (2015).

Las historias narradas en los cuentos proporcionan las intuiciones iniciales necesarias para la construcción de la aritmética en el mundo encarnado de Tall (2013). Las operaciones aritméticas emergen metafóricamente de acciones y relaciones que observamos en la vida cotidiana y después se van convirtiendo en modelos para organizar estos fenómenos. En la Figura 3, la madre de Garbancito le da algunas monedas que este guarda en su mochila. A la derecha, los padres de Garbancito suministran al buey varias coles que este va comiendo. Estas acciones con objetos pueden interpretarse como una acción de quitar, si describimos la situación desde la cantidad de origen, de la que apartamos una parte para darla, o una situación de añadir, si atendemos a cómo aumenta la cantidad del que recibe. Con ayuda de las ilustraciones, los pequeños pueden imaginarse las acciones que deben hacer sobre las representaciones de las cantidades presentes en los enunciados de los problemas y buscar el resultado. Así, partiendo de la Figura 3, se pueden plantear problemas como los siguientes:

- La madre de Garbancito tenía 10 monedas y dio 6 a Garbancito para ir a la tienda. ¿Cuánto dinero tiene ahora la madre? (Problema de cambio decreciente con incógnita en la cantidad final).
- La madre de Garbancito le dio 10 monedas para comprar una bolsita de sal y él volvió a casa con 5. ¿Cuánto costó la bolsita? (Problema de cambio decreciente, con cantidad de cambio desconocida).
- Los padres de Garbancito dieron de comer al buey 3 coles y luego otras 6. ¿Cuántas coles comió el buey en total? (Problema de combinación, con el total desconocido).

3.3. La representación de cantidades indefinidas

Un aspecto a considerar sobre la representación de las cantidades en las ilustraciones es si permiten una cuantificación exacta (hay exactamente un número determinado de objetos) o una cuantificación indefinida (hay varios, pero no puedo decir cuántos con exactitud). En la Figura 4, a la izquierda, observamos que Garbancito tiene jerséis y camisas en el armario. En realidad, no puede saberse el número de exacto de ninguna de las dos cantidades por tener el armario una puerta cerrada. En la imagen de la derecha, el buey está comiendo coles de un huerto en el que se ve una cantidad de coles, pero no se puede concretar la cantidad exacta de coles. La ilustración de la izquierda permite a los niños imaginarse la situación y comprender la relación parte-todo (el total de camisas dividido en los que están en el armario y fuera). Se pueden plantear problemas como: "Si Garbancito tiene 6 camisas, y se está probando una, ¿cuántas camisas quedan en el armario?".

Figura 4. Representación de una cantidad indefinida (jerséis, camisas, coles).
Fuente: Santillana (2015).

Hemos comprobado en experiencias anteriores en educación infantil (De Castro, Pastor, Pina, Rojas y Escorial, 2009), que si decimos en un problema que en el armario hay 6 camisas y se ve claramente que hay 4, muchos pequeños de 4 o 5 años protestan airadamente. Su percepción de la ilustración se centra en un aspecto (el número exacto de objetos que ven) que les dificulta imaginar la situación descrita en el enunciado, porque entra en conflicto con ella. Si las representaciones de cantidades en las ilustraciones son indefinidas, los niños no presentarán ninguna objeción a las cantidades citadas en los enunciados. Esto permite a maestras y maestros cambiar los datos de los enunciados, ajustándolos a las capacidades de conteo de sus alumnos, y a su vez facilita a los pequeños imaginarse la situación del enunciado, elaborar una representación y resolver el problema.

3.4. La relación de uno-a-muchos

La relación uno-a-muchos establece una correspondencia entre una colección de objetos y una colección de grupos de objetos con el mismo cardinal. Por ejemplo, a cada flor le corresponden 13 pétalos (Figura 5), o a cada tomatera le corresponden 5 tomates (Figura 4). Así, en 2 flores tendremos 26 pétalos; en 3 tomateras, 15 tomates. Esta relación hace posible imaginar tres tipos de problemas diferentes de estructura multiplicativa, que los niños resuelven desde la Educación Infantil (Carpenter, Fennema, Franke, Levi, y Empson, 1999):

- Si hay 6 flores, y cada una tiene 13 pétalos, ¿cuántos pétalos hay? (Problema de multiplicación)
- Si hay 15 tomates y en cada tomatera hay 5 tomates, ¿cuántas tomateras hay? (División agrupamiento)
- Si hay 14 uvas en 2 racimos, con el mismo número de uvas en cada uno, ¿cuántas uvas hay en cada racimo? (División reparto)

Figura 5. La relación uno-a-muchos.
Fuente: Santillana (2015).

Estos problemas de "grupos iguales" están en la base del conocimiento de la estructura multiplicativa y del principio de agrupamiento de los sistemas de numeración. En concreto, cuando los grupos son de 10 elementos, permiten representar una colección de objetos agrupados de 10 en 10 (en decenas) según el sistema de numeración decimal (Carpenter y otros, 1999; Ramírez, 2015).

3.5. Representaciones con forma de matriz

Las ilustraciones pueden mostrar cantidades discretas con forma de matriz, donde los objetos están dispuestos en filas y columnas. Esta situación permite plantear problemas aritméticos verbales de estructura multiplicativa de matrices (Carpenter y otros, 1999) que pueden ser de multiplicación, si la cantidad a averiguar es el total de elementos; de división agrupamiento, si la incógnita es el número de filas o de columnas; o división reparto, si lo desconocido es el número de objetos en cada fila o columna:

- En el huerto hay 3 filas de coles. Si en cada fila hay 6 coles, ¿cuántas coles hay en el huerto? (Multiplicación).
- En el huerto hay 12 coles distribuidas en filas, con de 4 coles en cada una. ¿Cuántas filas de coles hay? (División agrupamiento).
- En el huerto hay 12 cebollas plantadas en 3 filas, con el mismo número de cebollas en cada fila. ¿Cuántas cebollas hay en cada fila? (División reparto).

En la Figura 6, la ilustración ha sido intencionalmente realizada para servir de apoyo visual en el planteamiento de los problemas anteriores. La situación descrita en los enunciados se refuerza con la imagen de la matriz del huerto de las coles y facilita que los niños imaginen la configuración formada por las coles, la representen y encuentren la solución. Los problemas de matrices tienen una gran importancia desde la educación infantil, pues facilitan una aproximación informal al aprendizaje de la multiplicación, a través de la relación uno a muchos entre las filas y los elementos de cada fila, y además proporcionan un tipo de representación de una gran riqueza matemática. Incluir este tipo de problemas hace que el futuro aprendizaje de la multiplicación pueda conectarse con situaciones complementarias a la de suma reiterada, que faciliten el paso del pensamiento aditivo al multiplicativo, que se produce en la educación primaria (Castro y Castro-Rodríguez, 2010).

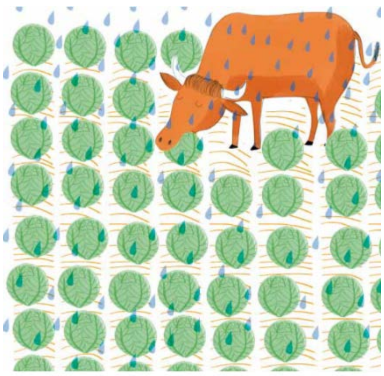

Figura 6. Representaciones con forma de matriz en las ilustraciones del cuento de Garbancito.
Fuente: Santillana (2015).

3.6. Las tiendas como contexto matemático y el dinero como medida

Dickson, Brown y Gibson (1991) explican que el sistema monetario tiene aspectos en común con otros sistemas de medida, ya que proporciona una unidad de medida (las monedas) para expresar el precio de las cosas. Los niños deben ser capaces de utilizar el dinero en situaciones cotidianas, decidiendo qué comprar, si tienen dinero suficiente, qué monedas necesitan y qué cambio deben esperar. Esto requiere manipulaciones con las monedas y billetes del sistema monetario y operaciones aritméticas con cantidades expresadas con estas unidades.

En la escuela es habitual recrear una tienda, ya sea como proyecto o en el rincón de juego simbólico. Se puede construir un mercado medieval o una panadería (De Castro, González y Escorial, 2009; Edo y Masoliver, 2008). Desde el punto de vista de la educación matemática, una tienda en clase proporciona diversas oportunidades para lograr aprendizajes matemáticos significativos, basados en la experiencia infantil de ir a la compra con sus padres. Por ejemplo, se afronta el uso del dinero en un contexto cotidiano, la organización de los productos en la tienda y de las monedas en la caja (clasificación), la elaboración de una lista de la compra, la aparición de los numerales en contextos de medida de masa (balanza), incluso con fracciones (1/4 de kilo) y en los precios (con decimales), el uso de instrumentos de medida (balanza) y de cálculo (calculadoras y cajas registradoras), operaciones aritméticas como la suma o la multiplicación al pagar varios productos (tengan estos el mismo o diferentes precios), o la resta, al devolver el cambio, etc. La Figura 7 (izquierda) muestra el precio de los productos en la tienda. A la derecha, la imagen ayuda a comprender a los pequeños la acción de pagar, en el intercambio por monedas de la bobina que el vendedor entrega a Garbancito.

Figura 7. Garbancito en la tienda en una situación de compraventa.
Fuente: Santillana (2015).

3.7. Las formas geométricas en el entorno

Conocer las formas geométricas básicas es uno de los objetivos de educación infantil. Este aprendizaje se puede describir también a través de los tres mundos de Tall (2013). En el mundo encarnado, basado en el desarrollo del pensamiento a través de la percepción física y la acción, la geometría comienza con el juego de los niños con los objetos, reconociendo sus propiedades con los sentidos y describiéndolos, poco a poco con el lenguaje. Las descripciones se van volviendo más precisas, haciendo referencia al marco formal de la geometría euclídea ("mundo formal encarnado"). Más tarde, la geometría se especializa en campos diferentes como la geometría euclídea, diferencial o topológica (mundo axiomático).

El conocimiento de las formas tridimensionales puede adquirirse a través del juego de construcción, en que las formas complejas se elaboran por composición de otras más simples (De Castro, 2015). En la geometría plana destacan, dentro de las propuestas manipulativas, los puzles. Uno de ellos, el tangram es un recurso didáctico que permite la composición y descomposición de formas geométricas. Por ejemplo, la Figura 8 presenta la relación entre la composición hecha con las 7 formas geométricas del tangram y el contorno de Garbancito. Las piezas del tangram permiten a los pequeños establecer múltiples relaciones de comparación directa de longitudes, superficies, amplitudes angulares. También cobra importancia la relación parte todo en el ámbito de la geometría. Un problema detectado en experiencias previas de geometría en el aula de infantil, es que la relación entre la figura compuesta por las siete figuras del tangram no evoca directamente para los alumnos de 4 y 5 años una figura del entorno. La ilustración de Garbancito con el tangram superpuesto (Figura 8, imagen de la izquierda) trata de ayudar a los niños a descifrar las figuras esquematizadas realizadas compuestas con las formas del tangram.

Figura 8. Figura para tangram y Garbancito oculto en la primera col de la fila.
Fuente: Santillana (2015).

3.8. El número natural en su aspecto ordinal

El número natural y los numerales abarcan una gran variedad de usos y significados, como el cardinal de una colección discreta, el orden de un elemento dentro de una fila o la expresión de una medida, indicando el número de veces que una unidad se puede reiterar en una cantidad de magnitud (Castro y Molina, 2011). Las situaciones de aprendizaje del número en su aspecto ordinal suelen reducirse en educación infantil al vocabulario de los numerales ordinales (Hernández, 2013). Más allá de las palabras "primero", "segundo", etc., para lograr un verdadero aprendizaje del significado ordinal, pueden plantearse situaciones en las que este conocimiento sea necesario para resolver un problema. Por ejemplo, si se esconde una gominola en uno de los vagones idénticos de un tren, el alumno que observa dónde se guarda la gominola debe comunicar por escrito a otro compañero en qué vagón se encuentra esta. El compañero que recibe el mensaje escrito debe descifrarlo y localizar la gominola. En esta situación, los numerales se utilizan con un sentido ordinal en dos vertientes: notificar la posición de un objeto en una fila (en este caso, de vagones) y localizarlo a partir del numeral escrito (Hernández, 2013).

La Figura 8, derecha, muestra una fila de coles con escondido en una de ellas. El problema de localizar a Garbancito en la fila de coles implica (como en el caso descrito de la gominola en el tren) utilizar el número natural en su sentido ordinal.

3.9. Patrones de repetición unidimensionales y bidimensionales

La competencia matemática supone la capacidad de identificar situaciones de la vida cotidiana en las que se pueden utilizar las matemáticas. Después, puede darse estructura matemática a dicha situación. Un tipo de actividad ejemplar de esta competencia es el descubrimiento de regularidades, relaciones y patrones (OCDE, 2013, p. 13). Clements y Sarama (2009) indican que crear patrones y buscar regularidades, además de ser un contenido, se puede considerar un proceso de matematización, de predecir lo que va a ocurrir y explicar una situación.

En el aula de educación infantil se realizan a menudo tareas en las que se forman series con un patrón o unidad que se repite; por ejemplo, con la construcción de collares o cenefas, del tipo: "bola roja, bola azul" o "manzana, pera, uva, manzana, pera, uva". Flecha (2013) indica que la sucesión de rutinas (acogida, corro/asamblea, almuerzo, taller, jardín, etc.) es otro ejemplo de la repetición diaria de acontecimientos que permite a los niños descubrir el patrón que siguen sus tareas diarias y anticipar lo que va a ocurrir a continuación.

Figura 9. Patrones en las ilustraciones.
Fuente: Santillana (2015).

En la Figura 9, podemos descubrir patrones en muchos elementos. A la izquierda, el pantalón de Garbancito sigue una secuencia binaria: "raya azul, raya amarilla", los botones alternan la forma y el color, e incluso el papel de pared muestra un patrón bidimensional, con un diseño que, al repetirse, cubre el plano. El descubrimiento de patrones en estas series es importante en el desarrollo del razonamiento inductivo. Por esta razón, más allá de las actividades puntuales que podamos plantear en el aula, las ilustraciones de este cuento constituyen una continua invitación a la búsqueda de regularidades y patrones.

4. La propuesta de actividades matemáticas en interacción con el álbum ilustrado

En la Tabla 1 aparece la programación básica con las actividades planteadas en torno al cuento de Garbancito. Todas las semanas hay resolución de problemas de composición y descomposición con el tangram, mientras que las demás tareas van alternándose durante las cuatro semanas en las que trabajamos con este cuento. En este apartado, vamos a poner ejemplos de la actividad matemática infantil que desarrollan niñas y niños con el estímulo de los álbumes ilustrados del proyecto.

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4
Actividades	1. Tienda 2. Número natural como ordinal 3. Tangram	4. Taller de problemas 5. Patrones 6. Tangram	7. Tienda 8. Número natural como ordinal 9. Tangram	10. Taller de problemas 11. Patrones 12. Tangram

Tabla 1. Organización cronológica de las actividades sobre el cuento de Garbancito.

4.1. Actividades de compraventa en el mercado

En la Figura 10 observamos tres listas de precios, que corresponden a tres comercios que visita Garbancito: mercería, supermercado y papelería. Los precios aparecen organizados en tablas, con el tipo de objeto a la izquierda y su precio a la derecha. Los nombres de los productos van acompañados por un dibujo (pues los pequeños están aprendiendo a leer) y el precio tiene también una representación icónica, mediante una serie de monedas dibujadas. A la derecha, los precios también se comunican a través de una representación simbólica, con el numeral escrito en cifras. La actividad que propone el método "¡A contar!" consiste en la elaboración de una lista de 3 productos, la selección de las monedas necesarias para pagar, el pegado de las pegatinas correspondientes al número de monedas (estas se pegan en el cuaderno del alumno, Figura 10, derecha, y Figura 11), y la anotación del precio con cifras en la casilla inferior. Los precios de los productos se han elegido teniendo en cuenta que el número de monedas de tres productos cualesquiera no exceda las capacidades de conteo de objetos infantiles en estas edades (5 y 6 años).

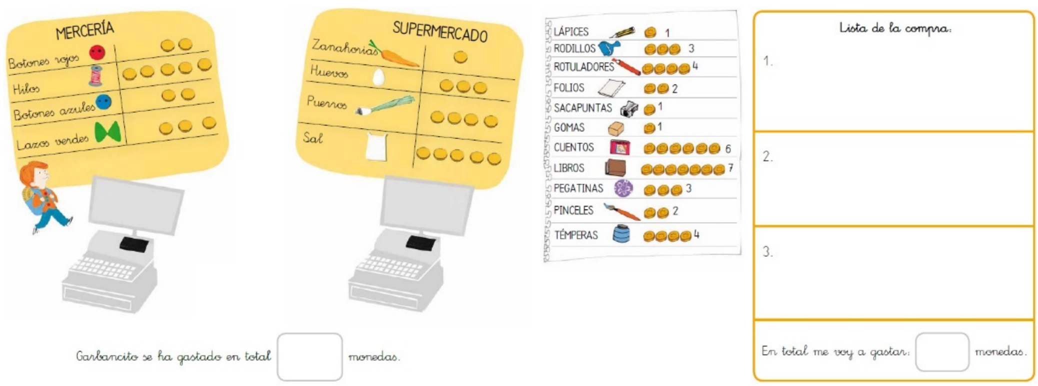

Figura 10. Hoja del cuaderno del alumno para actividad de la tienda.
Fuente: Santillana (2015).

Las actividades de "¡A contar!" están diseñadas para permitir un rango amplio de estrategias, desde las más rudimentarias a las más avanzadas. En esta actividad, los alumnos eligen los productos que desean y los representan en su cuaderno. Pueden hacerlo por escrito, con dibujos, o con ambas formas de representación (Figura 11). También deben pegar los gomets-moneda que necesitan para el pago, pudiendo decidir cuántos gomets ponen por correspondencia uno a uno, por subitización o por conteo, empleando la lista de precios. Finalmente, deben anotar en la casilla la cifra que representa la cantidad de monedas que deben pagar. Se trata de un tipo de tarea rica en representaciones de cantidades, que permite articular representaciones icónicas y simbólicas, tanto del tipo de objeto como del número.

Para escribir el precio con cifras, niñas y niños pueden copiar el numeral de una banda numérica, si así lo requieren. Esto puede hacerse contando las monedas y contando después las casillas de la banda numérica hasta llegar al numeral que hay que escribir, o poniendo una moneda sobre cada casilla de la banda numérica y anotando la cifra de la última casilla ocupada.

El uso de los numerales para indicar el precio total a pagar por una compra presenta una situación de la vida cotidiana que da sentido a los números (Figura 11). Poseer sentido numérico implica un conjunto de capacidades para usar los números de forma desenvuelta (Castro y Segovia, 2015). Supone identificar cantidades en situaciones cotidianas, usar métodos cuantitativos para comunicar informaciones, establecer comparaciones, realizar estrategias diferentes para resolver situaciones aritméticas, y conocer distintas formas de representar los números. Todas estas capacidades están presentes en el contexto de tienda o mercado.

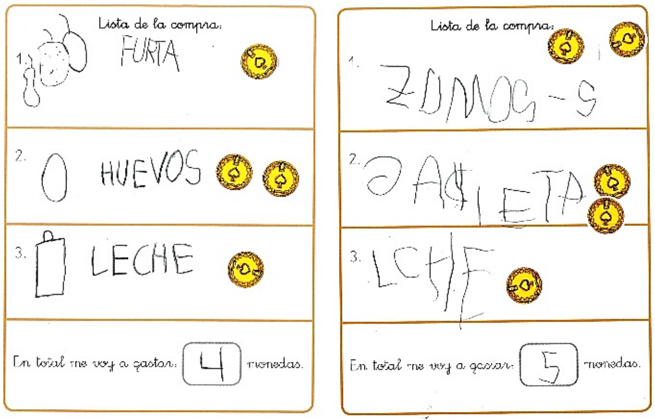

Figura 11. Hoja del cuaderno del alumno para actividad de mercado.
Fuente: Santillana (2015).

4.2. El uso del número natural en sentido ordinal

El uso de un numeral para indicar la posición que ocupa un elemento en una fila también es una capacidad incluida en el sentido numérico. Aguilar y otros (2010) proponen una situación basada en la *Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau*, colocando en una cuerda "cajitas en hilera". Un alumno esconde una bolita de plastilina en una de las cajitas y debe elaborar un mensaje en papel para que otros niños lo descifren y puedan localizar la bolita en la hilera. La estrategia óptima de resolución consiste en utilizar el conteo para averiguar la palabra número correspondiente a la posición de la cajita que contiene la bola y escribirla. Esta actividad tiene el objetivo de aprender a usar el número con un sentido ordinal. En la Figura 12 observamos una colección de cajitas dispuestas en fila y ordenadas, con el buey marcando el primer elemento (por donde comienza a comer), que representan las coles del huerto donde se queda dormido Garbancito. Esta situación del cuento, reforzada por la ilustración del cuento (Figura 8), facilita la comprensión de la tarea.

Figura 12. Planteamiento de la actividad con números naturales ordinales.
Fuente: Santillana (2015).

La actividad tiene dos partes: primero debe determinarse la posición de la fila de cajitas-coles en la que se ha quedado dormido Garbancito y escribir un mensaje para indicar "dónde está Garbancito". En esta ocasión, el maestro elige la caja en la que oculta la tarjeta con el dibujo del personaje delante del alumno. La segunda parte consiste en que un compañero descifre el mensaje (un "4" en la Figura 12) y localice a Garbancito. En la Figura 13, a la izquierda, una niña va contando las "coles" para escribir su mensaje. A la derecha, vemos el mensaje en el cuaderno de actividades "Adondesda 3", que podríamos traducir como "¿Dónde está? En la cajita número 3". Las estrategias que emplean los niños van desde el dibujo de la fila de coles con una flecha indicando la col que oculta a Garbancito, hasta la escritura del numeral con sentido ordinal, incluyendo otras estrategias menos eficientes como dibujar una flecha en el papel y poner el papel de modo que la flecha señale a la caja. Cuando el papel se retira, la flecha pierde su referencia (la caja) y no proporciona ninguna información al receptor del mensaje (ver Hernández, 2013).

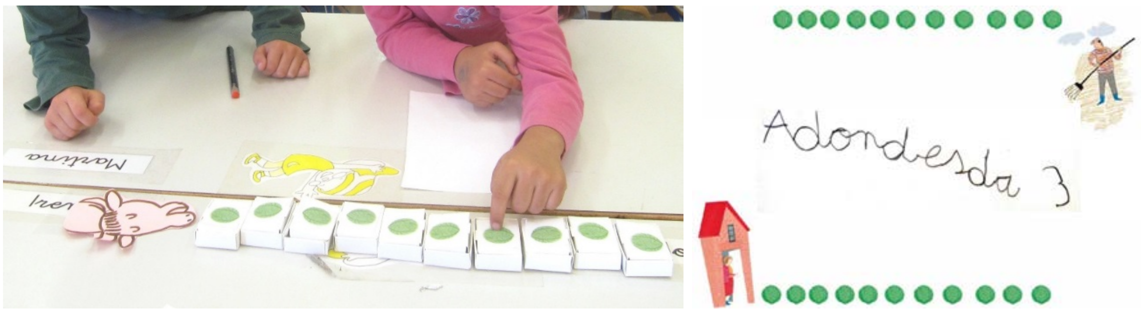

Figura 13. Conteo y mensaje en el cuaderno para la actividad de "ordinales".
Fuente: Elisa Hernández y Santillana (2015).

4.3. Otras actividades de la propuesta: resolución de problemas, patrones y tangram

Los álbumes ilustrados brindan un contexto que estimula la imaginación de niñas y niños. A través de los cuentos, se fomenta la comprensión de los enunciados de problemas aritméticos, pero también el razonamiento y la resolución con materiales manipulativos. En nuestro equipo de trabajo, realizamos talleres de resolución de problemas verbales, tanto de estructura aditiva como multiplicativa, en edades en las que los niños no se han adentrado aun en el mundo formal de las operaciones aritméticas. Los relatos y sus ilustraciones contextualizan los enunciados, facilitando a los alumnos el desarrollo de sus capacidades matemáticas y la resolución de los problemas (De Castro, Molina, Gutiérrez, Martínez, Escorial, 2012; De Castro y Hernández, 2014; De Castro, Pastor, Pina, Rojas y Escorial, 2009; Ramírez, 2015).

En el proyecto "¡A contar!", el planteamiento de problemas verbales tiene lugar en dos momentos diferentes: en la asamblea y en formato taller. En la asamblea, se plantean problemas sencillos con números menores de diez, sin materiales didácticos de apoyo, para provocar que los pequeños empleen espontáneamente estrategias de modelización y conteo con ayuda de los dedos. En esta situación, valoramos aspectos del conteo como el grado de adquisición y elaboración de la secuencia de las palabras número, la correspondencia uno a uno o la idea de cardinalidad. También evaluamos si niñas y niños aplican el conteo para resolver problemas cotidianos. Los problemas enunciados son sencillos, por ejemplo:

- Los padres de Garbancito dieron de comer al buey 3 coles y luego otras 6. ¿Cuántas coles comió el buey en total? (Combinación con total desconocido).
- En casa de Garbancito tenían 9 frascos de colonia y han gastado 3. ¿Cuántos les quedan llenos? (Cambio decreciente con cantidad final desconocida).

En el taller de problemas, la dificultad de los problemas es más alta, como los ejemplos que hemos incluido en los problemas de relación parte-todo de descomposición aditiva y problemas de matrices. Se lee varias veces el cuento antes del taller para que los niños tengan claro el contexto en el que se van a basar los problemas. En este caso se les proporcionan materiales como cubos encajables, ábacos, Tabla 100 o regletas, para que los niños representen las cantidades y las relaciones y acciones que ocurren con ellas en el enunciado del problema. Los niños deben explicar a sus compañeros la estrategia que han utilizado articulando las ideas y escuchando y reflexionando sobre las ideas de los demás.

El trabajo con patrones, dentro del proyecto "¡A contar!", está dirigido al desarrollo del razonamiento inductivo, partiendo de casos particulares para realizar un proceso de generalización (De Castro y Hernández, 2015). Para ello, presentamos series con un patrón o unidad que se repite, en las cuales debemos percibir una regularidad, identificar el patrón y completar la serie. En la Figura 14, tomada del cuaderno del alumno, los triángulos van alternándose en orientación. Los pequeños deben identificar el patrón, verbalizarlo y reproducirlo con pegatinas en su cuaderno. También pueden completar su hoja de trabajo con patrones de elaboración libre.

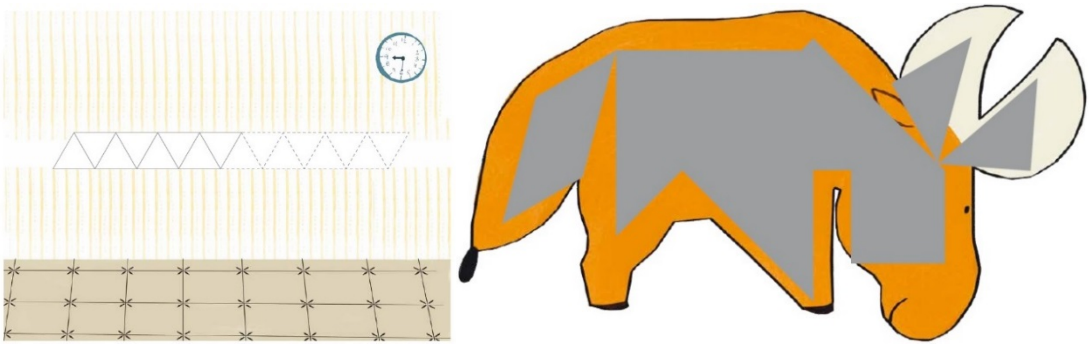

Figura 14. Patrones para completar con pegatinas y actividad de tangram.
Fuente: De Castro y Hernández (2015).

El tangram es un puzle tradicional chino utilizado como material didáctico en geometría. La actividad habitual es componer figuras utilizando las piezas del tangram, lo que obliga al jugador a comparar directamente, mediante superposición o tallado, longitudes, ángulos y superficies. Esto implica la resolución de problemas de composición y descomposición de figuras. En esta actividad, a los niños se les proporciona la figura de algún elemento o personaje del cuento para construirlo con las piezas del tangram. Cuando lo hayan resuelto, cada uno pegará en su cuaderno las pegatinas correspondientes correctamente ubicadas dentro de la silueta. En la Figura 14, a la derecha, vemos un ejemplo de actividad. Los niños comienzan actuando por ensayo y error, eligiendo figuras, superponiéndolas con el modelo, rotándolas, etc. Poco a poco, van seleccionando las piezas del tangram de forma más planificada, comenzando por identificar formas que se encuentran aisladas en la composición, como los cuernos o la cola (Figura 14, derecha).

5. Conclusiones

La mayor aportación de nuestro trabajo no es el uso de la literatura infantil en el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades, sino el uso sistematizado, como eje vertebrador de la actividad matemática. No menos importante es que las ilustraciones de los álbumes hayan sido diseñadas incluyendo características para potenciar la actividad matemática, que pueden pasar desapercibidas al observador no especializado. Esto hace que los cuentos sean ideales, por su temática e ilustraciones, para aprender matemáticas, pero no parezcan diseñados con este fin. A partir de este diseño, hemos mostrado que las características de las ilustraciones, y la historia que se cuenta, sirven como punto de partida para nuestra propuesta de actividad matemática que, a través de la evocación del cuento, se consigue que imágenes y textos den sentido y faciliten la comprensión de conceptos matemáticos.

La resolución de problemas aritméticos verbales, las actividades basadas en situaciones fundamentales para el aprendizaje del número en su aspecto ordinal, la composición y descomposición de figuras con el tangram, el juego de la tienda, no son actividades nuevas en el panorama didáctico. Nuestra propuesta añade una componente que facilita la comprensión y dota de sentido a los contenidos matemáticos. Las imágenes refuerzan el proceso de imaginar el contexto, facilitando la resolución de problemas y el razonamiento sobre ideas matemáticas importantes.

Pensamos que esta línea de trabajo puede ser muy fértil en el futuro. Que aspectos matemáticos de las ilustraciones no resulten evidentes, como que haya un pato en cada caseta, pero permanezcan semiocultos, hace necesario formar a maestras y maestros, para que saquen el máximo provecho a estos recursos. Este trabajo es una contribución en esa dirección. Esperamos seguir colaborando con maestras y maestros en el esfuerzo compartido para transformar, potenciándola, la actividad matemática infantil que niñas y niños desarrollan en las aulas.

Bibliografía

Aguilar, B., Ciudad, A., Láinez, M.C. y Tobaruela, A. (2010). *Construir, jugar y compartir: Un enfoque constructivista de las matemáticas en Educación Infantil*. Jaén: Enfoques Educativos.

Alsina, C. (2007). Educación matemática e imaginación. *Unión: Revista iberoamericana de educación matemática, 11*, 9-17. Recuperado el 2/05/2017 de: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2007/11/Union_011_006.pdf

Carpenter, T.P., Fennema, E., Franke, M.L., Levi, L., y Empson, S.B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth: Heinemann.

Castro, E., y Castro-Rodríguez, E. (2010). El desarrollo del pensamiento multiplicativo. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas, 54*, 31-40.

Castro-Rodríguez, E., y Castro, E. (2013). La relación parte-todo. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 85-92). Granada, España: Editorial Comares.

Castro, E. y Molina, M. (2011). Números naturales y sistemas de numeración. En I. Segovia y L. Rico (coords.), *Matemáticas para maestros de educación primaria* (pp. 99-121). Madrid: Pirámide.

Castro, E. y Segovia I. (2015). Sentido numérico. En P. Flores, y L. Rico, (coords.), *Enseñanza y Aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid, Pirámide.

Clements, D.H. y Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Nueva York: Routledge.

De Castro, C. y Hernández, E. (2015). *¡A contar! Matemáticas para pensar*. Madrid: Santillana.

De Castro, C., González, A., y Escorial, B. (2009). El aprendizaje de las matemáticas a los tres años: Narración reflexiva sobre la construcción de un mercado medieval. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 70*, 53-65. Recuperado el 2/05/2017 de: http://www.sinewton.org/numeros/numeros/70/Articulos_02.pdf

De Castro, C. (2015). Romper para conocer: Procesos de composición y descomposición en la geometría infantil. *Aula de Infantil, 79*, 18-21.

De Castro, C. y Hernández, E. (2014). Problemas verbales de descomposición multiplicativa de cantidades en educación infantil. *PNA, 8*(3), 99-114. Recuperado el 2/05/2017 de: http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Castro2014PNA8(3)Problemas.pdf

De Castro, C., Molina, E., Gutiérrez, M.L., Martínez, S., Escorial, B. (2012). Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia matemática en Educación Infantil. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 80*, 53-70. Recuperado de: http://www.sinewton.org/numeros/numeros/80/Monografico_03.pdf el 2/05/2017.

De Castro, C., Pastor, C., Pina, L. C., Rojas, M. I., y Escorial, B. (2009). Iniciación al estudio de las matemáticas de las cantidades en la Educación Infantil. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 18*, 105-128. Recuperado de: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/18/Union_018_013.pdf el 2/05/2017

De Castro, C. y Ramírez, M. (2016). El uso de álbumes ilustrados para potenciar el aprendizaje matemático en las primeras edades. *Épsilon. Revista de Educación Matemática, 33*(3), 61-80.

Devlin, K. (2003). *Mathematics: The science of patterns*. New York: Owl Books.

Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las Matemáticas*. Barcelona, Labor & MEC.

Edo, M., y Masoliver, C. (2008). Una tienda en clase. Creación y análisis de un contexto para aprendizajes matemáticos. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 47*, 20-36.

Elia, I., Van den Heuvel-Panhuizen, M., y Georgiou, A. (2010). The role of pictures in picture books on children's cognitive engagement with mathematics. *European Early Childhood Education Research Journal, 18*(3), 125-147. https://doi.org/10.1080/1350293X.2010.500054

Flecha, G. (2013). Literatura y matemáticas de 0 a 3: La mariquita gruñona. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2*(1), 119-126.

Hernández, E. (2013). El aprendizaje del número natural en un contexto ordinal en la Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 2*(1), 41-56.

Jandl, E. y Junge, N. (2005). *Ser quinto*. Salamanca: Lóguez Ediciones.

Marín, M. (2007a). Contar las matemáticas para enseñar mejor. *Matematicalia: Revista digital de divulgación matemática, 3*(2). Recuperado el 2/05/2017 de: http://www.matematicalia.net/index.php?option=com_content&task=view&id=433&Itemid=257

Marín, M. (2007b). El valor matemático de un cuento. *Sigma: Revista de matemáticas, 31*, 11-26. Recuperado el 2/05/2017 de: http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_31/3_val_matematico.pdf

McGrath, C. (2014). *Teaching mathematics through story: A creative approach for the early years*. New York: Routledge.

NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

OCDE (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas, Lectura y Ciencias*. Madrid: MEC-INEE. Recuperado el 2/05/2017 de: http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/marcopisa2012.pdf?documentId=0901e72b8177328d

Ramírez, M. (2015). *Desarrollo de conocimientos matemáticos informales a través de la resolución de problemas aritméticos verbales en primer curso de educación primaria*. Tesis doctoral. Madrid: UCM. Recuperada el 3-10-2016 de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=47140

Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics*. New York: Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9781139565202

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2008). Educación matemática en los Países Bajos: Un recorrido guiado. *Correo del maestro, 149*, 23-54. Recuperado el 2/05/2017 de: http://www.correodelmaestro.com/anteriores/2008/octubre/incert149%20.htm

Van den Heuvel-Panhuizen, M., y Van den Boogaard, S. (2008). Picture books as an impetus for kindergartners' mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 10*(4), 341-373. https://doi.org/10.1080/10986060802425539

Autores:

de Castro Hernández, Carlos: Licenciado en Matemáticas (Universidad Complutense de Madrid) y Doctor en Didáctica de la Matemática (Universidad de Granada). Profesor de Didáctica de la Matemática en la Universidad Autónoma de Madrid. Coautor, con Elisa Hernández, en el Proyecto "¡A contar! Matemáticas para Pensar". http://www.santillana.es/es/w/profesores/proyectos-educativos/educacion-infantil/a-contar/; http://orcid.org/0000-0002-2246-5402
https://www.researchgate.net/profile/Carlos_De_Castro_Hernandez
Email: carlos.decastro@uam.es

Ramírez García, Mónica: Licenciada en Matemáticas (Universidad Autónoma de Madrid) y Doctora en Educación (Universidad Complutense de Madrid, UCM). Profesora de Didáctica de la Matemática en la UCM. http://orcid.org/0000-0002-1198-2017; https://www.researchgate.net/profile/Monica_Ramirez_Garcia
Email: monica.ramirez@edu.ucm.es