UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
www.fisem.org/web/union
http://www.revistaunion.org

ISSN: 1815-0640
Número 55. Abril 2019
Páginas 09-30

¿Matemáticas? Si, si … acércate y verás
Maths? Yes, maths… come closer and you will see

Lluís Bonet Juan

Resumen	La imagen general de las matemáticas es que son simplemente cálculos y persiste la desconexión con las situaciones que nos proporciona la vida cotidiana que por otra parte son las que verdaderamente dan significado y enriquecen nuestra materia. De ahí la necesidad de crear situaciones cercanas al mundo de nuestro alumnado con escenarios de aprendizaje diferentes con los que emocionar y descubrir las matemáticas desde una perspectiva que les resulte más atractiva y motivadora. Además, los recursos que nos aportan las calculadoras, GeoGebra y las TIC en general permiten trabajar en el aula de una manera diferente y ser una fuente para generar y profundizar en el conocimiento matemático. **Palabras clave**: Innovación, Motivación, Resolución de problemas
Abstract	The general image of mathematics is that it consists only in calculation; and the disconnection with daily life situations, which, on the other hand, are what really give meaning and enrich our subject, remains. Hence the need to create situations that are close to the real world of our students with different learning situations to stimulate them and make them discover maths from a more appealing and motivating perspective. Furthermore, the resources provided by calculators, GeoGebra and I.T. in general, allow students to work in the classroom in a different way, and are also a source to generate and go in depth in the knowledge of mathematics. **Keywords**: Innovation, Motivation, Problem solving
Resumo	A imagem geral da matemática é que se trata simplesmente de cálculos e persiste a desconexão com as situações fornecidas pela vida cotidiana que, por outro lado, são aquelas que realmente dão sentido e enriquecem essa matéria. Daí a necessidade de criar situações acerca do mundo dos nossos alunos com diferentes cenários de aprendizagem que excitam e descobrem a matemática de uma perspectiva que é mais atraente e motivadora. Além disso, os recursos que nos fornecem calculadoras, GeoGebra e TIC em geral permitem o trabalho em sala de aula de uma forma diferente e ser uma fonte para a gerar e aprofundar o conhecimento matemático. **Palavras chave:** Inovação, Motivação, Resolução de Problemas

1. Introducción

Son las 7:45 h de la mañana de un día cualquiera en el que acudes a tu centro de trabajo, cuando María José, la conserje, me pide que me acerque al tablón de anuncios de la entrada. Hay una nota: “Se necesita profesor para dar clases de matemáticas de Lluís Bonet”. Nunca había pensado que tuviese esta exclusividad, aunque no voy a negar que algún elemento diferenciador existe en mis aulas. Así que, he pensado centrar este espacio en tres elementos, emociones, cercanía y tecnología (desde la humildad y sin pretender ser modelo de nada) porque…, hay un puesto de

trabajo vacante, alguien puede estar interesado y tal vez todo esto que voy a contar pueda servirle de ayuda o inspiración.
Últimamente he escuchado con bastante frecuencia frases que mencionan las palabras educar a través de las emociones. Y sinceramente he de decir que no deja de sorprenderme porque siempre había pensado que esto era algo "de serie" intrínseco a nuestra labor como docentes. Entiendo que nuestro trabajo, ejercido con verdadera vocación está repleto de la ilusión con la que sorprender cada día a nuestro alumnado.
¿Cuántas veces habéis escuchado a personas presumir en debates y tertulias de los medios del analfabetismo matemático o que directamente detestan las matemáticas? ¿Y frases como… me gustan las mates pero no los problemas? La imagen que la gente tiene en general de las matemáticas es que son cálculo, simplemente cálculos, pero pensar en un problema, investigarlo y debatirlo eso ya son palabras mayores, porque existe una gran desconexión entre las matemáticas y las situaciones que nos proporciona la vida cotidiana que son las que verdaderamente dan un significado y enriquecen nuestra materia, de ahí la necesidad que esas situaciones sean cercanas al mundo de nuestro alumnado.
Y para finalizar la terna quisiera destacar el papel que pueden desempeñar los recursos tecnológicos que tenemos a hoy en día nuestro alcance: calculadoras, Geogebra, medios audiovisuales, etc. que nos van a permitir trabajar en el aula de una manera diferente y donde una vez aprendidas las herramientas que nos proporcionan las matemáticas, poder profundizar en la comprensión de los problemas, investigar, modelizar y ser críticos con los resultados obtenidos.
Así pues, cerrar un círculo donde emocionar y sorprender con las matemáticas pueda ser también hacerlas más dinámicas, creativas y cercanas a través de la resolución de situaciones cotidianas en las que el uso y aprendizaje de la tecnología (no olvidemos que nuestro alumnado siente generalmente pasión por ella) nos permita llegar más lejos y conseguir otros objetivos como los citados anteriormente y a los que tantas veces no damos la importancia que merecen.

2. La conexión matemática y vida cotidiana desde la etapa infantil

Desde los colegios de la primaria se podrían trabajar las matemáticas no solamente con paquetes de ejercicios y actividades, generalmente de cálculo, sino además establecer esa perspectiva de resolución de situaciones que puedan tener relación con la vida cotidiana. Cuanto antes exista esta conexión antes haremos desaparecer de nuestro alumnado esas angustias y temores por los "problemas de enunciado".
Decidido a ayudar a romper estereotipos, trabajo desde hace un tiempo con mis alumnos en la creación vídeos cortos. ¿Y vosotros … qué pensáis de esto? es como finalizan cada una de las situaciones que se presentan en estas "píldoras matemáticas". En ellas, se plantea una situación sacada de la vida cotidiana, con datos reales, conocida y cercana al alumnado. Un pequeño problema que pretendo sea accesible a una amplia mayoría y donde la pregunta y el hecho de no disponer de la respuesta lanza un desafío.
¡Qué lio con las pizzas! es un ejemplo que ha funcionado muy bien en el último curso de la primaria y en el primer ciclo de la secundaria, donde se combinan operaciones y porcentajes, economía doméstica, comparación de resultados y toma de decisiones,

alguna muy sorprendente en las experiencias de aula llevadas a cabo, como podrán comprobar.

Es el cumpleaños de Marc y quiere comprar 6 pizzas para invitar a sus amigos en su casa.

Ha visto la promoción del *"-70 % en la segunda unidad"* en el Hipermercado. Sus padres le han dado 20 €. El precio de las pizzas es 5,10 € cada una y piensa que va a tener dinero suficiente.

De camino se encuentra con Alex y éste le comenta que ha visto la promoción "*3x2*" en el supermercado del barrio y que le van a salir mejor de precio.

¿Qué piensas de esto?

En el debate se enfadan y finalmente Álex no irá al cumpleaños que ha preparado Marc, por lo que sólo deberá comprar 5 pizzas. Ahora Marc tiene dudas sobre cuál puede ser la compra más beneficiosa.

Y tú … ¿qué piensas ahora?

Ver vídeo: **¡Qué lio con las pizzas!**

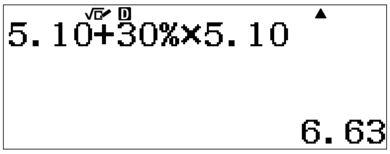
Canal Youtube INTEGRANT MATEMATIQUES

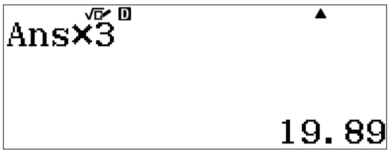
https://youtu.be/0bUlgRB1hT4

Con esta actividad el alumnado resuelve un problema real realizando cálculos sencillos, con números decimales aprovechando las diferentes opciones que proporciona la calculadora, porcentajes, aproximaciones, etc. Una forma de resolver el problema puede ser la siguiente:

- **COMPRA DE LAS 6 PIZZAS CON LA OFERTA 2ª UNIDAD – 70%**

					
1ª PIZZA	**2ª PIZZA -70%**	**3ª PIZZA**	**4ª PIZZA -70%**	**5ª PIZZA**	**6ª PIZZA -70%**
5.10 €	**5.10·0.3 = 1.53€**	**5.10 €**	**5.10·0.3 = 1.53€**	**5.10 €**	**5.10·0.3 = 1.53€**





- **COMPRA DE LAS 6 PIZZAS CON LA OFERTA 3x2**

					
1ª PIZZA	**2ª PIZZA**	**3ª PIZZA**	**4ª PIZZA**	**5ª PIZZA**	**6ª PIZZA**
5.10 €	**5.10 €**	**0 €**	**5.10 €**	**5.10 €**	**0 €**

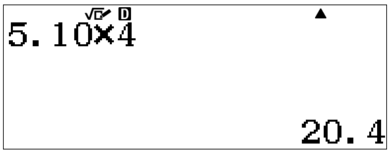


TABLA RESUMEN	
6 PIZZAS CON LA OFERTA 2ª UNIDAD – 70%	**6 PIZZAS CON LA OFERTA 3x2**
19.89 €	**20.40 €**

La mejor opción pasa por comprar las seis pizzas en el Hipermercado con la oferta de la segunda unidad al -70%.

Se analizan a continuación las posibilidades de comprar 5 pizzas.

- **COMPRA DE LAS 5 PIZZAS CON LA OFERTA 2ª UNIDAD – 70%**

				
1ª PIZZA	**2ª PIZZA -70%**	**3ª PIZZA**	**4ª PIZZA -70%**	**5ª PIZZA**

5.10 €	**5.10 · 0.3 = 1.53€**	**5.10 €**	**5.10 · 0.3 = 1.53€**	**5.10 €**

```
5.10+30%×5.10
                6.63
```

```
Ans×2+5.10
                18.36
```

- **COMPRA DE LAS 5 PIZZAS CON LA OFERTA 3x2**

				
1ª PIZZA	**2ª PIZZA**	**3ª PIZZA**	**4ª PIZZA**	**5ª PIZZA**
5.10 €	**5.10 €**	**0 €**	**5.10 €**	**5.10 €**

```
5.10×4
                20.4
```

En principio la compra con la oferta de la segunda unidad al -70% parece la más recomendable pero el alumnado me sorprendió con la compra combinada que al final resulta ser la más interesante.

- **COMPRA DE LAS 5 PIZZAS COMBINANDO LAS DOS OFERTAS**

				
OFERTA 3x2			**OFERTA 2ª UNIDAD -70%**	
1ª PIZZA	**2ª PIZZA**	**3ª PIZZA**	**4ª PIZZA**	**5ª PIZZA -70%**
5.10 €	**5.10 €**	**0 €**	**5.10 €**	**5.10 · 0.3 = 1.53€**

$$2\times5.\dot{1}\dot{0}+5.10\times1.\dot{3}$$

$$16.83$$

TABLA RESUMEN		
5 PIZZAS CON LA OFERTA **2ª UNIDAD – 70%**	**5 PIZZAS CON LA OFERTA** **3x2**	**5 PIZZAS CON LAS OFERTAS** **COMBINADAS**
18.36 €	**20.40 €**	**16.83 €**

En la experiencia de aula con el alumnado de 6º de primaria se facilitaron unas plantillas similares a las anteriores, pero sin las separaciones que se observan para que no pudiesen dirigir demasiado la resolución.

Organizados en grupos de cuatro alumnos/as en el desarrollo de la actividad, tanto en primaria como en secundaria, el trabajo supuso fomentar la capacidad para interpretar, estimar, comparar, incluso mantener una actitud crítica con los resultados obtenidos, sobre todo en la segunda parte de esta situación, sentando poco a poco las bases de unas matemáticas que son también para pensar.

3. Promover la investigación en la secundaria porque… los números hablan

En ocasiones con noticias o sucesos que pueden parecer irrelevantes se pueden establecer conexiones que permitan dar un enfoque matemático que, además, prepare a nuestro alumnado y a sus familias en aspectos como el consumo y la economía, como he resaltado con el anterior ejemplo, pero también en otros como pueden ser nutrición y salud o por qué no, con gestos y prácticas beneficiosas para el medio ambiente.
¿Podrías ducharte con un cubo de agua? es experimento que he llevado a cabo en mi aula de 2º ESO con la colaboración de sus familias y que partió de una noticia que rápidamente se hizo viral en todos los medios de comunicación en España.

EL MUNDO

José Tomás reivindica el toreo en París en plena ola antitaurina

Del Nido confía en ser el próximo indultado por el Gobierno

El alcalde rebaja a 11 litros el agua que necesita para una ducha tras medirlo con su mujer

De la Torre relata que hizo el experimento el domingo con la ayuda de un barreño de esa capacidad y que está dispuesto a repetirlo ante notario

El juez Castro a sólo un paso de volver a imputar a la Infanta por el 'caso Aizoon'

La pregunta trampa: '¿Quiere que Cataluña sea Estado soberano?'

Mas pacta con Unió e ICV evitar la palabra 'independencia' y Junqueras amenaza con «una demostración de fuerza»

EL PAÍS

EL PERIÓDICO GLOBAL EN ESPAÑOL

www.elpais.com

AOL acelera la carrera por el liderazgo digital

Un lamento del cine español a cuatro voces

ECONOMIA: LA NUEVA TARIFA SUPONE EL COBRO POR CONSUMO

Las redes sociales "salpican a De la Torre tras afirmar que se ducha con sólo once litros de agua

Sus explicaciones acerca de cómo cronometró su ducha generan montajes fotográficos

I ♥ ALCALDE DE MÁLAGA

Egipto acomete su transición mientras recobra la normalidad

Zapatero permite más deuda al Gobierno catalán de Artur Mas

El aire sucio toma Madrid y Barcelona

Las ciudades adoptan tímidas medidas pese a las altas tasas de contaminación

Hacienda pone este año bajo la lupa a los falsos autónomos

Soluciones salvaescaleras

900 460 414

Tras los problemas de escasez de agua en la ciudad de Málaga y el anuncio del incremento de las tarifas, el Alcalde De la Torre exponía a la ciudadanía diversas propuestas para el ahorro de agua en una vivienda. Entre estas, en las que estaba usar la ducha en lugar del baño, explicaba que una persona podía ducharse con 11 litros, poco más de un cubo de agua y que él mismo había constatado este dato en su casa.
No sabemos si podemos ducharnos con los aproximadamente 11 litros que caben dentro de un cubo de agua. Pero nuestro experimento se basa en utilizar un cubo en el plato de ducha donde recoger el agua que se desperdicia en tanto llega caliente y aquella que pueda caer dentro del cubo mientras la persona se ducha. Esta agua podrá ser reutilizada en el inodoro, por lo que le estaremos dando una segunda oportunidad, con el consiguiente ahorro económico en la factura doméstica y sobre todo con la contribución al medio ambiente.
Esta actividad permite conocer cuál es el consumo medio de agua utilizada en la ducha a nivel individual y en cada familia efectuando unas sencillas medidas del caudal de la vivienda y del tiempo empleado en la ducha, con las que se rellena una plantilla que se preparó siguiendo unas normas previamente establecidas.
Una vez realizados los cálculos se procede a rehacer la factura de cada vivienda y se redactan junto con los resultados, las conclusiones a las cuales se ha llegado, compromisos, etc.

Toda la prensa acaba de hacerse eco de las declaraciones del alcalde de Málaga en las que afirma que puede ducharse con 11 litros, poco más de un cubo de agua. Julia no está muy segura de esto, pero se le ha ocurrido que podría poner un cubo de agua en la ducha e intentar recuperar una parte del agua utilizada y aprovecharla para el inodoro.

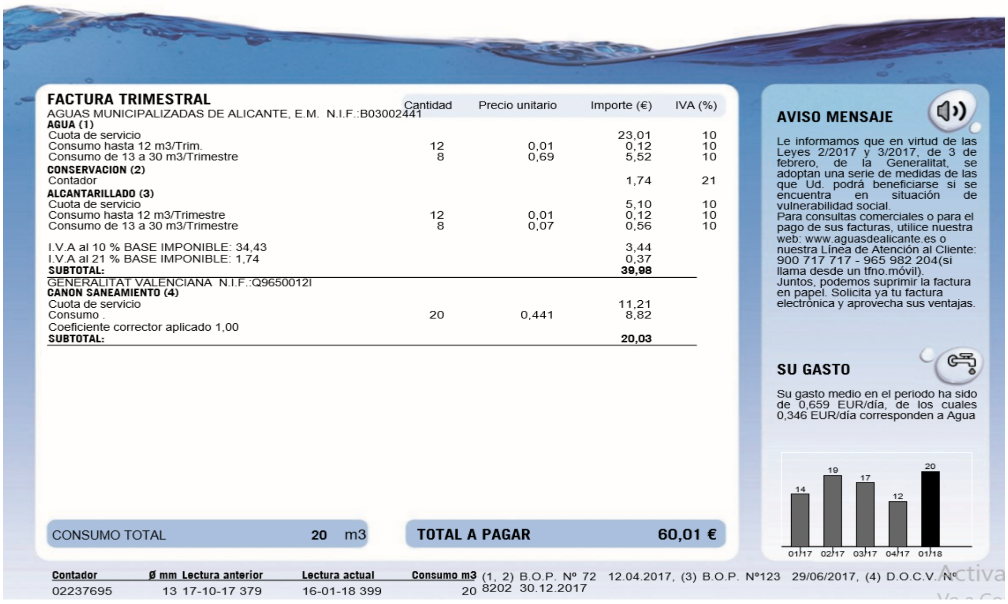
Junto con su amiga Daniela van a poner en marcha un experimento para *dar una segunda oportunidad al agua* de la ducha y estudiar la repercusión económica que podría representar en su factura trimestral. Van a poner un cubo en la ducha que recoja el agua que se desperdicia mientras llega el agua caliente o incluso la que se pueda recoger mientras se está duchando cada miembro de la familia.

Tras llevar a cabo el experimento han recogido la siguiente información:

- Han calculado el caudal de su casa midiendo en una jarra de cocina con medidas que en 15 segundos recoge 2,50 litros de agua.

- En la familia de Julia son cuatro y han calculado que el tiempo medio de ducha son 221 segundos y que con el cubo recuperan una media de 14,30 litros de agua en cada ducha.

a) ¿Cuántos litros de agua utilizan de media en cada ducha?
b) ¿Qué porcentaje de agua recuperan con este experimento?
c) Observa la factura trimestral del agua. Si estimamos seis duchas semanales por los cuatro miembros de la familia, ¿puedes recalcular dicha factura para ver cuál sería el ahorro, realizando esta sencilla acción cada día?



FACTURA TRIMESTRAL
AGUAS MUNICIPALIZADAS DE ALICANTE, E.M. N.I.F.:B03002441

	Cantidad	Precio unitario	Importe (€)	IVA (%)
AGUA (1)				
Cuota de servicio			23,01	10
Consumo hasta 12 m3/Trim.	12	0,01	0,12	10
Consumo de 13 a 30 m3/Trimestre	8	0,69	5,52	10
CONSERVACION (2)				
Contador			1,74	21
ALCANTARILLADO (3)				
Cuota de servicio			5,10	10
Consumo hasta 12 m3/Trimestre	12	0,01	0,12	10
Consumo de 13 a 30 m3/Trimestre	8	0,07	0,56	10
I.V.A al 10 % BASE IMPONIBLE: 34,43			3,44	
I.V.A al 21 % BASE IMPONIBLE: 1,74			0,37	
SUBTOTAL:			**39,98**	
GENERALITAT VALENCIANA N.I.F.:Q9650012I				
CANON SANEAMIENTO (4)				
Cuota de servicio			11,21	
Consumo .	20	0,441	8,82	
Coeficiente corrector aplicado 1,00				
SUBTOTAL:			**20,03**	

CONSUMO TOTAL **20** m3

TOTAL A PAGAR **60,01 €**

Contador	Ø mm	Lectura anterior	Lectura actual	Consumo m3
02237695	13	17-10-17 379	16-01-18 399	20

(1, 2) B.O.P. Nº 72 12.04.2017, (3) B.O.P. Nº123 29/06/2017, (4) D.O.C.V. Nº 8202 30.12.2017

AVISO MENSAJE

Le informamos que en virtud de las Leyes 2/2017 y 3/2017, de 3 de febrero, de la Generalitat, se adoptan una serie de medidas de las que Ud. podrá beneficiarse si se encuentra en situación de vulnerabilidad social.
Para consultas comerciales o para el pago de sus facturas, utilice nuestra web: www.aguasdealicante.es o nuestra Línea de Atención al Cliente: 900 717 717 - 965 982 204(si llama desde un tfno.móvil).
Juntos, podemos suprimir la factura en papel. Solicita ya tu factura electrónica y aprovecha sus ventajas.

SU GASTO

Su gasto medio en el periodo ha sido de 0,659 EUR/día, de los cuales 0,346 EUR/día corresponden a Agua

Ver vídeo: **¿Podrías ducharte con un cubo de agua?**

Canal Youtube INTEGRANT MATEMATIQUES

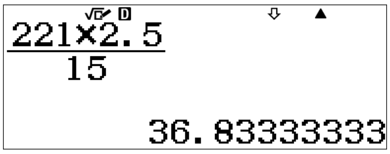
https://youtu.be/r8he31Af_eQ

En esta actividad se trabaja con proporciones y porcentajes. Además, se trata de un problema real donde el alumnado toma sus datos en casa y aporta su propia factura sobre la cual se van a trasladar los resultados obtenidos en su experimento.
Una forma de resolver el problema puede ser la siguiente:

a) Se utiliza el caudal medido para calcular los litros de agua que se gastan en la ducha:

CAUDAL	15 seg.	2,5 l.
DUCHA	221 seg.	x

Se plantea la proporción directa:



$$\frac{15}{221} = \frac{2,5}{x} \rightarrow x = \frac{221 \cdot 2,5}{15} = 36,83\ l.$$

Normalmente la familia utiliza una media de 36,83 l. de agua en cada ducha.

Si restamos los 14,30 l. que recuperan con el cubo de agua, esto supone un gasto efectivo de**:**

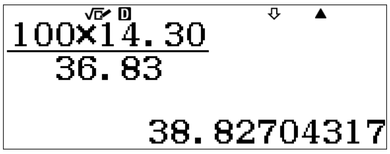
$$36,83\ l. - 14,30\ l. = 22,53\ l.$$

El gasto en cada ducha, una vez recuperada el agua con el cubo es de 22,53 l.

b) Para calcular el % de agua que se recupera con el experimento del cubo de agua, se plantea de nuevo una proporción una vez se conocen los litros de agua que se gastan en la ducha:

AGUA	36,83 l.	14,30 l.
%	100 %	x

Se plantea la proporción directa:



$$\frac{36,83}{100} = \frac{14,30}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 14,30}{36,83} = 38,83\ \%$$

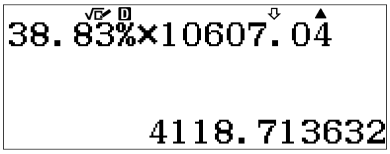
Con el experimento del cubo en la ducha, se recupera el 38,83 % del agua utilizada.

c) Se estudia ahora el agua utilizada en las duchas por trimestre y por toda la familia, así como la que se recupera para poderle dar una segunda oportunidad y ser utilizada en el inodoro.

4 personas · 6 duchas semanales · 12 semanas al trimestre = 288 duchas/trim.

288 · 36,83 = 10607,04 l. de agua

Se recuperan aproximadamente el 38,83 % →



De esta manera se han recuperado 4118,71 l. ≈ 4,1 m^3

d) Se rehace la factura ahora con 4,1 m^3 menos que son los que se han recuperado con el experimento.

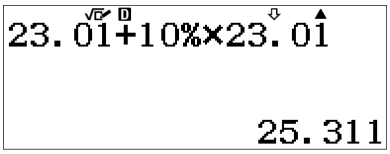
El consumo en la vivienda ha sido de 20 m^3 por lo que ahora se tiene:

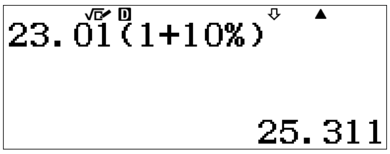
$$20\ m^3 - 4,1\ m^3 = 15,9\ m^3$$

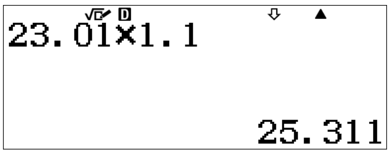
En las facturas hemos observado que se cobra por metro cúbico entero así que se nos cobraran 16 m^3.

Los cálculos son interesantes ya que hay que aplicar IVA 10 % o IVA 21 %

En el cálculo de los porcentajes donde hay un impuesto de IVA se han utilizado diferentes técnicas para obtener el resultado final directamente:







FACTURA TRIMESTRAL

	Cantidad	Precio Unitario	IVA %	Importe (€)
AGUAS MUNICIPALIZADAS ALICANTE				
AGUA (1)				
Cuota de servicio	1	23,01	10%	25,31
Consumo hasta 12 m3/Trim.	12	0,01	10%	0,13
Consumo de 13 a 30 m3/Trim.	4	0,69	10%	3,04
CONSERVACIÓN (2)				
Contador	1	1,74	21%	2,11
ALCANTARILLADO (3)				
Cuota de servicio	1	5,1	10%	5,61
Consumo hasta 12 m3/Trim	12	0,01	10%	0,13
Consumo de 13 a 30 m3/Trim	4	0,07	10%	0,31
SUBTOTAL:				**36,63**
GENERALITAT VALENCIANA				
CANON SANEAMIENTO (4)				
Cuota de servicio	1	11,21		11,21
Consumo	16	0,441		7,06
SUBTOTAL:				**18,27**
CONSUMO TOTAL:	**16 m3**		**TOTAL A PAGAR:**	**54,90**

La factura trimestral era de 60,01 € por lo que se ha conseguido un ahorro trimestral de:

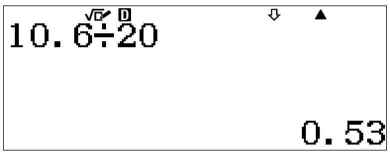
$$60{,}01\ € - 54{,}90\ € = 5{,}11\ €$$

Se ha conseguido un ahorro trimestral de 5,11 € en la vivienda de Julia.

CONCLUSIONES IMPORTANTES

- El agua utilizada en la ducha por esta familia son 10607,04 l. que suponen casi 11 m3 de agua de los 20 m3 trimestrales de consumo en la casa.

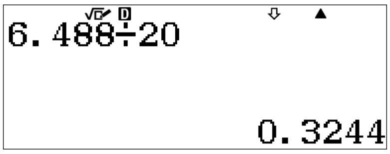
  Este consumo representa el 53 % del total, es decir, algo más de la mitad del consumo de agua de la vivienda se utiliza en la ducha.

- La realización de este sencillo experimento en una casa de estas características puede suponer recuperar 4118,71 l. es decir, aproximadamente 4,1 m^3 con lo que se estará contribuyendo, junto con otras posibles actuaciones, a un uso más racional del agua y por lo tanto a un mayor respeto al medio ambiente.

Además: $10607{,}04 - 4118{,}71 = 6488{,}33\ l. \approx 6{,}5\ m^3$

Ahora el consumo de agua de la ducha representa el 32,44 % es decir, pasa a ser aproximadamente 1/3 del consumo trimestral de la vivienda.



- Se consigue un ahorro económico de 5,11 € trimestrales en la vivienda.

La realización de un trabajo de investigación de estas características, basado en datos reales y que el propio alumnado ha obtenido con la colaboración de su familia, proporciona unos resultados que aportan una información objetiva y veraz que pueden ser importantes para la consecución de cambios en hábitos más acordes y respetuosos con el medio ambiente. Y desde un punto de vista más académico dan valor a las matemáticas que son las que permiten llegar a los resultados numéricos que dan visibilidad clara de lo que está ocurriendo en la realidad y que en muchas ocasiones no se es capaz de pensar.

4. ¿Alumnos/as digitales y profesorado no tanto?

En este momento de la era digital en el que la tecnología forma parte de nuestro día a día y donde el mundo de la ciencia y la informática avanza a pasos agigantados, las matemáticas como base importante de éste, deberían estar en la brecha. Además, nuestro currículum establece el uso y aprendizaje de la tecnología en nuestras aulas, profesorado y alumnado.

¿Está preparado nuestro alumnado para estos cambios digitales y tecnológicos y el profesorado no tanto? Responderé a esta pregunta con un tal vez con importantes matices que entiendo cabe tener muy en cuenta.

Nuestro alumnos y alumnas empiezan a utilizar recursos como las calculadoras o GeoGebra de una manera muy rápida, pero no lo son tanto en el grado de madurez y reflexión matemático que se requiere cuando se hace uso de estas herramientas. Y ahí es donde entiendo debe estar nuestro rol como docentes, y aprovechar todos estos recursos para generar y profundizar en el conocimiento matemático.

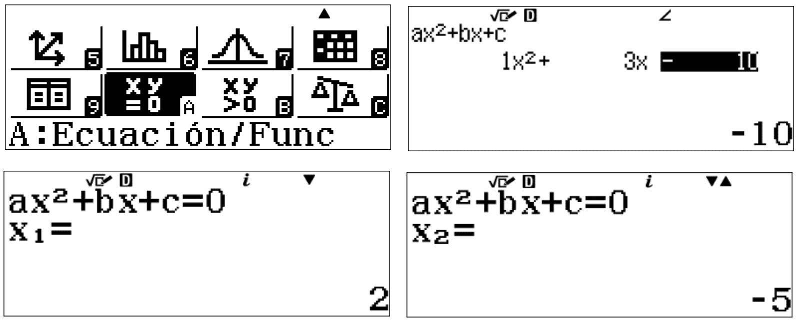
Pondré un ejemplo de una experiencia en mi aula de Bachillerato con la realización de un simple ejercicio de cálculo de un límite:

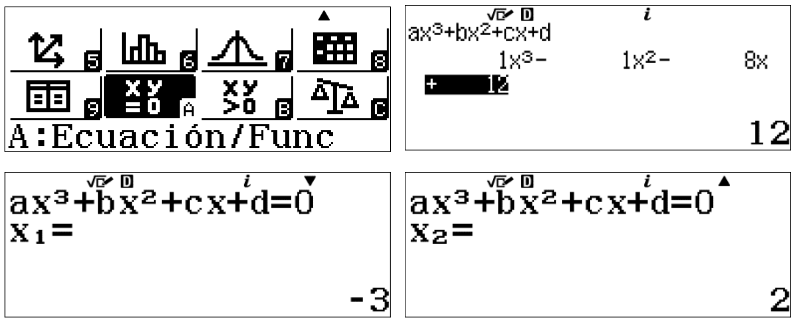
Calcula el límite justificando paso a paso:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^3 - x^2 - 8x + 12}$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3x-10}{x^3-x^2-8x+12}=\frac{2^2+3\cdot 2-10}{2^3-2^2-8\cdot 2+12}=\frac{0}{0}\ indeterminación$$

Mis alumnos utilizan la calculadora CASIO Classwiz 991 y esto es lo que ocurrió con alguno de ellos:





$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3x-10}{x^3-x^2-8x+12}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+5)(x-2)}{(x+3)(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+5)}{(x+3)}=\frac{2+5}{2+3}=\frac{7}{5}$$

Pero esto provoca el debate por el grado y la factorización del polinomio del denominador:

- ¿Falta una raíz?
- ¡Ah es porque la que falta es compleja!
- ¡No puede ser compleja!
- Una de ellas será doble. Pero... ¿cuál de las dos?

Alguno/a nos dirá que analizando el producto entre los términos independientes de los factores (o de las raíces) se debe obtener el termino independiente del polinomio de partida por lo que la factorización debería quedar:

$$(x+\mathbf{3})(x-\mathbf{2})(x-\square)=(x+3)(x-2)^2=x^3-x^2-8x+\mathbf{12}$$

Así pues:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3x-10}{x^3-x^2-8x+12}=\frac{0}{0}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+5)(x-2)}{(x+3)(x-2)^2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+5)}{(x+3)(x-2)}$$
$$=\frac{7}{0}\ ind\ tipo\ \infty$$

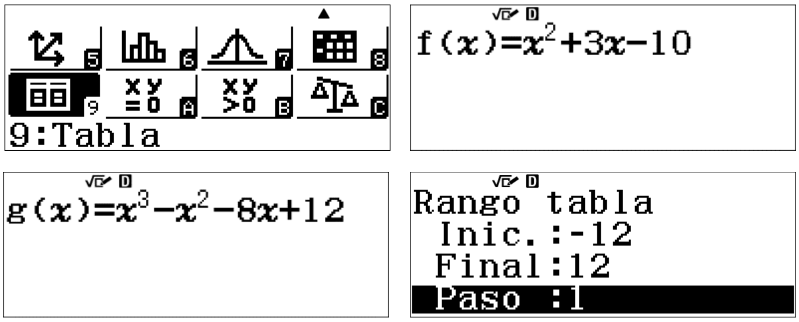
Se analizan los límites laterales en x = 2

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{(x+5)}{(x+3)(x-2)} = \frac{7}{0^-} = -\infty$$

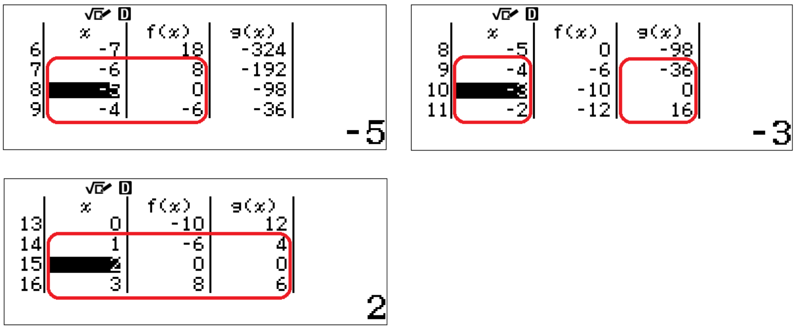
$$\lim_{x\to 2^+} \frac{(x+5)}{(x+3)(x-2)} = \frac{7}{0^+} = +\infty$$

El $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+3x-10}{x^3-x^2-8x+12}$ no existe, y se tiene una asíntota vertical en x = 2

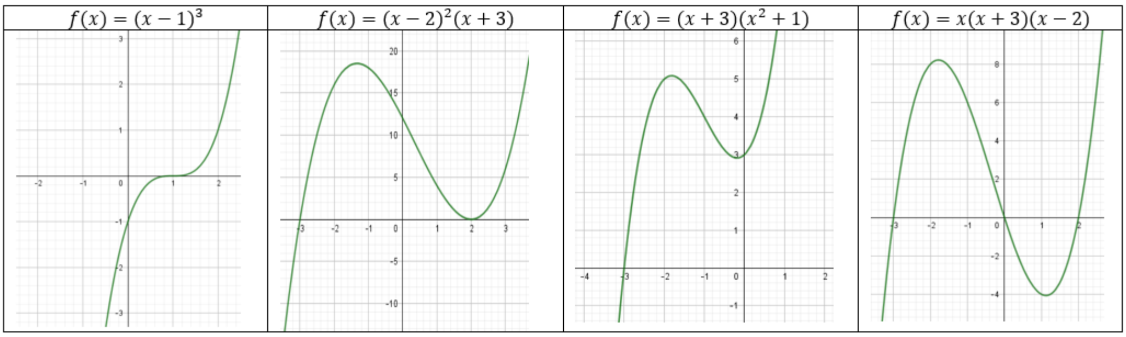
El uso de las tablas de valores también aportó detalles interesantes de aplicación de los Teoremas de Ruffini, del Resto y sus corolarios a la hora de escoger los rangos de las tablas.



Con la búsqueda de los ceros y el análisis del signo de las funciones a su derecha e izquierda, se estaba trabajando el Teorema de Bolzano.



La actividad finalizó con la construcción y análisis de diferentes gráficas de las funciones polinómicas de tercer grado.



Los detractores del uso de estas herramientas lanzan frases como que las calculadoras atrofian la mente, acaban liando al alumnado o hacen difícil y tedioso lo sencillo, y tendrán parte de razón cuando como docentes no proporcionemos a nuestros alumnos la formación necesaria para la gestión de estas herramientas con unos objetivos bien definidos que generen conocimiento matemático. Por el contrario, de ser así se podrá avanzar hacia un modelo en el que prime más el trabajo con datos reales, la investigación, la creación de simulaciones etc.

Las administraciones educativas deben facilitarme los medios y la formación necesaria y yo como docente debo tener esa actitud de no dejar nunca de aprender y poder de esta manera hacer efectiva la implantación de la tecnología en el aula que ayude a conseguir una enseñanza más dinámica de nuestra materia.

5. Descubrir contextos que dan sentido y enriquecen las matemáticas

Y en estos niveles de bachillerato nos seguimos encontrando con preguntas como las que se hace mi alumna Llúcia … pero ¿y todo esto para qué me va a servir? ¿Esto se utiliza para algo? Posibilitar al alumnado descubrir contextos que den sentido a los contenidos y que enriquezcan las matemáticas que están aprendiendo no resulta ser en estos momentos una tarea sencilla, sobre todo en 2º de bachillerato, que se ha convertido en un curso preparador de actividades modelo que aparecen en la Prueba de Acceso a la Universidad.
Bajo mi punto de vista, debería existir un serio debate sobre la conexión entre la secundaria, bachillerato y universidad, como se está haciendo desde un tiempo entre la primaria y la secundaria con los proyectos de transición entre colegio e instituto. No se promueve una discusión sobre contenidos, número de horas, modelo de enseñanza, etc. y la preocupación desde la Universidad parece encorsetada en si el alumnado puede hacer uso, o no, de determinadas calculadoras científicas, gráficas o CAS y su prohibición en las Pruebas de Acceso como responsables de la baja formación matemática con la que llega el alumnado a sus aulas. Curiosa preocupación esta, cuando solamente un bajísimo porcentaje de alumnado de bachillerato trabaja con calculadoras gráficas o CAS u otras herramientas, puesto que al estar prohibidas en las Pruebas de Acceso tampoco el profesorado se preocupa en enseñar haciendo uso de ellas.
El incendio en CAMPOFRÍO, basado en una noticia real, propone un escenario de trabajo que da respuesta a las preguntas de nuestro alumnado y donde el uso de Geogebra y la calculadora se hace imprescindible para facilitar los cálculos.

A las 6.40 de la mañana se ha originado un incendio que está arrasado la planta de industria cárnica de Campofrío en Burgos, sin que se hayan producido heridos. Las llamas están destrozando la totalidad de la fábrica, ubicada en el Polígono de Villafría de la capital burgalesa y en la que trabaja un millar de personas. El fuego, que ha obligado a evacuar a 400 vecinos por la nube de humo tóxico, permanece activo y la principal hipótesis apunta a un cortocircuito.

Los bomberos desplazados al lugar nos explican que el incendio es muy virulento debido a la presencia de material inflamable en la planta de la industria cárnica y tras controlar las llamas y realizar una medición ambiental van a realizar los cálculos necesarios para determinar la superficie de los terrenos que ocupa esta empresa y poder realizar una evaluación de los daños.

El Ejército ha aportado equipos electrógenos para que sea posible seguir trabajando durante toda la jornada y se mantiene activado el Plan de Emergencia Municipal realizándose mediciones ambientales periódicas para detectar cualquier riesgo de toxicidad.

¿Podéis localizar la parcela que ocupa la empresa y ayudar a los bomberos a calcular la superficie para que puedan emitir el correspondiente informe de daños?

Ver vídeo: ¿Se puede calcular la superficie de una parcela irregular?

Canal Youtube INTEGRANT MATEMATIQUES

https://youtu.be/4_mxEOUQT1Y

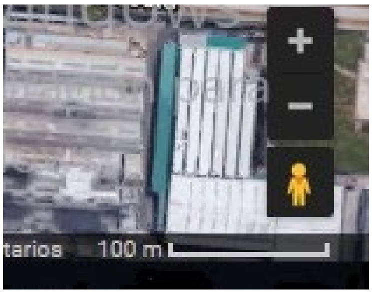
En esta actividad que he desarrollado en 2º de bachillerato se trabaja con vectores, matrices y determinantes. Además, se trata de un problema real donde el alumnado deberá realizar sus búsquedas e investigaciones sobre la noticia, localización de la parcela con herramientas como Google Maps o Google Earth, llevar sus imágenes a

GeoGebra para posteriormente realizar los cálculos de sus determinantes con CASIO Classwiz. Finalmente podrá acudir a la sede del catastro en www.sedecatastro.gob.es y contrastar sus resultados.

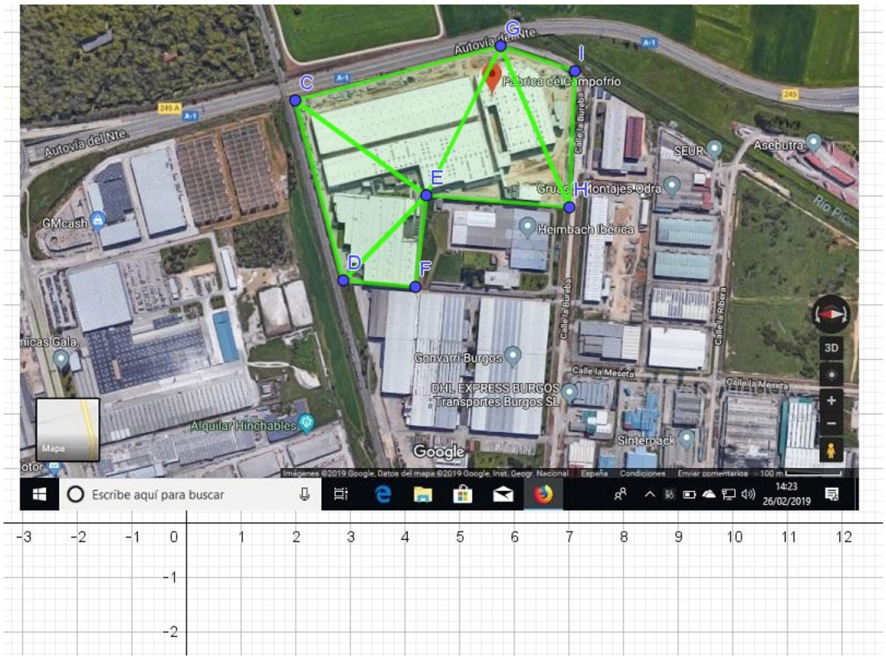
La actividad es fácilmente exportable ya que se pueden crear contextos similares para acceder a datos de superficies de terrenos agrícolas y utilizar el Visor SigPac del Ministerio de Agricultura desde http://sigpac.mapa.es/ con el que contrastar resultados.
Una forma de resolver el problema puede ser la siguiente:

a) Se localiza la parcela en Google Maps.

Es importante que la imagen capturada disponga de la escala correspondiente.

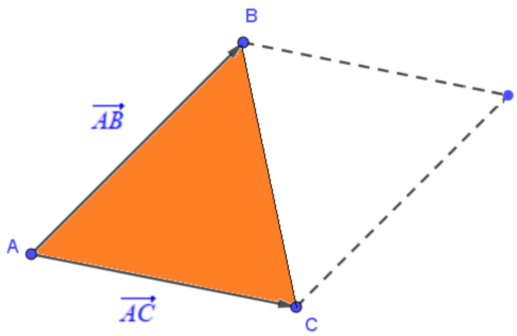


b) Se lleva la imagen a GeoGebra y se ajustan los ejes a la escala de la imagen capturada.



c) El procedimiento es como sigue. Se triangulariza la parcela que se desea conocer la superficie y se puede calcular el área de cada triangulo aplicando el razonamiento que se expone a continuación.

En $\mathbb{R}^3$ se puede calcular el área del triángulo de vértices A, B y C a través del módulo del producto vectorial de los vectores



Sea el triángulo de vértices $A = (x_1, y_1)$ $\quad B = (x_2, y_2)$ $\quad C = (x_3, y_3)$

Se consideran los puntos en $\mathbb{R}^3$ $\; A = (x_1, y_1, 0)$ $\; B = (x_2, y_2, 0)$ $\; C = (x_3, y_3, 0)$

$$\acute{A}rea\ triangulo = \frac{1}{2} \cdot \left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right| = \frac{1}{2} \cdot \left\| \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & 0 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & 0 \end{vmatrix} \right\| =$$

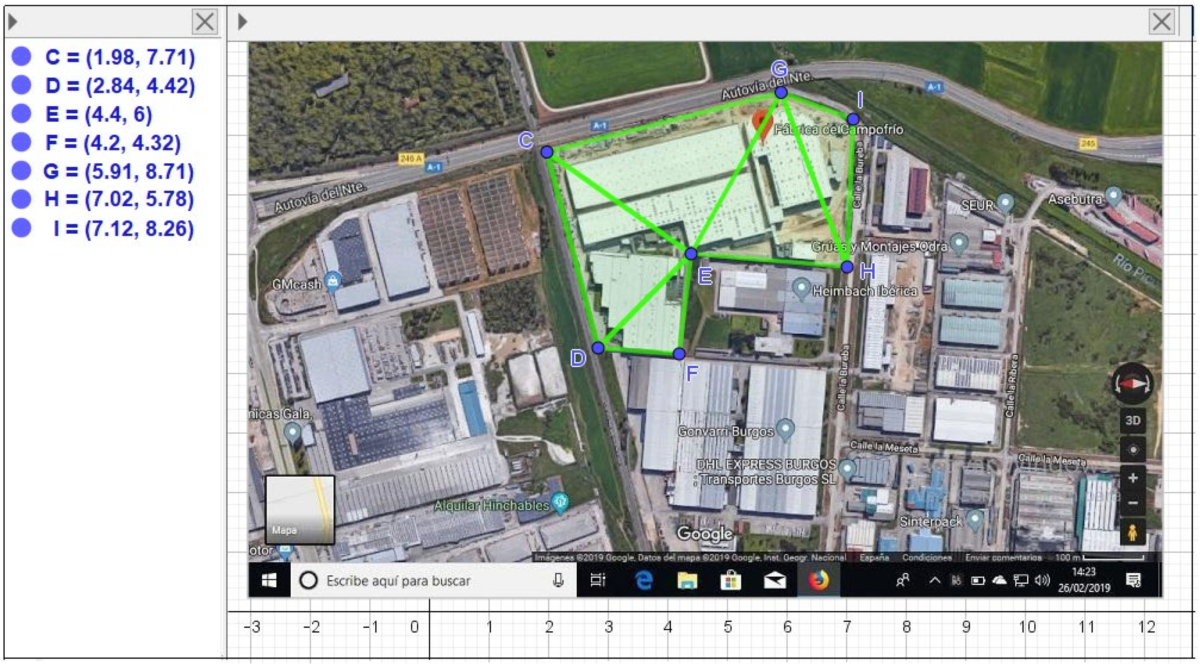
$$= \frac{1}{2} \cdot |(0, 0, (x_2 - x_1) \cdot (y_3 - y_1) - (x_3 - x_1) \cdot (y_2 - y_1))| =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot |[(x_2 - x_1) \cdot (y_3 - y_1) - (x_3 - x_1) \cdot (y_2 - y_1)]| =$$

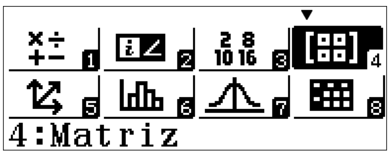
$$= \left| \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix} \right| = \left| \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \right|$$

OBSERVA: $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & 0 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$

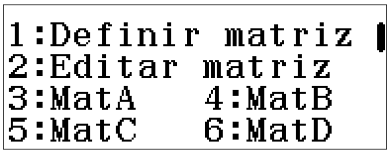
d) Se calcula el área de cada uno de los triángulos que cubren la superficie utilizando los determinantes según se ha explicado anteriormente.

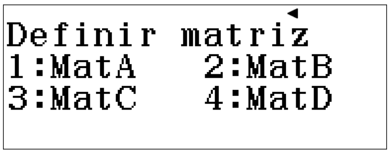


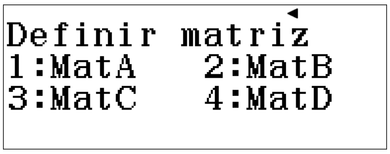
Para ello se va al **Menú 4: Matriz**:

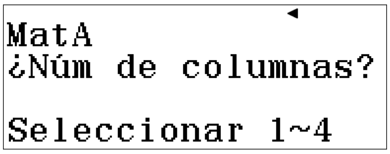


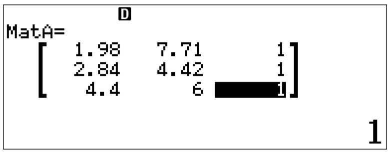
Se define la primera de las matrices y se introducen sus elementos:



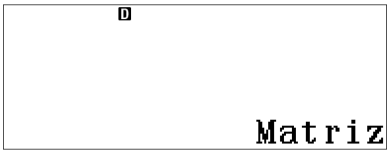








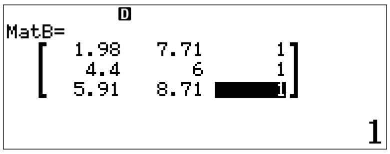
Desde T se escoge la tercera de las opciones para realizar cálculos con la matriz de la siguiente manera:

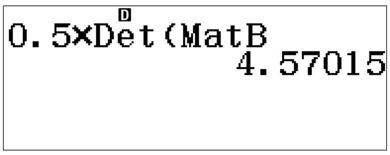


0.5OTR2T3=

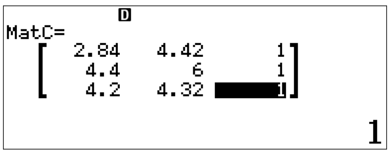
Triángulo $\widehat{CDE}$ $\rightarrow \begin{cases} C = (1.98\,,7.71) \\ D = (2.84\,,4.42) \\ E = (4.4\,,6) \end{cases} \rightarrow \quad A1 = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 1.98 & 7.71 & 1 \\ 2.84 & 4.42 & 1 \\ 4.4 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 3.2456$

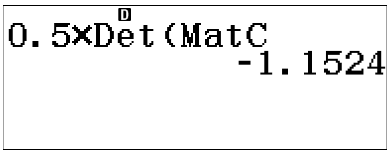
Se procede de la misma forma con cada uno de los triángulos:





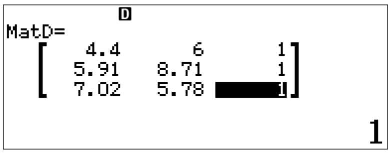
Triángulo $\widehat{CEG}$ $\rightarrow \begin{cases} C = (1.98\,,7.71) \\ E = (4.4\,,6) \\ G = (\,5.91\,,8.71) \end{cases} \rightarrow \quad A2 = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 1.98 & 7.71 & 1 \\ 4.4 & 6 & 1 \\ 5.91 & 8.71 & 1 \end{vmatrix} = 4.57015$

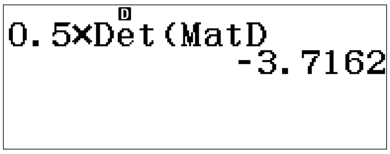




Se toma el área en valor absoluto

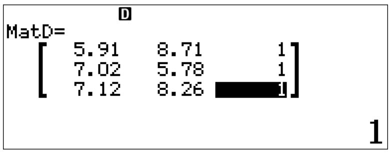
$$\textbf{Triángulo } \widehat{DEF} \rightarrow \begin{cases} D = (2.84\,, 4.42) \\ E = (4.4\,, 6) \\ F = (\,4.2\,, 4.32) \end{cases} \rightarrow \quad A3 = \left| \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 2.84 & 4.42 & 1 \\ 4.4 & 6 & 1 \\ 4.2 & 4.32 & 1 \end{vmatrix} \right| = 1.1524$$

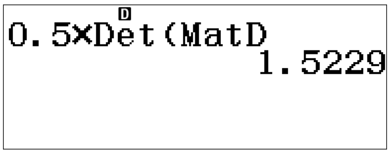




Se toma el área en valor absoluto

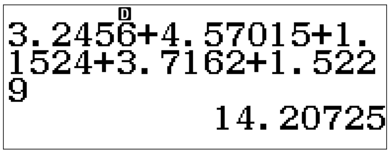
$$\textbf{Triángulo } \widehat{EGH} \rightarrow \begin{cases} E = (4.4\,, 6) \\ G = (5.91\,, 8.71) \\ H = (\,7.02\,, 5.78) \end{cases} \rightarrow \quad A4 = \left| \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 4.4 & 6 & 1 \\ 5.91 & 8.71 & 1 \\ 7.02 & 5.78 & 1 \end{vmatrix} \right| = 3.7162$$





$$\textbf{Triángulo } \widehat{GHI} \rightarrow \begin{cases} G = (5.91\,, 8.71) \\ H = (7.02\,, 5.78) \\ I = (\,7.12\,, 8.26) \end{cases} \rightarrow \quad A5 = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 5.91 & 8.71 & 1 \\ 7.02 & 5.78 & 1 \\ 7.12 & 8.26 & 1 \end{vmatrix} = 1.5229$$

Finalmente se suman los cinco resultados para obtener el área total que deberemos multiplicar por la razón al cuadrado. En nuestro caso se ha utilizado una escala 1: 100 m por lo que deberemos multiplicar la suma total por 10^4.



$$\acute{A}rea\ total = (3.2456 + 4.57015 + 1.1524 + 3.7162 + 1.5229) \cdot 10^4 = 142072{,}5\ m^2$$

Des de la web del Catastro www.sedecatastro.gob.es se pueden contrastar los resultados de la superficie trabajada. Los datos oficiales en el Catastro con Referencia 7194004 VM4879S 00**** son que los terrenos de Campofrío ocupan una superficie de 142090,62 m^2.

Si nuestra profesión es enseñar, también lo es prender, no dejar nunca de aprender para así mejorar nuestras enseñanzas. En nuestra profesión tenemos la obligación de buscar cómo ofrecer lo mejor a nuestro alumnado y asistir su derecho a recibir una educación de calidad. Nuestra profesión es también compromiso con la sociedad para formar ciudadanos más reflexivos, más críticos, que contrasten la información y que por lo tanto decidan con mayor rigor y libertad. Pero requiere también ser exigente con los compromisos y obligaciones del resto de estamentos y colectivos que forman

la comunidad educativa para que nos permitan alcanzar los objetivos de una formación integral de los estudiantes.
Y para finalizar propongo que preguntemos a nuestro alumnado… ¿qué tienen Clash Royale, Fortnite, Brawl Stars o Clash of Claus? ¿Cuántas horas les dedicáis cada día? y que les invitemos a dejar 1/5 del tiempo que emplean en abrir cofres en ese tipo de juegos para dedicarlo a “Clash GeoGebra Royale” o “Calculadora Fortnite” con los que acercarse y descubrir escenarios de aprendizaje diferentes, que les resulten motivadores y atractivos desde la perspectiva de las matemáticas.

Referencias bibliográficas:

Allen Paulos, J. (1993). Más allá de los números. Barcelona. Tusquets Editores

Fabretti, C. (2016). Las matemáticas de la naturaleza. Barcelona: Bonalletra Alcompás.

Vaello Orts, J. (2007). Cómo dar clase a los que no quieren. Madrid: Santillana.

LLUIS BONET JUAN <lluis@iesmarenostrum.com>