

<https://union.fespm.es>

## Conocimiento matemático especializado movilizado por estudiantes para maestro durante el análisis de situaciones de aula sobre polígono

Ana Moreno Martínez, Nuria de los Ángeles Climent Rodríguez

Fecha de recepción: 28/01/2021  
Fecha de aceptación: 24/02/2021

<p><b>Resumen</b></p>	<p>En esta investigación se lleva a cabo un estudio de caso con estudiantes para maestro (EPM) con el objetivo de describir qué conocimiento matemático especializado movilizan durante el análisis de una situación real de enseñanza de la definición de polígono. El análisis se hará teniendo en cuenta el modelo analítico de Conocimiento Especializado del profesor de Matemáticas (MTSK). Los resultados permiten determinar que los EPM movilizan conocimiento limitado en cuanto a definir como práctica matemática. En cambio, activan una amplia variedad de conocimiento didáctico del contenido, en lo relativo a dificultades de los alumnos y en ejemplos como medio para enseñar. <b>Palabras clave:</b> Conocimiento especializado, polígono, estudiante para maestro, análisis de vídeo.</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>In this research, a case study is carried out with prospective teachers with the objective of describing what specialized mathematical knowledge they mobilize during the analysis of a real teaching situation on the definition of polygon. The analysis will be done taking into account the analytical model of the Mathematics Teacher Specialized Knowledge (MTSK). The results allow us to determine that the prospective teachers mobilize a limited knowledge about defining as mathematical practice. On the contrary, they put into play pedagogical content knowledge, about students' difficulties and examples as a mean of teaching. <b>Keywords:</b> Specialized knowledge, polygon, prospective teacher, video analysis.</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>Nesta pesquisa, é realizado um estudo de caso com alunos para professor com o objetivo de descrever quais conhecimentos matemáticos especializados eles mobilizam durante a análise de uma situação real de ensino da definição de polígono. A análise será feita tendo em conta o modelo analítico de Conhecimento Especializado do professor de Matemática (MTSK). Os resultados permitem constatar que a aluno para professores mobiliza conhecimentos limitados em termos de definição como prática matemática. Em vez disso, ativam uma ampla variedade de conhecimentos didáticos de conteúdo, em termos de dificuldades dos alunos e em exemplos como meio de ensino. <b>Palavras-chave:</b> Conhecimento especializado, polígono, aluno para professor, análise de vídeo.</p>

## 1. Introducción

El conocimiento especializado del profesor de Matemáticas, y en particular el de futuros maestros, cobra protagonismo en nuestros días dentro de la investigación en didáctica de la matemática. Así, en trabajos previos se ha estudiado cómo el análisis de situaciones reales de enseñanza en sus clases de formación inicial permite adquirir a estudiantes para maestro (en adelante, EPM) elementos de conocimiento especializado, abriendo la puerta a un aprendizaje potencial en relación con la matemática en general, y con algunos contenidos matemáticos concretos como el concepto de polígono o la clasificación de triángulos (Climent, Romero-Cortés, Carrillo, Muñoz-Catalán y Contreras, 2013).

Tomando esto como referencia, este estudio tratará de contribuir a otras investigaciones y al desarrollo profesional de otros docentes aportando información sobre qué conocimiento matemático especializado activa un grupo de EPM en relación con el concepto de polígono, durante el análisis de vídeos de clases reales. Para poder profundizar en este conocimiento utilizaremos el modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas (*Mathematical Teacher's' Specialised Knowledge – MTSK*) (Carrillo, Climent, Montes, Contreras, Flores, Escudero, Vasco, Rojas, Flores, Aguilar, Ribeiro y Muñoz-Catalán, 2018).

Estudios como el de Contreras y Blanco (2002) dejan en evidencia el conocimiento que poseen los futuros maestros, sobre la enseñanza de las matemáticas. De las carencias encontradas surge la necesidad de conocer en qué medida puede hacer movilizar conocimiento especializado una herramienta como el análisis de clases reales. Esta herramienta, por un lado, puede solventar la desvinculación entre la teoría y la práctica existente en la formación inicial y, por otro lado, acerca a los EPM a la realidad del aula ofreciendo condiciones para la construcción de conocimiento útil (Santagata y Angelici, 2010). Por todo esto, es necesario conocer qué conocimientos movilizan los EPM mediante el análisis de una práctica real para saber si podemos considerar dicho análisis un elemento imprescindible a incluir en un programa de formación inicial en futuros maestros.

Para dar respuesta al objetivo principal de esta investigación partimos de la siguiente pregunta: ¿qué conocimiento matemático especializado sobre el concepto de polígono movilizan los EPM, desde la perspectiva del MTSK, cuando se analiza una situación real de enseñanza?

## 2. Marco teórico

### 2.1. Definir como actividad matemática

Definir es una de las prácticas matemáticas que los docentes deben desempeñar en el aula. Y para realizarla correctamente deben saber qué significa definir, con qué finalidad se define en el ámbito escolar y qué característica debe poseer una buena definición (Pascual, Codes, Martín y Carrillo, 2019).

Según De Villiers (1988) existen dos formas de definir un concepto matemático:

- Definición constructiva (a priori): la definición se obtiene a través de la experimentación.
- Definición descriptiva (a posteriori): el término a definir se va obteniendo a partir de ciertas propiedades, presentadas de manera literal, de las cuales pueden deducirse las restantes.

Van Dormolen y Zaslavsky (2003) recogen las principales características que debe poseer una definición:

- Criterio de jerarquía: debe basarse en otros conceptos previamente definidos.
- Criterio de existencia: debe haber al menos un ejemplo de que el concepto que se define existe en el contexto considerado.
- Criterio de equivalencia: debe ser consistente con otras definiciones del concepto que se den por válidas.
- Criterio de axiomatización: cualquier elemento que se utilice en una definición debe ser definido previamente de manera no circular, excepto los términos indefinidos asumidos como punto de partida en el sistema axiomático en el que se está trabajando.
- Criterio de minimalidad: la definición debe contener única y exclusivamente la información que es estrictamente necesaria.
- Criterio de elegancia: cuando hay que elegir entre dos definiciones equivalentes pueden considerarse criterios como su extensión o su simplicidad.

Son muchas las investigaciones (Escudero, Gavilán, Sánchez-Matamoros, 2014; Contreras y Blanco, 2002) que evidencian las limitaciones al definir por parte de EPM, apreciándose dificultades a la hora de identificar las propiedades necesarias y suficientes de una definición según los criterios ofrecidos con anterioridad.

## 2.2. Análisis de vídeos de clases reales en la formación inicial de maestros

Las herramientas obtenidas directamente de la realidad de las aulas brindan a los EPM la oportunidad de aprender desde la práctica sin estar físicamente presentes en el aula (Borko, Koellner, Jacobs y Seago, 2010). Una de estas herramientas son los vídeos de clases reales, cuyo uso ha crecido significativamente en las últimas décadas (Santagata y Angelici, 2010), y con ello numerosas investigaciones sobre esta herramienta que permite la reflexión de manera colaborativa en el aula de formación inicial (Climent et al., 2013).

Las experiencias de investigaciones sobre el uso del análisis de clases reales (Carrillo y Climent, 2008; Climent et al., 2013) se toman como antecedentes de la problemática que plantea este trabajo. Dichas investigaciones resaltan los beneficios de esta herramienta en la formación de EPM, ya que les permite tanto desarrollar nuevos conocimientos y competencias como el fomento de una mirada profesional (Climent, Montes, Contreras, Carrillo, Liñán, Muñoz-Catalán, Barrera y León, 2016;

Fortuny y Rodríguez, 2012). Podemos resumir los beneficios del uso de vídeos de clases reales en tres funciones claves (Climent et al., 2016):

- Permitir a los EPM analizar con máximo detalle una tarea de enseñanza tanto desde la perspectiva del contenido y su estructura como desde la perspectiva del alumno.
- Solventar la limitación que supone no contar con una práctica real.
- Mostrar a los EPM imágenes que se contraponen a sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en Primaria.

El vídeo de clases reales tomará un papel fundamental dentro de esta investigación, pues será el medio para propiciar el análisis de la práctica real sobre la enseñanza del concepto de polígono.

### 2.3. Mathematical Teacher's Specialised Knowledge (MTSK)

El MTSK (Carrillo et al., 2018) es un modelo de conocimiento especializado del profesor de Matemáticas que nos permitirá poner el foco de atención en el conocimiento que los EPM activan durante el análisis de una situación real de enseñanza-aprendizaje (Climent et al., 2016). Podemos situar los antecedentes principales del MTSK en los trabajos de Lee Shulman (1986) y el modelo propuesto por Ball, Thames y Phelps (2008), *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT).

El MTSK considera el carácter especializado del conocimiento del profesor en todos sus subdominios y los define sin hacer alusión a referentes externos. Por otra parte, mantiene la consideración de dos dimensiones de conocimiento: *conocimiento matemático (MK)* y *conocimiento didáctico matemático (PCK)*. Cada uno de estos dominios se divide en subdominios que explicamos a continuación. El *Conocimiento Matemático*, hace alusión a la necesidad del profesor de poseer un conocimiento matemático sólido para promover en sus alumnos un aprendizaje significativo. Se divide en los siguientes subdominios:

- *Conocimiento de los temas (KoT)*: conocer los contenidos matemáticos y sus significados. Categorías<sup>1</sup>: definiciones, propiedades y sus fundamentos (citamos solo la referida a nuestro objeto de estudio).
- *Conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM)*: conocer relaciones entre contenidos matemáticos. Categorías: conexiones de complejización (citamos solo la referida a nuestro objeto de estudio).
- *Conocimiento de la práctica matemática (KPM)*: capacidad del/a docente para generar conocimiento matemático. Indicadores<sup>2</sup>: condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones (citamos solo la referida a nuestro objeto de estudio).

<sup>1</sup>El sistema de categorías que se presenta en cada subdominio surge de la reflexión teórica y de los datos empíricos con los que se ha trabajado. No se trata de una categorización exhaustiva, pero recoge los datos con los que se cuenta (Flores, Escudero, Montes, Aguilar y Carrillo, 2016). Por razones de espacio solo citamos las categorías que entrarán en juego en este documento; puede encontrarse una descripción completa de las mismas en Carrillo et al. (2018).

<sup>2</sup>En este caso las categorías están en desarrollo; contamos con algunos indicadores.

El *conocimiento didáctico del contenido*, considera el conocimiento didáctico ligado a la labor de enseñar y diferencia tres subdominios:

- *Conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM)*: derivadas de la interacción del alumno con el contenido matemático. Categorías: fortalezas y dificultades; formas de interacción con el contenido matemático; teorías sobre aprendizaje e intereses y expectativas.
- *Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)*: conocimiento que permite al profesor elegir los procedimientos, materiales, representaciones o ejemplos más adecuados para el aprendizaje de un concepto. Categorías: recursos materiales y virtuales; y estrategias, técnicas, tareas y ejemplos.
- *Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)*: conocimiento del/a profesor/a sobre los que los/as alumnos/as deben aprender en un determinado nivel académico, pudiendo venir marcado por el currículo escolar. Categorías: expectativas de aprendizaje; nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado y secuenciación con temas anteriores y posteriores.

### 3. Metodología

Atendiendo a nuestro interés en profundizar en el conocimiento especializado de un grupo de EPM, se ha llevado a cabo un estudio de caso, dentro de un paradigma interpretativo (Stake, 2000). Los datos se categorizarán con el modelo analítico MTSK.

La investigación se desarrolló en un grupo de estudiantes de 4.º del grado de maestro en la Universidad de Huelva, de la materia *Didáctica de la Matemática en la educación primaria: las formas, las figuras y sus propiedades*. El grupo estaba constituido por 70 alumnos, de los que 58 entregaron datos para esta investigación. La información se recogió durante el desarrollo habitual de las sesiones, como tareas dentro de la propia materia. El formador de este grupo de estudiantes era un formador del área de Didáctica de la Matemática, con más de 30 años de experiencia en dicha formación, que había participado anteriormente en varios proyectos formativos.

#### 3.1.1. El vídeo sobre la definición de polígono

En el vídeo que se pide analizar a los EPM se observa, en líneas generales, cómo un maestro trabaja el concepto de polígono desde la perspectiva de una definición constructiva. La actividad se planifica de tal modo que se vaya construyendo la definición de polígono mediante la observación y el análisis de las propiedades y elementos de las figuras dadas (Figura 1). Partiendo de esas figuras se llegará a una definición final de polígono; para ello, se realiza un debate en el que los alumnos realizan sus aportaciones, las cuales son precisas justificar y analizar. Así, de este modo, se llegará a una definición consensuada y constatada con los ejemplos que se van mostrando. El material empleado son figuras (las que se muestran en la figura 1) hechas de cartulina que el maestro va mostrando una a una para clasificarlas (pegándolas en la pizarra) según sus propiedades y el propio

criterio de los alumnos. Se espera que se diferencien los polígonos y no polígonos si bien no se hace explícito a los alumnos.

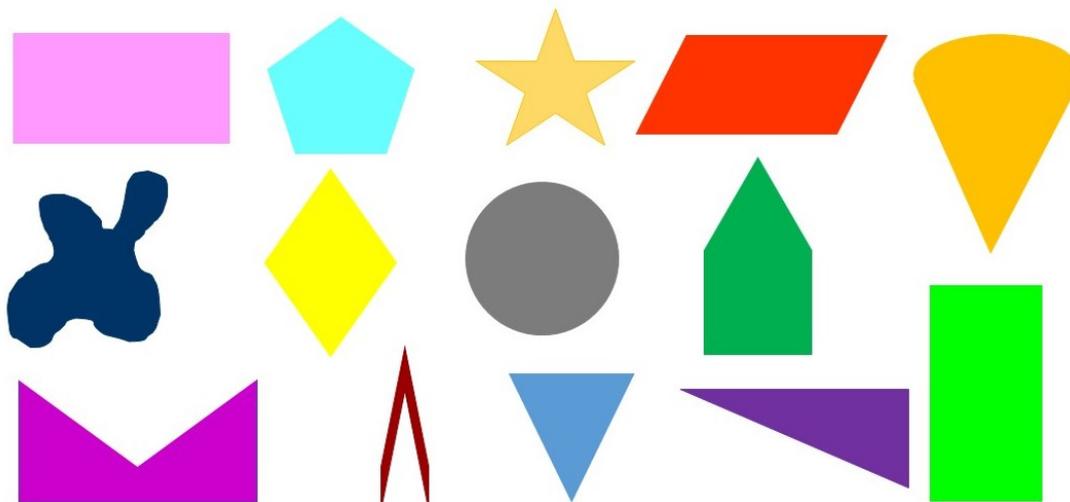


Figura 1. Figuras presentadas a los alumnos de 5.º de Primaria para la construcción del concepto de polígono

### 3.1.2. Instrumentos de recogida de información

El principal instrumento de recogida de información es la tarea realizada por los EPM. Los EPM visualizaron en gran grupo y analizaron individualmente las grabaciones de una clase de 5.º de primaria donde se trabajaba la definición de polígono. Para analizar la sesión los EPM contaban con una plantilla (en la figura 2 se muestra su estructura) en la que se pide considerar: estrategias de pensamiento y dificultades de los alumnos. Ideas intuitivas; contenidos que se trabajan y en qué se pone énfasis; recursos usados: ventajas e inconvenientes.

Aspectos a observar	QUÉ SUCEDE (descripción de lo que ocurre en el aula)	QUÉ INTERPRETO
1. Estrategias de pensamiento y dificultades de los alumnos. Ideas intuitivas.		
2. Contenidos que se trabajan y en qué se pone énfasis.		
3. Recursos usados: ventajas e inconvenientes.		

Figura 2. Plantilla de observación para el análisis de las videograbaciones de la clase de 5º de Primaria

### 3.1.3. Análisis de la información

El análisis de las producciones<sup>3</sup> de los EPM tuvo lugar en varios pasos que explicamos a continuación. En primer lugar se llevó a cabo un análisis vertical<sup>4</sup> de las producciones realizadas por los EPM. Para facilitar el análisis realizamos unas primeras agrupaciones, organizando la información en tablas (figura 3), una tabla por cada uno de los ítems de la plantilla de análisis (por ejemplo, *estrategias de pensamiento y dificultades de los alumnos*), en la que se incluye, como se muestra en el gráfico: la reflexión del EPM en relación al ítem por el que se pregunta, el código de identificación del EPM que se corresponde con sus iniciales y con el número de orden, y el subdominio o subdominios del conocimiento especializado que se le asigna a la reflexión de manera justificada en la columna colindante.

Nombre: Sandra Doque Acellero Torno: 3  
Plantilla: Observación de las producciones de los EPM de Primaria: Actividad 1 (parte 1)

Producciones realizadas por los EPM

Aspectos a observar	QUÉ SUCEDE (descripción de lo que ocurre en el aula)	QUÉ INTERPRETO
1) Estrategias de pensamiento y dificultades de los alumnos. Ideas intuitivas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El primer alumno no comprende que dos triángulos rectángulos forman un rectángulo</li> <li>- Presentan dificultad para nombrar de qué tipo de triángulo se trata.</li> <li>- Idea intuitiva: saben que todo aquello que tiene forma circular pertenece a este grupo (no poligonal)</li> </ul>	<p>Al principio los alumnos no saben qué figuras van a salir, por lo que no tienen definidos los grupos existentes. Hasta que no aparece la primera figura circular, los niños no saben cómo clasificar los triángulos</p>

Ítem 1 de la plantilla de análisis sobre estrategias de pensamiento y dificultades de los alumnos

Nº	Alumno	INFORMACIÓN	JUSTIFICACIÓN DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO ASIGNADO A LA REFLEXIÓN	CONOCIMIENTO QUE SE MOVILIZA
4	S.D.A	"Al principio los alumnos no saben qué figuras van a salir, por lo que no tienen definidos los grupos existentes. Hasta que no aparece la primera figura circular, los niños no saben cómo clasificar las figuras"	Se observa como este EPM justifica el hecho de que el alumno no pueda clasificar las figuras por una falta de criterios para su clasificación y no tener una idea previa de las figuras que se le va a presentar. Observa como los alumnos son capaces de clasificar cuando se le presenta una figura circular. Además, observo que ofrece una ligera idea sobre el concepto de polígono pues ofrece alguna característica, en este caso la forma de sus lados (no recto).	<p>Los alumnos no pueden clasificar por no saber qué conjunto de figuras hay (KFLM dificultades)</p> <p>Los alumnos diferencian la figura circular como no polígono (KFLM formas de interacción)</p> <p>Las figuras circulares no son polígonos (KoT, prop., del. y fórm.)</p>

Tablas de organización de la información para el análisis de las reflexiones de cada uno de los EPM por cada uno de los ítems de la plantilla de análisis

Figura 3. Tablas de organización de los datos segregados por ítems

El análisis de las producciones de los EPM se llevó a cabo de manera lineal, asignando uno o varios subdominios del MTSK a cada reflexión de los EPM. Durante este primer análisis se realizó, lo que Massot, Dorio y Sabadiego (2009) denominan *reducción de la información* pues tratamos de buscar indicadores que resumen la información común extraída y que faciliten la segregación posterior en tablas independientes para cada uno de los subdominios y categorías del MTSK. Este primer análisis de las producciones de los EPM se llevó a cabo, en principio, por la investigadora principal quién durante el proceso de análisis está en constante reflexión, cuestionándose cómo justificar todas las decisiones que toma (sirva de ejemplo la columna "justificación del conocimiento especializado asignado a la reflexión" del gráfico de la figura 2) en cuanto a la asignación de una u otra

<sup>3</sup> Llamamos producciones a la tarea de completar la plantilla de análisis del video que los EPM realizan.

<sup>4</sup> Le llamamos vertical, inspirándonos en Carrillo (1997), porque comparamos los indicadores que describen ideas similares de los EPM y su asignación a subdominios y categorías. En nuestro caso la coherencia no se busca en los indicadores de un mismo informante sino en relación con un mismo ítem de la plantilla de análisis y su asignación a MTSK.

categoría. No obstante, con el objetivo de que el análisis fuera lo más exacto y riguroso posible, se han llevado a cabo sesiones de debate con la intervención de la directora de esta investigación quién actuaba como coinvestigadora, realizando aportes científicos y operativos en cuanto a la asignación de una u otra categoría o subdominio.

El siguiente y último paso del análisis consistió en segregar la información de cada una de las tablas de organización en tablas independientes para cada uno de los subdominios, categorías e indicadores del MTSK (figura 4) las cuales han servido, además de para extraer los resultados de manera más detallada, para realizar un análisis horizontal<sup>5</sup> de los datos.

Sub	Categoría	Evidencia-indicio		Sub	Categoría	Evidencia-indicio	
		Unidad de información	Indicador			Unidad de información	Indicador
KoT	Definición, propiedades y sus fundamentos	E.M.G.T1.1 "... el primer alumno en un primer momento no iba a clasificar el triángulo con el rectángulo, imagino que por el número de lados"	Los poligonos se pueden clasificar por el nº de lados (KoT; definiciones, propiedades y sus fundamentos)	KFLM	Fortalezas y dificultades	E.M.G.T1.1 "Los alumnos no tienen afianzados los conocimientos sobre poligonos"	Los alumnos en este nivel no dominan el concepto de poligono (KFLM; dificultades)
		F.C.R. T1.2 "La clasificación de poligonos se podría organizar en subcategorias con semejanzas"	Los poligonos se pueden clasificar en subcategorias, según semejanzas (KoT; definiciones, propiedades y sus fundamentos)			A.M.M.R. T1.1 " Los alumnos no acaban de aprender el concepto de poligono"	
		F.D.D. T1.1 "Los compañeros le ayudan viendo las similitudes. Podría haberlos clasificado en cuadriláteros y triángulos al no tener patrones de clasificación"	Las figuras geométricas pueden tomar otra clasificación que no sea poligono/no poligono (KoT; definición, propiedades y sus fundamentos)			R.P.B. T1.1 "Los alumnos tienen confusiones respecto a algunas figuras, y creen que algunas no poligonales son poligonales"	
		M.R.C. T1.1 "Al dejar la actividad en la intuición de los niños es posible que la clasificación hubiera tomado otro sentido"				J.M.B. T1.1 "Presentan dificultades cuando observan una figura con una línea poligonal"	
		B. C. C. T1.1. "Los alumnos en 5º no saben clasificar las figuras por cualquier otra propiedad más compleja"				M.E.R. S. T1.1 "Los alumnos asemejan los poligonos irregulares como figuras poligonales"	
						F.C.R. T1.2	
						B.C.C. T1.1. "Tienen dificultades para establecer que los extremos de los lados están unidos y el poligono cerrado"	Los alumnos no poseen la idea de que los lados de un poligono se unen y forman una figura cerrada (KFLM; dificultades)
Sub	Categoría	Evidencia-indicio		Sub	Categoría	Evidencia-indicio	
		Unidad de información	Indicador			Unidad de información	Indicador
KMLS	Secuenciación con temas anteriores y posteriores	B. C. C. T1.1. "Los alumnos en 5º no saben clasificar las figuras por cualquier otra propiedad más compleja propia de los niveles superiores de la etapa"	El conocimiento de propiedades más complejas corresponden a niveles superiores al tercer ciclo (KMLS; secuenciación con temas anteriores y posteriores)	KMT	Recursos materiales y virtuales	F.D.D. T1.1. "Los alumnos construyen una definición de figuras poligonales a partir de los conocimientos que tienen y el refuerzo visual de las figuras de la pizarra"	El material usado por el maestro supo un refuerzo visual que facilita a los alumnos la construcción del concepto de poligono (KMT; recursos materiales y virtuales)
		F.D.D. T1.1 y 2. "En 6º estos conocimientos deben estar adquiridos para poder pasar a áreas y perímetros"	Los contenidos de área y perímetro se trabaja posteriormente al concepto de poligono (KMLS; secuenciación con temas anteriores y posteriores)			B.D.M. T1.1. "Podría haber utilizado figuras macizas"	Un material alternativo podrían haber sido figuras macizas (KMT; recursos materiales y virtuales)
		E.R.S. T1.1 y 2. "(...)es en 6º cuando se trabaja área perímetro"	Las figuras planas es un contenido trabajado en cursos anteriores al tercer ciclo (KMLS; secuenciación con temas anteriores y posteriores)			J.C.L. T1.1 "Como ventaja es que las figuras son manipulables y los alumnos visualizan mejor las figuras"	El recurso empleado facilita la visualización y distinción entre figura por su carácter móvil y manipulable (KMT; recursos materiales y virtuales)
		R.P.L. T1.1. "Los alumnos están haciendo un recordatorio de las figuras planas que ya han dado"	La clasificación entre poligonos y no poligonos precede al contenido de poligonos regulares e irregulares (KMLS; secuenciación con temas anteriores y posteriores)			M.C.J.C. T1.1. "Al ser figuras manipulables los alumnos ven mejor las características de las figuras para distinguirlas"	

Figura 4. Ejemplos de tablas de organización de la información en subdominios y categorías del MTSK.

A continuación, presentamos un esquema que resume los pasos del análisis comentado anteriormente.

<sup>5</sup>Usamos análisis horizontal inspirándonos, también, en Carrillo (1997). En esta ocasión, comparamos indicador por indicador con la intención de evitar indicadores repetidos ocasionados por una errónea redacción o, incluso, posibles incoherencia debidas a una mala interpretación o apreciación de las investigadoras.

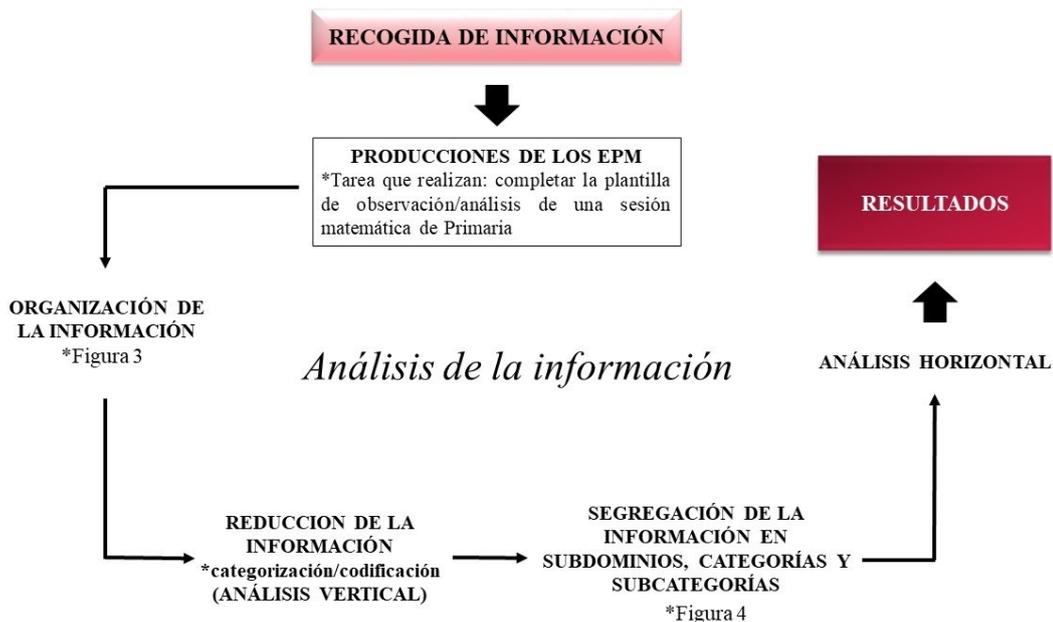


Figura 5. Esquema del análisis de la información.

### 3. Resultados

A continuación, presentaremos los resultados obtenidos organizándolos en subdominios; distinguiendo, a su vez, las categorías que constituyen cada uno de los subdominios y estableciendo distinción entre sus indicadores. Además, aportaremos unidades de información que ilustran el conocimiento que se moviliza. Así mismo, al final de la redacción de los resultados de cada categoría se aportará una tabla con todos los indicadores obtenidos sobre dicha categoría.

En líneas generales, los EPM movilizan conocimiento sobre la mayoría de las categorías que se establecen en el modelo analítico MTSK. No obstante, debido a un problema de espacio y considerando la relevancia de los resultados hemos decidido ofrecer mayor importancia y destacar de manera más detallada los resultados obtenidos en los subdominios *KPM*, pues refleja la dificultad que los EPM tienen para establecer una correcta definición matemática en un contexto escolar; coincidiendo con otras investigaciones como la de Pascual et al. (2019). También, destacaremos el conocimiento movilizado sobre el subdominio *KFLM*, por dos motivos que consideramos evidentes. En primer lugar, porque aparece con mayor frecuencia entre las reflexiones de los EPM y, en segundo lugar, porque refleja significativamente cómo el análisis de situaciones reales de enseñanza-aprendizaje acerca a los EPM a la realidad del aula permitiéndoles centrarse y movilizar conocimiento sobre las características del aprendizaje de los alumnos, una cuestión que bien podría considerarse un elemento específico del ámbito de la docencia. Y, por último, también haremos mención especial al subdominio *KMT*, por el mismo motivo que el subdominio que mencionábamos anteriormente, por su frecuente movilización entre los EPM y porque el conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas también podría considerarse un elemento específico del ámbito de la

enseñanza de las matemáticas. Así mismo, es necesario destacar que este subdominio es el más frecuente entre las expresiones de conocimiento de los EPM, sobre todo, la categoría que hace alusión a los *ejemplos*.

En primer lugar, haciendo referencia al subdominio del *conocimiento de la práctica matemática (KPM)*, dos EPM hacen alusión en sus reflexiones a definir cómo una práctica matemática lo que asociamos a la *categoría condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones*.

- N.L.G.2. “Pienso que para crear una definición no hay que hacer la diferencia con la otra clasificación para poder saber las características”.
- N.G.Y.20. “No creo que sea la forma más adecuada de crear una definición, solamente poniendo por lo que está compuesto un polígono”.

En estas dos reflexiones se puede observar cómo el primer EPM determina que se puede generar la definición de polígono atendiendo únicamente a sus características (KPM1), mientras que el segundo considera que los elementos que componen un polígono no son suficientes para generar su definición (KPM2). Podemos considerar que el primer EPM excluye la negación en las definiciones matemáticas y puede hacer referencia al criterio de minimalidad. Sin embargo, no es algo que podamos asegurar, pues puede que solo se esté guiando por la economización del lenguaje. Asimismo, el segundo EPM puede estar pensando en facilitar la comprensión del concepto de polígono a los alumnos<sup>6</sup>.

<b>KPM (condiciones necesarias y suficientes para generar una definición)</b>
<b>KPM1:</b> Se puede generar la definición de polígono atendiendo únicamente a sus características.
<b>KPM2:</b> Los elementos que componen un polígono no son suficientes para generar su definición.

**Tabla 1.** Indicadores de “Condiciones necesarias y suficientes para generar una definición”

En el dominio del MTSK *conocimiento didáctico del contenido*, ha sido donde más movilización de conocimiento hemos evidenciado. Y dentro de este dominio, la categoría de los *ejemplos* del subdominio *conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)* ha sido la que con mayor frecuencia ha aparecido en nuestro análisis. Seguidamente, el subdominio *características de aprendizaje (KFLM)* inherentes al contenido del concepto de polígono es el segundo más movilizado, especialmente, la categoría de las *dificultades*.

Gran parte de los EPM prestan atención a cómo los alumnos de Primaria interactúan con el contenido matemático trabajado o cuáles son las fortalezas de su aprendizaje; pero, sobre todo, a qué dificultades parecen tener. En relación a las dificultades hay tres tendencias claras entre las reflexiones de los EPM. En primer lugar, muchos consideran que los alumnos no dominan completamente el concepto de polígono (KFLM/D1) suponiendo un importante obstáculo en su aprendizaje:

<sup>6</sup>Con alumnos nos estamos refiriendo a los discentes de 5.º de Primaria que aparecen en la videograbación que nuestros EPM deben analizar.

- E.M.G.1. *“Los alumnos no tienen afianzado el concepto de polígonos”.*
- A.A.M.30. *“El alumno no tiene claro las características de los polígonos”.*

En segundo lugar, identifican dificultades de los alumnos a la hora de clasificar, y aquí, la mayoría de los EPM comparten que los alumnos no pueden clasificar las figuras porque el maestro no ha ofrecido criterio de clasificación (KFLM/D14). Entre las reflexiones de los EPM destacamos:

- C.D.R.25. *“El criterio dado por el maestro es bastante amplio, el alumnado necesita una explicación más detallada”.*

Además, hay otras dificultades que presentan los alumnos a la hora de clasificar, según los EPM. Por ejemplo, B.B.C.7 expone que *“No es capaz de relacionar propiedades y características entre varias figuras, lo que no le permite clasificar”*, que podría resumirse cómo: los alumnos no pueden clasificar porque no son capaces de relacionar propiedades y características entre las figuras (KFLM/D10). Y en relación a esta dificultad podría estar la que exponen varios EPM, como EMG.1: *“El primer alumno no iba a clasificar el triángulo con el rectángulo, imagino que por el número de lados”*, es decir, para los alumnos es poco natural clasificar en un mismo grupo polígonos con distinto número de lados (KFLM/D12).

Y, en tercer lugar, hay EPM que movilizan conocimiento sobre dificultades de los alumnos en relación a las figuras que se les presentan. Algunos EPM exponen que el número limitado de ejemplos puede suponer un problema para los alumnos ya que estos podrían pensar que son los únicos polígonos existentes (KFLM/D19). Otros EPM prestan más atención a la incidencia de las figuras prototípicas y consideran que los alumnos no reconocen una figura presentada en posición distinta a la habitual (KFLM/D18) expresándolo de la siguiente manera:

- B.D.M.31: *“Los alumnos dudaron por la posición del triángulo”.*

#### KFLM (dificultades)

- KFLM/D1:** Los alumnos en este nivel no dominan el concepto de polígono.
- KFLM/D2:** Los alumnos no poseen la idea de que los lados de un polígono se unen y forman una figura cerrada.
- KFLM/D3:** Los alumnos no poseen los conceptos de borde, interior y exterior de una figura.
- KFLM/D4:** Para los alumnos es poco relevante que un polígono tenga el mismo número de lados que de ángulos.
- KFLM/D5:** Los aspectos en común de los polígonos y de los no polígonos suponen un problema para los alumnos.
- KFLM/D6:** Los alumnos solo reconocen como polígonos las figuras regulares.
- KFLM/D7:** Para los alumnos todas las figuras con lados rectos son polígonos.
- KFLM/D8:** Los alumnos no tienen adquirido el concepto de lado.
- KFLM/D9:** Los alumnos en este nivel no dominan los diferentes tipos de figuras geométricas.
- KFLM/D10:** Los alumnos no relacionan propiedades y características entre las figuras geométricas planas.
- KFLM/D11:** Para los alumnos es poco natural clasificar en un mismo grupo figuras con distinto número de lados.
- KFLM/D12:** Para los alumnos es poco natural clasificar en un mismo grupo figuras con lados de distinto tamaño o forma.

<p><b>KFLM/D13:</b> Los alumnos no son capaces de clasificar figuras porque no conocen el conjunto de figuras que se le va a presentar.</p> <p><b>KFLM/D14:</b> Los alumnos no pueden clasificar las figuras porque no les han ofrecido un criterio claro de clasificación.</p> <p><b>KFLM/D15:</b> Los alumnos no conocen una figura presentada de manera diferente a la habitual.</p> <p><b>KFLM/D16:</b> Los alumnos no son capaces de diferenciar entre triángulo y sector circular.</p> <p><b>KFLM/D17:</b> Resulta complejo para los alumnos atender a más de una característica a la vez para clasificar las figuras.</p> <p><b>KFLM/D18:</b> Los alumnos no conocen el nombre de las figuras presentadas como ejemplos si se le muestra de manera distinta a la prototípica.</p> <p><b>KFLM/D19:</b> Los alumnos podrían no identificar otras figuras fuera de los ejemplos propuestos.</p>
---

**Tabla 2.** Indicadores de “Dificultades”

A pesar de que el conocimiento movilizado sobre las dificultades es mucho mayor, también hay EPM que hacen referencia a las potencialidades de los alumnos. La mayoría de las *fortalezas* que aparecen hacen alusión al conocimiento que los alumnos tienen sobre el concepto de polígono y sus propiedades, pudiéndose resumir en: los alumnos saben que los polígonos tienen sus lados rectos, tienen ángulos y vértices (KFLM/F1). Un ejemplo sería la siguiente reflexión: A.L.M.38. “*la ventaja es que todos ven y diferencian bien las figuras rectas de las curvas*”.

KFLM (fortalezas)
<p><b>KFLM/F1:</b> Los alumnos saben que los polígonos tienen los lados rectos, ángulos y vértices.</p> <p><b>KFLM/F2:</b> Los alumnos diferencian correctamente las figuras de lados rectos de las figuras de lados curvos.</p> <p><b>KFLM/F3:</b> Los alumnos conocen algunas de las figuras presentadas y sus propiedades.</p>

**Tabla 3.** Indicadores de “Fortalezas”

Por último, en la categoría, *forma de interacción de los alumnos con el concepto de polígono*, la mayoría de las reflexiones giran en torno a cómo clasifican los alumnos. Lo que más ha captado la atención de los EPM reside en que los alumnos clasifican las figuras en polígonos y no polígonos realizando una comparación entre ellas (KFLM/F11):

- R.L.E.16. “*Concretamente realizan dos grupos. Por un lado, figuras no poligonales y por otro, las poligonales*”.

Otra manera de clasificar de los alumnos en la que también centran sus reflexiones los EPM se refiere a que clasifican las figuras atendiendo a si sus lados son rectos o curvos (KFLM/F13). Además los EPM también focalizan su atención en cómo construyen los alumnos la definición de polígono; así, los EPM exponen que los alumnos construyen la definición de polígono centrándose en los elementos que los componen (KFLM/F15) tal y como expone M.P.G.11. “*Los alumnos se centran en aspectos como lado, ángulo, vértice... para construir la definición de polígono*”.

KFLM (formas de interacción con un contenido matemático)
<b>KFLM/FI1:</b> Los alumnos clasifican las figuras en polígonos y no polígonos realizando una comparación entre ellas.
<b>KFLM/FI2:</b> Los alumnos entienden que la clasificación debe ser dicotómica.
<b>KFLM/FI3:</b> Los alumnos clasifican las figuras según las formas de sus lados (rectos o curvos).
<b>KFLM/FI4:</b> Los alumnos clasifican la circunferencia como no poligonal porque posee lados curvos.
<b>KFLM/FI5:</b> Los alumnos construyen la definición de polígono centrándose en los elementos que los compone.
<b>KFLM/FI6:</b> Los alumnos se centran en las figuras que le resultan más familiares para establecer una clasificación.
<b>KFLM/FI7:</b> Los alumnos coinciden en la característica “lados rectos” porque la han observado repetida en varias figuras.
<b>KFLM/FI8:</b> Los alumnos relacionan el sector circular con una porción de pizza.
<b>KFLM/FI9:</b> Los alumnos asocian las figuras a elementos de la vida cotidiana.

Tabla 4. Indicadores de “Formas de interacción con un contenido matemático”

Dentro del subdominio *conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)* hemos evidenciado movilizaciones de conocimiento especializado en todas sus categorías, excepto en la categoría *teorías de enseñanza*.

En líneas generales, en relación a las *estrategias* los EPM hacen referencia a la forma de trabajar el concepto de polígono, es decir, a que la definición de polígono es construida por los propios alumnos (KMT/ES1), dejando atrás una metodología transmisiva y poco motivadora:

- A.M.A.40. “Abandona las definiciones abstractas de los libros, son los propios alumnos quienes crean una definición”.

Hay otros aspectos que captan la atención de los EPM y que les permiten movilizar *KMT (estrategias)*. O.O.O.5 expone que “El maestro guía a los alumnos para que coloquen las figuras en el lado de los polígonos”, fijándose en que el maestro, guía a los alumnos para que se centren, principalmente, en los polígonos (KFLM/ES1). Asimismo, B.D.M.31 expresa que “El maestro (...) primero dejó separar en varios (sin decir cuántos) grupos cuando se separaron en dos grupos (...)” haciendo hincapié en el hecho de que el maestro no establece un número concreto de grupos para clasificar las figuras, dejando a los alumnos libertad para clasificar según su criterio (KMT/ES2).

KMT (estrategias)
<b>KMT/ES1:</b> El maestro guía a los alumnos para que se fijen, principalmente, en el grupo de los polígonos.
<b>KMT/ES2:</b> El maestro no establece un número concreto de grupos para clasificar las figuras.
<b>KMT/ES3:</b> La definición de polígono es construida por los propios alumnos.
<b>KMT/ES4:</b> La definición de polígono se va construyendo a partir de las características de los polígonos.
<b>KMT/ES5:</b> La disyuntiva entre borde e interior puede usarse para construir la definición de polígono.
<b>KMT/ES6:</b> El uso de los conceptos de lado y ángulo puede ayudar a construir la definición de polígono.

**Tabla 5.** Indicadores de “Estrategias”

En cuanto a la categoría *recursos materiales*, hay una opinión generalizada: el usado en el aula es un recurso que se sale del uso habitual del libro, de fácil y rápida elaboración y que facilita a los alumnos la visualización de las características de las figuras (KMT/M2). Además, también se destaca como una ventaja su carácter manipulativo y la capacidad para poder hacer una gran variedad de figuras (KMT/M3). Únicamente un EPM ofrece la idea de un material alternativo al propuesto por el maestro, el uso de figuras macizas (KMT/M2).

<b>KMT (recursos materiales y virtuales)</b>
<b>KMT/M1:</b> El material usado por el maestro supone un refuerzo visual que facilita a los alumnos la construcción del concepto de polígono.
<b>KMT/M2:</b> Un material alternativo podrían haber sido figuras macizas.
<b>KMT/M3:</b> El recurso empleado facilita la visualización y distinción entre figuras por su carácter móvil y manipulable.

**Tabla 6.** Indicadores de “Recursos materiales y virtuales”

Y, como última categoría del *KMT*, hemos encontrado movilizaciones de conocimiento en referencia a la *tarea*. Y, aquí, llama la atención cómo para algunos EPM la tarea es acertada y novedosa para construir el concepto de polígono (KMT/T2), tal y como expresa F.J.P.C.8. *“Es recomendable para que los niños conozcan la definición de polígono, no plasmada y dada, sino reflexionándola”*. Y, en cambio, para otros la tarea desarrollada no es suficiente para construir la definición de polígono (KMT/T1). La idea que más se repite sobre la tarea hace alusión a su objetivo, estableciendo que la finalidad de la tarea es construir el concepto de polígono, diferenciándolos de los no polígonos (KMT/T3):

- CH.21. *“Con la actividad se quiere llegar a dos grupos: las figuras poligonales y las figuras no poligonales y así construir la definición de polígono”*.

<b>KMT (tareas)</b>
<b>KMT/T1:</b> La tarea desarrollada no es suficiente para construir la definición de polígono.
<b>KMT/T2:</b> La actividad empleada es acertada y novedosa para construir el concepto de polígono.
<b>KMT/T3:</b> La finalidad de la actividad es construir el concepto de polígono, diferenciándolos de los no polígonos.
<b>KMT/T4:</b> La finalidad de la actividad es adquirir conocimientos básicos sobre geometría.

**Tabla 7.** Indicadores de “Tareas”

El conocimiento especializado que con mayor frecuencia han movilizado los EPM es sobre los *ejemplos*. Este conocimiento podría ordenarse en 6 grupos, ya que a pesar de que dentro de cada uno de estos grupos se hace alusión a aspectos muy específicos, guardan un elemento en común.

El primer grupo se refiere a los ejemplos que aparecen en los libros de texto mostrando un desacuerdo con dichos ejemplos. Señalan que los ejemplos de

polígonos que normalmente aparecen en los libros de texto son escasos (KMT/E1) y que ocasionan dificultades en los alumnos por ser poco diversos y prototípicos (KMT/E2). Dos ejemplos de este conocimiento serían las siguientes reflexiones:

- E.R.S.39. *“...En el libro de texto enseñan lo qué es un polígono y ponen algunas figuras, nada más”.*
- C.F.42. *“Siempre con los mismo ejemplos y escasos en los libros de texto”.*

El segundo grupo se centra en los ejemplos propuestos en el aula. Por un lado, hay EPM que enfocan sus reflexiones en la finalidad o en las posibilidades que ofrece a los alumnos esos ejemplos. Y, por otro lado, hay EPM que se centran en las ventajas o desventajas de los ejemplos usados.

En cuanto a la utilidad de los ejemplos algunos EPM afirman que sirven para confirmar/refutar las características de los polígonos (KMT/E3) y aseguran que los ejemplos propuestos son de gran ayuda para la construcción del concepto de polígono (KMT/E4). Y en cuanto a los beneficios y desventajas de los ejemplos presentados, hay cierta discrepancia, aunque es cierto que se aprecian, en mayor medida, ventajas y beneficios que desventajas. Dentro de estos aspectos positivos, el más repetido es que los ejemplos presentados (tanto de polígonos como de no polígonos) son acertados, variados y suficientes para la construcción del concepto de polígono (KMT/E6):

- M.C.J.C.3: *“Ejemplos variados y abundantes”.*

Hay varios EPM que discrepan con esta idea considerando que el conjunto de ejemplos es insuficiente e inadecuado pues no recoge la variedad de los polígonos y faltan no ejemplos (KMT/E17), como bien expresa:

- M.G.M.1: *“Hay ejemplos que no se muestran y serían interesantes”.*

C.F.42 expresa lo siguiente: *“Los ejemplos no son los típicos que aparecen en los libros de texto”* de aquí podemos extraer que el EPM ve un aspecto positivo el hecho de que los ejemplos presentados posean un carácter novedoso y no prototípico (KMT/E8). Y este es otro aspecto en el que existe discrepancia entre los EPM, puesto que el EPM, I.T.D.46 expone en su reflexión: *“Las figuras utilizadas salen de manera frecuente en los libros”* en la cual podemos observar que considera que los ejemplos usados son prototípicos (KMT/E9).

El tercer grupo hace alusión a cómo benefician o perjudican los ejemplos propuestos el aprendizaje de los alumnos. Dentro de este grupo, hemos evidenciado un único beneficio que aparece de manera repetitiva y hace alusión a que los ejemplos presentados son comunes y fácilmente reconocibles por los alumnos (KMT/E7). Por lo contrario, hay varios EPM que ven una desventaja en los ejemplos propuestos, ya que consideran que los alumnos podrían no identificar otras figuras fuera de los ejemplos propuestos debido a que se presenta una cantidad acotada de figuras (KMT/E20).

El cuarto grupo tiene que ver con los ejemplos de la vida cotidiana del alumno. Existe cierta tendencia entre los EPM en considerar que sería conveniente el uso de

ejemplos cercanos al contexto del alumno (KMT/E11), ya que esto facilitaría su aprendizaje.

El quinto grupo habla del número de ejemplos, el cual crea, también, cierto desacuerdo entre dos de los EPM, quienes exponen que:

- J.R.C.47: *“El profesor utiliza pocos ejemplos algo que puede considerar positivo”*.
- J.C.L.50: *“La gran variedad de ejemplos ayuda pero también puede suponer un obstáculo”*.

De estas reflexiones extraemos que el primer EPM considera que el uso de pocos ejemplos puede ayudar a profundizar en las características de las figuras (KMT/E18). Mientras que el otro considera que el número de ejemplos es abundante, de este modo consideramos que el EPM cree que una variedad excesiva de ejemplos puede crear dudas en los alumnos (KMT/21).

El sexto grupo se refiere al uso de no ejemplos, y aquí se observan dos tendencias claras. Por un lado, hay un grupo de EPM que aprecian el uso de no ejemplos como un elemento útil para la construcción del concepto de polígono (KMT/E12). Dentro de estos se observa cierto descontento ante la insuficiencia del número de no ejemplos usados. Y, por otro lado, están los EPM que no encuentran útil el uso de no ejemplos para la construcción del concepto de polígono (KMT/E13).

#### KMT (ejemplos)

**KMT/E1:** Los ejemplos de polígonos que, normalmente, aparecen en los libros de texto son escasos.

**KMT/E2:** Los ejemplos usados en los libros de texto ocasionan dificultades en los alumnos por ser poco diversos y prototípicos.

**KMT/E3:** Los ejemplos propuestos sirven para confirmar/refutar las características de los polígonos.

**KMT/E4:** Los ejemplos propuestos son de gran ayuda para la construcción del concepto de polígono.

**KMT/E5:** Los ejemplos propuestos permiten a los alumnos prestar atención a las diferentes características de los polígonos.

**KMT/E6:** Los ejemplos presentados (tanto de polígonos como de no polígonos) son acertados, variados y suficientes.

**KMT/E7:** Los ejemplos presentados son comunes y fácilmente reconocibles por los alumnos.

**KMT/E8:** Los ejemplos usados son novedosos y no prototípicos.

**KMT/E9:** Los ejemplos usados son prototípicos.

**KMT/E10:** Los ejemplos propuestos son fácilmente comparables con objetos cotidianos.

**KMT/E11:** Sería conveniente el uso de ejemplos cercanos al contexto del alumno.

**KMT/E12:** El uso de no ejemplos es útil para la construcción del concepto de polígono.

**KMT/E13:** El uso de no ejemplos no es útil para la construcción del concepto de polígono.

**KMT/E14:** Los no ejemplos son insuficientes para que ayuden a los alumnos a distinguir entre polígonos y no polígonos.

**KMT/E15:** El ejemplo de la estrella se usa para incitar a los alumnos a que observen que tiene todos sus lados iguales.

**KMT/E16:** El sector circular es el principal no ejemplo usado para establecer diferencias entre polígonos y no polígonos.

**KMT/E17:** El conjunto de ejemplos presentados es insuficiente e inadecuado porque no recoge toda la variedad posible.

<p><b>KMT/E18:</b> El uso de pocos ejemplos puede ayudar a profundizar en las características de los polígonos.</p> <p><b>KMT/E19:</b> El ejemplo del rectángulo no es adecuado.</p> <p><b>KMT/E20:</b> Los alumnos podrían no identificar otras figuras fuera de los ejemplos presentados.</p> <p><b>KMT/E21:</b> El número de ejemplos es excesivo y podría ocasionar dificultades entre los alumnos.</p>
---

Tabla 8. Indicadores de “Ejemplos”

En resumen, como puede apreciarse es mucho mayor el conocimiento movilizado sobre las características propiamente dichas de la enseñanza-aprendizaje del concepto de polígono que del propio contenido matemático en sí.

#### 4. Conclusión

El análisis de videos de situaciones reales de enseñanza ha permitido a los EPM movilizar, sobre todo, *conocimiento didáctico del contenido* trabajado. El conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas (KMT), *estrategias, tareas y ejemplos*, ha sido el más frecuente entre las reflexiones de los EPM, principalmente, conocimiento de los *ejemplos*. Los EPM, en su mayoría, consideran los ejemplos el medio para promover un aprendizaje a partir de sus ideas, en nuestro caso del concepto de polígono.

En cuanto a *recursos materiales y virtuales*, el conocimiento movilizado hace referencia a las ventajas que el material empleado (figuras en cartulina con ejemplos y no ejemplos de polígonos) tiene en el aprendizaje de los alumnos. En este sentido, los EPM coinciden en que dicho material favorece el aprendizaje, ya que facilita la visualización y distinción entre figuras por su carácter manipulable y móvil. Podemos considerar así que los EPM se acercan a la idea de que los niños deben aprender geometría observando, manipulando y tomando decisiones (Fielker, 1979).

En relación a la categoría de las *estrategias* los EPM identifican que se está empleando una metodología centrada en el aprendiz (Kuhs y Ball, 1986), con modelos de enseñanza no tradicionales. La mayoría de los EPM saben que se está construyendo el concepto de polígono a partir de sus características y sus propiedades.

De la última categoría de este subdominio, *tareas*, podemos afirmar que el análisis de videos de situaciones reales de enseñanza permite a los EPM observar de una tarea tanto sus objetivos como las posibilidades de aprendizaje que esta ofrece a los alumnos, es decir, cómo estos responden a la actividad.

El segundo conocimiento más frecuentemente movilizado ha sido el relacionado con las *características de aprendizaje de las matemáticas* (KFLM). El análisis del video ha permitido a los EPM observar cómo interactúan los alumnos con el contenido, qué dificultades prevén y cómo aprovechan sus conocimientos (*fortalezas*) para abordar la tarea. En base a esto, podemos afirmar que estamos de acuerdo con la investigación de Climent et al. (2016) puesto que los resultados nos permiten apreciar cómo los EPM se apoyan en sus KoT para la construcción del KFLM. El conocimiento de los EPM sobre *el concepto de polígono, sus propiedades*

y sus fundamentos les ha permitido apreciar las limitaciones presentes en el aprendizaje de los alumnos. No obstante, también se aprecia cómo los EPM evidencian *dificultades* en los alumnos, algunas de las cuales reflejan resultados de la investigación sobre el aprendizaje geométrico. Así, si bien no aluden a los elementos teóricos correspondientes, los alumnos se dan cuenta que en el nivel en el que se sitúan los alumnos de Primaria observados no se domina el establecimiento de relaciones entre las propiedades de distintas figuras (lo que podría evocar a los niveles de Van Hiele), las posibles limitaciones derivadas de un conjunto de imágenes restrictivo (lo que puede relacionarse con la imagen conceptual y la definición de un concepto, Vinner, 1991; Herskowitz, 1990) y la importancia que atribuyen a la posición de las figuras. Esta movilización de conocimiento sobre cómo aprenden geometría los alumnos podría ser la base para una profundización teórica que tuviera asociada imágenes de situaciones de enseñanza y aprendizaje (en el sentido de Clandinin y Conelly, 1988).

Por otra parte, algunas de las dificultades que señalan son atribuidas a estrategias empleadas por el maestro como: no pueden clasificar las figuras porque el maestro no le ha dado un criterio de clasificación, o incluso dificultades asociadas a los ejemplos (el número limitado de ejemplos puede hacer creer a los alumnos que son los únicos polígonos existentes).

Como último aspecto destacable resaltamos el conocimiento movilizado relacionado con la práctica matemática (KPM) en base a la categoría *condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones*. Y, aquí observamos que existe un alto desconocimiento entre los EPM sobre cómo se define en matemáticas. Hecho, que también podemos observar en los resultados del estudio de Pascual et al. (2019), en el que se aprecia claramente que los EPM no poseen suficiente conocimiento para construir o aportar una definición matemática adaptado al contexto escolar. No obstante, el análisis de una situación de aula en la que se parte de una definición constructiva (De Villiers, 1988) les lleva a plantearse definiciones no solo descriptivas, las relaciones entre definir y clasificar en geometría, y algunas características de una definición geométrica.

En definitiva, coincidimos con Fortuny y Rodríguez (2012) en la posibilidad que el análisis de estos vídeos ofrece: desarrollar una mirada profesional hacia la práctica docente, ya que nuestra investigación deja evidencias de que los EPM movilizan, principalmente, conocimiento relacionado con la práctica docente puesto que la gran mayoría de sus reflexiones hacen referencia a las características tanto de la enseñanza como del aprendizaje de las matemáticas, concretamente del concepto de polígono. Además, nuestros resultados refuerzan que el uso de situaciones reales de enseñanza puede solventar la falta de práctica real, pues como puede apreciarse en muchas de las reflexiones de los EPM, ofrecen alternativas para solventar algunas de las dificultades que en el vídeo plantean los alumnos o incluso aportan otros posibles ejemplos que podrían ser útiles para el aprendizaje de las características y propiedades de los polígonos.

## Bibliografía

- Ball, D., Thames, M.M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Borko, H., Koellner, K., Jacobs, J. y Seago, N. (2010). Using video representations of teaching in practice-based professional development programs. *ZDM*, 43(1), 175-187.
- Carrillo, J. (1997). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Carrillo, J. y Climent, N. (2008). From professional tasks in collaborative environments to educational tasks in mathematical teacher education. En B. Clarke, B. Grevholm, y R. Millman (Eds.), *Task in Primary Mathematics Teacher Education: purpose, use and exemplars* (Vol. 4, pp. 215-234). New York: Springer.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M., & Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Clandinin, D. J. y Connelly, F. M. (1988). Conocimiento práctico personal de los profesores: imagen y unidad narrativa. En L. M. Villar (Ed.), *Conocimiento, creencias y teorías de los profesores* (pp. 39-61). Alcoy: Marfil.
- Climent, N., Montes, M.A., Contreras, L.C., Carrillo, J., Liñán, M., Muñoz-Catalán, M.C., Barrera, V.J. y León, F. (2016). Construcción de conocimiento sobre características de aprendizaje de las matemáticas a través del análisis de vídeos. *Avances en Investigación en Educación Matemática*, 9, 85-103.
- Climent, N., Romero-Cortés, J.M., Carrillo, J. Muñoz-Catalán, M.C. y Contreras, L.C. (2013). ¿Qué conocimiento y concepciones movilizan los futuros maestros analizando un vídeo de aula? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(1), 13-36.
- Contreras, L.C. y Blanco, L. (2002). Un modelo formativo de maestros de primaria en el área de matemáticas en el ámbito de la geometría. En L.C. Contreras y L.J. Blanco (Eds.), *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente* (pp. 93-124). Cáceres: Universidad de Extremadura.
- De Villiers, M. (1988). To teach definitions in geometry or to teach to define?. En A. Oliver y K. Newstead (Eds.), *Proceeding of the Twenty-second International Conference for the psychology of mathematics Education: Vol.2.* (pp.248-255). Stellenbosch: University of Stellenbosch.
- Escudero, I., Gavilán, J. M. y Sánchez-Matamoros, G. (2014). Una aproximación a los cambios en el discurso matemático generados en el proceso de definir. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 7-32.
- Fielker, D. S. 1979. Strategies for Teaching Geometry to Younger Children. *Educational Studies in Mathematics*, 10(1), 85-133.
- Flores, E., Escudero, D., Montes, M.A., Aguilar, A. y Carrillo, J. (2016). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En J. Carrillo, L.C. Contreras, N. Climent, D. Escudero, E. Flores, y M.A.

- Montes (Eds.), *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp.57-72). Huelva: Universidad de Huelva: publicaciones.
- Fortuny, J.M. y Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 23-37.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning of Geometry. En P. Neshet, y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition* (pp. 70-95). Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.
- Kuhs, T. y Ball, D. (1986). *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions*. East Lansing: Michigan State University, Center on Teacher Education.
- Massot, I., Dorio, I. y Sabariego, M. (2009). Estrategias de recogida y análisis de información. En R. Bisquerra (Eds.), *Metodología de la investigación educativa* (pp. 329-365). Madrid: La Muralla, SL.
- Pascual, M.I., Codes, M., Martín, J.P. y Carrillo, J. (2019). Cómo definen los estudiantes para maestro: análisis de sus definiciones de polígono. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J.M. Muñoz-Escolano y A. Alsina (Eds.), *Investigación en matemáticas XXIII* (pp. 463-471). Valladolid: SEIEM.
- Santagata, R. y Angelici, G. (2010). Studying the Impact of the Lesson Analysis Framework on Preservice Teacher's Abilities to Reflect on Videos of Classroom Teaching. *Journal of Teacher Education*, 61(4), 339-349.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14.
- Stake, R. E. (2000). Case Studies. En N. K. Denzin, & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 435-453). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Van Dormolen, J. y Zaslavsky, O. (2003). They many facets of a definition: The case of periodicity. *Journal of Mathematical Behaviour*, 22(1), 91-106.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. En D. Tall (Ed.) *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65-81). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

**Ana Moreno Martínez:** graduada en Educación Primaria, con Máster en Investigación en la Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias, especialidad en Didáctica de la Matemática. [amm181094@gmail.com](mailto:amm181094@gmail.com)

**Nuria de los Ángeles Climent Rodríguez:** Titular de Universidad del área de Didáctica de la Matemática, Universidad de Huelva. Su investigación está centrada en el desarrollo y conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Tiene experiencia como formadora de profesores en relación con la enseñanza de la matemática en formación inicial y continua. [climent@uhu.es](mailto:climent@uhu.es)