REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 61. Abril 2021
Páginas 1-24

https://union.fespm.es

Teoria das Situações Didáticas e as Olimpiadas de Matemática: uma aplicação com arrimo do *software* GeoGebra para o ensino de geometria no Brasil

José Gleison Alves da Silva, Francisco Régis Vieira Alves, Daniel Brandão Menezes

Fecha de recepción: 21/11/220
Fecha de aceptación: 1/02/2021

Resumen	Este artículo presenta resultados parciales de una investigación en curso en la Maestría en Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas del Instituto Federal de Educación, Ciencia y Tecnología de Ceará (IFCE). La investigación se basó en la Ingeniería Didáctica (ED) en complementariedad con la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD). El objetivo de la investigación fue presentar al docente una Situación Didáctica Olímpica (SDO), para la enseñanza de la Geometría, utilizando el software GeoGebra como herramienta para la transposición didáctica del Problema Olímpico (PO) y modelada por la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), para el contexto del aula. **Palabras clave**: Teoría de Situaciones Didácticas; Ingeniería Didáctica; Situación didáctica olímpica; GeoGebra; Geometría.
Abstract	This article presents partial results of an ongoing investigation in the Master in Science and Mathematics Teaching at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Ceará (IFCE). The research was based on Didactic Engineering (ED) in complementarity with the Theory of Didactic Situations (TSD). The objective of the investigation was to present the teacher with an Olympic Didactic Situation (SDO), for the teaching of Geometry, using the GeoGebra software as a tool for the didactic transposition of the Olympic Problem (PO) and modeled by the Theory of Didactic Situations (TSD), for the classroom context. **Keywords**: Theory of Didactic Situations; Didactic Engineering; Olympic Didactic Situation; GeoGebra; Geometry.
Resumo	Este artigo apresenta resultados parciais de uma investigação em andamento no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). A pesquisa fundamentou-se na Engenharia Didática (ED) em complementariedade com a Teoria das Situações Didáticas (TSD). Objetivou-se na investigação apresentar ao professor uma Situação Didática Olímpica (SDO) para o ensino de geometria, utilizando o *software* GeoGebra como ferramenta para a transposição didática do Problema Olímpico (PO) e modelado pela Teoria das Situações Didáticas (TSD), para o contexto da sala de aula. **Palavras-chave:** Teoria das Situações Didáticas; Engenharia Didática; Situação Didática Olímpica; GeoGebra; Geometria.

1. Introdução

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP é uma competição que acontece anualmente desde 2005 no Brasil e tem o objetivo de estimular o ensino de matemática e identificar alunos talentosos nessa área. Com isso, a cada ano, cresce a quantidade de escolas participantes, o que possibilita uma maior interação com a disciplina e oferece a possibilidade de atingir seu propósito (OBMEP, 2020).

Os materiais utilizados pela OBMEP apresentam uma gama de conceitos matemáticos que podem contribuir para a diversificação do planejamento do professor durante o ano letivo. Esses conceitos abrangem conteúdos, como álgebra, geometria e Sequências numéricas, os quais são abordados mediante um banco de questões, provas, simulados, portais e vídeos com resoluções de problemas que podem ser acessados no site da OBMEP[1].

No entanto, esse material não é bem aproveitado por professores em sala de aula, pois são mais utilizados em preparações para competições matemáticas e estabelece um direcionamento a um pequeno público que é possível denominar de "alunos olímpicos", como destaca Alves:

> O número de jovens estudantes que participam anualmente da Olimpíada de Matemática das Escolas Públicas do Brasil (OBMEP) revela índices e indicadores importantes e que, gradualmente, tendem a tornar visível e identificável, cada vez mais, um pequeno grupo de estudantes em várias regiões do país que podem obter sucesso progressivo nas fases graduais e níveis crescentes de complexidade presentes nos testes (Alves, 2019, p. 97).

Esses estudantes são escolhidos pela sua capacidade de raciocínio diferenciado, demonstrada pelo desempenho em sala de aula, o que exclui aqueles que apresentam resultados não satisfatórios na disciplina e distancia esses grupos de vivenciar a experiência de resolução de problemas abordados em competições matemáticas.

Diante dessa problemática, apresenta-se uma proposta aos professores que visa essa integração dos Problemas Olímpicos (PO), por intermédio de uma transposição didática, de forma que eles possam ser utilizados como atividades em sala de aula, para que, assim, proporcione ao discente um maior envolvimento com esses problemas de competição. Essa transposição didática dos PO segue a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1986), que tem foco na construção de um modelo que estabelece a relação entre professor, aluno e o conhecimento Matemático (Almouloud, 2007), permitindo, então, a criação de um ambiente de ensino utilizando problemas da OBMEP, visando essa relação com foco no aprendizado do conteúdo matemático.

Destaca-se que os problemas da OBMEP ou Problemas Olímpicos (PO), sob a perspectivas da TSD, são definidos como Situação Didática Olímpica (SDO), representada pela expressão ou equação mnemónica indicada por SDO = PO + TSD (Alves, 2019), entendida como "uma proposta de uma sequência didática

---

[1] Recuperado em: http://www.obmep.org.br/.

capaz de estabelecer relações de ensino-aprendizagem em matemática, a partir de situações de ensino com base na convivência com problemas que possuem características de olimpíadas" (Azevedo & Alves, 2020, p. 400).

Portanto, tem-se como objetivo nesta investigação apresentar ao professor uma Situação Didática Olímpica (SDO), para o ensino de geometria, utilizando o *software* GeoGebra como ferramenta para a transposição didática do Problema Olímpico (PO), modelado pela Teoria das Situações Didáticas (TSD) para o contexto da sala de aula. O uso do *software* GeoGebra tem o intuito da adaptação, trazendo mais dinamismo à figura e estabelecendo comando para que, com o seu uso, os sujeitos possam interagir com a ferramenta e encontrar diversos percursos para a resolução do PO.

Dentre os conteúdos abordados pela OBMEP, foi escolhido a geometria, que perpassou por um momento de esquecimento durante décadas nos currículos escolares, em que o seu estudo "era feito como tema ilustrativo dos conjuntos ou da álgebra, e o estudo das medidas, completamente abandonado" (Pires, 2009, p. 179) principalmente nos livros didáticos, importante ferramenta que guia o professor durante o ano letivo e figura "entre os recursos mais usados no estudo da matemática, funcionando como uma referência para a avaliação dos conhecimentos construídos nesse contexto" (Freitas & Pais, 2009, p. 151). Ainda hoje há resquícios desse esquecimento nos livros didáticos, uma vez que, considerando o PNLD 2018, quando o conteúdo da geometria é abordado, fica nos últimos capítulos e, em alguns casos, devido ao tempo durante o ano letivo, acaba não sendo discutido pelos professores (Pavanello, 1993).

A pesquisa fundamentou-se na metodologia de pesquisa Engenharia Didática (ED) e teve como sujeitos professores orientadores do Programa de Iniciação Científica - PIC Jr., que, além disso, também eram alunos de licenciatura do curso de matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA. As aulas aconteceram pela plataforma *Google Meet* devido à paralização de escolas e universidades devido ao COVID-19 e contou com 6 participantes.

Nas seções seguintes, apresenta-se o referencial teórico, que trata da Teoria das Situações Didáticas (TSD) e as Situações Didáticas Olímpicas (SDO), articulada com a Engenharia Didática (ED). Por ser um recorte de uma pesquisa de mestrado, aborda-se apenas à experimentação e a análise a *posteriori* e validação da Situação Didática Olímpica (SDO).

2. Referencial Teórico

Este tópico trata do referencial teórico que fundamentou a referida investigação desenvolvida no Brasil, a qual se consubstanciou inicialmente pela TSD e SDO e, logo em seguida, a ED.

2.1. Teoria das Situações das Didáticas e as Situações Didáticas Olímpicas

Este trabalho seguiu a perspectiva da TSD (Brousseau, 1986), entretanto, com o intuito de criar um ambiente de ensino e aprendizagem que utilizasse problemas da OBMEP, possibilitando um contexto em que o aluno consiga agir sobre o problema, formular suas conjeturas e validar seus conhecimentos. Essa teoria proporciona ao discente a realização de um percurso análogo ao de um matemático na construção de teoremas e propriedades, possibilitando o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa (Almouloud, 2007).

A TSD é "um processo de aprendizagem que pode ser caracterizado de modo geral (se não determinado) por um conjunto de situações identificáveis (naturais ou didáticas) reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos" (Almouloud, 2007, p. 31). Dessa forma, a TSD tem o objetivo centrado não no aluno, mas com uma atenção na situação didática a ser proposta, na qual emerge um processo de interação entre professor–aluno–meio, permitindo aos sujeitos a construção do conhecimento de forma autônoma e interativa (Almouloud, 2007).

A Teoria das Situações Didáticas baseia-se na perspectiva de três hipóteses que norteiam o docente no planejamento e na execução em sala de aula, são elas:

> i. O aluno aprende adaptando-se a um *milieu* que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio, um pouco como acontece na sociedade humana. Esse saber, fruto da adaptação do aluno, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem. ii. O *milieu* não munido de intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição de conhecimentos matemáticos pelo aprendiz. Para que haja essa intencionalidade didática, o professor deve criar e organizar um milieu no qual seja desenvolvida as situações suscetíveis de provocar aprendizagens. iii. Esse *milieu* e essas situações devem engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem (Almouloud, 2007, p. 33).

Essas situações didáticas têm uma parte fundamental que as complementam, são as situações adidáticas, definidas como "uma situação na qual a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a estas condições favoráveis para a apropriação do novo saber que se deseja ensinar" (Almouloud, 2007, p. 33). Esses problemas que compõem a situação adidática devem serem escolhidos pelo docente de modo que os estudantes sejam protagonistas, aceitando, fazendo pela própria dinâmica, atuem, falem, reflitam e evoluam (Brousseau, 2008). Conforme Brousseau, Brousseau e Warfield, esse protagonismo deve fazer com que as

> Situações de ação revelam e provocam a evolução de modelos de ação sem que o aluno precise formá-los. O aluno pode, imediatamente ou mais tarde, aprender a identificá-los, formulá-los em situações de formulação (expressão ou comunicação) e justificá-los em situações de prova (validação ou argumentação) (Brousseau et al., 2014, p. 203).

A partir desse protagonismo, o processo de transformação conhecimento/saber (Figura 1) perpassa pelo processo de institucionalização, momento em que a participação efetiva do professor consolida o aprendizado ou corrige determinados entraves que os sujeitos obtiveram nas situações anteriores, ela "é a apropriação do saber e de suas conexões pertinentes como óbvias, como expressões diretas e comuns do pensamento" (Brousseau et al., 2014, p. 204).

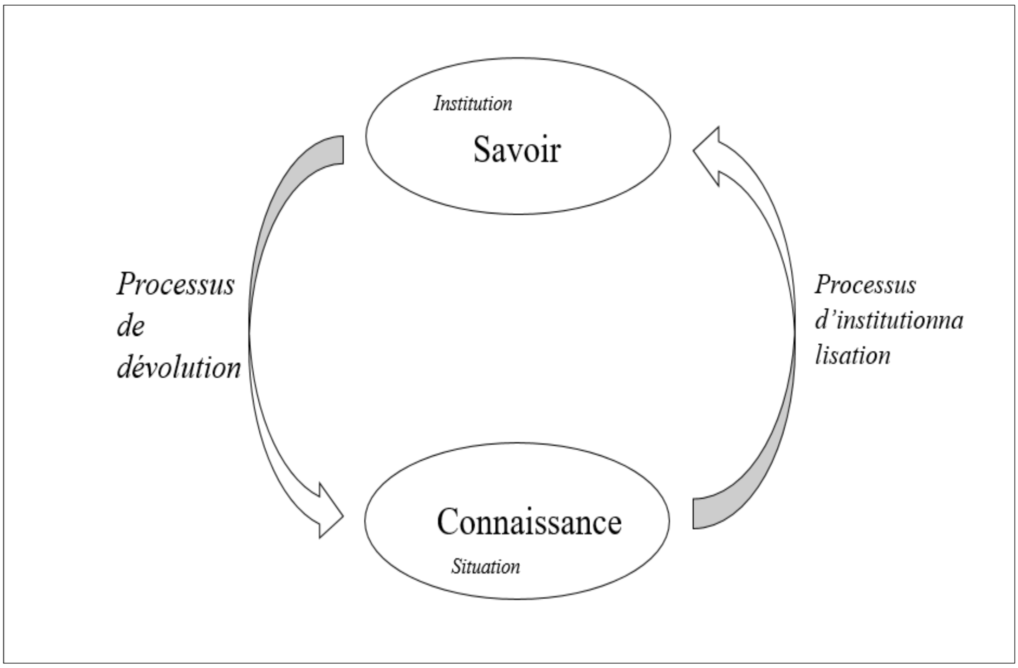

Figura 1. Processo de transformação conhecimento/saber.
Fonte: Margolinas (2012, p. 8)

Seguindo a perspectiva da TSD, mas com um direcionamento ao contexto olímpico, propõe-se a utilização de problemas da OBMEP na criação desse meio. Essa escolha refere-se à qualidade e à maneira desafiadora com que são apresentadas em seus certames. Conforme Fidelis (2014), para ir de encontro à solução desses problemas, o estudante precisa pensar em uma estratégia, e esse pensar implica diretamente no desenvolvimento do raciocínio, do espírito investigativo, consequentemente ajudando na ampliação do conhecimento matemático, o que contrapõe "o método de ensino há tempos dominante nas salas de aulas que, resumidamente, é o de transmitir modelos prontos na resolução de problemas padronizados por muitos livros didáticos". (Pinheiro, 2013, p. 10).

Desse modo, o planejamento da situação didática baseia-se em um problema retirado de provas da OBMEP[2] estruturado nas etapas de ação, formulação, validação e institucionalização e que compõem a TSD, o que, nesse contexto, denomina-se de Situação Didática Olímpica (SDO). A SDO, fundamentada pela TSD, é definida como:

> Um conjunto de relações estabelecidas implicitamente ou explicitamente, entre um aluno ou grupo de alunos, um certo meio (compreendendo ainda o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos de um conhecimento

[2] Recuperado em: http://www.obmep.org.br/provas.htm.

> constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição e problemas ou um conjunto de problemas característicos das olimpíadas (Santos & Alves, 2017, p. 285).

Essas situações didáticas, construídas a partir de Problemas Olímpicos (PO), criam um ambiente de ensino semelhante ao de competições junto à inclusão de ferramentas tecnológicas que proporciona uma maior atratividade aos estudantes. A SDO deve apresentar alguns objetivos básicos:

> i. A partir de uma transposição didática, realizada pelo professor, dos problemas olímpicos, possa permitir o acesso ou a inclusão de um conjunto maior de estudantes ao ambiente de discussão ou « clima » de competição matemática, visando à elaboração de conhecimentos; ii. A partir de uma transposição didática permitir ao professor de Matemática perspectivar novas formas de abordagem (com o uso da tecnologia e exploração de softwares de Matemática) e descrição de problemas olímpicos, que não sejam intimamente restritos a uma tarefa de resolução de problemas, com o tempo previamente demarcado e atividades hegemonicamente individuais; iii. Divulgar e promover a sociabilização das ideias matemáticas intuitivas e estratégias características de situações problemas de olimpíadas não apenas para alunos reconhecidos como mais habilidosos diante do conhecimento matemático (Santos, 2018 como citado em Silva, Alves & Menezes, 2020, p. 335).

Esses aspectos presentes na SDO devem ser imprescindíveis para o uso dos Problemas Olímpicos (PO), com o propósito de atrair uma maior quantidade de estudantes junto ao auxílio da tecnologia, nesse caso o *software* GeoGebra, e criar um ambiente dinâmico em sala de aula.

2.2. Engenharia Didática (ED)

A pesquisa fundamentou-se na metodologia de pesquisa Engenharia Didática (ED), caracterizada “em primeiro lugar, por um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ em sala de aula, isto é, na concepção, realização, observação e análise de sessões de ensino” (Almouloud & Coutinho, 2008, p. 66) e se compara ao trabalho de um engenheiro que, para construir um projeto, baseia-se em estudos de tipo científico para aquisição de conhecimentos que auxiliem com problemas mais complexos que os objetos depurados da ciência (Artigue, 1995).

Essa metodologia se estrutura em quatro etapas: as análises preliminares, concepção e análise *a priori* das situações didáticas, experimentação e análise *a posteriori* e validação (Artigue, 1995). Tais fase têm como foco “o planejamento do ensino de um objeto matemático” (Figueiroa & Almouloud, 2019, p. 431).

Nas análises preliminares, faz-se um estudo sobre a epistemologia dos conteúdos visados pelo ensino, do ensino usual e seus efeitos, das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução, das condições e fatores de que dependem a construção didática efetiva, a consideração dos objetivos específicos da pesquisa e o estudo da transposição didática do saber, considerando o sistema educativo no qual o trabalho se insere (Almouloud & Coutinho, 2008), objetivando um amplo conhecimento sobre aspectos gerais do objeto de estudo.

A partir do estudo na primeira etapa, a análise *a priori* se consubstancia em definir as variáveis de comando que permitirão a progressão do estudante na aquisição dos conhecimentos através de situações didáticas escolhidas pelos pesquisadores com o objetivo de ensinar, nesse caso, conceitos de geometria euclidiana plana.

De acordo com Almouloud e Coutinho (2008, p. 66), "o objetivo de uma análise *a priori* é determinar como as escolhas efetuadas (as variáveis que queremos assumir como pertinentes) permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido". Essas variáveis didáticas "têm como função levar os alunos a utilizarem determinadas estratégias, em detrimento de outras" (Artigue, 1996 como citado em Lima & Neves, 2019, p. 698).

Na Experimentação, são analisadas as observações feitas durante a aplicação da situação, como todas as produções realizadas em sala de aula pelos alunos (Artigue, 1995). Esses dados podem ser completados, às vezes, utilizando outros métodos externos, como questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos (Almouloud & Coutinho, 2008). Essa etapa, segundo Almouloud (2007, p. 177), "é o momento de se colocar em funcionamento todo o dispositivo construído, corrigindo-o quando as análises locais do desenvolvimento experimental identificam essa necessidade, o que implica um retorno à análise *a priori* em um processo de complementação".

E por fim, a etapa de análise *a posteriori* e validação representa a análise dos dados obtidos na fase anterior. A análise *a posteriori* e validação "se apoia no conjunto de dados recolhidos durante a experimentação: observações realizadas sobre as sessões de ensino e as produções dos alunos em sala de aula ou fora dela" (Almouloud, 2007, p. 177). A análise desses dados baseia-se no confronto entre análise *a priori* e análise *a posteriori,* validando os objetivos propostos da investigação (Artigue, 1995).

Esse processo de validação se distingue em duas maneiras: a validação interna e a validação externa. Laborde (1997, p. 105) explica que a validação interna envolve "uma descrição genérica da classe ou das condutas e tipos de produção majoritárias na classe, estudo de sua evolução e verificação de sua adequação no que concerne ao esperado dos estudantes" e, a validação externa estuda a "comparação das produções obtidas dentro ou fora da sequência com produções de outros alunos" (Laborde, 1997, p. 105). Nesse caso, realiza-se a avaliação interna.

Como o presente trabalho se trata de um recorte de dissertação, apresentam-se apenas as duas etapas finais da ED que trata da experimentação e análise *a posteriori* e validação que aborda alguns resultados trazidos no texto final.

3. Experimentação

Durante o percurso foi estabelecida a variável macrodidática que se consubstanciou pela concepção da situação didática, utilizando um problema da OBMEP amparada pelo *software* GeoGebra com base na Teoria das Situações

Didáticas (TSD), o que proporcionará ao estudante a construção do saber decorrente ao meio criado.

A partir de então, define-se as variáveis microdidáticas, visando à construção da situação didática, que teve como foco o ensino do teorema de Pitágoras. O PO traz uma aplicação do teorema de Pitágoras em uma situação-problema que envolve outros conhecimentos da geometria. Espera-se que, com a movimentação dos controles deslizantes adicionada à construção no *software* GeoGebra, os professores em formação inicial visualizem e utilizem essa possibilidade na sua resolução.

Já na Experimentação, "é o momento no qual as atividades elaboradas são desenvolvidas em sala de aula com os alunos" (Lima & Neves, 2019, p. 699). Sendo assim, o experimento ocorreu com 6 (seis) sujeitos, estudantes do curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), identificados por L2 a L7, pela plataforma Google *Meet,* utilizada por orientação da universidade devido à paralização das instituições de ensino superior em razão da pandemia de Covid-19. No entanto, apresentou-se os dados mais relevantes enquanto a resolução do problema aplicado.

A escolha dos sujeitos partiu de um contato com uma professora da UVA, coordenadora do Programa de Iniciação Científica - PIC Jr, que realizava um curso de formação direcionado a discentes de licenciatura do curso de matemática da universidade com foco nos medalhistas da OBMEP. Sendo assim, o critério de escolha desses estudantes perpassou a perspectiva de serem alunos do curso de matemática, como também de fazerem parte do grupo de professores orientadores do PIC Jr.

O Problema Olímpico é uma questão retirada da prova da OBMEP, realizada no ano de 2012 para alunos do Ensino Médio (Nível 3/1° fase), referente ao conteúdo de geometria. Esse problema aborda conceitos, como: teorema de Pitágoras, razão e noções básicas de circunferência. Apresentou-se um PO adaptado ao *software* GeoGebra, para que os licenciandos explorem a ferramenta computacional com o propósito de identificar dados relevantes para a solução (Figura 2).

10. Na figura, *ABCD* é um quadrado de lado 1 e os arcos $\overset{\frown}{BD}$ e $\overset{\frown}{AC}$ têm centros *A* e *B*, respectivamente. Os círculos tangenciam esses arcos e um lado do quadrado, como indicado. Qual é a razão entre os raios do círculo maior e do círculo menor?

A) 4,5
B) 5
C) 5,5
D) 6
E) 6,5

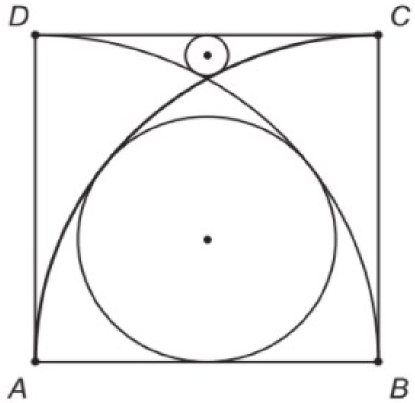

Figura 2. Problema Olímpico (PO).
Fonte: OBMEP (2020).

Figura 3. Qr Code para o acesso à figura pelo celular.
Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

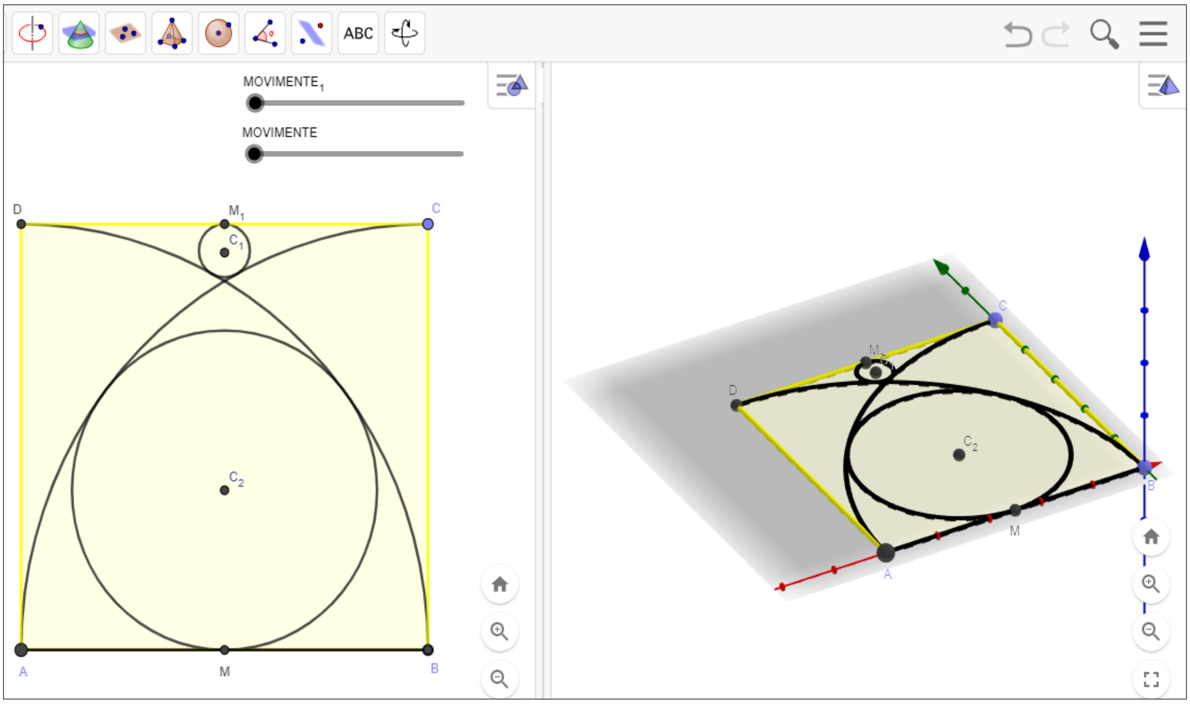

Figura 4. Layout da imagem do PO adaptado ao *software* GeoGebra.
Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Antes do início do experimento, o professor disponibilizou a construção da figura presente no PO pelo aplicativo de mensagens *WhatsApp*, os professores em formação inicial realizaram o *download* com a possibilidade do uso pelo computador ou pelo celular. Além da construção no *software* GeoGebra, também utilizaram caneta e papel para reproduzirem manualmente a escrita.

Esse primeiro contato (Figura 5) perpassou pela etapa de ação, da TSD. Segundo Pommer (2013, p. 18), “ocorrem interações do aluno com o *‘milieu’* (meio), onde o aluno reflete e simula tentativas para resolver o jogo ou problema, de modo a eleger um procedimento de resolução, dentro de um esquema de adaptação”.

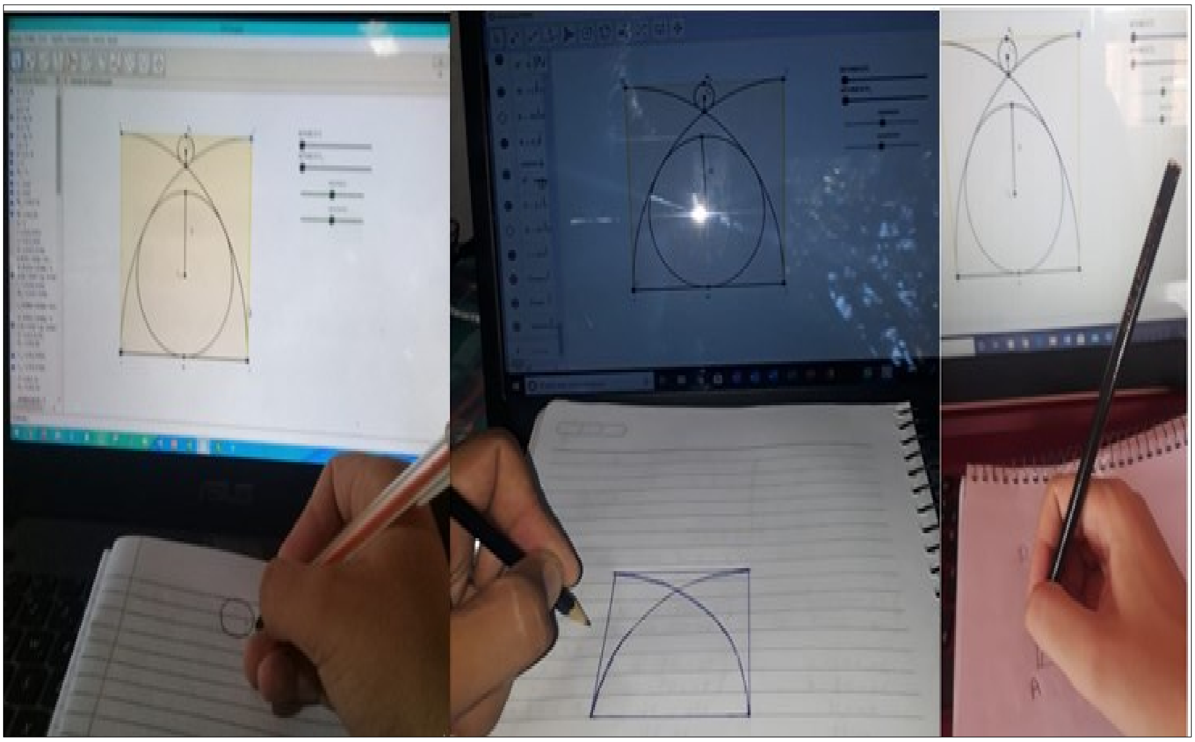

Figura 5. Contato inicial com a SDO por intermédio do software GeoGebra. Fonte: Arquivo pessoal.

Após a leitura do PO, os licenciandos sentiram dificuldades em desenvolver estratégias que os levassem a uma formulação. Diante disso, o pesquisador estimulou os licenciandos a explorarem o *software* GeoGebra, realizando movimentos com os "controles deslizantes". A partir dessas tentativas e a exploração do *software,* foram apresentadas pelos sujeitos as primeiras hipóteses (Figura 6).

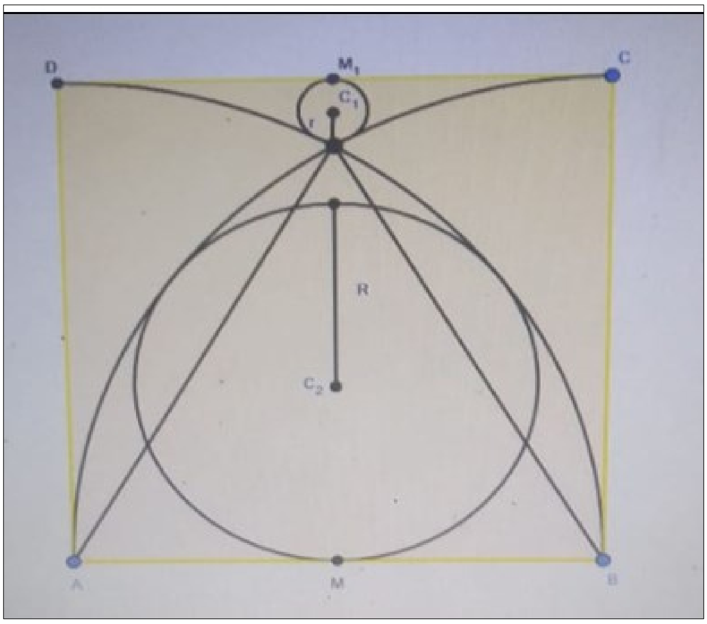

Figura 6. Tentativa inicial realizada pelo licenciando L2. Fonte: Arquivo pessoal.

A hipótese apresentada pelo L2 partiu da construção do triângulo formado pelo ponto A, o ponto B e o ponto de tangência entre as duas circunferências maior e a menor, a partir da movimentação dos controles deslizantes. Essa movimentação permitiu a construção de um triângulo equilátero de lado 1, que o levou a tentar encontrar a medida da altura desse triângulo para depois realizar a diferença do lado do quadrado com a altura desse triângulo. Durante a tentativa o licenciando L2 encontrou dificuldades e acabou desistindo de prosseguir em frente.

A partir da apresentação dessa proposta, o licenciando L5 sugeriu a construção do triângulo até o ponto C_1, que representa o centro da circunferência menor (Figura 7). Essas interações e observações de estratégias sugeridas pelos estudantes geraram um ambiente que proporcionou aos outros colegas a identificação de elementos não percebidos pelo sujeito que está apresentando, levando a uma construção da estratégia em grupo e formulação de uma estratégia mais sólida. Diante disso, o licenciando L5, juntando as informações coletadas pelo seu colega, apresentou de uma maneira mais organizada e contundente.

> L5: Após a movimentação dos controles deslizantes, eu fiz um triângulo, representado pelo ponto ΔAC_1B, por que que fiz isso? A partir disso eu vou saber que a base AB do triângulo vai ser 1 (pode ser confirmado pelo enunciado), o lado AC_1 terá medida 1 + r, como também o lado BC_1 também será 1 + r, desse modo, a altura do triângulo construído vai ser 1 – r. (Figura 7)

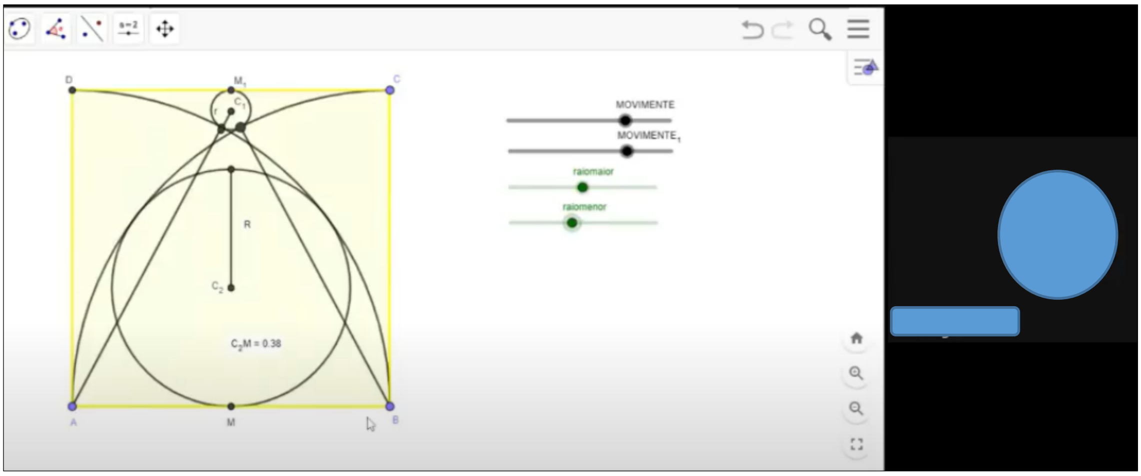

Figura 7. Construção do triângulo ΔAC_1B encontrado a partir da exploração do controle deslizante. Fonte: Arquivo pessoal

A partir dessas informações o licenciando L5 percebeu a possibilidade de delimitar a altura do triângulo ΔAC_1B, para conseguir, por meio dela, construir um triângulo retângulo em função do raio menor (r). Conforme o relato a seguir:

> L5: Essa altura tive como base a altura do quadrado que é 1 menos raio menor (r) pois é a diferença do topo do triângulo até o topo do quadrado todo. Com isso, você divide no meio, construindo um triângulo retângulo que terá medida $\overline{AM}$ = $\frac{1}{2}$, $\overline{AC_1} = 1 + r$ e $\overline{MC_1} = 1 - r$. Desse modo, utilizando o teorema de Pitágoras chegarei ao valor de r (Figura 8).

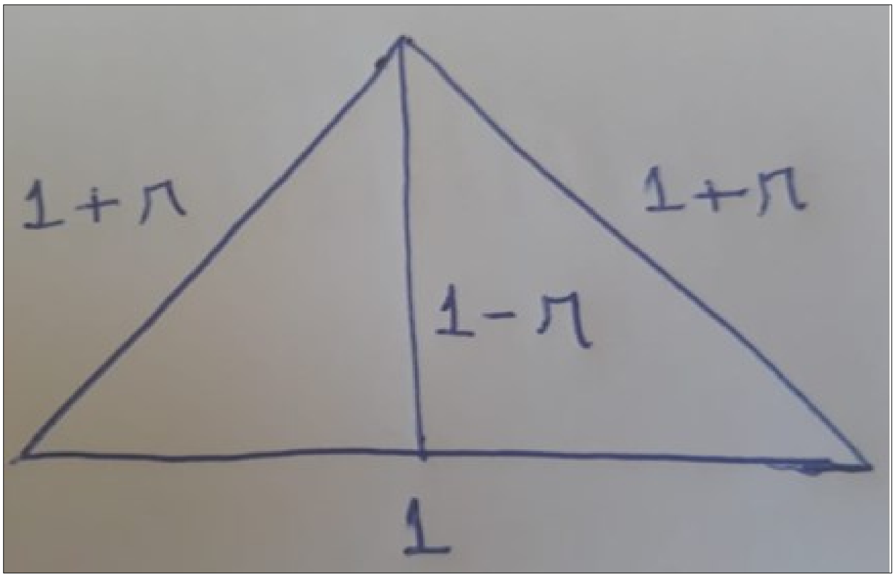

Figura 8. Medidas apresentadas pelo licenciando L5 em função do r.
Fonte: Arquivo pessoal.

Após a estratégia que perspectivou encontrar a medida do raio menor (r), o mesmo estudante também apresentou a maneira utilizada para determinar a medida do raio maior (R) (Figura 9).

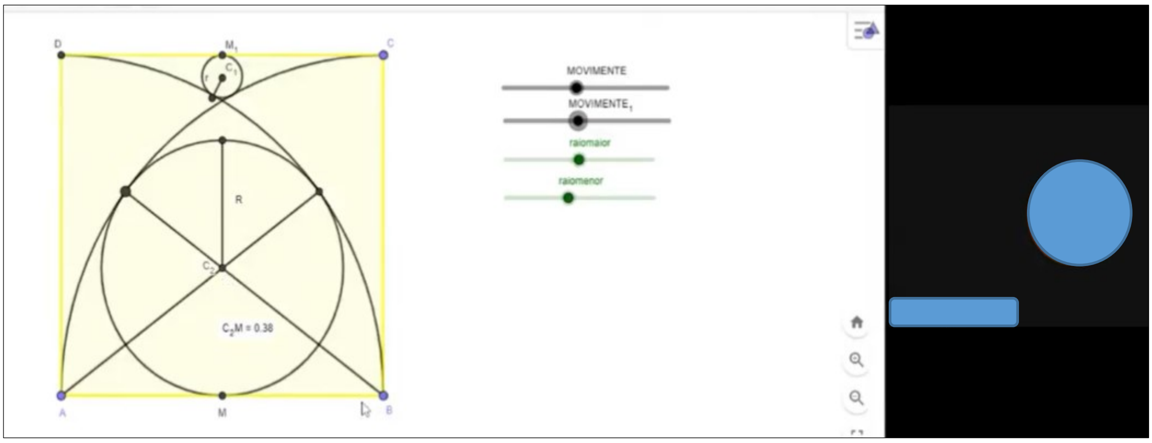

Figura 9. Estratégia utilizada para encontrar a medida de R.
Fonte: Arquivo pessoal.

Novamente realizando a movimentação dos raios dos arcos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, fazendo com que os dois coincidissem com o C_2, ou seja, o centro do círculo maior, proporcionou ao licenciando a construção do triângulo ΔAC_2B. A partir dessa construção realizada pelo L5, a licencianda questionou pelo aplicativo *WhatsApp:* “Será que daria por esse triângulo AC_2B (Figura 10)?”, referindo-se à altura desse triângulo, ou seja, a medida do raio maior (R).

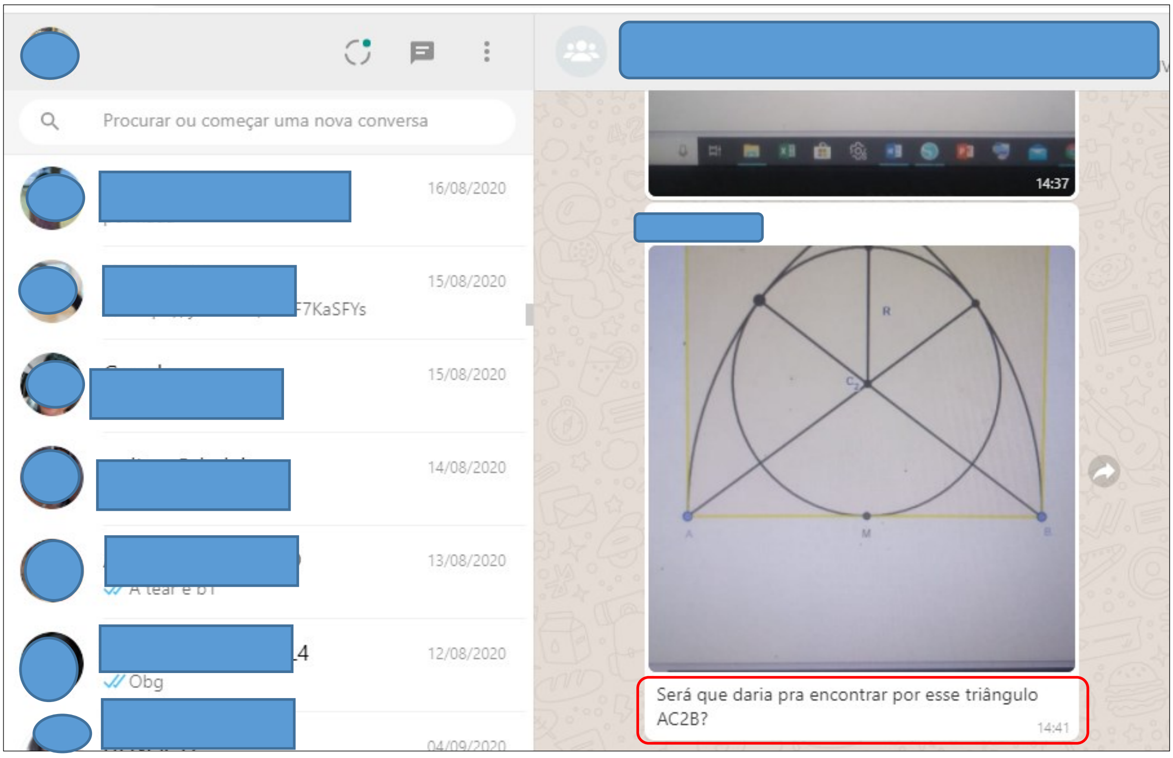

Figura 10. Questionamento do L2 realizado pelo aplicativo WhatsApp.
Fonte: Arquivo pessoal.

Com essa informação do L2, o L5 percebeu que a altura desse triângulo é a medida do raio maior (R), além disso, também notou que a medida do segmento $\overline{AC_2}$ é $1 - R$ e o segmento $\overline{AM}$ = $\frac{1}{2}$, formando um triângulo retângulo ΔAC_2M em função de R (Figura 11).

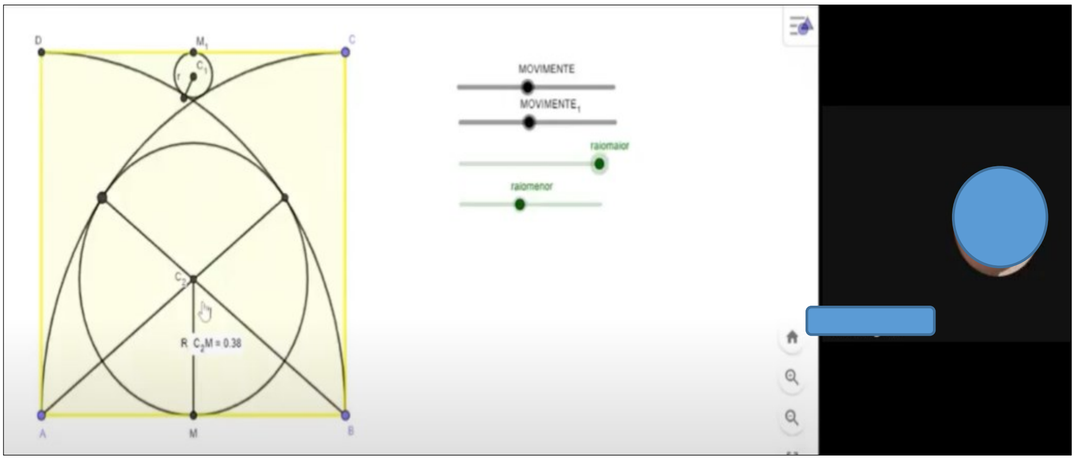

Figura 11. Construção do triângulo ∆AC2B identificando sua altura R.
Fonte: Arquivo pessoal.

Com a visualização desse triângulo, o L5 identificou as medidas que levaram à estratégia construída para encontrar a medida do raio maior R (Figura 12).

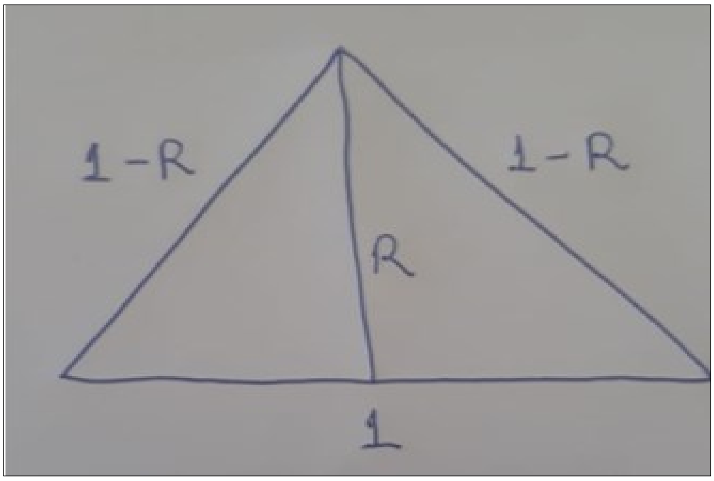

Figura 12. Identificando as medidas do triângulo ∆AC2B em função do raio r.
Fonte: Arquivo pessoal.

O que foi observado durante o pensamento do estudante é que a proposta para identificar a medida do raio menor (r) e a medida do raio maior (R) foi a mesma. Com a movimentação dos raios dos arcos $\overline{AB}\ e\ \overline{CD}$ propiciado pelos controles deslizantes, proporcionou-se a visualização possibilitando a construção desses dois triângulos ΔAC_1M e ΔAC_2M. Após a construção dos triângulos, o L5 utilizou sua capacidade de interpretação para identificar os dados que a SDO não apresentou, que foram as medidas laterais. A partir desses dados, o estudante identificou a possibilidade de aplicar o teorema de Pitágoras em função dos raios R e r (Figura 13).

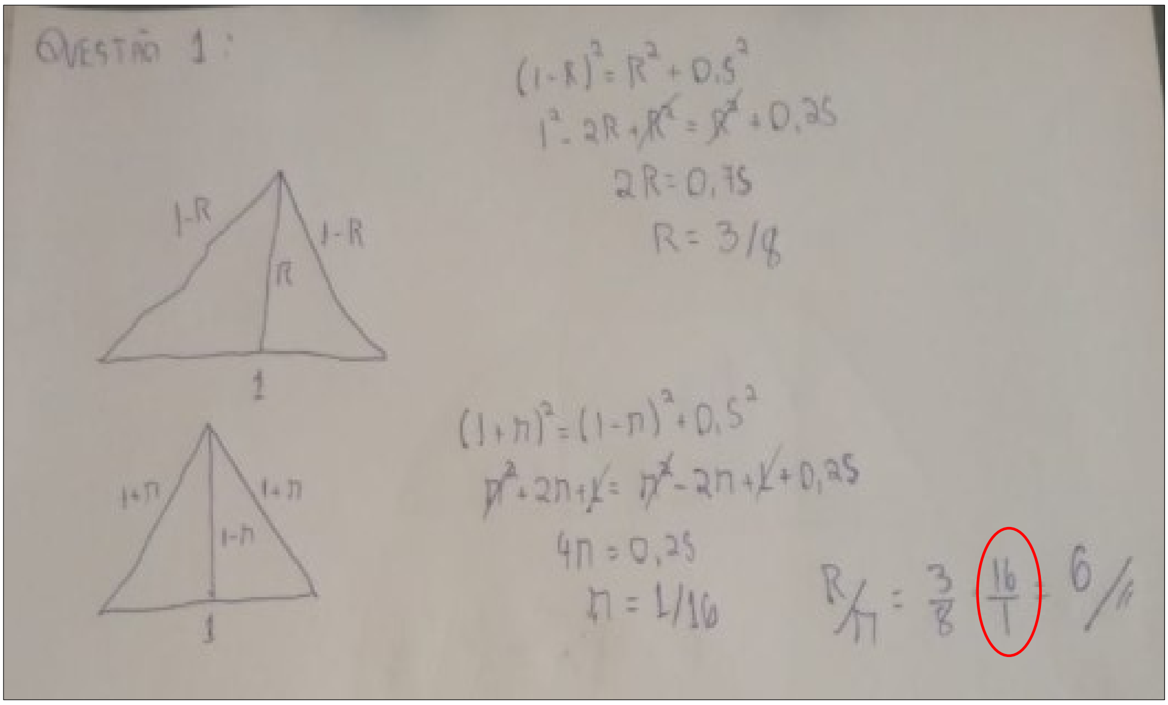

Figura 13. Solução apresentada pelo licenciando L5, validando sua estratégia.
Fonte: Arquivo pessoal.

Diante da estratégia utilizada pelo licenciando L5, por intermédio do *software* GeoGebra, o que proporcionou a identificação de subsídios para a aplicação do teorema de Pitágoras para encontrar o raio maior R e o raio menor r, o resultado da razão do raio maior e do raio maior pedido no enunciando foi encontrado, tendo como resposta 6 (Figura 13).

Para chegar ao resultado final, foram aplicadas inicialmente (Figura 13) as medidas do triângulo retângulo ΔAC_2M, representado pelos valores $\overline{AC}_2 = 1 - R$, $C_2M = R$ e $\overline{AM} = \frac{1}{2}$, logo após aplicado ao teorema de Pitágoras, encontrando o valor do raio maior $R = \frac{3}{8}$. Da mesma maneira, o triângulo retângulo ΔAC_1M, cujas medidas encontradas foram $\overline{AC}_1 = 1 + r$, $\overline{MC}_1 = 1 - r$ e $\overline{AM} = \frac{1}{2}$ aplicando essas medidas no teorema de Pitágoras, foi encontrado o valor do raio menor r = $\frac{1}{16}$. Com esses dois valores encontrados, o licenciando L5 realizou o cálculo da razão entre o raio maior $R = \frac{3}{8}$ pelo raio menor $r = \frac{1}{16}$, cujo resultado obtido foi 6 (Figura 13), o que validou suas hipóteses.

Na etapa final, a de institucionalização, o professor apresentou qual seu objetivo junto ao PO, relacionando a movimentação dos “controles deslizantes” à possibilidade de visualização de elementos que proporcionaram a utilização da aplicação do teorema de Pitágoras, conceito previsto na concepção da SDO, além de outros conceitos da geometria plana.

4. Análise a *posteriori* e validação

No tópico antecessor, foi apresentada uma SDO para o ensino de geometria, mais especificamente sobre o tema Teorema de Pitágoras. Durante a resolução, pode-se destacar cada ação realizada pelo discente com base nas etapas TSD, ação, formulação, validação e a institucionalização, esta última, pelo docente. A partir dessa proposta, destacou-se alguns pontos: no primeiro, destacou-se o uso *software* GeoGebra pelo aluno, observou-se, durante a aplicação, que foi satisfatório a sua contribuição, partindo do objetivo da questão, que se tratou do uso dos controles deslizantes para a visualização do conceito relacionado ao teorema de Pitágoras e sua aplicação.

Dessa forma, o *software* GeoGebra, no momento da experimentação, por meio da movimentação dos controles deslizantes, incluídos no problema e na visualização das propriedades geométricas, proporcionou aos licenciandos a observação dos comportamentos das medidas dos segmentos e raios, diferentemente do problema, quanto à sua forma estática apresentada no material impresso.

Esse diferencial citado anteriormente possibilitou um maior dinamismo em sua resolução, o que modificou o comportamento do estudante frente ao problema apresentado. Conforme o relato de um dos licenciandos, o L2, “se não fosse o *software* GeoGebra, eu não tinha nem iniciado a questão”. Além disso, contribui para uma boa visualização dos conceitos geométricos, conforme o L5 “ele contribui para uma melhor visualização do problema proposto, assim sendo possível a melhor visualização de proporções e propriedades das figuras”. Desse modo, os usos desses softwares flexibilizam a capacidade de raciocinar do estudante partindo do pressuposto que "em certos momentos a utilização [...] podem facilitar a dinâmica em sala de aula e pode, também, propiciar a exploração de algo que seria de difícil compreensão sem esses recursos" (Rico & Maria, 2014, p. 386).

Além disso, percebeu-se, durante o experimento, que o uso do *software* GeoGebra deixou o problema mais claro e mais fácil de entender a partir do momento da movimentação dos controles deslizantes. Essas movimentações fizeram os licenciandos perceberem que a medida do lado do quadrado também representava a medida do raio dos arcos $\widehat{BD}$ e $\widehat{AC}$, possibilitando a construção de triângulos e proporcionando novos métodos para a resolução, o que torna menos complexo a resolução do PO. Conforme Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 39), a inclusão do *software* GeoGebra durante a resolução da SDO possibilitou aos estudantes "a descoberta de padrões ou singularidades entre representações de objetos matemáticos (ou componentes dessas representações) propulsionando a produção de sentidos matemáticos".

Desse modo, o *software* GeoGebra foi capaz de trazer dinamismo para figura estática abordada no PO, sendo possível que o professor crie uma estratégia junto ao seu uso para o ensino do conteúdo proposto, nesse caso os conceitos de geometria, dando ênfase a aplicação do teorema de Pitágoras, tornando a explicação clara e simplificada para o discente, fazendo do planejamento um dos principais papéis do professor.

Sobre a utilização do GeoGebra pelo professor, destacou-se a adaptação do PO. Tal adaptação, de acordo com o nível da turma, tornou-se outro ponto importante do professor como construtor de atividades, proporcionando ao estudante a resolução de problemas, levando-o ao aprendizado do conteúdo. Nesse caso, a utilização do *software* GeoGebra como ferramenta metodológica possibilitou essa adaptação do PO. A proposta não apenas incluiu o GeoGebra como artefato, mas como a possibilidade de criar outras visões sobre o problema, disponibilizando novos caminhos para a resolução, integrando a prática pedagógica do professor e não apenas inserindo em sua prática pedagógica (Basniak, Scaldelai, Paulek & Felipe, 2015). Sobre essa integração da tecnologia na prática pedagógica do professor, ainda é destacado que

> A falta de discussões em relação às possibilidades que a utilização das tecnologias pode trazer a rotina de sala de aula, em detrimento as formações que priorizam o treinamento dos professores na parte técnica dos recursos tecnológicos, tem ocasionado que o que se vê nas escolas é a adaptação das tecnologias de informação e da comunicação às velhas metodologias utilizadas em sala de aula, sem observarmos mudanças no processo de ensino e aprendizagem (Basniak et al., 2015, p. 995).

Como base nisso, o que se pretendeu foi apresentação de uma SDO ao docente, junto da inclusão do *software* GeoGebra em sala de aula, possibilitando a modificação do pensamento do estudante ao utilizá-lo e não apenas a adaptando às velhas metodologias tradicionais. Quanto ao uso dessas ferramentas tecnológicas pelo professor, destaca-se que

> Além das potencialidades oferecidas, existem outros aspectos fundamentais a serem considerados com relação ao uso educacional de

> uma tecnologia como por exemplo o papel do professor, o design ou a natureza das atividades propostas, dentre outros. A organização do cenário (imaginado) condiciona a natureza das interações, os diferentes tipos de negociações de significados e os conhecimentos produzidos no ambiente de aprendizagem construído (Borba et al., 2014, p. 36).

Desse modo, a transposição didática desse PO foi um desafio ao docente quanto à aplicação em sala de aula, tendo em visto o trabalho extra com o intuito de adequar ao nível da turma, indo de encontro com o que pensa a licencianda L6, pois, conforme ela, o uso dos PO em sala de aula é possível mais existe uma necessidade dessa adaptação em relação à sala na qual se pretende ensinar, “pois uma sala é muito heterogênea, existem alunos que possuem bastante dificuldades com conceitos básicos da matemática. Portanto, a questão deve estar de acordo com o nível dos alunos, eles devem ser desafiados, porém não devem achar impossível”.

Portanto, esse cenário vivenciado pelo licenciandos ao resolver esses problemas, em consonância com a utilização do *software* GeoGebra, deve possibilitar a reflexão quanto à intencionalidade de se ensinar algo, pensando nas possibilidades de adaptação e nas potencialidades que podem ser exploradas durante a criação de um cenário de aprendizagem, apoiando-se nessas ferramentas como complemento ao aluno.

Destacou-se outro ponto que considera a mediação do professor essencial, participando em momentos necessários, por meio de indagações, nas discussões e no estímulo ao uso do *software* GeoGebra, objetivando expandir o campo de atuação do estudante. Essa participação deve ser imprescindível durante as etapas que correspondem à situação adidática (ação, formulação e validação), ocorrendo apenas como mediador dando total autonomia aos sujeitos na construção do conhecimento. Conforme L3, nessa mediação

> O professor deve dar o mínimo de auxílio na condução da aula, como, por exemplo, na manipulação ou de como manipula o *software* e deixar o aluno realizar as construções no mesmo, pois, assim, ele estará sendo protagonista do seu próprio conhecimento.

Desse modo, a ação do professor previamente na criação do cenário de aprendizagem que deve ocorrer desde a procura dos problemas que proporcionem essa interação durante a resolução, quanto à antecipação nas dificuldades que podem aparecer aos estudantes. A participação do professor deve ocorrer na perspectiva da Didática da Matemática, objetivando os seguintes aspectos:

> (a) procurar situações de aprendizagem onde os alunos possam dar sentido ao conhecimento, através da contextualização e personalização do saber, num movimento de vivenciar o conhecimento pela ação do próprio aluno;
>
> (b) ajudar os alunos no sentido inverso, ou seja, descontextualizando e despersonalizando os conhecimentos, de modo análogo como fazem os matemáticos, o que conduz a tornar as produções dos alunos fatos universais e reutilizáveis em outras situações e contextos (Pommer, 2013, p. 13).

Apoiando-se na metodologia ED e a TSD, a construção da situação didática pelo pesquisador proporcionou prever, na etapa de análise *a priori* e concepção, dificuldades com as quais os licenciandos poderiam se deparar, permitindo o controle do ambiente de ensino. Essa previsão também propiciou junto ao problema a disponibilização de ferramentas tecnológicas, como o uso do GeoGebra, que auxiliassem os participantes na percepção de diferentes estratégias, como a aplicação do teorema de Pitágoras.

Esse cenário criado pelo docente, a partir da TSD, propiciou as interações entre aluno, meio e saber, mobilizados na etapa de ação, formulação, validação e como papel do professor a sua participação, de maneira efetiva, ocorrendo apenas na institucionalização dos saberes porque

> Se feita muito cedo, a institucionalização interrompe a construção do significado, impedindo uma aprendizagem adequada e produzindo dificuldades para o professor e alunos; quando após o momento adequado ele reforça interpretações inexatas, atrasa a aprendizagem, dificulta as aplicações; é negociada numa dialética (Almouloud, 2007, p. 40).

Quando se relaciona ao papel do aluno frente à teoria TSD, surgem momentos de diálogos, de dúvidas, de tentativas com direcionamento para a resolução do problema, permitindo

> Que o aluno aja sobre a situação, interagindo com o meio e a situação proposta, formule hipóteses utilizando-se de ferramentas matemáticas, apresente ferramentas de forma a validar a solução do seu problema e, o professor institucionalize favorecendo a observação das relações entre o saber, o aprendiz e o meio a fim de que todos se apropriem do saber como parte dos esquemas mentais (Figueroa & Almouloud, 2019, p. 433).

Com base no que foi descrito na etapa de experimentação, todas as etapas da TSD foram realizadas, e os estudantes perpassaram pela etapa de ação se defrontando com os problemas, realizando tentativas, analisando o comportamento da figura após as movimentações iniciais com os controles deslizantes, identificando valores para as medidas laterais necessárias para a construção de hipóteses.

O problema também possibilitou a formulação de hipóteses, a partir dos levantamentos de dados na etapa de ação, levando a discussões em torno das estratégias propostas pelos estudantes. Após a etapa de formulação, o aluno teve a oportunidade de validar as hipóteses construídas, em certo momento levando ao erro, mas com a ajuda dos colegas, de forma a superar as dificuldades e a levar, da maneira correta, ao resultado do problema e à aplicação do teorema de Pitágoras.

Visto que essas ações realizadas pelos estudantes foram previstas pelo professor na concepção da situação didática, o que lhes deu total autonomia e liberdade de criação no momento da resolução do problema e a participação mínima durante a atividade, agindo como mediador das situações. Destaca-se também como papel do aluno a aceitação do problema, o que Pommer define como devolução

> A devolução significa o aceite do aluno pela responsabilidade na busca da solução do jogo ou problema proposto, assim como pelo entendimento que o professor elaborou uma situação passível de ser resolvida, pelo menos em parte, de acordo com os conhecimentos anteriores que ele possuiu. Assim, feita a devolução, a situação proposta se converte no problema do aluno, o que situa uma condição essencial para que o aluno aprenda: o

> papel ativo e compromissado do aluno diante de uma situação de aprendizagem (Pommer, 2013, p. 13).

Observou-se durante a experimentação que os alunos tiveram dificuldades quando se defrontaram com o problema, mas, a partir das ferramentas acrescentadas, como o *software* GeoGebra, por meio da visualização e movimentação dos elementos adicionados, como os controles deslizantes, houve um aceite da questão e deram prosseguimento na resolução.

5. Considerações finais

Este artigo trouxe dados parciais de uma investigação que utilizou problemas da OBMEP sob a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas (TSD), com amparo do *software* GeoGebra. De um modo geral, proporcionou aos participantes um ambiente dinâmico e interativo em contato com a ferramenta apresentada e com a teoria abordada.

Os resultados constataram que a metodologia, ED, e a teoria, TSD, em complementariedade, contribuem significativamente tanto para o professor que ensina matemática como para o aluno que aprende matemática. Para o professor, contribuiu em relação à sua fundamentação e dificuldades no ensino do conteúdo de geometria; ao seu planejamento, prevendo situações que poderiam ocorrer e na criação de ambientes que venham ocorrer o aprendizado do aluno. Além disso, o trabalho na adaptação do problema da OBMEP com o uso do *software* GeoGebra, utilizado no ensino não como um artefato, mas como uma ferramenta necessária a modificação do pensamento do estudante.

Para o aluno, proporcionou a possibilidade de agir, formular e validar as hipóteses criadas por ele durante a resolução do problema, percorrendo o caminho de um matemático, com autonomia e liberdade de criação, utilizando de seus meios para a ir de encontro a solução, como também ao aprendizado do conteúdo em questão, dando ênfase também à ferramenta tecnológica utilizada durante a resolução do PO, o *software* GeoGebra, o qual proporcionou a superação de dificuldades encontradas.

Constatou-se que os problemas de olimpíadas são desafiadores, bem elaborados e que trazem em si vários conceitos matemáticos. Essa diversidade de conceitos possibilitou o uso de maneiras diferentes de resolução, contribuindo para o estudante, a exploração dos conhecimentos prévios aprendidos, desenvolvendo sua autonomia na construção do saber. Desse modo, todos esses aspectos podem ser positivos na atração dos estudantes em relação à resolução desses PO, baseando-se em uma adaptação, realizada pelo docente, com foco na realidade da turma.

Dessa forma, concebeu-se uma situação didática, utilizando um problema da OBMEP (SDO), com o foco no ensino de geometria, dando ênfase na aplicação do teorema de Pitágoras. Utilizou-se o *software* GeoGebra frente à adaptação da construção do problema trazido nas provas dessa competição, o que proporcionou a superação das dificuldades e o alcance do objetivo da SDO do professor quanto à aplicação do teorema de Pitágoras.

Durante a investigação desenvolvida no Brasil, ocorreram alguns imprevistos que concorreram para uma modificação substancial da forma de aplicação e desenvolvimento da pesquisa, devido à pandemia de Covid-19, aplicação esta que ocorreria de forma presencial e, consequentemente, passou a ser desenvolvida remotamente, via plataforma *Google Meet*, o que foi desafiador e gratificante para o pesquisador e proporcionou uma nova maneira de ensino.

Salienta-se que todos os professores têm acesso a esse material disponibilizado pela OBMEP, mas os programas de formação não são direcionados a todos — o que torna um grande desafio quanto ao uso e inclusão dessas questões em sala de aula. Além disso, o grau de formalidade dos problemas acaba excluindo uma quantidade de estudantes que apresenta baixo desempenho na disciplina, tornando importantes e necessários os trabalhos com essa temática.

Diante disso, perspectivou-se, nesta investigação, apresentar os dados parciais de uma proposta aos professores e licenciandos de matemática, utilizando Problemas Olímpicos (PO), adaptando junto ao *software* GeoGebra, ampliando o número de estudantes que terão acesso a esses modelos de questões. Ademais, na disponibilização de meios aos professores para incluir esses materiais que a OBMEP dispõe no planejamento diário, como alternativo ao livro didático. Nesse contexto, o recurso da tecnologia, tendo em vista a utilização do *software* GeoGebra, proporcionou um itinerário diferenciado para a promoção do entendimento e compreensão matemática, tendo em vista uma ênfase na visualização e percepção de propriedades matemáticas dinâmicas possibilitadas pelo software. (Alves, 2019; 2020).

Bibliografia

Almouloud, S. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Editora da Universidade Federal do Paraná.

Almouloud, S., Coutinho, C. Q. S. (2008). Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. *REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática*. 3(6), 62-77. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2008v3n1p62/12137

Alves, F. R. V. (2020). Situações Didáticas Olímpicas (SDO): ensino de Olimpíadas de Matemática com o arrimo do software GeoGebra como recurso na visualização. *Revista Alexandria*. 13 (1), 319 – 341. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2020v13n1p319

Alves, F. R. V. (2019). Visualizing the olympic didactic situation (ODS): teaching mathematics with support of the geogebra software. *Acta Didactica Napocensia*, 12 (2), 97-116. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de http://padi.psiedu.ubbcluj.ro/adn/article_12_2_8.pdf

Artigue, M. (1995). Ingenieria Didática. In: M. Artigue, R. Douady, Moreno, L., & P. Gomez,. (eds.), *Ingeniéria didatica en Educacion Matemática: Un esquema para* *la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. (pp. 33-61). Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericano.

Azevedo, I. F., & Alves, F. R. V. (2020). Situações Didáticas Olímpicas e o GeoGebra contribuindo na formação inicial do professor de Matemática. *Indagatio Didactica*,12 (5), 393-414. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de https://proa.ua.pt/index.php/id/article/view/23493/17157

Basniak, M. I., Scadelai, D., Paulek, C. M., Felipe, N. A. (2015). Tecnologias digitais no ensino: discussões a partir de propostas desenvolvidas por licenciandos envolvendo polinômios. *Educação Matemática em Pesquisa.* 17 (5), 989 – 1012. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/25010/pdf

Borba, M. C., Silva, R. S. R., Gadanidis, G. (2014*). Fases da tecnologia digital em educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. Autêntica, Belo Horizonte.

Brasil. (2017). *Ministério da Educação.* PNLD 2018: Matemática – guia de Livros Didáticos – Ensino Médio/ Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica.

Brousseau, G. (1986) Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Mathematics. Université Sciences et Technologies. 1986. (Tese de Doutoramento). L'université de Bordeaux I – França.

Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2014). teaching fractions through Situations: A fundamental Experiment. New York, London. Springer.

Brousseau, G. (2008). Introdução aos estudos da Teoria das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino. Editora ática.

Fidelis, E. C. (2014). *A OBMEP sob uma perspectiva de resolução de problemas.* 2014. 57f. Dissertação [Mestrado Profissional em matemática em rede nacional – PROFMAT. Universidade de Brasília – UnB, Brasília] https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/17049/1/2014_EduardoCordeiroFideles.pdf

Figueroa, T. D., Almouloud, S. A. (2019). Atividades intermediárias - processo de criação do aluno (PCA): um MER para o ensino do conceito de limites. *Educação Matemática em Pesquisa*. 21 (5), 428-444. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/45597/pdf_1

Freitas, J. L. M., Pais, L. C. (2009). Tendências relativas ao estudo da argumentação no ensino da geometria em livros didáticos. In: Pires, C. M. C., Freitas, J. L. M., Ortigão, M. I. R., Grando, N. I., & Machado, S. D. A., (eds). *Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e médio: pesquisas e perspectivas*. (pp. 150-164). Editora Musa.

Laborde, C. (1997). Affronter la complexité des situations didátiques d apprentissage des mathématiques en classe: défis et tentatives. *DIDASKALIA*, 10 (1) p. 97 -112. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de Doi : https://doi.org/10.4267/2042/23800

Lima, R. G. A., Neves, T. G. (2019). Possibilidades de uso da engenharia didática na educação matemática e no ensino regular**.** *Educação matemática em pesquisa.* 21 (5), 694-708. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de DOI: https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i5p694-708

Margolinas, C. (2012) Connaissance et savoir. Des distinctions frontalières?. *Sociologie et didactiques: vers une transgression des frontières*, Lausanne, Suisse. pp.17-44, 2012.

OBMEP. Apresentação *[em línea]* (2020). Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm

Pavanello, R. M. (1993). O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetike.* 1 (1), 7-17. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822/13724

Pinheiro, T. A. (2013). *Soluções não clássicas para os problemas da OBMEP.* [Dissertação Mestrado profissional em matemática em rede nacional – PROFMAT, Universidade Federal de Santa Maria]. https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/10936/PINHEIRO%2c%20TARCIUS%20ALIEVI.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Pires, C. M. C. (2009). Implementação de inovações curriculares em Matemática: embates com concepções, crenças e saberes de professores. In: Pires, C. M. C., Freitas, J. L. M., Ortigão, M. I. R., Grando, N. I., & Machado, S. D. A., (eds). *Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e médio: pesquisas e perspectivas.* (pp. 167-190).

Rico, E. T. M., Maria, S. A. A. (2014). Tecnologias Digitais na sala de aula: O uso do Software Graphmatica como ferramenta pedagógica. In L. M. R. Tarouco, V. M. Costa, B. G. Ávila, M. R. Bez, & E. F. Santos (Coord.), *Objetos de Aprendizagem: Teoria e prática.* (pp. 385-398). Porto Alegre, BRASIL: Evangraf. Editora Musa.

Pommer, W. M. (2013). *A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares*. http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3915/20692/Livro%20Eng%C2%AA%20Did%C3%A1tica%202013.pdf

Santos, A. P. R. A., Alves, F. R. V. (2017). A teoria das situações didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: Uma aplicação do Teorema de Pitot. *Revista Indagatio Didactica*, 9, (4) 279-296. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de https://proa.ua.pt/index.php/id/article/view/976/802

Silva, J. G. A., Alves, F. R. V., & Menezes, D. B. (2020). Aspectos da Teoria das Situações Didáticas aplica ao ensino de Geometria plana referente a problemas das Olimpíadas de Matemática com o amparo do software GeoGebra. Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática. 5, (2), 328-342. Recuperado em 01 de Janeiro de 2021, de https://www.jornaisdesergipe.ufs.br/index.php/ReviSe/article/view/13325

Autores:

José Gleison Alves da Silva: Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo o IFCE, Professor de Matemática do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Sobral, Ce, Brasil e, Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA. Email: gleison.profmat.seduc@gmail.com https://orcid.org/0000-0002-3093-0239

Francisco Régis Vieira Alves: Professor de Matemática do IFCE, Campus Fortaleza. Bolsista de produtividade em pesquisa do Conselho Nacional de desenvolvimento Científico e tecnológico CNPQ-PQ2. Professor Titular do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Estado do Ceará, departamento de Matemática e Física. Docente permanente do mestrado acadêmico em ensino de Ciências e Matemática PGECE/IFCE. Docente permanente do doutorado em REDE Rede Nordeste de Ensino. Email: fregis@ifce.edu.br https://orcid.org/0000-0003-3710-1561

Daniel Brandão Menezes: Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Ceará - UFC, Mestre em Matemática pela UFC, Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará - UECE e professor titular da Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA, Brasil. E-mail: brandaomenezes@hotmail.com https://orcid.org/0000-0002-5930-7969