UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 61. Abril 2021
Páginas 1-20

Uso do *smartphone* na investigação sobre propriedades de quadriláteros notáveis

Rita de Cássia da Costa Guimarães, William Vieira, Roberto Seidi Imafuku, Emanoel Fabiano Menezes Pereira

Fecha de recepción: 2/11/2020
Fecha de aceptación: 10/03/2021

Resumen	Este artículo analiza los resultados de una secuencia de tres actividades sobre exploración de propiedades de cuadriláteros notables utilizando la aplicación Geogebra para teléfonos móviles realizadas por dos estudiantes brasileños de 16 años. Los instrumentos de recolección de datos fueron las grabaciones de las pantallas y audios de los celulares de los estudiantes y las fichas de actividades. Los objetivos de la investigación fueron verificar si el uso de esta aplicación contribuye al levantamiento de conjeturas y clasificar las justificaciones dadas por los participantes. Se observó que el uso de GeoGebra para teléfonos celulares presenta posibilidades para el aprendizaje de la Geometría, ya que permitió a los estudiantes elaborar definiciones, conjeturas y justificaciones a partir de las manipulaciones realizadas. **Palabras clave:** Cuadriláteros notables, GeoGebra para móviles, Justificaciones matemáticas.
Abstract	This article discusses the results of a sequence of three activities on exploration of properties of notable quadrilaterals using the GeoGebra mobile phone application carried out by two 16-year-old Brazilian students. The data collection instruments were the recordings of the screens and audios of the students' cell phones and the activity sheets. The objectives of the investigation were to verify whether the use of this application contributes to the survey of conjectures and to classify the justifications given by the participants. It was observed that the use of GeoGebra for cell phones presents possibilities for learning Geometry, as it allowed students to elaborate definitions, conjectures and justifications based on the manipulations performed. **Keywords:** Notable quadrilaterals, GeoGebra for mobile, mathematics justifications.
Resumo	Neste artigo discute-se os resultados de uma sequência de três atividades sobre exploração de propriedades de quadriláteros notáveis com o uso do aplicativo GeoGebra para celular realizada por dois estudantes brasileiros de 16 anos. Os instrumentos de coleta de dados foram das gravações das telas e áudios dos celulares dos estudantes e as fichas de atividades. Os objetivos da investigação foram o de verificar

se o uso deste aplicativo contribui para o levantamento de conjecturas e de classificar as justificativas dados pelos participantes. Observou-se que a utilização do GeoGebra para celular apresenta possibilidades para a aprendizagem de Geometria, pois permitiu aos estudantes elaborarem definições, conjecturas e justificativas a partir das manipulações realizadas.
Palavras-chave: Quadriláteros notáveis, GeoGebra para celular, Justificativas matemáticas.

1. Introdução

Discussões sobre o papel e a inserção de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática têm sido realizadas com cada vez mais frequência por educadores brasileiros e internacionais nos últimos anos. Alguns exemplos que corroboram essa perspectiva são as pesquisas referentes às políticas públicas de implementação de tecnologias digitais em escolas de Educação Básica e as produções acadêmicas que abordam o tema da utilização nas aulas de Matemática (Borba & Lacerda, 2015), trabalhos que discutem aspectos históricos da inclusão de tecnologias nas escolas brasileiras, as implicações do uso de tecnologias no ensino e os impactos na formação de professores (Valente, 1999; 2005) e estudos como o de Balacheff (2000) que indicou que a incorporação das tecnologias digitais nas aulas de Matemática pode tornar o processo de ensino mais completo, possibilitando que os professores controlem a situação de ensino, ao mesmo tempo que permite aos alunos desenvolverem seus próprios métodos de aprendizagem.

Mas apesar das discussões sobre o uso de tecnologias digitais na educação estarem cada vez mais presentes no meio acadêmico, o que se observa na Educação Básica brasileira é que as tecnologias digitais ainda não estão inseridas de maneira efetiva, como apontado por Javaroni, Zampieri e Oliveira (2014). As pesquisadoras indicam um "(...) descompasso entre a integração das tecnologias digitais no ambiente escolar e a prática das aulas de Matemática para estudantes" (Javaroni, Zampieri & Oliveira, 2014, p. 971).

Para investigar os motivos da não integração das tecnologias digitais nas aulas de Matemática, Chinellato (2014) realizou entrevistas com professores da Educação Básica brasileira e o estudo apontou que a maior parte dos entrevistados não faz uso do computador como recurso para o ensino de Matemática, apesar dos programas de incentivo propostos pelos governos locais. A precarização das salas de aula de informática e a falta de preparação dos professores para lidar com as tecnologias digitais são algumas das justificativas apresentadas pelo pesquisador para explicar essa realidade.

Como uma alternativa para superar as dificuldades com a precariedade das salas de informática Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) defendem o uso de celulares em sala de aula, mas ponderam que as maneiras e os limites deste uso devem ser discutidos. Borba (2012) aponta que os celulares inteligentes (smartphones) são tecnologias que já fazem parte de diversos coletivos de seres-humanos-com-mídias, situação que indica que esse tipo de tecnologia é mais facilmente acessível para diversos grupos sociais.

Neste trabalho, apresentamos uma avaliação da inserção de aplicativos de Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem desta disciplina, explorando a construção de definições e a elaboração de justificativas para propriedades observadas no estudo de quadriláteros notáveis. Para isso, foi aplicada uma sequência de três atividades sobre o trapézio e o paralelogramo, com o uso do aplicativo GeoGebra para celular, para oito estudantes de 16 anos de idade de uma instituição pública de ensino do Estado de São Paulo. Apresentamos, neste trabalho, a análise do desenvolvimento de uma dupla de participantes, escolhida por uma análise prévia dos protocolos, no decorrer da aplicação das três atividades. Todas as atividades realizadas com o smartphone foram gravadas com o aplicativo AZ Screen Recorder. Antes do início das atividades os aplicativos foram instalados nos celulares dos estudantes.

A seguir apresentamos uma revisão sobre trabalhos que exploraram atividades de ensino envolvendo a elaboração de conjecturas e de justificativas, e o uso de aplicativos de geometria dinâmica.

Saorín-Villa, Torregrosa-Gironés & Quesada-Vilella (2019) desenvolveram uma investigação com o objetivo de identificar relações sobre a maneira com que os estudantes constroem um discurso escrito (resposta), o status das afirmações matemáticas estabelecidas que o compõe e os resultados do raciocínio desenvolvido que permitem resolver com sucesso problemas de demonstrações em um contexto geométrico. Para tal, aplicaram uma atividade envolvendo problemas de demonstrações geométricas para estudantes de 17 anos de idade de uma escola na Espanha. Segundo os autores, a argumentação desempenha um papel importante como elo entre os diferentes ciclos de apreensões de raciocínio configural, que é a coordenação dos processos de visualização e o discurso escrito gerado pela solução de problemas geométricos que envolvem prova.

Os pesquisadores destacam que uma mudança no status de declarações matemáticas que compõem o raciocínio podem levar a uma conjectura sem demonstração, permitindo aos alunos darem uma solução para o problema, independentemente da validade, com base em suposições não confirmadas ou erradas (Saorín-Villa, Torregrosa-Gironés & Quesada-Vilella, 2019).

A fim de investigar aspectos da aprendizagem em Geometria durante o processo de resolver tarefas em ambientes touchscreen com geometria dinâmica, Assis e Bairral (2019) conduziram experimentos de ensino sobre isometria com estudantes de 15 a 17 anos de idade de uma instituição do Rio de Janeiro. O processo de análise foi baseado principalmente nos vídeos dos estudantes utilizando o GeoGebra App e o Geometric Constructer, nas produções escritas para cada tarefa, no uso de uma ficha em que os participantes poderiam descrever a função de cada ícone do dispositivo e na gravação das telas dos celulares dos estudantes, o que possibilitou aos pesquisadores fazer a observação de detalhes na utilização do dispositivo. Sobre as atividades elaboradas, os autores destacam que essas devem ser pensadas para permitir o desenvolvimento do pensamento matemático pelos estudantes e que a maneira como o dispositivo touchscreen é utilizado também influencia no design dos processos de resolução das tarefas de modo substancial.

Mata-Pereira e Ponte (2017) projetaram quatro princípios para auxiliar os professores a melhorar o raciocínio matemático dos estudantes e conduziram uma intervenção com base nesses princípios. Segundo os autores, os princípios indicam que as tarefas devem incluir problemas e questões exploratórias, e perguntas que induzam generalizações e que exigem justificativa de respostas. Apontam ainda, que a partir das atividades de generalizar e justificar, os estudantes desenvolvem seu raciocínio matemático e podem estar mais bem equipados para lidar posteriormente com provas matemáticas.

Essas pesquisas evidenciam as possibilidades do uso de dispositivos touchscreens, a importância de trabalho com justificativas nas aulas de Matemática e a necessidade da promoção do ensino de geometria, promovendo uma reflexão sobre os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Seguimos com a apresentação das ideias de De Villiers (1994; 2001; 2004) e Balacheff (1987) que constituem os referenciais teóricos adotados em nossas análises.

2. Referencial teórico

2.1. Softwares de Geometria Dinâmica, definições, conjecturas e provas

Uma das principais tarefas relacionadas ao ensino de Matemática na atualidade está em fazer com que estudantes da Educação Básica entendam a necessidade de se provar as afirmações matemáticas. Segundo Guerato (2016), estudantes costumam questionar professores sobre o porquê se demonstrar resultados geométricos, posto que estes lhes parecem óbvios ou facilmente verificáveis empiricamente. De Villiers (2001), sustenta que os alunos não demonstram porque não entendem a função da demonstração em Matemática.

Em busca de resolver este dilema, De Villiers (1999), coloca e responde a questão: "Que funções têm a demonstração na própria Matemática que podem ser utilizadas na sala de aula para tornar a demonstração mais significativa para os alunos?". Ele destaca que uma demonstração não pode ser encarada apenas como uma forma de convencer incrédulos de que um teorema é verdadeiro e defende que, mais relevante do que provar uma conjectura, são as tentativas de fazê-lo, pois estas podem fomentar a elaboração de novas conjecturas e favorecer o desenvolvimento da Matemática. Sustenta ainda que softwares de geometria dinâmica são aliados no processo de convencimento de que uma conjectura é verdadeira e que também podem iluminar um caminho para se demonstrar um resultado.

Em relação aos softwares de geometria dinâmica, diversos pesquisadores também destacam a contribuição que a utilização desses softwares pode trazer para os processos de ensino e aprendizagem de Geometria, como é o caso de Ingraham (2013), que propôs a utilização de iPads em um projeto de geometria, e em suas conclusões destacou que "quando as ferramentas tecnológicas são usadas efetivamente, os estudantes são motivados e tornam-se participantes ativos no processo de aprendizagem" (Ingraham, 2013, p. 31, tradução nossa).

Os pesquisadores Arzarello, Bairral e Danè (2014) realizaram uma pesquisa com 5 estudantes italianos de 15 a 16 anos para explorar os processos de resolução de problemas utilizando um software de Geometria Dinâmica chamado Geometric Constructer para dispositivos móveis com touchscreen. Em suas análises, os investigadores observaram que "o uso de dispositivos com touchscreen podem proporcionar novas questões pedagógicas para o ensino de Matemática" (Arzarello, Bairral & Danè, 2014, p. 49, tradução nossa).

Também explorando as contribuições que a utilização de softwares de geometria dinâmica traz para os processos de ensino e aprendizagem de Matemática, Abdelfatah (2011) realizou um estudo com o objetivo de preparar os estudantes para compartilhar ideias no processo de elaboração de conjecturas e experenciar as provas geométricas como um processo que vai além de validar afirmações geométricas. O pesquisador destaca que a utilização de softwares de geometria dinâmica proporcionou uma experiência engajadora para os estudantes em relação a exploração de conceitos geométricos e teoremas. Ademais, Abdelfatah (2011) propõe que essa utilização pode aproximar os estudantes da geometria e das provas geométricas.

Com relação às provas, De Villiers (2001) considera que existem diferentes níveis de rigor envolvidos, e define seis funções para uma demonstração: verificação, que se constitui em testes empíricos que devem anteceder uma demonstração e que podem auxiliar e diminuir a chance de erros e inconsistências; explicação, métodos empíricos e experimentais podem auxiliar no processo de convencimento da veracidade de uma conjectura, mas apenas uma prova pode explicar porque ela é verdadeira. Neste caso, a demonstração não apenas verifica a validade de uma afirmação, mas explica porque isso acontece; descoberta, muitos resultados em Matemática têm origem em processos puramente dedutivos, por isso, podemos entender a demonstração também como uma maneira de explorar, avaliar e descobrir novos resultados; sistematização, por mais vastos e diferentes que sejam os exemplos e experimentos empíricos realizados sobre um resultado matemático, somente uma demonstração poderá atestar sua validade, e a sistematização cumpre esse papel; comunicação, os matemáticos comunicam suas ideias por meio de demonstrações e, ao fazê-lo, permitem que sua comunidade científica possa avaliar o trabalho, verificar se existem inconsistências nas conclusões e pensar em contraexemplos ou reformulações que possam levar a novos resultados e ideias; desafio intelectual, demonstrar um teorema ou proposição em Matemática equivale a montar um quebra-cabeça, e a realização de um feito como este confere ao seu elaborador grande satisfação e alegria.

Em relação ao estudo de definições, os pesquisadores Usiskin e Griffin (2008) apontam que muitos estudantes não compreendem a necessidade de as definições em geometria serem econômicas, ou seja, não conterem informações desnecessárias e a possibilidade de haver diferentes definições para um mesmo objeto matemático.

Como uma das possíveis causas desse problema, De Villiers (2004) aponta para os métodos de ensino de definições nas escolas, nos quais os estudantes são apresentados a elas prontas. O pesquisador ressalta que é importante que o processo de definir conceitos geométricos seja uma atividade engajadora para os estudantes para que possam compreender as definições geométricas, defendendo que é necessário que as definições se desenvolvam naturalmente a partir de conhecimentos anteriores, modelos ou experiências reais que o estudante possa relacionar.

Para ajudar no processo de construção de definições, De Villiers (2004) defende que o uso de softwares de Geometria Dinâmica pode não apenas melhorar a compreensão da definição, mas também melhorar a habilidade dos estudantes em definir conceitos geométricos de forma independente; e define três tipos de definições: definição correta, definição incorreta e definição incompleta.

- Definição correta é uma descrição (definição) que contém condições suficientes (propriedades). Existem duas definições corretas: econômica e não-econômica. As econômicas trazem apenas elementos necessários e suficientes e não contém informações redundantes. As definições não-econômicas contêm mais informações do que o necessário (De Villiers, 2004).
- Definição incorreta é uma definição que possui alguma propriedade incorreta ou se ela contém propriedades insuficientes (De Villiers, 2004).
- Definição incompleta é uma definição que contém propriedades necessárias, mas insuficientes. Dessa forma, uma definição incompleta também é considerada uma definição incorreta (De Villiers, 2004).

As ideias apresentadas por De Villiers (1999; 2001; 2004) foram levadas em consideração na elaboração das atividades e na análise das produções dos participantes.

2. 2. Sobre os níveis de prova em Matemática

A partir de uma investigação com estudantes franceses sobre as propriedades de polígonos, Balacheff (1987) define uma tipologia de provas em Matemática, que são caracterizadas em provas pragmáticas e provas intelectuais. Dessa classificação, este autor estabelece quatro níveis para uma prova, que são definidos em empirismo ingênuo, experiência crucial, exemplo genérico e experiência mental (Caldato et al., 2017).

No empirismo ingênuo enquadram-se situações em que um aluno se convence da veracidade de uma conjectura a partir de alguns exemplos simples e específicos, sem questionar a particularidade dos casos verificados. A experiência crucial envolve a verificação de um exemplo particular que atesta a verdade de uma proposição, mas com características de generalização, algo não presente no empirismo ingênuo. Estes dois níveis de prova compõem as provas pragmáticas (Caldato et al., 2017).

No exemplo genérico, as conclusões e validações de resultados são extraídas de um representante genérico de uma classe de objetos considerados. Neste caso, por meio de manipulações, explicitam-se as razões que sustentam uma propriedade específica. Este nível de prova está localizado na transição entre provas pragmáticas e provas intelectuais (Caldato et al., 2017).

Já na experiência mental, o raciocínio lógico-dedutivo garante a validade de propriedades de maneira geral, que não está mais baseada em exemplos ou casos particulares. Neste caso, é dentro de uma teoria que está sustentada a veracidade de uma proposição. Este nível de prova está enquadrado nas provas intelectuais (Caldato et al., 2017).

Utilizando o quadro teórico colocado por Balacheff (1987), Marradez e Gutiérrez (2000) realizaram uma pesquisa sobre as possibilidades da utilização de *softwares* de geometria dinâmica para melhorar o entendimento dos estudantes a respeito de provas matemáticas e suas habilidades de provar. Os pesquisadores apresentaram dois estudos de caso no qual 16 estudantes, com idades de 15 a 16 anos, utilizaram o software Cabri-Géomètre para resolver problemas estruturados de geometria em uma sequência de ensino composta por 30 atividades. Em suas conclusões, Marradez e Gutiérrez (2000) destacam que "os softwares de geometria dinâmica permitem que os estudantes façam explorações empíricas antes de tentar produzir uma justificativa dedutiva, fazendo representações significativas de problemas, experimentando e obtendo retorno imediato" (Marradez & Gutierrez, 2000, p. 119, tradução nossa).

Além disso, os pesquisadores também apontam que a função de arrastar dos softwares auxilia os estudantes a procurar, por exemplo, propriedades, casos especiais e contraexemplos, podendo contribuir para a elaboração de conjecturas e de justificativas. Marradez e Gutierrez (2000) ainda destacam que no decorrer das atividades alguns estudantes melhoraram as suas habilidades de justificar, embora tenham proposto somente justificativas empíricas. Ademais, as conclusões enunciadas pelos pesquisadores indicam que "ao desenvolver uma sequência de atividades organizada e dar aos estudantes tempo suficiente para trabalhar nelas, é possível fazer com que os estudantes avancem em direção a tipos mais complexos de justificativa" (Marradez & Gutierrez, 2000, p. 120, tradução nossa).

Assim como Marradez e Gutiérrez (2000), consideramos as classificações estabelecidas por Balacheff (1987) nas análises das produções dos participantes.

3. Procedimentos metodológicos

A investigação foi realizada no ano de 2019 e para ela foi elaborada uma sequência de três atividades sobre quadriláteros notáveis, sendo uma atividade de exploração do trapézio, uma atividade formativa e uma atividade de exploração do paralelogramo, que envolveram o uso do aplicativo GeoGebra para celular (Graphing Calc).

As atividades foram aplicadas para oito estudantes de 16 anos de idade de uma instituição pública de ensino de São Paulo. As atividades foram realizadas em duplas, tiveram duração de uma hora e meia e aconteceram na instituição de ensino em que os participantes estudam, fora do horário das aulas regulares. Os participantes instalaram o aplicativo GeoGebra para celular e o aplicativo de gravação de tela e áudio AZ Screen Recorder em seus celulares e estavam familiarizados com uso dos aplicativos. Antes do início das atividades, foram feitas algumas intervenções pontuais, por parte dos pesquisadores, sobre configurações específicas do GeoGebra para celular. O critério adotado para a seleção dos participantes foi o de apresentar bom rendimento e interesse nas aulas de Matemática.

Na primeira atividade, os estudantes utilizaram o GeoGebra para construir e explorar o trapézio para, em seguida, definir e elaborar conjecturas sobre propriedades deste quadrilátero. A atividade formativa (segunda atividade) trazia quatro tipos de justificativas para a soma dos ângulos internos de um trapézio e três questionamentos e os participantes precisavam escolher qual justificativa seria mais adequada para cada questionamento proposto. Na terceira atividade, foi proposto que fizessem a construção e exploração do paralelogramo com o GeoGebra para, em seguida, apresentar uma definição e levantar conjecturas sobre este quadrilátero.

Os responsáveis pelos estudantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). A investigação respeita os códigos de ética brasileiros e os participantes são tratados por apelidos nas análises dos dados coletados.

Ao final das atividades, uma análise prévia dos protocolos foi realizada e decidimos convidar uma das duplas para uma entrevista semiestruturada (Boni & Quaresma, 2005), com o propósito de aprofundar a interpretação das produções realizadas e entender as percepções destes participantes sobre a metodologia adotada na realização das atividades propostas. Por isso, concentramos nossas análises nas produções desta dupla de participantes. As atividades foram respondidas em fichas fornecidas pelos pesquisadores. Estes materiais, as gravações das telas e áudios dos celulares dos participantes e os dados obtidos na entrevista são os protocolos utilizados nas análises.

No que segue, discutimos os dados fornecidos pela dupla Samantha e João nas três atividades.

4. Discussão dos resultados

No início do primeiro encontro, antes que a ficha da primeira atividade fosse entregue, foi solicitado que os estudantes construíssem um trapézio no GeoGebra usando seus conhecimentos, e que comunicassem aos pesquisadores quando essa construção tivesse sido terminada. Em poucos minutos, a dupla Samantha e João apresentou a imagem destacada à esquerda na Figura 1. Um dos pesquisadores, então, fez uma manipulação, obtendo a imagem à direita na Figura 1.

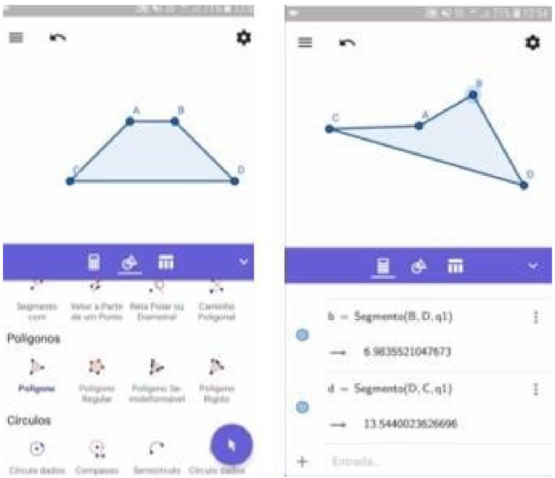


Figura 1. Desenho da dupla Samantha e João.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Durante essa intervenção dos pesquisadores, houve o seguinte diálogo:

Pesquisadora (P): Como é que vocês fizeram a construção?

Samantha (S): A gente marcou os pontos, aí depois a gente usou a ferramenta de segmento e depois usou a ferramenta de polígono.

P: Posso mexer? S: Sim.

Então, a pesquisadora movimenta um dos vértices da figura, deforma o desenho original da dupla e pergunta se a nova figura continua sendo um trapézio. Ao responderem negativamente, a dupla recebeu uma explicação de que uma construção em geometria dinâmica precisa ser rígida, ou seja, as propriedades que caracterizam a figura precisam se manter quando esta é manipulada. Como pode ser observado na primeira imagem da Figura 1, os participantes desenharam uma figura que se assemelhava a um trapézio, porém com a movimentação dos vértices da figura, obteve-se um outro quadrilátero, que não conserva as características de um trapézio, não sendo, dessa forma, uma construção rígida.

A dupla foi novamente desafiada a construir o trapézio, todavia não obteve êxito. Ao mostrar desistência da atividade, os pesquisadores entregaram uma ficha de atividades com um roteiro para a construção do trapézio (Figura 2).

1ª ATIVIDADE: Propriedades do trapézio

a) Crie o segmento AB usando a ferramenta .

b) Construa uma reta paralela a AB, passando por um ponto C não pertencente a AB com .

c) Marque o ponto D sobre a reta paralela a AB com a ferramenta .

d) Trace o segmento CD usando .

Figura 2. Roteiro de construção do trapézio.
Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

A dupla, então, construiu um trapézio e explorou a construção, conforme destacado na Figura 3.

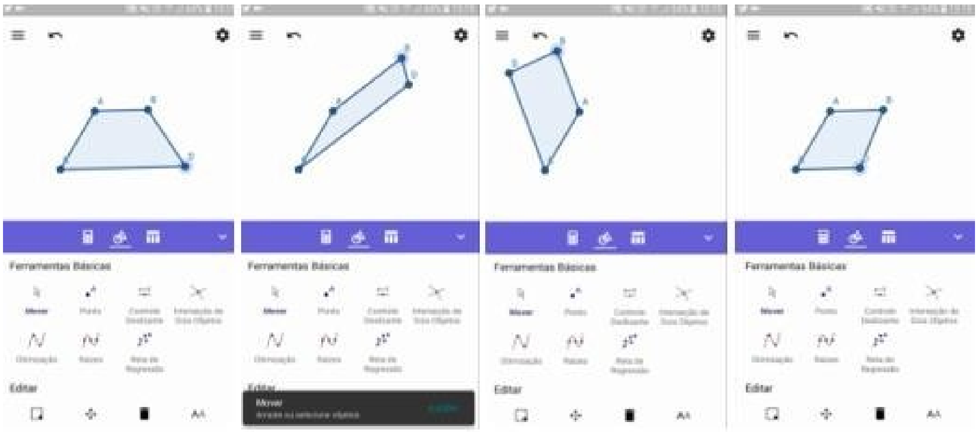


Figura 3. Construção e exploração do trapézio.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Em seguida, a dupla discutiu sobre a definição a ser apresentada para o trapézio e chegou a um consenso (Figura 4), porém Samantha demonstrou preocupação com o fato de a definição estar concisa, como mostra o diálogo:

Samantha (S): Então, dê uma definição de trapézio… A gente pode escrever que trapézio é um quadrilátero…

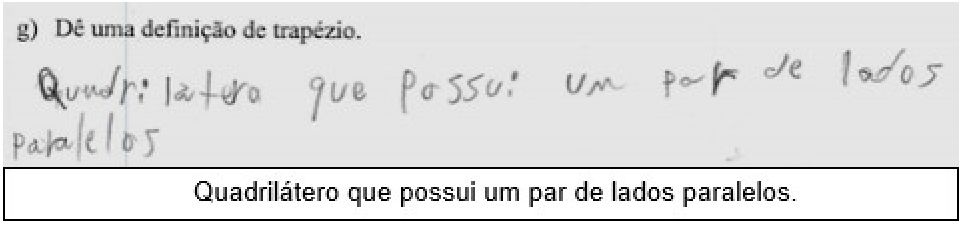
João (J): Certo.

S: Que possui um par de lados paralelos.

J: É isso?

S: É, então, mas essa definição tá muito pobre, né João?

J: É, mas tá definido.


g) Dê uma definição de trapézio.

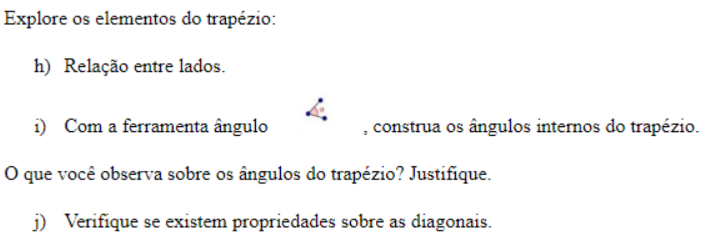
Quadrilatero que possui um par de lados paralelos

Quadrilátero que possui um par de lados paralelos.

Figura 4. Definição de trapézio da dupla Samantha e João.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Acreditamos que os participantes tiveram essa preocupação por terem observado várias características do trapézio com os recursos do GeoGebra e que para eles a definição apresentada não considerava todas elas. Essa preocupação pode caracterizar uma influência do recurso utilizado na elaboração da definição da dupla. Além disso, a utilização do roteiro de construção fornecido pelos pesquisadores pode ter influenciado a definição da dupla. No que concerne ao tipo de definição, consideramos como definição correta econômica (De Villiers, 2004), pois as informações colocadas pelos participantes são necessárias e suficientes para caracterizar um trapézio.

A próxima parte dessa primeira atividade solicitava aos participantes que fizessem a exploração do trapézio e buscassem identificar propriedades relacionadas aos lados e ângulos desse quadrilátero. Nos itens h, i e j da ficha de atividades (Figura 5), o objetivo é verificar se a exploração com o aplicativo GeoGebra contribui para a elaboração de conjecturas. Ademais, também pretendemos investigar em quais níveis as justificativas apresentadas pelos participantes podem ser classificadas.


Explore os elementos do trapézio:

h) Relação entre lados.

i) Com a ferramenta ângulo , construa os ângulos internos do trapézio.

O que você observa sobre os ângulos do trapézio? Justifique.

j) Verifique se existem propriedades sobre as diagonais.

Figura 5. Itens da ficha de atividades.
Fonte: Elaborado pelos autores (2019).

Tomando como base as funções de demonstrações colocadas por De Villiers (2001), com os itens destacados acima são evidenciadas a função de explicação, pois após o processo de convencimento da veracidade da conjectura por meio dos testes empíricos, ainda é necessária uma justificativa para explicar porque ela é verdadeira. Nessa função, a demonstração não apenas verifica como também explica porque isso acontece. A segunda é a função de verificação, visto que os participantes fazem testes empíricos com o GeoGebra para verificar a veracidade de uma propriedade já conhecida.

A Figura 6 destaca a exploração dos ângulos internos do trapézio realizada por Samantha e João.

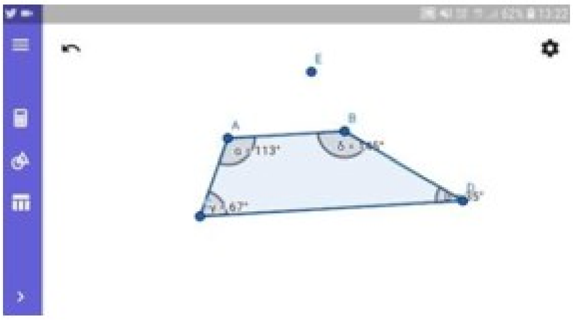
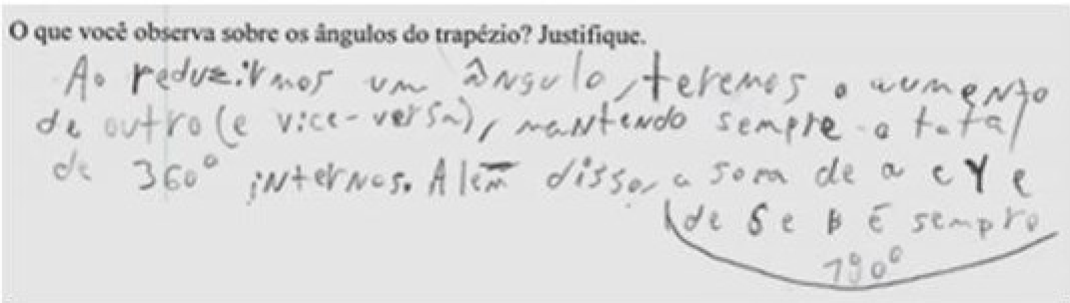


Figura 6. Exploração dos ângulos internos do trapézio feita pela dupla.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Ao explorar o trapézio construído no aplicativo, a dupla elabora uma conjectura sobre a soma da medida dos ângulos internos deste quadrilátero (Figura 7), perspectiva que indica que a utilização do aplicativo GeoGebra contribui para a exploração de características e para a elaboração de conjecturas. Entretanto, cumpre observar que em algumas situações esse processo pode levar a elaboração de afirmações vagas e que não representam, de fato, algo a ser destacado como uma propriedade relevante, situação que se observa quando a dupla aponta que “Ao reduzirmos um ângulo, teremos o aumento do outro (e vice-versa)”.



Ao reduzirmos um ângulo, teremos o aumento de outro (e vice-versa), mantendo sempre o total de 360º internos. Além disso, a soma de α e γ e de δ e β é sempre 180º.

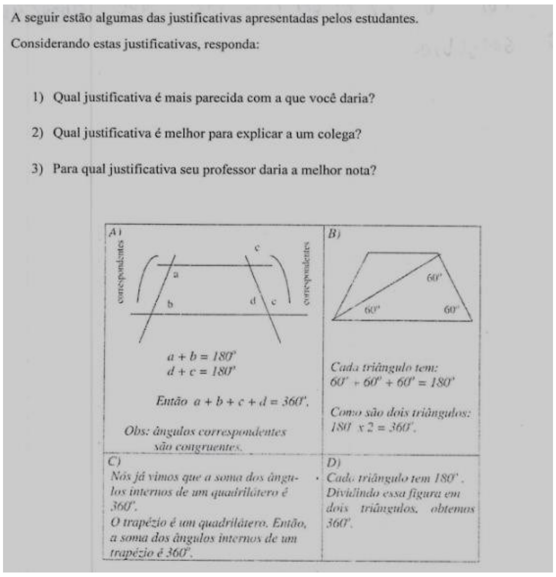
Figura 7. Conjecturas elaboradas pela dupla.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Entendemos que a justificativas proposta por João e Samantha pode ser caracterizada como empirismo ingênuo (Balacheff, 1987), pois os estudantes não apresentaram uma justificativa para a conjectura elaborada e se restringiram a aceitar o resultado observado na manipulação do GeoGebra.

Questionamos, na entrevista, sobre o motivo de não terem apresentado uma justificativa, a participante Samantha respondeu que eles estavam inseguros, porque apesar de conseguirem observar propriedades com o GeoGebra, não tinham certeza se o que eles pensavam era uma justificativa válida. Sobre o motivo da insegurança, Samantha apontou que “Não, assim, insegurança num nível normal, sabe? Por ser uma coisa que a gente não tinha feito ainda (...) mas não era uma insegurança de um jeito ruim, era só uma insegurança que você sempre tem quando vai fazer uma prova, por exemplo”.

Essa fala revela que os participantes não haviam tido experiência com a atividade de justificar uma proposição matemática e, ao serem questionados sobre o contato com demonstrações no decorrer de suas trajetórias escolares apontaram que só tiveram contato com demonstrações com os professores Ensino Médio, mas nunca sobre geometria. Além disso, a dupla também apontou que teve pouco contato com Geometria Plana até os 14 anos.

Era esperado que os participantes apresentassem defasagens sobre conceitos de Geometria Plana e dificuldades com a elaboração de justificativas, por isso, foi planejado a aplicação de uma atividade formativa sobre justificativas. A segunda atividade, destacada na Figura 8 e retirada de Nasser e Tinoco (2003), diz respeito a essa etapa da investigação e teve por objetivo apresentar diferentes tipos de justificativas aos participantes.



A seguir estão algumas das justificativas apresentadas pelos estudantes.

Considerando estas justificativas, responda:

1) Qual justificativa é mais parecida com a que você daria?
2) Qual justificativa é melhor para explicar a um colega?
3) Para qual justificativa seu professor daria a melhor nota?

A)
$a + b = 180°$
$d + c = 180°$
Então $a + b + c + d = 360°$.
Obs: ângulos correspondentes são congruentes.

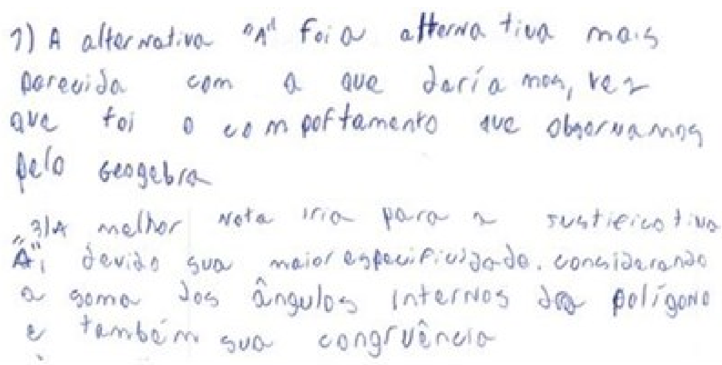
B)
Cada triângulo tem:
$60° + 60° + 60° = 180°$
Como são dois triângulos:
$180 \times 2 = 360°$.

C)
Nós já vimos que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°.
O trapézio é um quadrilátero. Então, a soma dos ângulos internos de um trapézio é 360°.

D)
Cada triângulo tem 180°. Dividindo essa figura em dois triângulos, obtemos 360°.

Figura 8. Atividade formativa.
Fonte: Nasser e Tinoco (2003).

Para as questões 1, Qual a justificativa é mais parecida com a que você daria? e 3, Para qual justificativa seu professor daria a melhor nota?, apresentadas na Figura 8, a dupla escolheu o item A (Figura 9) e se apoiou na exploração realizada anteriormente com o GeoGebra, observando que a justificativa utiliza a congruência dos ângulos internos para justificar a escolha. Caracterizamos a justificativa apresentada no item A como experiência mental, visto que é com base no raciocínio lógico-dedutivo que é garantido a veracidade da propriedade.



1) A alternativa "A" foi a alternativa mais parecida com a que daríamos, vez que foi o comportamento que observamos pelo GeoGebra.
3) A melhor nota iria para a justificativa "A", devido sua maior especificidade. Considerando a soma dos ângulos internos do polígono e também sua congruência.

Figura 9. Escolhas da dupla para as questões 1 e 3.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Neste caso, é interessante observar que, apesar da experiência dinâmica com o GeoGebra, a escolha da dupla seja por uma justificativa que não faz uso de um esboço ou construção.

Iniciamos a terceira atividade propondo aos participantes que fizessem a construção de um paralelogramo no GeoGebra, usando seus conhecimentos, e que a partir da construção feita, apresentassem uma definição deste quadrilátero. Como na primeira atividade, essa solicitação foi feita antes da entrega da ficha de atividades.

A dupla Samantha e João apresentou a construção destacada na Figura 10 para os pesquisadores e então se estabeleceu o diálogo destacado a seguir.

Figura 10. Construção do paralelogramo da dupla.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Pesquisadora (P): Isso é um paralelogramo?

Samantha (S): Sim.

P: Por quê?

S: Porque um paralelogramo é um polígono que tem os dois pares de lados paralelos. É um quadrilátero, aliás.

P: Entendi. S: Sim.

P: Escuta, mas aqui o que eu tô vendo é… me parece que os lados adjacentes são perpendiculares. É isso?

S: É, não necessariamente precisa num paralelogramo, mas a gente fez assim.

P: Mas aí essa figura, essa construção representa um paralelogramo qualquer?

S: Não. É um paralelogramo que é também um retângulo. P: Entendi.

S: A gente devia ter feito diferente. Em vez de usar perpendicular.

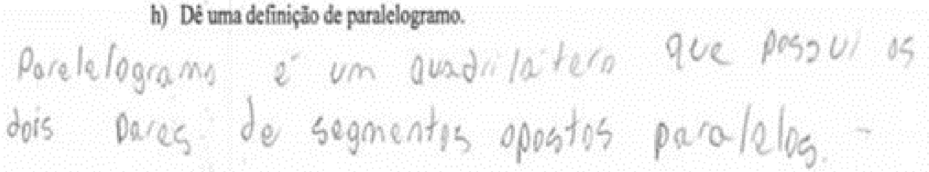
A construção destacada na Figura 11 revela que a dupla não mais confunde desenho e construção no GeoGebra e o diálogo com a pesquisadora indica uma boa percepção desses participantes sobre o que caracteriza um paralelogramo, apesar de terem construído um caso particular.

Na sequência, foi proposto que a dupla retomasse a construção e, sem o auxílio do roteiro, construíram o paralelogramo destacado na Figura 11. Então, apresentaram para a pesquisadora, que movimentou os vértices do polígono e verificou que a construção estava correta.

Figura 11. Paralelogramo construído pela dupla.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Em seguida, uma ficha com perguntas sobre a definição e propriedades do paralelogramo foi entregue à dupla.

No item h, a dupla apresentou a definição de paralelogramo destacada na Figura 12.


h) Dê uma definição de paralelogramo.
Paralelogramo é um quadrilátero que possui os dois pares de segmentos opostos paralelos.

Paralelogramo é um quadrilátero que possui os dois pares de segmentos opostos paralelos.

Figura 12. Definição de paralelogramo dada pela dupla.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Podemos apontar que os participantes apresentaram uma definição sem hesitar, o que pode ter sido causado pelo fato de não terem explorado o quadrilátero antes de escreverem a definição. Em relação ao tipo de definição, consideramos ser correta econômica (De Villiers, 2004), tendo em vista que ela apresenta as condições que são necessárias e suficientes para descrever um paralelogramo.

Seguindo o mesmo encadeamento da primeira atividade, foi proposto aos participantes que explorassem ângulos internos e diagonais do paralelogramo e elaborassem conjecturas sobre esses elementos. A Figura 13 apresenta a exploração do paralelogramo realizada pela dupla.

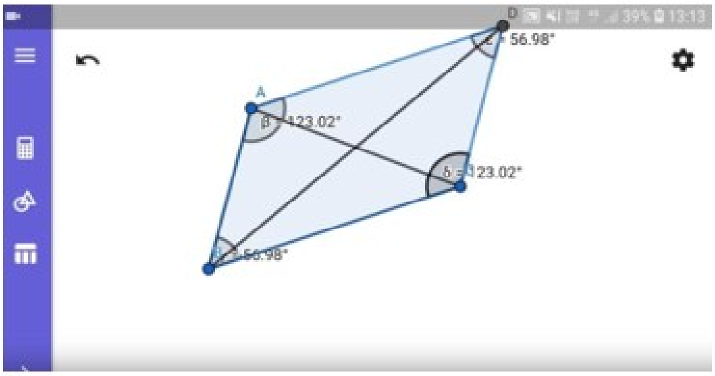
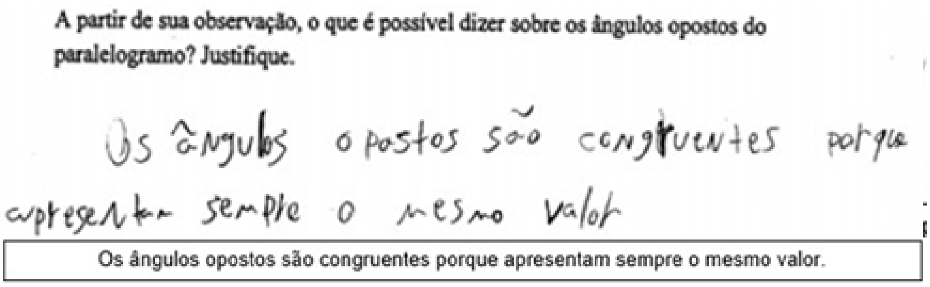


Figura 13. Exploração dos ângulos internos do paralelogramo.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

A dupla fez a movimentação dos vértices do polígono e, com o auxílio da janela da Álgebra, recurso do GeoGebra para celular, observou características que se conservam. A partir disso, elaborou a conjectura destacada na Figura 14.


A partir de sua observação, o que é possível dizer sobre os ângulos opostos do paralelogramo? Justifique.

Os ângulos opostos são congruentes porque apresentam sempre o mesmo valor

Os ângulos opostos são congruentes porque apresentam sempre o mesmo valor.

Figura 14. Conjectura elaborada pela dupla Samantha e João.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Destacamos o uso de expressões corretas como congruência, para expressar a igualdade numérica dos ângulos opostos, observada na construção, na conjectura apresentada pelos participantes. Na elaboração da justificativa para essa conjectura (Figura 16) houve uma discussão na qual a participante Samantha demonstrou suas inquietações sobre a validade da justificativa elaborada pela dupla:

> A gente tá partindo da definição de que esses triângulos são congruentes, mas como eu digo que eles são congruentes? Porque eu não sei se eles são, de fato, congruentes. Em tese, sim. Lado, ângulo..., não, lado, ângulo, lado... não tinha algum caso que era lado, ângulo e ângulo? Não, tinha um caso que quando os dois ângulos eram iguais, era congruente. Eu acho que nesse caso, sim. Bom, vou escrever assim.

Essa fala revela que, ao tentar justificar a veracidade do que foi conjecturado, os estudantes esbarraram em conhecimentos prévios que acabaram se tornando empecilhos para o desenvolvimento de uma justificativa. Por outro lado, a fala da estudante também indica potencialidades da atividade proposta para o resgate e desenvolvimento de conhecimentos geométricos que deveriam ter sido trabalhados pelos estudantes em anos anteriores.

Não convencida sobre a justificativa, Samantha retoma a manipulação do paralelogramo no GeoGebra, conforme destacado na Figura 15.

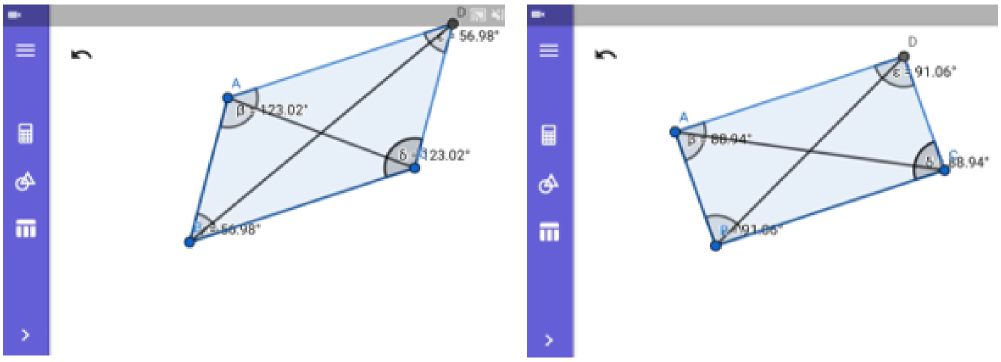


Figura 15. Manipulação feita por Samantha.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Essa nova manipulação convence a dupla, que elabora a justificativa destacada na Figura 16.

Justificativa: ao traçar as diagonais do paralelogramo, o quadrilátero é dividido em 2 pares de triângulos opostos. Os triângulos opostos são congruentes entre si (porque dividimos o quadrilátero em 4 lados, traçando as diagonais). Assim, sabemos que os lados opostos serão congruentes e os ângulos opostos também (já que são sempre a soma dos ângulos de dois triângulos).

Justificativa: Ao traçar as diagonais do paralelogramo, o quadrilátero é dividido em 2 pares de triângulos opostos. Os triângulos opostos são congruentes entre si (porque dividimos o quadrilátero em 4 lados traçando as diagonais). Assim, sabemos que os lados opostos serão congruentes e os ángulos opostos também (já que são sempre a soma de ángulos de dois triângulos).

Figura 16. Manipulação feita por Samantha.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Questionados, na entrevista, sobre o que estavam considerando como “triângulos opostos”, os participantes explicaram que triângulos opostos seriam os opostos pelo ponto de interseção das diagonais do paralelogramo. A Figura 17 exemplifica o que os estudantes disseram na entrevista, sendo os triângulos 1 e 2 opostos pelo ponto de interseção das diagonais, assim como os triângulos 3 e 4.

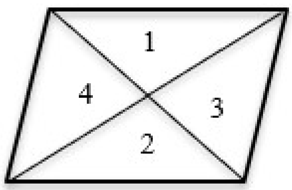


Figura 17. Pares 1-2 e 3-4 de triângulos opostos.
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Em relação ao nível da justificativa, podemos classificá-la como experiência crucial, pois, apesar dos estudantes não explicarem o motivo dos triângulos serem congruentes e não fazerem uso da linguagem matemática formal, há uma tentativa de busca por teoremas que expliquem o que foi, por eles, conjecturado.

Como os estudantes não justificaram a conjectura que fizeram para o trapézio e o fizeram na atividade sobre paralelogramo, procuramos, na entrevista, investigar como a atividade formativa (segunda atividade) influenciou no desenvolvimento da terceira atividade (paralelogramo) e, sobre isso, João destacou que ter exemplos de demonstrações os auxiliou e "deu segurança" na elaboração das justificativas que foram feitas posteriormente. Além disso, o estudante também expressou que os ajudou a "não encontrar exceções", indicando uma possível visão desse participante a respeito do caráter geral de uma justificativa, que valida uma tese para todos os possíveis casos.

5. Considerações Finais

Tendo em vista o propósito de avaliar as possibilidades do uso do celular nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática, as análises mostram que, ao utilizar o aplicativo GeoGebra para celular, os estudantes podem manipular as construções geométricas com muita facilidade, podendo explorar e formular uma definição a partir dessa manipulação. Cabe ressaltar que trazer uma discussão sobre a diferenciação que se dá entre construção e desenho em um ambiente de Geometria Dinâmica é uma estratégia que pode colaborar com o refinamento da elaboração de definições em Matemática, contribuindo para a autonomia dos estudantes em relação ao processo de definir. Nesse sentido, os resultados de nossa pesquisa corroboram a perspectiva de Balacheff (2000), que enfatiza a autonomia dos estudantes para desenvolver sua forma de aprendizagem por meio da inserção das tecnologias digitais.

Identificamos também que na primeira atividade os participantes levantaram conjecturas sobre o trapézio, porém não apresentaram justificativas. Na entrevista, os estudantes destacaram que isso aconteceu devido ao pouco contato com demonstrações e com geometria de um modo geral durante suas trajetórias escolares. A dupla foi capaz de elaborar uma definição para o trapézio e conjecturas sobre os ângulos internos desse quadrilátero, mesmo sem estarem familiarizados com ele, como indicou a dificuldade em construí-lo pela primeira vez. Nesse sentido, entendemos que a manipulação no GeoGebra teve papel central nas produções dos participantes. Essa perspectiva corrobora a investigação de Villa, Girónes e Vilella (2019), na qual destacam que há casos em que os estudantes conseguem resolver as atividades propostas, apoiando-se em afirmações sem justificativa.

A análise da terceira atividade, sobre o paralelogramo, evidenciou o papel que a atividade formativa (segunda atividade) teve na percepção dos estudantes sobre como elaborar uma justificativa, posto que nessa terceira atividade eles escreveram mais e destacaram mais elementos observados no GeoGebra. Nesse sentido, esses resultados estão em consonância com as posições destacadas por Mata-Pereira e Ponte (2017), que apontam que o trabalho com atividades de generalizar e de justificar podem auxiliar os estudantes a lidar com provas posteriormente.

Além disso, as análises revelaram que a utilização do GeoGebra para celular contribuiu para o levantamento de conjecturas e influenciou o pensamento dos estudantes, pois a experimentação com o aplicativo possibilitou que, ao analisarem os diversos exemplos dos quadriláteros abordados, conseguissem fazer uma conjectura para o que estava sendo observado. Esses resultados estão em consonância com os resultados da pesquisa de Assis e Bairral (2019) que mostraram que a utilização dos dispositivos touchscreen exerce influência na resolução das tarefas dos estudantes.

Conforme procuramos mostrar em nosso estudo, a utilização do GeoGebra para celular pode contribuir para os processos de ensino e de aprendizagem de Geometria, principalmente no que concerne ao reconhecimento de padrões, de propriedades que se conservam, por proporcionar aos estudantes a possibilidade de fazer experimentações nas figuras construídas.

Em relação aos níveis colocados por Balacheff (1987), apontamos que houve um avanço, pois os estudantes passaram do empirismo ingênuo, no qual acreditavam na veracidade de uma conjectura a partir de exemplos específicos, para a experiência crucial, na qual a verificação é feita a partir de exemplos com características de generalização. Nessa perspectiva, concordamos com Marradez e Gutiérrez (2000), que destacam uma melhora de alguns estudantes e relação as habilidades de justificar.

É importante destacar ainda que, além do trabalho com o celular, a atividade formativa com a elaboração de justificativas teve bastante influência nesse processo, contribuindo para a aprendizagem dos estudantes, apresentando tipos e possibilidades de justificativas.

Por fim, observamos que o trabalho com os celulares, que foram compartilhados pelas duplas, não apresentou nenhum tipo de dificuldade do ponto de vista prático, tendo transcorrido com bastante tranquilidade. Nesse sentido, a investigação corrobora que os celulares podem, de fato, colaborar com a superação das dificuldades com as salas de informática, perspectiva destaca por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), e se constitui como um exemplo de como este recurso tecnológico pode ser explorado nas aulas de Matemática.

Esperamos que os resultados obtidos possam contribuir com as discussões sobre os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática na Educação Básica.

Agradecimentos

Aos revisores pelas valorosas contribuições e ao Instituto Federal de São Paulo – IFSP pela bolsa de iniciação científica PIBIFSP concedida.

Bibliografia

Abdelfatah, H. (2011). *A story-based dynamic geometry approach to improve attitudes toward geometry and geometric proof*. *ZDM*, 43(3), 441–450.

Arzarello, F., Bairral, M. A., & Danè, C. (2014). *Moving from dragging to touchscreen: geometrical learning with geometric dynamic software*. *Teaching Mathematics and its Applications*, 33(1), 39–51.

Assis, A. & Bairral, M. (2019). *Using touchscreen devices to improve plane transformation in high school classroom. Ripem,* 9, 45-60.

Balacheff, N. (1987). *Processus de preuve et situations de validation. Educational Studies in Mathematics*, 18, 147-176.

Balacheff, N. (2000). *Entornos informáticos para la ensenanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas*. In: Gorgorió, N. et. al ed., *Matemáticas y* *educación: Retos y cambios desde una perspectiva internacional*, 1st ed. Espanha: Graó 93-108.

Boni, V. & Quaresma, S. J. (2005). *Aprendendo a entrevistar: como fazer entrevistas em Ciências Sociais. Revista Eletrônica dos Pós-Graduandos em Sociologia Política da UFSC,* 2, 68-80.

Borba, M. C. (1999). *Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas.* Editora UNESP, São Paulo, Brasil.

Borba, M. C., Penteado, M. G. (2001). *Informática e Educação Matemática*. Autêntica, Belo Horizonte, Brasil.

Borba, M. C. (2012). *Humans-with-media and continuing education for mathematics teachers in online environments. ZDM,* 44, 802-814.

Borba, M. C. & Lacerda, H. D. G. (2015). *Políticas públicas e tecnologias digitais: um celular por aluno*. *Educ. Matem. Pesq*., 17,490-507.

Borba, M. C., Scucuglia, R. R. S. & Gadanidis, G. (2014). *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento.* Autêntica, Belo Horizonte, Brasil.

Caldato, J., Utsumi, M. C. & Nasser, L. (2017). *Argumentação e demonstração em Matemática: a visão de alunos e professores. Revista Triângulo***,** 10, 74-93.

Chinellato, T. G. (2014). *O uso do computador em escolas públicas estaduais da cidade de Limeira/SP.* 104 f. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, SP, Brasil.

De Villiers, M. (1999). *Rethinking Proof with Geometer's Sketchpad*. Key Curriculum Press. Estados Unidos da América.

De Villiers, M. (2001) *Papel e Funções da Demonstração com o Sketchpad*. *Revista Educação e Matemática,* 62, 31 – 36.

De Villiers, M. & Govender, R. (2004). *A dynamic approach to quadrilateral definitions. Pythagoras*, 59, 34 – 45.

Guerato, E. T. (2016). *Um estudo sobre a demonstração em Geometria Plana com alunos do curso de Licenciatura em Matemática.* Tese de Doutorado, Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo, SP, Brasil.

Ingraham, M. (2013). *Incorporating iPad technology into the classroom: a geometry project*. Ohio Journal of School Mathematics, 2013(67), 27– 32.

Javaroni, S. L., Zampieri, M. T. & Oliveira, F. T. (2014). *Tecnologias digitais: É possível integrá-las às aulas de Matemática?* In: CONGRESSO INTERNACIONAL DAS TIC NA EDUCAÇÃO, III., Anais. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal. 970–974.

Marradez, R., & Gutiérrez, Á. (2000). *Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. Educational Studies in Mathematics*, 44(1), 87–125.

Mata-Pereira, J. & Ponte, J. P. (2017). *Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: teacher actions facilitating generalization and justification. Educational Studies in Mathematics*, 96, 169 -186.

Nasser, L., Tinoco, L. A. A. (2003). *Argumentação e Provas no Ensino de Matemática.* Editora UFRJ/Projeto Fundão, Rio de Janeiro, Brasil.

Oliveira, F. T. (2014). *A inviabilidade do uso das tecnologias da informação e comunicação no contexto escolar: o que contam os professores de Matemática?* Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, SP, Brasil.

Salinas, T. M., Lynch-Davis, K., Mawhinney, K. J., & Crocker, D. A. (2014). *Exploring quadrilaterals to reveal teachers' use of definitions: results and implications. Australian Senior Mathematics Journal*, 28(2), 50–59

Saorín Villa, A., Torregrosa Gironés, G. & Quesada Vilella, H. (2019). *Razonamiento configural y organización discursiva en procesos de prueba en contexto geométrico. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 22, 213-244.

Usiskin, Z. & Griffin, J. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study of definition.* Information Age Publishing, Estados Unidos da América.

Valente, J. A. (Org.). (1999). *O computador na sociedade do conhecimento.* UNICAMP/NIED, São Paulo, Brasil.

Valente, J. A. (2005). *A espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação*. Tese (livre-docência), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

Rita de Cássia da Costa Guimarães Licencianda em Matemática e bolsista de iniciação científica do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) Campus Guarulhos. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores - GEPEMFOP do IFSP – Campus Guarulhos. rdrita.cg@gmail.com

William Vieira Doutor em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo. Professor do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) Campus Guarulhos. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores - GEPEMFOP do IFSP – Campus Guarulhos. wvieira@ifsp.edu.br

Roberto Seidi Imafuku Doutor em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo. Professor do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) Campus Guarulhos. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores - GEPEMFOP do IFSP - Campus Guarulhos. roberto.imafuku@ifsp.edu.br

Emanoel Fabiano Menezes Pereira Mestre em Matemática pela Universidade Federal do ABC (UFABC) Campus Santo André, especialista em Educação à Distância pela Universidade Federal Fluminense (UFF) e graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Professor do Instituto Federal de São Paulo (IFSP) Campus Guarulhos. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Formação de Professores - GEPEMFOP do IFSP - Campus Guarulhos. emanoel.pereira@ifsp.edu.br