

<http://www.fisem.org/www/index.php>
<https://union.fespm.es/index.php/UNION>

Influencia de la escolaridad en el desarrollo del razonamiento lógico y la reflexión cognitiva en estudiantes de bachillerato

Paul Teutli Etcheverry, Josip Slisko Ignjatov, Estela de Lourdes Juárez

Fecha de recepción: 08/07/2020
 Fecha de aceptación: 30/11/2020

<p>Resumen</p>	<p>En los últimos años, los contenidos matemáticos de los programas de educación media superior en México, han contemplado estrategias que buscan el desarrollo del pensamiento formal y reflexivo de los estudiantes. Sin embargo, los resultados del presente estudio sugieren que el nivel de tal desarrollo no es óptimo. Se analizó el grado de razonamiento lógico y reflexión cognitiva de 364 estudiantes de bachillerato de segundo y quinto semestre. Para ello, se emplearon dos instrumentos: test de razonamiento lógico (TRL) y test reflexión cognitiva (TRC). Después de aplicar pruebas de hipótesis, se revelaron diferencias significativas entre los resultados del TRC de ambos semestres, mientras que en los del TRL no. Asimismo, se observaron diferencias significativas entre los resultados del TRL versus los del TRC de los estudiantes de segundo semestre, no así, en los resultados de quinto semestre. Palabras clave: Razonamiento lógico, Reflexión cognitiva, Pensamiento formal, Pensamiento reflexivo, Educación media superior.</p>
<p>Abstract</p>	<p>In recent years, the mathematical contents of upper secondary education programs in Mexico have contemplated strategies that seek to develop students' formal and reflective thinking. However, the results of the present study suggest that the level of such development is not optimal. The degree of logical reasoning and cognitive reflection of 364 second and fifth semester high school students was analyzed. For this, two instruments were used: test of logical thinking (TOLT) and cognitive reflection test (CRT). After applying hypothesis tests, significant differences were revealed between the results of the CRT of both semesters, while those of the TOLT did not. Likewise, significant differences were observed between the results of the TOLT versus the CRT of the second semester students, not so, in the results of the fifth semester. Keywords: Logical thinking, Cognitive reflection, Formal thinking, Reflective thinking, Upper secondary education.</p>
<p>Resumo</p>	<p>Nos últimos anos, o conteúdo matemático dos programas de ensino médio no México contemplou estratégias que buscam desenvolver o pensamento formal e reflexivo dos alunos. No entanto, os resultados do presente estudo sugerem que o nível desse desenvolvimento não é ótimo. Foi analisado o grau de raciocínio lógico e reflexão cognitiva de 364 alunos do segundo e quinto semestre do ensino médio. Para isso, foram utilizados dois instrumentos: teste de raciocínio lógico (TRL) e teste de reflexão cognitiva (TRC). Após a aplicação dos testes de hipóteses, diferenças significativas foram reveladas entre os resultados do TRC de ambos os semestres, enquanto os do TRL não. Da mesma forma, diferenças significativas foram observadas entre os resultados do TRL versus o TRC dos alunos do segundo semestre, não da mesma forma, nos resultados do quinto semestre. Palavras-chave: Raciocínio lógico, Reflexão cognitiva, Pensamento formal, Pensamento reflexivo, Ensino médio.</p>

1. Introducción

En años recientes, la matemática escolar en México ha ocupado un lugar esencial en los planes y programas de estudio de educación obligatoria, tanto en educación básica, como en educación media superior. Los currículos matemáticos, principalmente de educación media superior, proponen el empleo de competencias que favorezcan el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Así mismo, pretenden que los estudiantes formulen y resuelvan problemas cotidianos y complejos, con capacidad de análisis y síntesis; argumentando de manera crítica, reflexiva y creativa la solución de un problema (SEP, 2017). Sin embargo, algunos resultados nacionales e internacionales indican que tales habilidades no están presentes en el desempeño de los estudiantes.

De acuerdo con el informe de resultados del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) 2017¹, solamente el 2.5% de los estudiantes alcanzó el nivel máximo en matemáticas, en contraste con el 66.2% que no logró superar el nivel más bajo. De igual manera, en la última publicación del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) realizada en 2018², se reportó que el 44% de los estudiantes mexicanos alcanzó el nivel 2 o superior en matemáticas y solo el 1%, aproximadamente, obtuvo el nivel 5 o superior.

En sintonía con lo anterior, Molina y Rada (2013) señalan que:

Investigadores como Navarro, Batanero y Díaz (1996), González y Elósegui (2008) y Vázquez (2009) han concluido que los jóvenes en etapa escolar, y aún a nivel universitario, manifiestan deficiencias en el desarrollo de esquemas formales de pensamiento. Lo cual es percibido como la incapacidad de muchos de los estudiantes para resolver problemas que exigen un nivel de abstracción y razonamiento típico del pensamiento formal (p. 66).

En este trabajo se analiza la relación entre el nivel de escolaridad de los estudiantes de bachillerato y su grado de razonamiento lógico y de reflexión cognitiva. Se emplea un diseño cuantitativo no experimental de tipo transversal descriptivo (Hernández, et al., 2010) para establecer en qué grado los participantes son pensadores reflexivos y formales. Así mismo, se analizan posibles diferencias estadísticamente significativas.

2. Educación media superior en México

El nivel medio superior o Educación Media Superior (EMS) en México, se imparte a estudiantes de 15 a 19 años de edad y su terminación es un requisito para ingresar a estudios de nivel superior. Implica diferentes subsistemas agrupados en tres

¹ <http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2017/ResultadosNacionalesPlaneaMS2017.PDF>

² https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_MEX_Spanish.pdf

categorías: bachillerato general, bachillerato tecnológico y formación profesional técnica (SEP, 2017).

Debido a las diversas dificultades que ha padecido la EMS, especialmente la dispersión y desarticulación, se han implementado reformas convergentes con la finalidad de atenuar tales inconvenientes (Tuirán y Hernández, 2016). En 2008, se estableció la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) con el propósito de impulsar el enfoque de educación por competencias. En diciembre de 2012 se presenta la Reforma Educativa, con la cual se busca establecer el Nuevo Modelo Educativo (NME) para la educación obligatoria (SEP, 2017). Y finalmente, la reforma de 2013, impulsada para garantizar que la educación obligatoria que se imparte a los mexicanos fuera de calidad.

Cabe señalar que en el NME se especifica, entre otros aspectos, que todo egresado de la educación obligatoria debe ser una persona capaz de comunicarse correctamente; emplear el pensamiento hipotético, lógico y matemático para formular y resolver problemas cotidianos y complejos, con capacidad de análisis y síntesis; así como, argumentar de manera crítica, reflexiva, curiosa y creativa la solución de un problema (SEP, 2017).

Particularmente, en los últimos años, los contenidos matemáticos propuestos en los planes y programas de la EMS han contemplado el uso de estrategias que fomenten el desarrollo de los pensamientos formal y reflexivo de los alumnos, considerando problemáticas de su entorno, ya sean reales o hipotéticas.

En este sentido, dentro de la importancia de los contenidos en la asignatura de Estadística para quinto semestre (SEP, 2006) se indica que: “En el desarrollo de esta disciplina se proponen actividades y problemas del entorno, que fomenten: comunicación, trabajo colaborativo, pensamiento crítico, reflexivo y toma de decisiones, contribuyendo así al desarrollo del perfil del estudiante conduciéndolo a ser autónomo.” (p. 3).

Asimismo, en la importancia de la asignatura de Pensamiento Matemático II de segundo semestre (SEP, 2018) se destaca que dicho curso: “...desarrolla en el estudiantado un pensamiento lógico-matemático mediante el uso del Álgebra, Geometría plana y Trigonometría, a través del abordaje de situaciones reales o hipotéticas desde diversos enfoques, que requieren la movilización de contenidos matemáticos y conocimientos previos...” (p. 8).

3. Razonamiento lógico

Es considerado como la capacidad para generalizar y aplicar reglas en la solución de un problema, construir procedimientos y realizar deducciones con argumentos sólidos (Ferrándiz et al., 2008). Abarca dos tipos de pensamiento, el concreto y el abstracto. El primero, caracterizado por las operaciones concretas o de primer orden como la conservación, igualdad y correspondencia, permite realizar operaciones relativas a un objeto (Hernández, et al., 2013). El segundo, reconocido

como el nivel superior del razonamiento humano dentro de la concepción piagetiana del desarrollo (Kitchener y Fisher, 1990), permite formular supuestos y llevar a cabo operaciones formales o proposicionales. De modo que, las operaciones formales, dada su posibilidad de prescindir físicamente del objeto, producen un pensamiento que permite construir con libertad reflexiones y teorías (Orozco, 2018).

De acuerdo con Ferrándiz y colaboradores (2008), algunos expertos afirman que, para Piaget, la inteligencia lógico-matemática resulta desde la manipulación de objetos al desarrollo de la capacidad para pensar sobre estos, empleando el pensamiento concreto y, posteriormente, el formal.

4. Reflexión cognitiva

El proceso de reflexión cognitiva se orienta hacia el pensamiento detenido de cierto conocimiento, permitiendo la verificación y detección de errores intuitivos (Sinayev y Peters, 2015). En este sentido, Kahneman (2011), profesor de psicología en la Universidad de Princeton, desarrolló una teoría, en la que plantea la existencia de dos tipos de procesos cognitivos. El primero, reconocido como pensamiento rápido o intuitivo, es inmediato y apenas requiere deliberación. El segundo, identificado como pensamiento lento o reflexivo, exige mayor atención y tiempo de análisis.

De acuerdo con Haigh (2016) la ventaja del pensamiento intuitivo es que produce soluciones rápidas y aproximadas a un problema dado con un esfuerzo mínimo. Sin embargo, aunque este pensamiento a menudo proporciona respuestas suficientemente aceptables, no es infalible. Por lo tanto, una de las funciones principales del pensamiento reflexivo es examinar y anular respuestas intuitivas pero incorrectas.

5. Antecedentes del estudio

Estudios recientes refieren un escaso desarrollo del pensamiento reflexivo (López, 2012; Castillo et al., 2018) y del pensamiento formal (Hernández et al., 2013; Castillo, et al., 2018; Martínez, et al., 2018) en alumnos de nivel medio superior y superior.

En su estudio, "Evolución de la reflexión cognitiva en la universidad", López (2012) aplicó el Test de Reflexión Cognitiva (TRC) a 40 estudiantes de psicología, de los cuales 29 estaban en primer ciclo de titulación y los 11 restantes en segundo. Los estudiantes de primer ciclo alcanzaron un promedio de 0.38 aciertos, mientras que los de segundo obtuvieron 0.64 aciertos. Aunque López señala que los estudiantes universitarios tienden a ser más reflexivos a medida que avanzan de curso, en ninguno de los casos alcanzaron un nivel óptimo de pensamiento reflexivo.

Castillo y colaboradores (2018) realizaron un estudio titulado "Soluciones estudiantiles de un problema de movimiento propuesto en un libro de texto de geometría analítica: influencias del razonamiento lógico y de reflexión cognitiva", en el que participaron 26 alumnos de preparatoria. En su análisis, reportaron que el 46% de

los participantes resolvió correctamente el problema propuesto en el libro de texto. Sin embargo, ningún estudiante realizó la modelación matemática implícita en la redacción del problema; solamente propusieron una solución gráfica, mas no analítica. Además, los estudiantes resultaron ser pensadores rápidos y concretos; puesto que obtuvieron en promedio, 0.46 aciertos en el TRC y 3.42 en el TRL, pruebas aplicadas al inicio del estudio.

Hernández y colaboradores (2013) presentaron un análisis referente al pensamiento matemático en estudiantes universitarios. Al aplicar el Test de Razonamiento Lógico (TRL) a 190 alumnos de primer semestre en Administración de Empresas, reportaron que solamente el 1.5% de los participantes logró un nivel formal de pensamiento, mientras que la mayoría obtuvo un nivel de pensamiento en transición (97%) o concreto (1.5%).

Martínez y colaboradores (2018) llevaron a cabo un estudio con 68 alumnos de preparatoria: “Influencia del nivel del razonamiento lógico en la solución de un problema histórico: implicaciones para la enseñanza”. Después de aplicar el TRL, encontraron que el 50% de los alumnos con nivel de razonamiento lógico por encima del promedio, logró resolver el problema histórico propuesto. No obstante, los alumnos participantes promediaron 3.29 respuestas correctas en el TRL, lo cual señala que la mayoría de ellos se encuentra en el nivel de las operaciones concretas.

En la perspectiva descrita, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Influye favorablemente el nivel de escolaridad de los estudiantes en el desarrollo del razonamiento lógico y la reflexión cognitiva de estos?

6. Método

La presente investigación se sustenta en un diseño cuantitativo no experimental del tipo transeccional o transversal descriptivo. El cual, es un estudio en el que no se genera ninguna situación, sino que se observan situaciones ya existentes. Asimismo, se recolectan datos en un solo momento, en un tiempo único. Su propósito es realizar descripciones comparativas entre grupos o subgrupos de personas u otros seres vivos, objetos, comunidades o indicadores (Hernández, et al., 2010).

6.1 Participantes

En el estudio participaron 364 alumnos de bachillerato, con edades entre 15 y 19 años. De los cuales, 206 se encontraban inscritos en segundo semestre (54% mujeres y 46% hombres) y 158 en quinto semestre (59% mujeres y 41% hombres). Los alumnos de quinto semestre cursaban la asignatura de Estadística del Plan de Estudio 2006 (SEP, 2006) y los de segundo semestre, la asignatura de Pensamiento Matemático II del Plan y programas de Estudio BGE 2017 (SEP, 2018), del ciclo escolar 2018 – 2019.

Los participantes pertenecen al bachillerato general oficial estatal, turno matutino, del Centro Escolar “General Miguel Negrete Novoa”, ubicado en la

comunidad de Tepeaca de Negrete, Puebla, en México. Esta institución pública es de modalidad escolarizada y forma parte del nivel de Centros Escolares, lo que implica su conformación en cuatro niveles educativos: preescolar, primaria, secundaria y bachillerato. El municipio de Tepeaca, ubicado a 35 km de la Ciudad de Puebla, es considerado como una región de tipo urbano que colinda con municipios de marginación media, alta y muy alta. Por lo tanto, la población de estudio cuenta con características socioeconómicas y culturales muy diversas.

6.2 Instrumentos

6.2.1 Test de Razonamiento Lógico

Para establecer el nivel de razonamiento lógico de los participantes, se utilizó la versión en castellano del Test of Logical Thinking (TOLT) (Tobin y Capie, 1981) de Acevedo y Oliva (1995), conocido como Test de Razonamiento Lógico (TRL) (Ver Apéndice 1). Esta prueba de razonamiento formal, sometida con éxito a estudios de fiabilidad y validez por los autores de la misma, consta de 10 ítems de opción múltiple, dos por cada uno de los siguientes esquemas de razonamiento: proporcionalidad, control de variables, probabilidad, correlación y operaciones combinatorias (Acevedo y Oliva, 1995). Se asigna un punto cuando la respuesta y justificación (razón) dan solución correcta a la tarea y cero en caso contrario. El pensador concreto alcanza de cero a cuatro puntos y el formal, de ocho a diez; además, se considera un estadio intermedio, el pensador en transición, el cual obtiene de cinco a siete puntos.

6.2.2 Test de Reflexión Cognitiva

Para determinar el grado de reflexión cognitiva de los estudiantes se empleó la extensión del Test de Reflexión Cognitiva (TRC) de Toplak y colaboradores (2015), de la cual se aplicaron los primeros seis ítems (Ver Apéndice 2).

Esta prueba, basada en el Cognitive Reflections Test (CRT) de Frederick (2005), citado por casi tres mil estudios, permite medir la tendencia de las personas para emplear el pensamiento rápido o el pensamiento lento en el análisis de cierta tarea. Contiene problemas matemáticos diseñados para inducir una respuesta rápida y “obvia”, pero incorrecta (López, 2012). No obstante, la respuesta correcta puede obtenerse utilizando únicamente el pensamiento lento, es decir, analizando crítica y reflexivamente los detalles de la tarea presentada (Frederick, 2005). La puntuación puede oscilar entre cero, bajo nivel de reflexión cognitiva (pensador rápido), y seis, alto nivel de reflexión cognitiva (pensador lento).

6.3 Procedimiento

La aplicación del TRL y del TRC se llevó a cabo en dos sesiones con cada grupo de estudiantes. En la primera, se aplicó el TRL en un tiempo de 40 minutos y en la segunda, el TRC, en un lapso de 30 minutos. Cabe señalar que, se informó previamente a los estudiantes que el resultado de los tests no formaría parte de su calificación en la respectiva asignatura de matemáticas.

Después de obtener la puntuación de las pruebas TRL y TRC, se realizó un análisis estadístico descriptivo, complementándolo con un análisis gráfico, por medio de diagramas de cajas y bigotes y de dispersión. Posteriormente, se aplicaron tests de hipótesis de normalidad y homocedasticidad (homogeneidad de varianzas), así como pruebas de hipótesis estadísticas para detectar posibles diferencias estadísticamente significativas entre los puntajes resultantes en ambas pruebas.

El contraste de normalidad de los datos se estableció utilizando los tests: Shapiro-Wilk, Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) y Jarque Bera (Amat, 2016). De igual manera, se determinó el supuesto de homogeneidad de varianzas con el empleo de tres tests, dos paramétricos: F-test y Levene y uno no paramétrico: Fligner-Killeen (Amat, 2016).

Para identificar posibles diferencias estadísticamente significativas (diferencias entre medianas), se aplicó la prueba de hipótesis no paramétrica U de Mann-Whitney para muestras independientes y la prueba de Wilcoxon para muestras apareadas (Hernández et al., 2010).

A lo largo del proceso de aplicación de tests y pruebas de hipótesis estadísticas, para aceptar o rechazar la hipótesis nula, se consideró un nivel de confianza de 0.05. Asimismo, el procedimiento y la elaboración de gráficos se realizaron con el programa RStudio versión 3.6.1.

7. Resultados

En la Tabla 1 se muestran los estadísticos descriptivos media, mediana, moda, desviación estándar, rango, valor mínimo y valor máximo, obtenidos por cada semestre.

	TRL		TRC	
	Segundo	Quinto	Segundo	Quinto
Media	1.31	1.35	0.42	0.73
Mediana	1	1	0	0
Moda	0	0	0	0
Desviación estándar	1.35	1.48	0.61	1.03
Rango	9	7	3	5
Mínimo	0	0	0	0
Máximo	9	7	3	5

Tabla 1. Estadística descriptiva de las pruebas TRL y TRC

Complementando el análisis descriptivo del TRL, el diagrama de cajas y bigotes (Figura 1), muestra que al menos el 50% de los participantes alcanzó entre 0 y 1 acierto. Asimismo, aunque la mayoría de los participantes obtuvo, a lo mucho, 2 aciertos, algunos estudiantes alcanzaron un máximo de 5 aciertos. Además, se destacan ciertos casos atípicos. En segundo semestre, dos alumnos obtuvieron 6 aciertos y solamente uno resultó con 9 aciertos. Del mismo modo, en quinto semestre únicamente un alumno puntuó 6 aciertos y dos obtuvieron 7 aciertos.

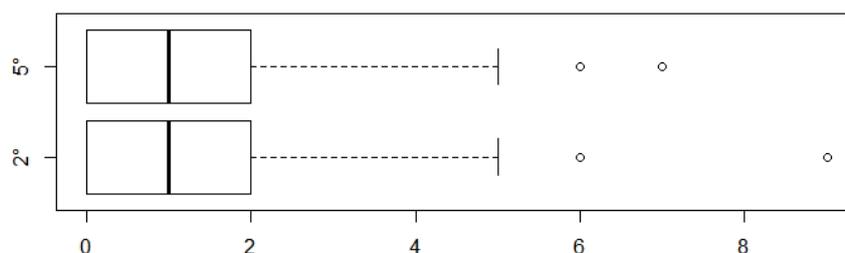


Figura 1. Comparación de resultados del TRL, ambos semestres

Así mismo, el diagrama de cajas y bigotes (Figura 2) de los resultados del TRC, destaca la convergencia de tres valores: mediana, moda y mínimo. Lo cual advierte que, al menos, el 50% de los participantes de ambos semestres no obtuvo ningún acierto, además de ser el valor mínimo de puntuación y el más frecuente. Se observa también, que la mayoría de los participantes alcanzó como máximo 1 acierto, solamente algunos de ellos obtuvieron, por lo mucho, 2 aciertos. De igual manera, se distinguen algunos casos atípicos, en segundo semestre hubo solamente dos alumnos que obtuvieron 3 aciertos, mientras que, en quinto semestre diez alumnos resultaron con 3 aciertos, dos con 4 y uno con 5.

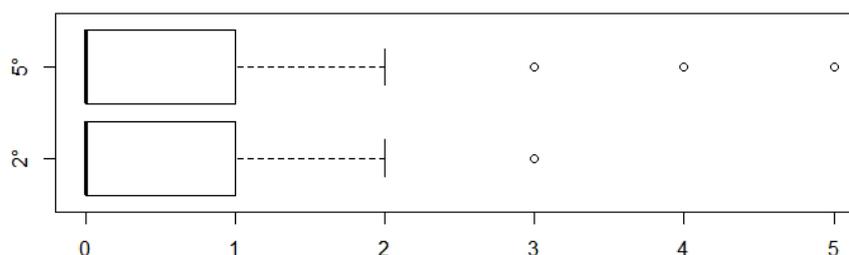


Figura 2. Comparación de resultados del TRC, ambos semestres.

Al advertir que los resultados anteriores presentaron una escasa diferencia entre los puntajes de cada prueba en ambos semestres, se efectuó un análisis con tests y pruebas de hipótesis para determinar la presencia de posibles diferencias estadísticamente significativas.

7.1 Análisis de diferencias estadísticas

Para establecer el tipo de prueba estadística (paramétrica o no paramétrica) que permitiera identificar posibles diferencias estadísticamente significativas, se realizó un análisis de normalidad y homocedasticidad de los datos.

De esta manera, después de aplicar los tests de Shapiro-Wilk, Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) y Jarque Bera (Tablas 2 y 3), con un nivel de significancia (p-valor) > 0.05 para aceptar la hipótesis nula de normalidad, se obtuvo que los datos de ambos semestres no presentaron evidencia de normalidad, debido a que el valor de p , en los tres casos, fue menor al nivel de significancia.

Grupos	Shapiro-Wilk		Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov)		Jarque Bera	
	W	P	D	P	X^2	P
Segundo	0.81622	7.399e-15	0.23499	2.2e-16	302.89	2.2e-16
Quinto	0.81523	7.44e-13	0.24017	2.2e-16	90.63	2.2e-16

Tabla 2. Pruebas de normalidad del TRL

Grupos	Shapiro-Wilk		Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov)		Jarque Bera	
	W	P	D	P	X^2	P
Segundo	0.6648	2.2e-16	0.38674	2.2e-16	104.06	2.2e-16
Quinto	0.72566	7.678e-16	0.31791	2.2e-16	94.637	2.2e-16

Tabla 3. Pruebas de normalidad del TRC

Asimismo, una vez aplicados los tests de pruebas de hipótesis, Levene y Fligner-Killeen (Tablas 4 y 5) con un nivel de significancia (p-valor) > 0.05 para aceptar la hipótesis nula de homocedasticidad, se determinó la falta de homocedasticidad de los datos correspondientes al TRL, no así de los datos del TRC.

Grupos	Levene		Fligner-Killeen	
	F	P	X^2	P
Segundo y quinto	0.502	0.832	5.336	0.619

Tabla 4. Pruebas de homocedasticidad TRL

Grupos	Levene		Fligner-Killeen	
	F	P	X^2	P
Segundo y quinto	3.501	0.005	16.3	0.005

Tabla 5. Pruebas de homocedasticidad TRC

Por tanto, debido a que los datos del TRL y TRC no cumplieron, en su totalidad, con el contraste de normalidad y el supuesto de homocedasticidad (Wiersma y Jurs, 2008), se aplicaron pruebas de hipótesis no paramétricas para el análisis de posibles diferencias estadísticamente significativas.

7.1.1 Entre grupos

El análisis se realizó con los puntajes del TRL y TRC de los estudiantes de segundo y quinto semestre. Se aplicó la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney para muestras independientes, con un p-valor > 0.05 para aceptar la hipótesis nula, tomando en cuenta la siguiente prueba estadística:

$$H_0: P(X>Y) = P(Y>X)$$

$$H_A: P(X>Y) \neq P(Y>X)$$

Donde X e Y representan observaciones de quinto y segundo semestre, respectivamente y P la probabilidad de que las observaciones de quinto semestre superen a las de segundo o la probabilidad de que las observaciones de segundo semestre superen a las de quinto.

Análisis del TRL

Una vez realizada la prueba con los datos del TRL, el p-valor (0.9317) resultó mayor que 0.05 (Tabla 6). Por lo tanto, se determinó que las medianas de los grupos de segundo y quinto semestre en el TRL no fueron significativamente diferentes. De tal manera, no se encontró evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula.

Grupos	U de Mann-Whitney	
	W	P
Segundo y quinto	16356	0.9317

Tabla 6. Análisis de diferencias significativas del TRL

Análisis del TRC

Análogamente, después de aplicar la prueba con los datos del TRC el p-valor resultante fue de 0.02175, menor a 0.05 (Tabla 7). De modo que, se obtuvo evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula. En consecuencia, se puede afirmar que las medianas de los grupos de segundo y quinto semestre en el TRC resultaron significativamente diferentes.

Grupos	U de Mann-Whitney	
	W	p
Segundo y quinto	14286	0.02175

Tabla 7. Análisis de diferencias significativas del TRC.

A pesar de haber detectado diferencias estadísticamente significativas, en el diagrama de cajas y bigotes (Figura 2) no se percibe claramente tal situación. Por lo tanto, se presenta un diagrama de dispersión (Figura 3), en el que se aprecia la cantidad de alumnos con respuestas correctas en ambos semestres. A la par, se complementa el análisis con los porcentajes de los diferentes puntajes obtenidos. De esta manera, se obtuvo que el 63% de los estudiantes de segundo y el 55% de quinto semestre no consiguió ningún acierto. Asimismo, el 33% de los estudiantes de segundo y el 27% de quinto semestre obtuvo 1 acierto. Además, se determinó que, el 4% de los estudiantes de segundo puntuó entre dos y tres aciertos, a diferencia del 17% de los alumnos de quinto que registró entre dos y cinco aciertos.

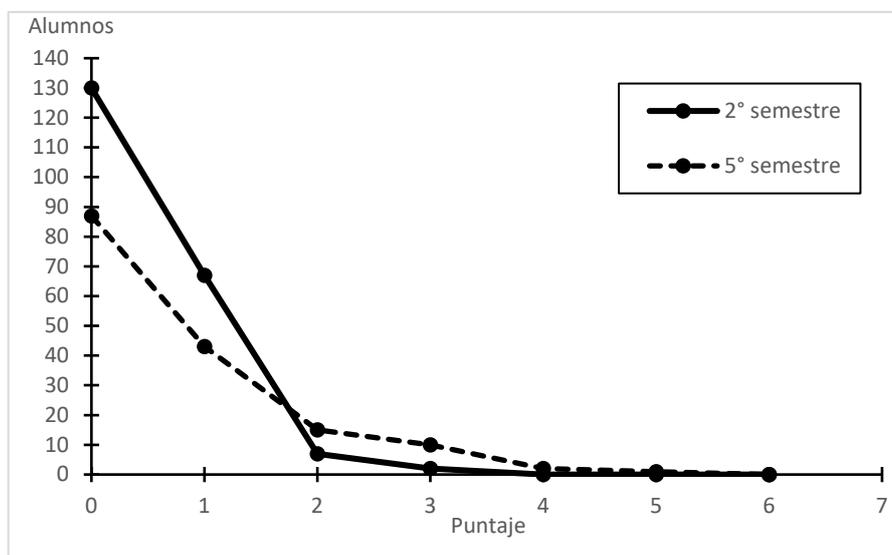


Figura 3. Diagrama de dispersión: Comparación de resultados del TRC, ambos semestres

7.1.2 En los grupos

Para este análisis, fue necesario estandarizar los datos, ya que la calificación del TRC oscila entre 0 y 6 aciertos y del TRL entre 0 y 10. Así mismo, tomando en cuenta la normalidad y homocedasticidad previamente analizados, se determinó aplicar la prueba no paramétrica de Wilcoxon para muestras apareadas, con un nivel de significancia (p -valor) > 0.05 para aceptar H_0 . Considerando la siguiente prueba de hipótesis:

H_0 : La mediana de las diferencias de cada par de datos es cero.

H_A : La mediana de las diferencias entre cada par de datos es diferente de cero.

Análisis del TRL vs TRC de 2º semestre

Al resultar el p-valor < 0.05 (Tabla 8), se rechazó H_0 . Por lo tanto, se identificaron diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del TRL y TRC de segundo semestre.

Grupos	Wilcoxon	
	V	P
Segundo y quinto	12346	0.04849

Tabla 8. Análisis de diferencias significativas del TRL y TRC, segundo semestre

Además, en los diagramas de cajas y bigotes (Figura 4) se observa que la mediana de los resultados del TRL es muy cercana a 0 y en el TRC es más próxima a -1. Lo cual indica que, al menos el 50% de los participantes de segundo semestre alcanzó puntajes en el TRL cercanos a la media, mientras que en el TRC no. Lo anterior, considerando que en datos estandarizados el promedio de estos es cero.

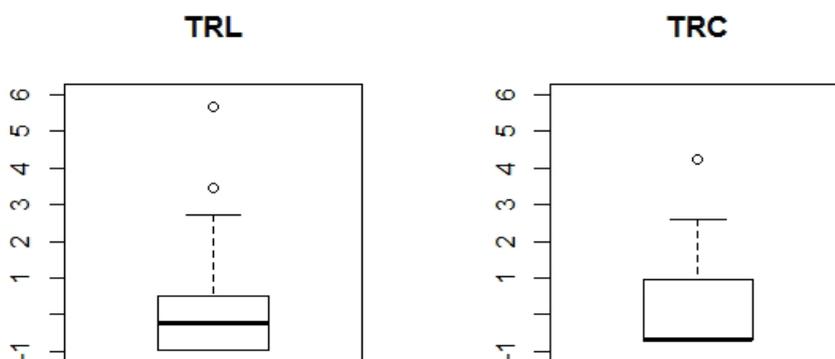


Figura 4. Comparación de resultados del TRL y TRC, segundo semestre

Análisis del TRL vs TRC de 5° semestre

Del mismo modo, después de aplicar la prueba no paramétrica para examinar posibles diferencias en el TRL y TRC de quinto semestre (Tabla 9), se determinó la inexistencia de diferencias estadísticamente significativas, puesto que se obtuvo un p-valor mayor a 0.05.

Grupos	Wilcoxon	
	V	p
Segundo y quinto	6022	0.6534

Tabla 9. Análisis de diferencias significativas del TRL y TRC, quinto semestre

Asimismo, en los diagramas de cajas y bigotes (Figura 5) se observa que la mediana de los datos del TRL es muy cercana a 0, mientras que, en el TRC, se aproxima a -1. Sin embargo, no se presentaron diferencias estadísticamente significativas.

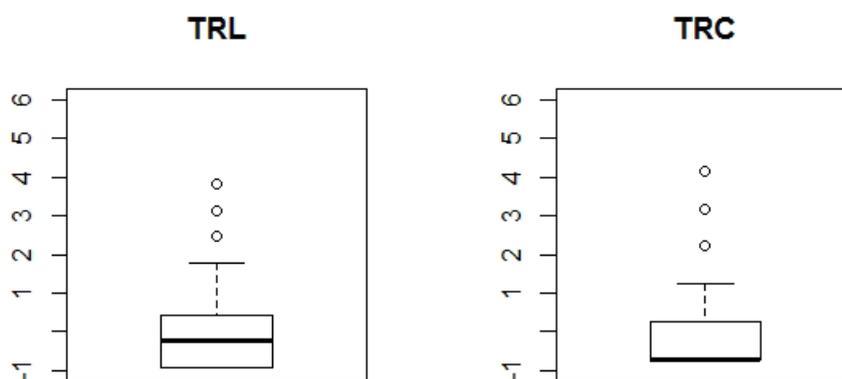


Figura 5. Comparación de resultados del TRL y TRC, quinto semestre

8. Discusión

Por medio de un diseño no experimental con enfoque cuantitativo descriptivo transversal (Hernández, et al., 2010), se analizó la influencia de la escolaridad en el desarrollo del razonamiento lógico y la reflexión cognitiva en estudiantes de bachillerato.

De esta manera, a través de un análisis descriptivo y gráfico de los datos, los resultados iniciales, advierten un escaso desarrollo de la reflexión cognitiva y del razonamiento lógico de los participantes. No obstante, se realizó una exploración con pruebas de hipótesis no paramétricas, para identificar posibles diferencias estadísticamente significativas entre los resultados de los estudiantes de segundo y quinto semestre, aplicando la prueba U de Mann-Whitney para muestras independientes y la prueba de Wilcoxon para muestras apareadas (Hernández et al., 2010).

Después de realizadas las pruebas de hipótesis, no se detectaron diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del TRL de quinto y segundo semestre. Lo cual, revela que los estudiantes de quinto semestre no han logrado un desarrollo adecuado del razonamiento lógico, en comparación con sus compañeros de segundo semestre. Asimismo, se puede advertir, que la mayoría de los participantes de ambos semestres, se encuentra en el estadio de las operaciones concretas o de primer orden (Acevedo y Oliva, 1995; Hernández et al., 2013).

En contraste, se detectaron diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del TRC de ambos semestres. Lo que permite aseverar que los estudiantes de quinto semestre tienden a ser más reflexivos que los estudiantes de segundo semestre. No obstante, los resultados también revelan que gran parte de los alumnos participantes son pensadores intuitivos. Por lo que, según Haigh (2016), tienden a producir soluciones rápidas y aproximadas a un problema con un esfuerzo mínimo, pero suelen proporcionar respuestas incorrectas.

Asimismo, se encontraron diferencias estadísticamente significativas entre los resultados del TRL y del TRC de segundo semestre, detectando una ligera ventaja en los puntajes del TRL. Esto indica que los alumnos de segundo semestre son, probablemente, más analíticos y menos reflexivos. Análogamente, se realizó esta exploración con los puntajes del TRL y TRC de quinto semestre, sin encontrar diferencias estadísticamente significativas.

Por otra parte, al comparar la puntuación media obtenida del TRL y TRC de este trabajo con la de otros estudios (López, 2012; Hernández et al., 2013; Castillo, et al. 2018 y Martínez, et al. 2018), observamos que se encuentra por debajo de la reportada en tales investigaciones. Considerando, además, que los resultados del TRC de los estudios referidos, corresponden a la versión original de tres ítems del CRT (Frederick, 2005), mientras que en este estudio se aplicó la versión extendida de siete ítems (Toplak et al., 2015), de la cual se retomaron seis.

9. Conclusiones

Considerando los resultados presentados en esta investigación, podemos advertir que los estudiantes de quinto semestre, a pesar de su edad y grado de escolaridad, revelan un escaso desarrollo de su razonamiento lógico y reflexión cognitiva, en comparación con los alumnos de segundo semestre. Incluso, la mayoría de los participantes, tienden a ser pensadores concretos e intuitivos.

De hecho, aunque en los últimos años los contenidos matemáticos incluidos en los planes y programas de la EMS, han contemplado el uso de estrategias que persiguen el desarrollo de los pensamientos formal y reflexivo en los estudiantes de nivel medio superior (SEP, 2006; SEP, 2018), los resultados en esta y otras investigaciones (López, 2012; Hernández et al., 2013; Castillo, et al., 2018; Martínez et al. 2018) apuntan a que tal desarrollo no se ha logrado satisfactoriamente, al menos en el área de matemáticas.

Se advierte una escasa relación entre las competencias necesarias que permiten a los estudiantes desenvolverse en el ámbito social y personal y las que estos desarrollan en el aula. Por ello, consideramos esencial el diseño de programas acorde con el nivel cognitivo de los estudiantes, que incluyan actividades de aprendizaje que promuevan el desarrollo de los pensamientos formal y reflexivo. Ya que, según Martínez y colaboradores (2018) este tipo de actividades son un requisito para la resolución exitosa de problemas matemáticos en el nivel medio superior.

Finalmente, de acuerdo con Santos (1997), consideramos fundamental, en el aprendizaje de las matemáticas, que los estudiantes empleen eficientemente el conocimiento aprendido para resolver problemas en situaciones diversas o novedosas. Por ello, promover un ambiente instruccional que los motive a participar activamente en actividades, donde resolver un problema o entender una idea matemática involucre la utilización y exploración de conjeturas, el uso de diversas representaciones y la comunicación tanto oral como escrita es un paso inicial.

Referencias

- Acevedo, J. y Oliva, J. (1995). Validación y aplicación de un test de razonamiento lógico, *Revista de psicología general y aplicada* 48, 339-351.
- Amat, J. (2016). Análisis de Normalidad: gráficos y contrastes de hipótesis. Recuperado de: <https://github.com/JoaquinAmatRodrigo/Estadistica-con-R>
- Castillo, Y. M., Estrada, H. R., Slisko, J., y Gómez, O. L. F. (2018). Soluciones estudiantiles de un problema de movimiento propuesto en un libro de texto de geometría analítica: influencias del razonamiento lógico y de reflexión cognitiva. *Latin-American Journal of Physics Education*, 12(2), 3.
- Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., Ferrando, M., y Prieto, M. D. (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemático desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de Psicología/Annals of Psychology*, 24(2), 213-222.
- Frederick, S. (2005). Cognitive Reflection and Decision Making. *Journal of Economic Perspectives*, 19(4), 25–42.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. México, D. F.: Mac Graw Hill.
- Hernández, C., Ramírez, P. y Rincón G. (2013). Pensamiento matemático en estudiantes universitarios. *Ecomatemático*, 4(1), 4-10.
- Kahneman D. (2011). *Thinking, Fast and Slow*. New York, NY: Farrar, Straus and Giroux.
- Kitchener, K.S. y Fisher, K.S. (1990). A skill approach to the development of effective thinking. En D. Khun (Ed.), *Developmental aspects of teaching and learning thinking skills. Contributions to human development* (pp. 324-361). Basilea, Suiza: Karger.
- Haigh, M. (2016). Has the standard cognitive reflection test become a victim of its own success? *Advances in cognitive psychology*, 12(3), 145.
- López, J. (2012). Evolución de la reflexión cognitiva en la universidad, *Revista Divulgación Matemática* 5, 17-18
- Martínez, J., Slisko, J., y Ruiz-Estrada, H. (2018). Influencia del nivel del razonamiento lógico en la solución de un problema histórico: implicaciones para la enseñanza. En L. Sema (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1196-1202). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Molina, L. M., y Rada, K. (2013). Relación entre el nivel de pensamiento formal y el rendimiento académico en el área de matemáticas en una muestra de estudiantes de media vocacional del distrito de Barranquilla. *Zona próxima: revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación*, 19, 63-72.
- Orozco, J. S. (2018). Piaget y la educación obligatoria en México. *Revista Interdisciplinaria de Estudios Latinoamericanos-RIEL*, 2, 73-82.
- Santos Trigo, L. M. (1997). Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.
- SEP (2006). Estadística. Plan de estudios 2006. Subsecretaría de Educación Media Superior. Puebla, México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2017). Plan de estudios 2017. Educación obligatoria. México: Secretaría de Educación Pública. Recuperado de: https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/207252/Modelo_Educativo_OK.pdf
- SEP (2018). Matemáticas semestre II. Plan y programas de estudio BGE 2017. Nuevo Modelo Educativo. Puebla, México: Secretaría de Educación Pública.
- Sinayev, A., y Peters, E. (2015). Cognitive reflection vs. calculation in decision making. *Frontiers in psychology*, 6, 532.
- Tobin, K. y Capie, W. (1981). El desarrollo y validación de una prueba grupal de pensamiento lógico. *Medición educativa y psicológica*, 41(2), 413-423.

Toplak, M., West, R., y Stanovich, K. (2015). Assessing miserly information processing: An expansion of the Cognitive Reflection Test. *Thinking & Reasoning*, 20, 147-168.

Tuirán, R., y Hernández, D. (2016). Desafíos de la educación media superior en México. *Revista Este País*, 299.

Wiersma & Jurs (2008). *Ética de la investigación*. México: McGraw-Hill.

Apéndice 1

Test de razonamiento lógico

PREGUNTA 1

Se necesita exprimir 4 naranjas para obtener seis vasos de jugo. ¿Qué cantidad de jugo se podría obtener con seis naranjas? (Considera que todas las naranjas son del mismo tamaño)

- a. 7 vasos
- b. 8 vasos
- c. 9 vasos
- d. 10 vasos
- e. Otra respuesta

Razón

- 1. El número de vasos y el número de naranjas estarán siempre en la relación 3 a 2.
- 2. Con más naranjas, las diferencias serán menores.
- 3. La diferencia entre las cantidades será siempre de dos.
- 4. Con cuatro naranjas la diferencia era dos. Con seis naranjas la diferencia sería dos más.
- 5. No se podría predecir.

PREGUNTA 2

Usando las mismas naranjas de la pregunta 1. ¿Cuántas naranjas se necesitarían para hacer 15 vasos de jugo?

- a. 7 naranjas y media
- b. 9 naranjas
- c. 10 naranjas
- d. 13 naranjas
- e. Otra respuesta

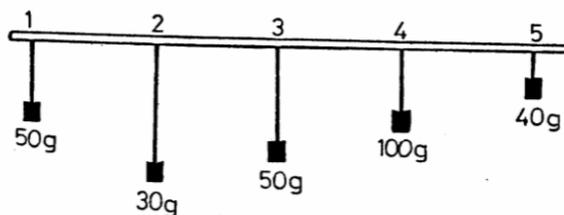
Razón

- 1. El número de naranjas y el número de vasos de jugo estarán siempre en la relación 2 a 3.
- 2. El número de naranjas será siempre menor que el número de vasos de jugo.

3. La diferencia entre las cantidades será siempre de dos.
4. El número de naranjas necesarias será la mitad del número de vasos de jugo.
5. No se podría predecir.

PREGUNTA 3

Supongamos que queremos hacer un experimento para averiguar si al modificar la longitud de un péndulo cambia también la cantidad de tiempo que tarda en oscilar de un lado a otro. ¿Qué péndulos deberíamos usar para realizar dicho experimento?



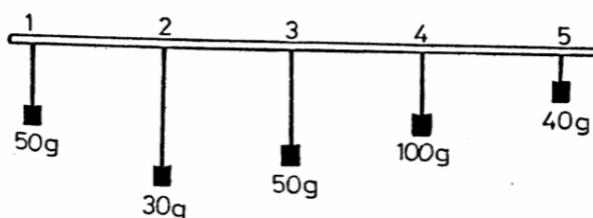
- a. 1 y 4
- b. 2 y 4
- c. 1 y 3
- d. 2 y 5
- e. Todos

Razón

1. Compararíamos el péndulo más largo con el más corto.
2. Necesitaríamos comparar todos los péndulos entre sí.
3. Al aumentar la longitud tendríamos que disminuir el peso.
4. Los péndulos elegidos tendrían que tener todas las mismas longitudes y distinto peso.
5. Los péndulos elegidos tendrían que tener todos distinta longitud e igual peso.

PREGUNTA 4

Supongamos que queremos realizar un experimento para averiguar si al cambiar el peso del péndulo cambia también la cantidad de tiempo que tarda en oscilar de un lado a otro. ¿Qué péndulos tendríamos que usar para realizar dicha experiencia?



- a. 1 y 4
- b. 2 y 4
- c. 1 y 3
- d. 2 y 5
- e. Todos

Razón

1. Compararíamos el péndulo más pesado con el más ligero.

2. Necesitaríamos comparar todos los péndulos entre sí.
3. Al aumentar el peso tendríamos que disminuir la longitud.
4. Los péndulos elegidos tendrían que tener diferente peso y la misma longitud.
5. Compararíamos péndulos de igual peso y distinta longitud.

PREGUNTA 5

Un jardinero compró un paquete que contenía 3 semillas de calabaza y 3 semillas de frijol. Si se extrae una semilla del paquete, ¿Cuál es la probabilidad de que ésta sea de frijol?

- a. 1 de cada 2
- b. 1 de cada 3
- c. 1 de cada 4
- d. 1 de cada 6
- e. 4 de cada 6

Razón

1. Se necesitarían cuatro extracciones dado que las tres semillas de calabaza, podría suceder que se extrajesen seguidas.
2. Hay seis semillas entre las cuales ha de extraerse una de frijol.
3. De las tres semillas de frijol que hay se necesita extraer una.
4. La mitad de las semillas son de frijol.
5. Del total de seis semillas, además de la de frijol se podrían extraer tres de calabaza.

PREGUNTA 6

Un jardinero compró un paquete que contenía 21 semillas de diversas clases. La composición era la siguiente:

3 de flores pequeñas rojas	4 de flores pequeñas amarillas	5 de flores pequeñas naranjas
4 de flores grandes rojas	2 de flores grandes amarillas	3 de flores grandes naranjas

Si sólo ha de plantar una semilla, ¿cuál es la probabilidad de que la planta resultante tenga flores rojas?

- a. 1 de cada 2
- b. 1 de cada 3
- c. 1 de cada 7
- d. 1 de cada 21
- e. Otra respuesta

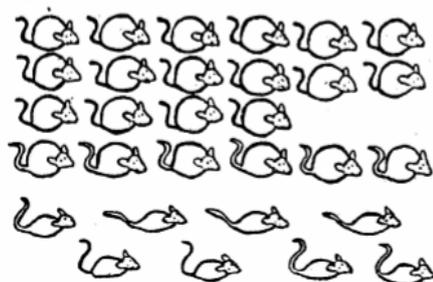
Razón

1. Ha de elegir una semilla entre aquellas que dan flores rojas, amarillas o naranjas.
2. 1/4 de las pequeñas y 4/9 de las grandes son rojas.

3. No importa que sean pequeñas o grandes. De las siete semillas rojas que hay se ha de elegir una.
4. Ha de seleccionar una semilla roja de un total de 21 semillas.
5. Siete de las 21 semillas darán flores rojas.

PREGUNTA 7

La siguiente figura representa una muestra de los ratones que viven en un campo. A partir de la figura, indica si es más probable que tengan cola negra los ratones gordos que los delgados.



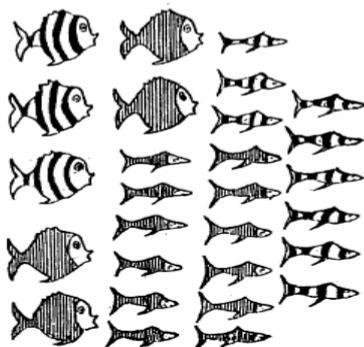
- a. Sí. Los ratones gordos tienen mayor probabilidad de tener cola negra que los delgados.
- b. No. Los ratones gordos no tienen más probabilidad de tener cola negra que los delgados.

Razón

1. $\frac{8}{11}$ de los ratones gordos tienen cola negra y $\frac{3}{4}$ de los ratones delgados tienen cola blanca.
2. Tanto alguno de los ratones gordos como alguno de los ratones delgados tienen cola blanca.
3. De los treinta ratones, 18 tienen cola negra y 12 cola blanca.
4. Ni todos los ratones gordos tienen cola negra, ni todos los delgados tienen cola blanca.
5. $\frac{6}{12}$ de los ratones con cola blanca son gordos.

PREGUNTA 8

¿Es más probable que tengan rayas anchas los peces gordos que los peces delgados?



- a. Sí
- b. No

Razón

1. Unos peces gordos tienen rayas anchas y otros estrechas.
2. $\frac{3}{7}$ de los peces gordos tienen rayas anchas.
3. $\frac{12}{28}$ tienen rayas anchas y $\frac{16}{28}$ las tienen estrechas.
4. $\frac{3}{7}$ de los peces gordos y $\frac{9}{21}$ de los peces delgados tienen rayas anchas.
5. Algunos de los peces con rayas anchas son delgados y otros son gordos.

PREGUNTA 9

Tres estudiantes de cada uno de los cursos de 1^o, 2^o y 3^o de preparatoria son candidatos al consejo escolar. La representación estará constituida por un estudiante de cada curso. Cada votante debe considerar todas las combinaciones posibles antes de decidir su voto.

Dos posibles combinaciones serían Tomás, José y Pedro (TJP); e Isabel, Carmen y María (ICM).

Haz una lista con todas las combinaciones posibles usando los espacios que se ofrecen en la hoja de respuestas. Hay más espacios de los necesarios.

CONSEJO ESCOLAR

1 ^o DE PREPA	2 ^o DE PREPA	3 ^o DE PREPA
Tomás (T)	José (J)	Pedro (P)
Isabel (I)	Carmen (C)	María (M)
Antonio (A)	Beatriz (B)	Luís (L)

PREGUNTA 10

Se prevé abrir en breve 4 tiendas en un nuevo centro comercial.

Optan por comprar los locales una peluquería (P), una farmacia (F), un supermercado (S) y una cafetería (C).

Cada uno de los negocios mencionados ha de ocupar uno de los locales previstos.

Una posible forma de ocupación sería PFSC.

Has una lista con todas las formas posibles de ocupación de los locales.

Hay más espacios en la hoja de respuestas de los que son necesarios.

Apéndice 2

Test de Reflexión Cognitiva (TRC)

1. Una raqueta y una pelota cuestan 1.10 euros en total. La raqueta cuesta 1.00 euro más que la pelota. ¿Cuánto cuesta la pelota?
2. Si 5 máquinas tardan 5 minutos en fabricar 5 piezas, ¿cuánto tardarán 100 máquinas en fabricar 100 piezas?
3. En un lago hay una zona cubierta de lirios. El área de lirios se hace el doble de grande cada día. Si el área de lirios tarda 48 días en cubrir el lago entero, ¿cuántos días tardarán los lirios en cubrir la mitad del lago?
4. Iván puede beber un barril de agua en 6 días y María puede beber el mismo barril de agua en 12 días. ¿Cuántos días tardarán en beber tal barril de agua juntos?
5. Julio ha recibido tanto la decimoquinta calificación más alta como la decimoquinta calificación más baja en la clase. ¿Cuántos estudiantes hay en la clase?
6. Un hombre compra una mercancía por 60 pesos, la vende por 70 pesos, la compra de nuevo por 80 pesos y, finalmente, la vende por 90 pesos. ¿Cuánta ganancia logró obtener?

Autores:

Paul Teutli Etcheverry. Docente de bachillerato en el área de Matemáticas. Estudiante de la Maestría en Educación Matemática en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Hoy en día realiza una investigación sobre la aceleración cognitiva en estudiantes de bachillerato a través del aprendizaje activo en matemáticas.

Email: etcheverrypaul81@gmail.com 0000-0002-0379-5203

Josip Slisko Ignjatov Profesor-investigador en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores, México, en el área de Humanidades. Doctor en Ciencias Filosóficas. Docente en la Licenciatura en física y en la Maestría en Educación Matemática.

Email: jslisko@fcfm.buap.mx 0000-0002-5805-4808

Estela de Lourdes Juárez. Trabaja en la Facultad de Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Actualmente, Estela realiza investigación en Educación Matemática y creatividad. Sus proyectos actuales están centrados en habilidades espaciales, representaciones y resolución de problemas.

Email: estela.jurez2000@gmail.com 0000-0002-2857-0772