REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 76. Año 2026
Páginas 1-6

EL RINCÓN INTERCREATIVO. NÚMERO 76

O CANTO INTERCRIATIVO. NÚMERO 76

Th INTERCREATIVE CORNER. NUMBER 76

Uldarico Malaspina y Enrique Valeriano Cuba

Comentarios al problema del número anterior.

El problema del número anterior fue:

> *Construir un cuadrado mágico de 9 casillas, que tenga solamente números impares.*

Este problema lo propuse en un curso-taller con profesores de primaria, como un medio para estimular aprendizajes de matemáticas basados en la indagación que, esencialmente es formular o formularse preguntas.

En esta ocasión, el profesor Enrique Valeriano me hace llegar algunos valiosos comentarios sobre los cuadrados mágicos y su vinculación con las simetrías, y narra su experiencia – muy valiosa – del proceso de invención de un juego, pensado para el nivel de secundaria, en el marco de la creación de problemas y considerando conceptos muy básicos de la geometría plana.

Comentarios de Enrique Valeriano Cuba:

Indagaciones con las simetrías y las asimetrías.

Cuadrados mágicos y simetrías

La lectura del artículo del Dr. Malaspina en el número anterior de UNIÓN, sobre los cuadrados mágicos, me ha hecho recordar las múltiples propiedades que podemos encontrar o investigar acerca de los cuadrados mágicos y sus potencialidades para usarlas con los estudiantes y en talleres de formación de profesores. Un aspecto que resulta especialmente curioso en los cuadrados mágicos es revisar la suma de los números en casillas que son simétricas respecto al centro del cuadrado.

Por ejemplo, observemos el siguiente cuadrado mágico de orden 4:

16	2	3	13
5	11	10	8

9	7	6	12
4	14	15	1

Al sumar los números ubicados en dos casillas simétricas respecto al centro —por ejemplo, las sombreadas con 8 y 9— se obtiene 17. Esta suma se repite para cualquier otro par de casillas en posiciones simétricas. Estos cuadrados mágicos se llaman *asociativos* o *regulares*. Obviamente, hay también cuadrados mágicos no regulares, como el que se muestra a continuación:

1	2	15	16
12	14	3	5
13	7	10	4
8	11	6	9

Juegos, simetría y estrategias ganadoras

La simetría es un criterio de gran relevancia en la matemática. En los juegos donde dos sujetos compiten por desarrollar una estrategia ganadora, la simetría suele ser una guía clave: es un criterio que conviene explorar desde un comienzo al construir el plan de juego de cada competidor.

Hace unos días, debíamos organizar un taller para profesores de secundaria sobre *Juegos matemáticos*, enfocados principalmente en los juegos de búsqueda de estrategia ganadora entre dos competidores. Para diferenciarlo de un taller que se desarrolló meses atrás con profesores de primaria se buscó incluir algunas preguntas más vinculadas con los contenidos que se desarrollan en la secundaria. Por ello, a partir de la discusión con los colegas a cargo del taller, surgió la propuesta para que alguna sesión se destine a juegos de estrategia ganadora pero donde las reglas del juego utilicen algunos conceptos geométricos de los que desarrollan la mayoría de los profesores en sus aulas. No nos referimos a los problemas de casillas, habitualmente presentes en los juegos de estrategia, sino a situaciones de estrategia ganadora donde se utilicen algunos conceptos más propios de cualquier libro de geometría de secundaria.

Buscando problemas de estrategia ganadora con este componente geométrico presente, encontramos un problema que se usó en la Olimpiada Nacional Escolar de Matemática del Perú, 2009, fase final, nivel 2. Este fue el enunciado:

> *Se marcan N puntos sobre una circunferencia ($N \geq 5$) de modo que los N arcos formados tienen la misma longitud. Se colocan N fichas sobre los N puntos marcados (una ficha por cada punto). Dos jugadores, Ricardo y Tomás juegan retirando las fichas colocadas, de acuerdo con las siguientes reglas:*
>
> - *Empieza Ricardo, luego juega Tomás, luego Ricardo, y así sucesivamente.*

- *Si en el turno de un jugador hay tres fichas tales que los correspondientes puntos marcados forman un triángulo no obtusángulo, el jugador puede retirar una de esas fichas.*
- *Pierde el jugador que no puede retirar ficha alguna en su turno.*

¿Algún jugador tiene estrategia ganadora? En caso afirmativo, ¿en qué consiste tal estrategia?

Una primera aproximación es llegar a una solución para el caso de N par, justamente valiéndose de la simetría. Para el caso impar, la estrategia se complica significativamente. La solución oficial explica el caso de N impar utilizando dos lemas que previamente se deben demostrar, y a partir de ellos se detalla la estrategia ganadora.

Lo llamativo del problema era cómo se consiguió diseñar una situación de búsqueda de estrategia ganadora dentro de un contexto geométrico: arcos en la circunferencia y clasificación de triángulos según sus ángulos.

El reto, de cara al evento con los profesores de secundaria, consistía en conservar los elementos geométricos del problema, pero al mismo tiempo lograr que el juego tuviera reglas fáciles de aplicar y un esquema de solución más limpio y accesible, de manera que los participantes exploren el juego en grupos de trabajo y tuvieran una posibilidad real de aproximarse a la solución por sí mismos. Es con este propósito que comenzó una búsqueda de mi parte para aprovechar los aspectos valiosos de este problema, pero darle un giro distinto. Hubo mucha prueba y error, buscando simplificar las reglas y que se mantenga la belleza del problema. Necesariamente se tiene que pasar por intentos fallidos (problemas tentativos y refinamientos, como los llama el profesor Malaspina) antes de lograr algo interesante que pueda satisfacer los requisitos que buscábamos. Finalmente, llegué a este enunciado:

> *Hay 15 puntos igualmente espaciados en una circunferencia. Dos jugadores A y B se turnan marcando los puntos. En cada turno, comenzando por A, el jugador debe marcar solo uno de estos puntos que no haya sido marcado en una jugada anterior. El juego termina cuando solo queden 3 puntos P, Q y R sin marcar. Si PQR es triángulo acutángulo, gana A; si es obtusángulo, gana B. ¿Cuál de los dos jugadores tiene una estrategia ganadora? Detalle dicha estrategia.*

El juego mantiene muchas características del juego original:

- Los puntos están igualmente espaciados alrededor de la circunferencia.
- Los triángulos acutángulos y obtusángulos desempeñan un papel central.
- Cada jugador, en su turno, retira una ficha o, de forma equivalente, marca uno de los puntos.

Sin embargo, hay algunas diferencias importantes que destacamos a continuación:

- Delimitar el juego a una cantidad específica de puntos: 15.

- En cada turno del nuevo juego, el participante puede marcar el punto que desee sin ninguna restricción. En el problema original, el jugador debía haber encontrado un triángulo no obtusángulo antes de cada jugada. Esta diferencia, hace que el nuevo problema sea considerablemente más sencillo de comprender por un público más amplio.
- Al elegir una cantidad impar de puntos, queda imposibilitada la aparición de triángulos rectángulos, lo cual simplifica el juego y anula la posibilidad de que al final no exista un ganador. En el juego original, los triángulos rectángulos son parte del análisis del problema.

El resultado fue una experiencia muy enriquecedora de creación por variación[1]: A partir de una situación de nivel medio-alto se construyó otro problema, igualmente desafiante, que ilustra cómo podemos depurar un enunciado, quedarnos con su esencia matemática y reformular el contexto para hacerlo más pertinente y accesible para un público específico. La solución del problema original del 2009 puede encontrarse en la web. El segundo queda planteado como desafío para el lector.

Bibliografía:

Malaspina, U. (2021). Creación de problemas y de juegos para el aprendizaje de las Matemáticas. Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 10(1), 1-17.

Enrique Valeriano Cuba

Profesor de Matemáticas en la universidad ESAN, Lima, Perú. Magister en Educación por la Universidad Antonio Ruíz de Montoya. Integrante del equipo docente en los cursos de actualización matemática de docentes, ofrecidos por la Academia Nacional de Ciencias y la Pontificia Universidad Católica del Perú. Sus áreas de interés incluyen el desarrollo de las competiciones matemáticas como herramienta en el fomento del talento matemático.

ORCID: https://orcid.org/0009-0009-8126-7797

Anexo

El Rincón Intercreativo, como su nombre lo sugiere, nace con el propósito de hacer más explícito nuestro deseo de interactuar con los lectores, y que esa interacción sea también creativa, en el sentido de comunicarnos ideas, propuestas, reflexiones, etc., a partir del problema o de la situación expuestos en el artículo de *El Rincón de Problemas*, correspondiente a cada número de esta revista. Tales comunicaciones pueden ser:

[1] Un problema es creado por variación a partir de otro problema dado, modificando la información, el requerimiento, el contexto o el entorno matemático. (Malaspina, 2021)

a) Comentarios y sugerencias. (Puntos de vista que complementan lo dicho en el artículo, o que manifiestan concordancias o discrepancias. Todos son bienvenidos.)
b) La creación de un nuevo problema. (Me envían el texto de tal problema y, preferentemente, una solución o líneas generales para resolverlo.)
c) El desarrollo de actividades con estudiantes o con colegas. (Me envían una breve narración de la actividad–que podría ser un juego –y, preferentemente, algunos comentarios de lo realizado.)
d) Respuesta(s) a alguna(s) de la(s) pregunta(s) que se formula(n), específicamente, en *este* número.

Lo que envíen, también puede ser una experiencia didáctica relacionada con un problema o situación expuestos en números anteriores de *UNIÓN*. Ciertamente, les agradeceremos mencionar el número del caso. Más aún, si tienen alguna experiencia con estudiantes o con colegas, relacionadas con creación de problemas nos gustará que se animen a hacernos llegar sus relatos.

Para intercrear sobre el problema de este número.

Recordemos que el problema (y una solución expuesta) en el artículo "**Un juego de estrategia para formular conjeturas y construir contraejemplos.**" en *El Rincón de Problemas* de este número, es el siguiente:

> *Examinar las reglas del juego descrito y proponer una estrategia ganadora para uno de los jugadores.*

La descripción del juego está dada por:

Las siguientes, son las reglas de un juego para realizarlo en una cuadrícula de 4x4, cuyas casillas son cuadrados con lados de 2 cm de longitud.

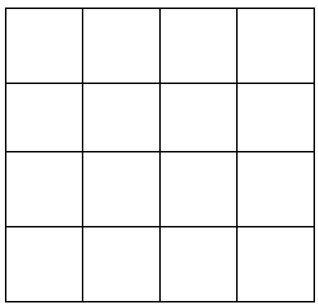

Figura 1

a) Juegan dos personas, que denominaremos **Ada y Beatriz**
b) Cada jugadora, por turnos y empezando Ada, debe marcar en la cuadrícula dada, los puntos de intersección de las líneas.
c) Ada marca con círculos pequeños y Beatriz marca con aspas pequeñas.
d) La condición es que nunca dos puntos marcados deben poder unirse por un segmento de 2 cm de longitud.
e) Pierde la jugadora que, siguiendo estas reglas, ya no puede marcar un punto de intersección.

En el artículo se dejan algunas preguntas que pueden orientar las reflexiones y comentarios que me pueden hacer llegar. Ciertamente, la comunicación no necesariamente debe ser sobre alguna de tales cuestiones; las copio solo para considerar algunas posibilidades:

i) ¿Qué juegos similares al descrito propondría para facilitar la comprensión y solución del problema propuesto?

ii) ¿Considera usted importante trabajar en la educación básica con juegos como el propuesto? ¿En qué nivel? ¿Por qué?

iii) ¿Cómo implementaría este juego y problema en una sesión de aprendizaje con sus estudiantes?

iv) ¿Qué sugiere para avivar emociones agradables en el aprendizaje de las matemáticas, mediante juegos?

Agradeceremos que los lectores nos envíen sus comunicaciones, a más tardar el 31/07/2026.

Deben ser enviadas en un mensaje por correo electrónico a umj.union@gmail.com Si prefieren, pueden enviar un documento breve, como archivo adjunto, usando Word, Arial 12 y página de tamaño A4.

¡Esperamos y agradecemos anticipadamente sus comunicaciones intercreativas!