

## De una casa a un edificio: oportunidad para hacer supuestos, modelizar y estimar

**Uldarico Malaspina**

<p><b>Resumen</b></p>	<p>Se presenta un problema de modelización matemática, en el marco del desarrollo urbano – trabajado con un grupo de profesores de secundaria – que suscita reflexiones sobre la importancia de hacer supuestos coherentes con la realidad, tanto para crear problemas por elaboración y llegar a un modelo, como para hacer estimaciones. Se amplía el criterio de estimación, más allá de aproximaciones de cálculos aritméticos.</p> <p><i>Palabras clave:</i> modelización matemática; estimación; creación y resolución de problemas; educación básica.</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>A mathematical modeling problem is presented, within the framework of urban development – worked on with a group of secondary school teachers – which raises reflections on the importance of making assumptions consistent with reality, both for posing problems by elaboration and arriving at a model, and for making estimates. The mathematical estimation criteria are expanded beyond arithmetic approximations.</p> <p><i>Keywords:</i> mathematical modeling; estimation; problem posing and problem solving; basic education.</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>Apresenta-se um problema de modelização matemática, no âmbito do desenvolvimento urbano – trabalhado com um grupo de professores do ensino secundário – que suscita reflexões sobre a importância de fazer suposições coerentes com a realidade, tanto para criar problemas por elaboração e chegar a um modelo, como para fazer estimativas. O critério de estimativa é ampliado, indo além das aproximações dos cálculos aritméticos.</p> <p><i>Palavras-chave:</i> modelização matemática; estimativa; criação e resolução de problemas; educação básica.</p>

## Problema

*Una familia vivía en una casa amplia en una zona urbana de Lima. Vendieron su casa a una empresa constructora y ahora construirán en ese terreno un edificio de departamentos. Estimar el incremento del consumo de agua que ocurrirá cuando todos los departamentos estén ocupados.*

El problema se originó en una conversación que tuve con un taxista, en relación a la congestión de tránsito vehicular en Lima, al pasar por una avenida en la que antes había casas residenciales y ahora hay edificios de departamentos. Esto dio lugar a considerar que el número de autos, comparado con el que había en los predios antiguos, había crecido enormemente, al crecer el número de personas que ahora habitaban en donde antes solo habitaban personas de una familia, quizás numerosa. En la conversación, haciendo algunos supuestos, hicimos – grosso modo – una estimación de ese crecimiento.

El problema lo propusimos a uno de los grupos de profesores de secundaria en servicio, en un taller sobre creación y resolución de problemas. Como lo dijimos en el párrafo anterior, es tomado de la observación de una realidad – en este caso, de una ciudad en permanente crecimiento urbano – y tiene pleno sentido resolverlo; por ejemplo, en una perspectiva previsional para la atención de los servicios públicos.

Sin embargo, es un tipo de problema que no encontramos en libros de texto y que no suele formar parte de los típicos problemas que se sugieren en propuestas pedagógicas. Usando la terminología que introdujimos y usamos en nuestro enfoque de creación de problemas, tenemos un problema en el cual el *requerimiento* es una estimación del incremento del consumo de agua cuando todos los departamentos del edificio que se construya estén ocupados; el *contexto* es claramente extra matemático; el *entorno matemático* podría ser la proporcionalidad o la estadística; pero la *información* es incompleta. Sin embargo, es allí donde está su riqueza didáctica y matemática, pues, para resolverlo, es necesario hacer supuestos adecuados y, en coherencia con ellos, considerar datos que lleven a una solución que pueda considerarse verosímil. Este tipo de problemas, llamado “problemas de modelización” (Borromeo, 2018) son particularmente importantes por ser oportunidades para reflexionar sobre realidades específicas y hacerlo con criterios matemáticos coherentes. En nuestro enfoque de creación de problemas, se ubica en la línea de crear un problema concreto por *elaboración* (a partir de una situación dada) y de pasar a una generalización, en la línea de crear un problema por *variación* (a partir del problema ya creado).

Otro aspecto importante de este problema es la estimación. Usualmente la estimación se vincula solamente con la obtención de una aproximación a cálculos aritméticos. En este caso, la estimación va más allá, pues requiere hacer algunos supuestos coherentes con la realidad.

## Para resolver el problema

La primera reacción del grupo, ante este problema, fue de desconcierto, con afirmaciones como “no se puede resolver”, “faltan datos” y otras similares; sin embargo, al hacerles notar que se pueden hacer supuestos razonables para resolver el problema, los profesores mostraron una actitud positiva y procedieron a hacer los siguientes supuestos:

- \* Considerar el consumo promedio de agua por persona ya sea diario o por mes.  
180 litros por persona
- \* Suponen 1 edificio de 5 pisos y en cada piso 3 departamentos
- \* Número de personas en la vivienda inicial: 10
- \* Número de personas promedio por departamentos: 5

Figura 1: Supuestos hechos por un grupo de profesores

Y se pusieron a resolver el problema, pues así ya tenían una información completa y un caso concreto. El grupo llamó I al incremento porcentual en el consumo de agua:

$$I = \left( \frac{5 \cdot 180 \cdot 5 \cdot 3 - 10 \cdot 180}{5 \cdot 180 \cdot 5 \cdot 3} \right) \cdot 100\%$$

$$I = (1 - 0.13) \times 100\% = 0.87 \times 100\%$$

$$I = 87\%$$

Figura 2: Una solución inicial, propuesta por un grupo de profesores

Al grupo, luego de esta solución, le pedimos identificar las variables intervinientes y escribieron lo siguiente:

$$\begin{array}{l}
 \eta: \text{número de departamentos por piso.} \\
 c: \text{Consumo promedio de agua por persona} \\
 m: \text{número de pisos} \\
 x_1: \text{número de personas en la vivienda inicial.} \\
 x_2: \text{número de personas promedio por departamento.}
 \end{array}$$

Figura 3: Variables identificadas por un grupo de profesores

Más aún, con estas variables, propusieron una solución “general”, relacionada con el modelo obtenido:

$$\begin{aligned}
 \text{Incremento} &= \left( \frac{x_2 \cdot c \cdot m \cdot \eta - x_1 \cdot c}{x_2 \cdot c \cdot m \cdot \eta} \right) \cdot 100\% \\
 \text{Incremento} &= \left( \frac{x_2 \cdot c \cdot m \cdot \eta - x_1 \cdot c}{x_2 \cdot c \cdot m \cdot \eta} \right) \cdot 100\% \\
 &= \left( 1 - \frac{x_1}{x_2 \cdot m \cdot \eta} \right) \cdot 100\%
 \end{aligned}$$

Figura 4: Una “solución general” propuesta por un grupo de profesores

Evidentemente, esta solución es una versión similar a la dada al caso concreto resuelto anteriormente.

Al validar lo obtenido, que en buena cuenta es examinar en la realidad si tiene sentido lo obtenido, el grupo advirtió que “algo andaba mal”, en la solución del caso concreto, pues no podía ser que habiendo crecido tanto el número de personas que consumen agua – de 10 a 75 personas – tal consumo se incrementa solo en un 87% (menos de una duplicación del consumo).

Pronto advirtieron que el error estaba en una “aplicación apresurada de la fórmula de incremento porcentual”, pues en el denominador de la fracción debieron escribir  $10 \times 180$ ; lo cual sí tiene sentido, pues el incremento porcentual del consumo debe calcularse en relación al consumo inicial. Con esta corrección, el incremento porcentual del consumo de agua resulta:

$$\frac{5 \times 180 \times 5 \times 3 - 10 \times 180}{10 \times 180} = 6,5$$

Esto significa un incremento de 650%, lo cual tiene sentido.

Este error se arrastró a la generalización, pues en el denominador, en lugar de escribir  $x_{2,c,m,n}$  debieron escribir  $x_{1,c}$  (que es el consumo inicial). Más aún, si bien es cierto que es importante tener en cuenta la cantidad promedio de agua que consume al día una persona (el grupo consideró 180 litros por día en el caso concreto y usó la variable  $c$  en su generalización), en el cálculo del incremento porcentual, este dato resulta innecesario, pues se ve que se puede cancelar en la fracción.

## Comentarios y reflexiones

Como ya lo dijimos antes, el problema se ubica entre los llamados “problemas de modelización”, por no tener toda la información explícita y hacer necesario considerar supuestos basados en la observación de la realidad. Ya nos hemos referido a situaciones como esta en el artículo del número anterior de UNIÓN (Malaspina, 2025). Las experiencias desarrolladas muestran que es posible resolver este tipo de problemas en grupos de profesores y es deseable que también lo hagan los estudiantes, orientados e incentivados por profesores que vayan acumulando y reflexionando experiencias en esta línea de trabajo, que estimula más la creatividad y la observación crítica de la realidad.

Con este problema en particular, y con este grupo de trabajo de profesores, hemos tenido, además, la interesante experiencia de reconocer la importancia de la fase de *validación* en los procesos de modelización, pues eso llevó a hacer la corrección de un error inicial.

Tratar problemas de modelización en la formación inicial y continua de profesores, resulta de vital importancia para que luego sean tratados en la educación básica. Esto contribuirá a ir más allá de la solución de problemas de aplicación y a estimular la creatividad a partir de las observaciones de la realidad. Una fase previa importante, es estimular la creación de problemas por elaboración, partiendo de situaciones reales (Malaspina, 2022).

Otra reflexión importante es que la estimación no debe restringirse a aproximaciones de cálculos aritméticos. El problema y la experiencia muestran la importancia de hacer estimaciones con base en la formulación de supuestos coherentes con la realidad, lo cual es esencial en la vida cotidiana y debemos prestarle atención en la formación de nuestros estudiantes de todos los niveles educativos.

Con estas reflexiones concluyo *El Rincón de Problemas* de este número de UNIÓN y, como en los números anteriores, invito a los lectores a participar en *El Rincón Intercreativo*, de este número.

A continuación, dejo algunas preguntas que podrían ser usadas para escribirme algo que se publicaría en *El Rincón Intercreativo* del próximo número:

- i) Para resolver el problema propuesto ¿usted haría los mismos supuestos que hicieron los profesores en la experiencia expuesta? Explique.
- ii) ¿Qué otros supuestos consideraría usted para hacer una estimación, como lo requiere el problema de este artículo?
- iii) ¿Qué problema(s) crearía usted, para sus estudiantes, similar(es) al tratado en este artículo?
- iv) ¿Considera usted que trabajar este tipo de problemas aporta a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la realidad actual?  
¿Por qué?

Agradezco los comentarios y propuestas que me hicieron llegar, relacionados con el problema del número anterior de *UNIÓN* y los invito a leerlos en este número. También reitero mi exhortación amigable a que me hagan llegar sus comentarios, propuestas o experiencias, a partir de reflexiones de carácter didáctico o matemático, motivados por la resolución del problema de este artículo. Nos dará mucho gusto publicar y comentar lo que me escriban, en el próximo número de *UNIÓN*, como lo estoy haciendo en este número, con lo que me han enviado.

### Bibliografía

Borromeo, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer International Publishing.

Malaspina, U. (2022). Estimulando la modelización matemática mediante la creación de problemas. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18(64). <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/661>

Malaspina, U. (2025). El alquiler de una bicicleta y la representación gráfica de una función de valores enteros. *UNIÓN - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 21(73). <https://revistaunion.org/index.php/UNION/article/view/1723>