UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 74. Agosto 2025
Páginas 1-23

Caracterización de tareas de matemática que se proponen en la formación continua de profesores cuando las TIC se establecen como recurso prioritario

Fabiana Montenegro

Fecha de recepción: 26-05-2024

Fecha de aceptación: 24-01-2025

Resumen	El presente artículo describe los resultados de una investigación cuyo objetivo fue lograr una caracterización de las tareas de matemática que se propusieron en una carrera de formación continua de profesores de Argentina considerando a las Tecnologías de la Información y la Comunicación como recurso fundamental. Se adoptó como marco teórico y metodológico el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción matemática. Además, se consideró al constructo tarea como una situación problemática compuesta por un contexto, una consigna y los objetivos que se persiguen con la consigna. Las tareas analizadas en los trabajos finales de los profesores de matemáticas que completaron esta carrera de formación continua se organizaron en cuatro categorías: tareas ostensivas, tareas prescindibles de TIC, tareas sine qua non o imprescindibles de TIC y tareas pragmáticas. Se constata que la interacción entre los conocimientos disciplinarios, los recursos tecnológicos y los avances en la didáctica específica promueve la planificación de tareas que ofrecen una actividad matemática valiosa para los estudiantes y en las cuales el uso de recursos tecnológicos resulta pertinente y significativo. **Palabras Claves:** caracterización, tareas de matemática, formación continua de profesores, TIC.
Abstract	This article describes the results of a research whose objective was to characterize the mathematics tasks proposed in a continuous teacher training course in Argentina, considering Information and Communication Technologies as a fundamental resource. The theoretical and methodological framework adopted was the Ontosemiotic Approach to Mathematical Cognition and Instruction. Furthermore the task construct was considered as a problematic situation composed of a context, a slogan and the objectives pursued with the slogan. The tasks analyzed in the final works of the mathematics teachers who completed this

continuing education course were organized into four categories: ostensive tasks, ICT dispensable tasks, sine qua non or ICT indispensable tasks, and pragmatic tasks. It was found that the interaction between disciplinary knowledge, technological resources and advances in specific didactics promotes the planning of tasks that offer a valuable mathematical activity for students and in which the use of technological resources is relevant and meaningful.

Keywords: characterization, mathematics tasks, continuous teacher training, ICT.

Resumo

Este artigo descreve os resultados de uma investigação cujo objetivo foi conseguir uma caraterização das tarefas matemáticas que foram propostas num curso de formação contínua de professores na Argentina, considerando as Tecnologias de Informação e Comunicação como um recurso prioritário. O quadro teórico e metodológico adotado foi a Abordagem Ontossemiótica da Cognição e Instrução Matemática. Constata-se que a inter-relação dos conhecimentos disciplinares e as contribuições de didácticas específicas promovem tarefas em que a utilização de recursos tecnológicos é relevante e significativa e que oferecem uma atividade matemática valiosa para os alunos.

Palavras-chave: caraterização, tarefas matemáticas, formação contínua de professores, TIC.

1. Introducción

En los últimos años, las tecnologías han revolucionado los procesos educativos propiciando nuevas maneras de planificar, gestionar y evaluar la enseñanza. En Argentina, la incorporación de las TIC en la educación secundaria y superior, impulsada por el Programa Conectar Igualdad en 2010, redefinió las prácticas pedagógicas y la gestión de las instituciones educativas durante esa década. Uno de los resultados de esta iniciativa fue la creación, en el año 2014, de la Especialización docente de nivel superior en Educación y TIC (en adelante EDET) pensada como un espacio de reflexión académica para formar docentes especializados en el uso pedagógico de las TIC. Esta especialización se presupuestó con una carga horaria de 400 horas reloj y con modalidad semipresencial a través de instancias virtuales (70% del total) y presenciales (30% del total).Todos los módulos de la especialización se ofrecían de manera virtual y gratuita.

La propuesta académica era distinta según el nivel o modalidad donde se desempañaba el docente: educación secundaria, formación docente o educación especial. Sin embargo, todos los cursantes transitaban por un módulo introductorio a fin de familiarizarse con el entorno virtual y, una vez aprobado, se iniciaba el cursado específico de la especialización. La cursada consistía básicamente en 7 módulos y 2 seminarios intensivos. Los módulos se denominaban: Marco político pedagógico, Enseñar, aprender y evaluar con TIC, El modelo 1 a 1, Desarrollo de propuestas educativas con TIC 1, Desarrollo de propuestas educativas con TIC 2, Módulo temático 1, Módulo temático 2.

Los requisitos de aprobación de la EDET eran diversos: realización del 75% de las actividades virtuales de cada módulo, 100% de la realización y aprobación de los trabajos de campo, participación en el 75% de los encuentros presenciales que se desarrollaban en las sedes de la especialización. Para los docentes de matemática el último requisito de aprobación de esta especialización era la elaboración de un trabajo final que consistía en una secuencia didáctica completa sobre un contenido de libre elección y su posterior defensa y aprobación ante un tribunal examinador.

En este contexto el presente artículo reporta una caracterización de las tareas de matemáticas contenidas en los trabajos finales de la EDET. Para analizar la integración de las TIC como recurso prioritario en dichas tareas de enseñanza nos planteamos, entre otras, las siguientes preguntas: ¿cómo impactan las nuevas tecnologías en la actividad matemática de los estudiantes?, ¿existen criterios que respaldan el uso de las TIC en estas tareas?

Para abordar dichas cuestiones este estudio adoptó el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) como marco teórico y metodológico. Además, se utilizó la definición de "tarea" propuesta por Barreiro *et al.* (2016) considerando que una tarea es una situación problemática compuesta por un contexto, una consigna y los objetivos que se persiguen con la consigna.

Los trabajos finales analizados en la investigación fueron secuencias de enseñanza referidas a los tópicos: función exponencial, función cuadrática, propiedades de los lados y ángulos interiores de un triángulo, perímetro y área de figuras planas, razones trigonométricas, sucesiones, semejanza de triángulos, integrales, límite de una función en un punto, probabilidad, estadística. En la sección de metodología se presentan los criterios por los cuales se seleccionaron dichos trabajos finales.

A lo largo del artículo, empleamos los términos "recursos", "herramientas" y "medios digitales" de manera intercambiable para referirnos a las aplicaciones, contenidos o *software* que pueden incorporarse en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

2. Marco Teórico

El EOS destaca varios conceptos claves que resultaron especialmente relevantes para nuestra investigación. En primer lugar, considera la noción de una "institución matemática" como una comunidad de personas que comparten intereses en la resolución de problemas matemáticos y la utilización de prácticas comunes.

Otro constructo esencial de este enfoque es el de "práctica matemática". Ésta se refiere a las acciones y expresiones utilizadas para abordar problemas matemáticos, comunicar soluciones, validarlas y generalizarlas. El concepto de "objeto matemático" es, también, clave en este enfoque teórico. Considera como objeto matemático a todo aquello que puede ser indicado, todo lo que puede señalarse o a lo cual puede hacerse referencia al hacer, comunicar o aprender matemática. Un símbolo, un concepto, una propiedad, una representación, un procedimiento, etc. son ejemplos de objetos matemáticos.

Partiendo del presupuesto epistemológico de que los objetos emergen de los sistemas de prácticas el EOS considera dos niveles de objetos. En el primero de los niveles, se encuentran objetos que denomina primarios y que pueden observarse en un texto matemático: situaciones problemáticas, conceptos, propiedades, lenguajes, procedimientos y argumentos. Estas seis entidades primarias se vinculan formando configuraciones. Estas configuraciones son entendidas como las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre los mismos. Atendiendo a la doble visión -personal e institucional- con la que este enfoque de la didáctica de la matemática aborda los conocimientos matemáticos clasifica a las configuraciones en epistémicas o cognitivas. Las configuraciones epistémicas son las redes de objetos institucionales (extraídas de un texto escolar, de una clase que imparte un profesor, etc.) mientras que las cognitivas representan redes de objetos personales.

En el marco de la educación matemática el enfoque ontosemiótico se destaca, también, por su precisión al definir el concepto de "significado". En lugar de limitarse a definiciones formales, sostiene que el significado radica en los sistemas de prácticas operativas y discursivas empleados por individuos o instituciones para abordar problemas matemáticos. Esta perspectiva, de naturaleza antropológica y pragmática, subraya la importancia de comprender la construcción y comunicación del significado en el contexto educativo. Considerando la génesis personal e institucional del conocimiento matemático, el EOS diferencia los sistemas de prácticas que realiza un individuo específico (significados personales) de los que se comparten en una institución (significados institucionales). A su vez existe una clasificación de las dos categorías de significado antes mencionadas. A los fines de este trabajo consideraremos algunas categorías de los significados institucionales:

- Implementado: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.

- Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.

- Referencial: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático. (Godino *et al.*, 2007b, p. 132)

Aproximadamente desde el 2006 diversos investigadores del EOS (Godino *et al*., 2006; Godino *et al*., 2007a; Godino, 2011, 2013; Beltrán-Pellicer *et al*., 2018) se encaminaron a desarrollar teorías instruccionales específicas con el objetivo de ayudar a los docentes en los procesos de análisis, selección, implementación y evaluación de tareas. Al respecto, introdujeron el constructo idoneidad didáctica como una herramienta que permite el paso de una didáctica descriptiva–explicativa a una didáctica orientada a la intervención efectiva en el aula.

> La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza),

teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno) (Beltrán-Pellicer *et al.*, 2018, p. 548).

La noción de idoneidad didáctica está integrada, a su vez, por otras idoneidades o dimensiones a través de las cuales "se pretende abordar de manera integral la complejidad de factores que intervienen en el diseño, desarrollo y evaluación de cualquier proceso de estudio matemático" (Godino *et al.*, 2007a, p. 249). Estas idoneidades parciales son: la epistémica, la cognitiva, la interaccional, la mediacional, la emocional y la ecológica. Una descripción de las mismas se encuentra en Godino (2013).

La valoración de la idoneidad didáctica es un proceso complejo. No sólo porque comprende diversas dimensiones que, a su vez, se desglosan en componentes e indicadores, sino también porque la evaluación de las dichas idoneidades parciales demanda disponer de una gran cantidad y diversidad de tipos de datos que brinden información de los hechos que ocurren (actividades realizadas, encuestas a los estudiantes, grabaciones audio-visuales, etc.). Considerando que, en esta investigación, sólo disponíamos de la planificación de los trabajos finales de profesores que accedían al título de especialista a través de la aprobación de éstos nos concentramos en analizar la idoneidad epistémica de las mismas que se refiere "al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o previstos), respecto de un significado de referencia" (Godino, 2013, p. 116).

3. Metodología

De acuerdo a Hernández Sampieri *et al.* (2010), Yuni *et al.* (2014), Supo (2012) y Quecedo *et al.* (2002) la investigación asumió las siguientes características:

- Cualitativa ya que consistió en reunir trabajos finales de docentes de matemática que habían finalizado la EDET, analizar semejanzas y diferencias entre las tareas que conformaban dichos trabajos finales y construir, a partir de las relaciones descubiertas, categorías teóricas de tareas propuestas en dicho ciclo de formación continua de profesores.
- Exploratoria, pues se centró en un problema poco estudiado hasta el momento y que permitió arribar a nuevos conocimientos.
- Descriptiva en el sentido de que buscó aspectos comunes y no comunes de las tareas que conformaban los trabajos finales con los que alcanzaba el título de Especialista en Educación y TIC en Argentina durante los años 2014 y 2018.
- Transversal porque el número de mediciones de las variables en estudio fue uno: el trabajo final de cada docente.
- Observacional debido a que, como investigadores, no hemos tenido intervención en cada trabajo final analizado.

Al comienzo de nuestra investigación, contábamos con una base de datos que incluía los correos personales de algunos de los profesores de matemática que habían finalizado la especialización mencionada. A estos docentes, se les solicitó la autorización para analizar los trabajos finales con el que habían concluido su formación. De los docentes que nos enviaron su trabajo final se escogieron algunos atendiendo a los siguientes criterios de representatividad: que estuvieran planificados para estudiantes del nivel secundario o superior, que fueron presentados en los diferentes años en que se desarrolló la especialización y que el contenido matemático perteneciera a diferentes áreas de la matemática.

A continuación describimos las diferentes etapas de investigación llevadas a cabo en cada uno de los trabajos finales que conformaron este estudio.

Primera fase: Establecimiento de un marco epistémico y didáctico de referencia.

Para el EOS la planificación de una clase sobre un objeto matemático debe comenzar con la delimitación de lo que afirman las instituciones matemáticas y didácticas sobre el mismo. Por lo tanto, propone acudir a los textos matemáticos –disciplinares y didácticos- correspondientes, a las orientaciones curriculares, a investigaciones y estudios específicos realizados sobre dicho contenido, etc. Y, a partir de ellos, construir un sistema de prácticas denominado significado institucional de referencia del objeto sobre el cual se seleccionan y ordenan las prácticas que conformarán, posteriormente, el sistema de prácticas para elaborar el significado pretendido plasmado en una secuencia didáctica.

Así, para cada uno de los trabajos finales de esta investigación, la construcción del significado institucional referencial implicó la confección de un marco epistémico y de un marco didáctico. Para la construcción del marco epistémico de cada uno de los doce trabajos finales analizados, se seleccionaron dos o tres libros de texto y de cada uno de ellos se eligieron, en promedio, cinco tareas. En la resolución experta de cada tarea se distinguieron los objetos primarios que emergían de la tarea y se elaboró la configuración epistémica del libro. En cuanto al marco didáctico se recurrió a *Google* Académico para la búsqueda y lectura de investigaciones (artículos de revista, tesis, capítulos de libros, etc.) y su posterior síntesis.

Para seleccionar los libros de texto que integraron el marco epistémico de cada secuencia se priorizó que hayan sido distribuidos gratuitamente por el Ministerio de Educación de la Nación Argentina a bibliotecas de las escuelas públicas, la coincidencia con el nivel del sistema educativo de los alumnos al que está dirigida la secuencia y que tuvieran distintas ediciones de publicación, evidenciando la preferencia de los docentes a la hora de planificar y/o gestionar sus clases. Los criterios de selección para los trabajos que conformaron el marco didáctico de cada secuencia fueron la coincidencia con el nivel del sistema educativo de los estudiantes a los que se dirigía la secuencia, que mencionasen el marco teórico de la didáctica de la matemática o investigadores reconocidos sobre los que se sustentaba el trabajo y que contuvieran referencias a tareas que emplearan recursos tecnológicos. Ambos marcos fueron considerados en la sexta fase de la investigación, tal como se explica posteriormente.

Segunda fase: Estructuración de la configuración epistémica-cognitiva de cada tarea.

Se efectúo la resolución experta de cada tarea de la secuencia y se elaboró la configuración epistémica-cognitiva de las secuencia completa para determinar cómo se articulaban los objetos primarios puestos en juego, si emergían o no conceptos, propiedades, procedimientos; si se buscaba activar procesos de argumentación, si se hacía uso de diferentes tipos de lenguajes, etc.

Tercera fase: Análisis de coherencia entre contexto, objetivo y consigna de cada tarea

Considerando que la actividad que realiza un alumno ante la propuesta de enseñanza del docente es clave a la hora de definir cómo enseñar matemática Barreiro *et al.* (2016) establecieron que una tarea está conformada de tres componentes claves para el diseño y análisis de actividades matemáticas: una consigna, un contexto y el objetivo. El término consigna refiere al enunciado de la actividad que el docente plantea en el aula. El contexto de una tarea lo constituye el tipo de trabajo que viene realizando el grupo de estudiantes, los contenidos previos, el momento en que se plantearía la consigna, la modalidad de trabajo, etc. Finalmente, el objetivo de la tarea es el objetivo de aprendizaje que el docente planea alcanzar y que motiva la elección de la consigna.

A través de este análisis de coherencia entre las tres componentes de una tarea es posible detectar si surge un conflicto semiótico, definido en el EOS como "cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa y pueden explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas implementadas" (Godino, 2002, p. 258).

Cuarta fase: Análisis del potencial matemático y actividad matemática de las tareas, que conforman el significado institucional pretendido.

Para determinar el potencial matemático de una consigna se consideraron los indicadores establecidos en Barreiro *et al.* (2016): las posibilidades de exploración que la consigna habilita o no y las posibilidades de argumentar sobre la validez de la resolución o de la respuesta. De este modo, se considera valioso que la consigna de una tarea pueda admitir diferentes posibilidades de exploración y argumentación porque le permite al estudiante tomar decisiones, organizar sus intentos para afrontar la resolución, recurrir a heurísticas, reflexionar sobre sus intentos para sostenerlos o no, buscar la manera de explicar el porqué de la respuesta, validar las conjeturas que surgieron, etc. En lo que respecta a la actividad matemática dentro de una tarea -entendida como la actuación, labor o actividad que el estudiante realiza frente a una tarea- se considera importante cuando la consigna tiene un alto potencial matemático, cuando el docente otorga al estudiante un rol activo y cuando el objetivo que se persigue es cognitivamente exigente.

Quinta fase: Valoración del uso pertinente y significativo que harían los estudiantes de las TIC en la resolución de la tarea.

Para valorar el empleo de las nuevas tecnologías en las tareas que nos propusimos analizar adoptamos los criterios desarrollados por Barreiro (2015) para determinar si el uso de las TIC era pertinente y significativo. Estos principios están en sintonía con los enfoques constructivistas en la educación matemática, ya que se centran en la actividad auténtica del estudiante, bajo la guía de un docente que diseña y coordina las tareas. En consecuencia la autora hace referencia a un uso pertinente -en el sentido de que sea oportuno el uso de las TIC y no por obligación- y significativo -aludiendo a que el alumno aprenda algo valioso para la matemática-.

Dichos criterios son: favorecer la búsqueda de pruebas matemáticas, que las TIC resulten imprescindibles, no perder de vista el objetivo matemático, incluir las TIC con diferentes usos, complementariedad de las nuevas tecnologías como un recurso más de la clase, libertad para apelar a las TIC y libertad de selección de cuál recurso tecnológico utilizar.También adoptamos, en esta fase de investigación, el modo en que la autora considera los criterios mencionados para valorar la pertinencia y la significatividad de las nuevas tecnologías en una tarea matemática:

- Si los criterios de pertinencia y significatividad no se cumplen, termina el análisis y se argumenta la valoración negativa a partir de la ausencia de ellos.
- Si ambos criterios se cumplen, se revisará cada uno de los demás y su presencia justificará aún más la valoración positiva.

Sexta fase: Valoración de la idoneidad epistémica de las tareas.

Tal como se mencionó en el marco teórico “un programa formativo, o un proceso de estudio matemático tiene mayor idoneidad epistémica en la medida en que los contenidos implementados (o pretendidos) representan bien a los contenidos de referencia” (Godino, 2011, p.8). En Font *et al.* (2010) se menciona que la idoneidad epistémica valora “si las matemáticas que están siendo enseñadas son buenas matemáticas” (p. 102). Los criterios que permitieron hacer operativa la noción de idoneidad didáctica en esta investigación aparecen en la Tabla 1.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Situaciones-problemas	- Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación - Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	- Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismas. - Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige - Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	- Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen - Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado - Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos
Argumentos	- Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen - Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar
Relaciones	- Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. - Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Tabla 1. Componentes e indicadores de la idoneidad epistémica (Godino, 2011, p. 9)

Por lo tanto, la valoración de la idoneidad epistémica de las tareas de los trabajos finales considerados se realizó teniendo en cuenta algunas de las fases de investigación previas: el marco epistémico y didáctico de referencia elaborado en la primera fase, el significado pretendido que fue determinado mediante el análisis de las áreas en la segunda fase y los criterios de idoneidad epistémica que propone el EOS consignados en la Tabla 1. Esta fusión de constructos y herramientas que ofrece el EOS para hacer operativa la noción de idoneidad se visualiza en la siguiente figura.

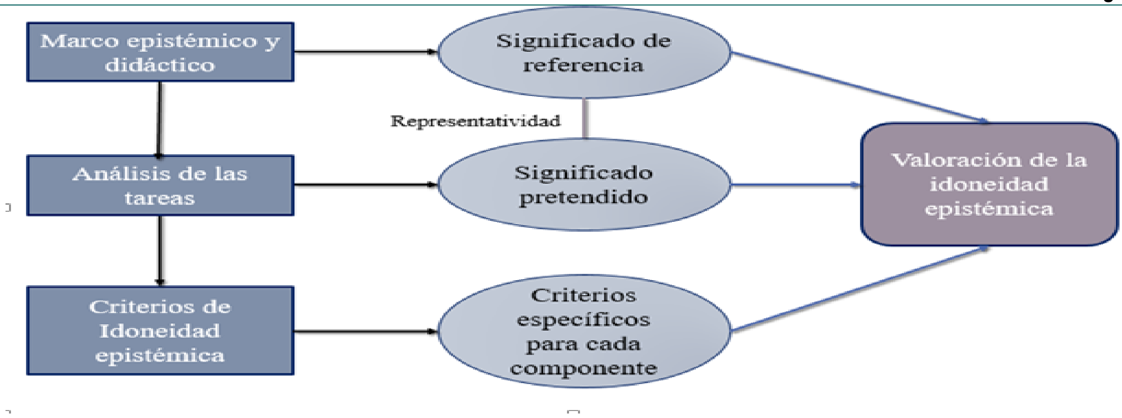

Figura 1. Valoración de la idoneidad epistémica (Jiménez Consuegra, 2018, p. 27)

Como se aprecia en algunas fases de esta investigación se emplearon constructos del EOS y, en otras, distintas nociones y criterios que se proponen Barreiro *et al*. (2016).

4. Caracterización

A continuación exhibimos la caracterización devenida del análisis de las tareas que conformaron los trabajos finales analizados y, sin pretensión de exhaustividad mencionamos, una lista de las tareas que comparten las mismas características. Por cuestión de extensión de este artículo las particularidades de cada grupo de tareas están basadas, exclusivamente, en las fases de investigación cuatro y cinco antes nombradas.

4.1.1 Tareas ostensivas

Estas tareas están principalmente relacionadas con los conceptos matemáticos como objeto (Doaudy, 1986). En ellas se destaca el énfasis en la visualización y la obtención de resultados vía un *software* y las relaciones entre los objetos primarios se establecen, principalmente, a través de representaciones visuales o dibujos, medidas de elementos, gráficas de funciones, entre otros.

En la mayoría de estas tareas el uso de nuevas tecnologías no es pertinente ni significativo. A pesar de que éstas podrían llevarse a cabo utilizando métodos tradicionales tales como lápiz y papel o instrumentos geométricos, es el docente quien impone el uso de recursos digitales. En estas situaciones, las TIC sustituyen al pizarrón con un recurso visualmente más atractivo y asumen la validación de los procedimientos (Vilella, 2008).

En términos generales, la actividad matemática de las tareas ostensivas es baja porque se accede a los conceptos y propiedades matemáticas desde la percepción o desde la medición. Y, además, porque la excesiva confianza en lo que muestra el recurso tecnológico provoca que los alumnos se sientan eximidos de encontrar argumentos matemáticos.

Algunas de las tareas de los trabajos finales analizados que valoramos como tarea ostensiva son:

- Empleo el dinamismo de un *software* para explorar y responder desde lo que se observa. Ejemplos: emplear *applets* de la *web*, deslizadores, etc.

- Dibujo -y no construcción- de un polígono, distinción que retomaremos posteriormente.
- Empleo de un *software* para obtener medidas de los lados/ángulos de una figura plana.
- Uso de la calculadora para obtener resultados de operaciones que pueden efectuarse sin ella, tales como sumas, restas, productos, cocientes, potencia de exponente entero, etc.
- Uso de sitios de Internet para revisar contenidos de clases previas.
- Empleo de un simulador *on line* ante experimentos que pueden efectuarse sin él.
- Armado de *puzzles* o rompecabezas con figuras de un archivo.
- Observación de un video de YouTube y a, partir de él, responder preguntas.
- Ingreso de la expresión algebraica de una función para visualizar la gráfica y /o elementos de la misma.
- Verificación de propiedades de un polígono a través de comandos o herramientas de un *software*.

4.1.2 Tareas prescindibles de TIC

Denominamos así a las tareas cuyas resoluciones ofrecen caminos de solución alternativos al uso de las TIC, esto es, pueden desarrollarse con el empleo de un recurso tecnológico o sin él.

La actividad matemática que promueven estas tareas es alta o intermedia pues al no depender directamente de los resultados de una herramienta tecnológica la tarea brinda la posibilidad de que sea el estudiante quien explore, establezca relaciones entre las diferentes representaciones semióticas de los objetos, argumente acerca de la validez de afirmaciones, produzca pruebas (pragmáticas o intelectuales), generalice y tome decisiones.

En estas tareas, es el estudiante quien decide si incluir o no el uso de herramientas tecnológicas en su resolución, debido a que el docente no impone su empleo. Por ello, recordando que, en relación con el criterio de imprescindibilidad de Barreiro *et al.* (2016) se menciona que “el docente tiene que ponerse en el lugar del estudiante, en cuanto a sus conocimientos, y pensar qué resoluciones podría este llevar a cabo” (Barreiro *et al.*, 2016, p. 70) podemos aseverar que, para algunos estudiantes, el uso de herramientas tecnológicas en este tipo de tareas puede resultar pertinente y significativo y para otros no.

Algunas tareas prescindibles de TIC encontradas en la investigación son:

- Determinación de los primeros términos y del término general de una sucesión.
- Confección de una tabla de valores sin calculadora o planilla de cálculo ya que se requieren operaciones plausibles de realizar sin ellas.
- Deducción de la expresión algebraica de una función a partir del análisis de la tabla de valores de la misma.

- Validación algebraicamente o por propiedades de hipótesis o conjeturas.

4.1.3 Tareas *sine qua non* o imprescindibles de TIC

Refiere a tareas que no pueden llevarse a cabo sin el empleo de herramientas tecnológicas y que están ausentes si son llevadas a cabo en un entorno de lápiz y papel. Algunas de las razones por las cuales estas actividades no son resolubles, sin las nuevas tecnologías, son:

- por herramientas propias del *software*. Por ejemplo los deslizadores, el *zoom*, la posibilidad de ocultar/visualizar objetos, la determinación de las coordenadas de los puntos de intersección entre dos curvas, etc.
- por limitaciones de la realidad.
- porque la instantaneidad en la interacción con las nuevas tecnologías posibilita la exploración de una familia de figuras/funciones y la elaboración de conjeturas sobre las mismas.

En estas tareas el uso de los recursos informáticos es pertinente y significativo. Y la actividad matemática es alta o intermedia, fundamentalmente por dos razones. En primer lugar, porque la exigencia cognitiva que se espera de los estudiantes depende del modo en que se utilizan las herramientas tecnológicas. Y, en segundo lugar, porque el lugar que se brindan a las posibilidades de argumentación se vincula con el posicionamiento que tiene el docente respecto de la inclusión de las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje: la validación de las conclusiones se justifica por lo que se observa en una pantalla o se considera que dichos resultados no son verdades indiscutidas y se recurre a la propia matemática para argumentar lo que devuelve el recurso tecnológico.

Algunas tareas *sine qua non* o imprescindibles de TIC que formaron parte de las secuencias didácticas analizadas son:

- Empleo del dinamismo de un *software* para explorar y elaborar conjeturas sobre conceptos, propiedades, etc.
- Utilización de simuladores *on line* para experimentos que no pueden efectuarse en la realidad o para obtener una respuesta aproximada.
- Uso de la calculadora científica para operaciones que no son realizables de otro modo, tales como el cálculo de potencias de exponente racional, logaritmos, etc.
- Determinación del conjunto solución de una ecuación mediante el/los punto/os de corte de las funciones que aparecen en cada uno de sus miembros.
- Búsqueda de información o videos en la red.
- Escritura del trabajo de la clase en un editor de ecuaciones u otros programas con el objeto de conservarlo.
- Determinación del área entre la gráfica de dos funciones o del área entre la gráfica de una función y el eje de abscisas.

- Aprovechamiento de herramientas digitales para favorecer la comunicación dentro y fuera de la clase a través de *Power Point*, proyector, redes sociales, documentos compartidos de *Google*, servidores escolares, foros, *blogs*, etc.
- Empleo de datos estadísticos que aparecen en bases de datos digitales.
- Uso de un *software* de geometría dinámica para construir y analizar figuras geométricas.

4.1.4 Tareas pragmáticas

Son aquellas en las cuales las herramientas digitales ponen de manifiesto que los objetos matemáticos cobran sentido por su carácter de instrumento (Douady, 1986). Refieren a situaciones "que provienen de entornos donde la matemática no tiene una presencia explícita pero se apela a ella como herramienta para comprender dicha situación, estudiarla a través de una formulación matemática […] e interpretar resultados obtenidos a partir del modelo en el sistema inicial" (Rodríguez y Barreiro, 2018, p. 20).

En general la actividad matemática que ofrecen las tareas pragmáticas es alta o intermedia porque, aunque colaboran en que los alumnos encuentren sentido a nociones, propiedades y procedimientos matemáticos, la exigencia cognitiva de las mismas está subordinada a que el tiempo se destine tanto a la construcción del modelo como a la actividad reflexiva de interpretación de resultados. En estas tareas el uso de TIC es pertinente y significativo, aunque no se satisface el criterio de búsqueda de pruebas matemáticas.

Entre las tareas de los trabajos finales considerados, encontramos las siguientes tareas pragmáticas:

- Empleo de datos experimentales, por ejemplo de bases de datos en Internet, para predecir o anticipar un comportamiento a corto/mediano plazo.
- Construcción de la representación de objetos de la vida real que satisfagan determinadas condiciones a través de un *software*.
- Incorporación de una fotografiar de un objeto cotidiano en un *software* para trabajar matemáticamente con dicha fotografía.

Vilella (2008) relaciona estas tareas con una concepción heurística sobre cómo deben organizarse los contenidos matemáticos. Así el objeto abstracto y la realidad concreta interactúan en la clase y lo que se aparece en la pantalla del *software* es un objeto perceptible que evoca o representa al objeto abstracto correspondiente.

5. Ejemplo de los diferentes tipos de tareas

5.1 Tarea ostensiva

La tarea que se analiza a continuación está prevista para el segundo encuentro de una secuencia planificada en tres encuentros para estudiantes de primer año de la escuela secundaria (13-14 años). Tras una lluvia de ideas a cargo del docente, planteando a los estudiantes cuestiones tales como la clasificación de los triángulos, a qué se denomina ángulos, etc., se presenta la tarea de la Figura 2.

Imaginemos que se tiran tres dados en simultáneo y que con los valores arrojados se construye un triángulo ¿tengo más posibilidades de ganar o de perder? Utiliza dados virtuales a través de la página http://www.dadosonline.com.ar/ y para la construcción utiliza el programa GeoGebra.

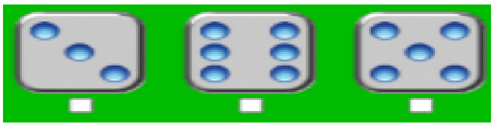

Figura 2. Ejemplo de tarea ostensiva

Estimamos que, debido al contrato didáctico, al leer la consigna los estudiantes suponen que los números obtenidos al arrojar los dados deben considerarse como las posibles longitudes de los lados de un triángulo. La propiedad que se busca que emerja es que en todo triángulo la longitud de cada lado es menor que la suma de las longitudes de los otros dos y mayor que su diferencia.

Tras tirar virtualmente los tres dados la consigna solicita representar con GeoGebra un triángulo en el cual cada uno de los lados tenga como longitud uno de los números de los dados. Sin embargo, no basta repetir esos procedimientos algunas veces ya que la pregunta de la consigna requiere el conteo de todas las opciones posibles. Además, por el contexto de la situación, debe tenerse el recaudo de no contar dos veces la misma situación. Por ejemplo, a los efectos de la consigna la terna 6-2-4 es igual a la 6-4-2. Vale considerar que la organización de todas las ternas posibles demanda una cantidad de tiempo importante, cuestión que no se tuvo en cuenta en la planificación de esta tarea.

Al respecto, resulta oportuno recordar que una de las diferencias más sustantiva entre la geometría estática y la geometría dinámica es que ésta última trabaja a partir de conocimientos matemáticos y permite realizar construcciones basadas en propiedades geométricas. Recordemos, al respecto, que "una gran dificultad es la de evitar la confusión entre los objetos geométricos, que son conceptos, y sus representaciones que son figuras dibujadas materialmente." (Berté, 1999, p.75). Aunando estas dos ideas, es que consignamos dos cuestiones importantes:

Es preciso establecer la distinción entre dibujo y figura. Una figura es considerada como un referente teórico de un objeto geométrico ideal, mientras que el dibujo es un representante particular de la figura.

En diversos *software* de geometría dinámica existen objetos –llamados objetos dependientes- que son creados usando herramientas o comandos a partir de otros denominados objetos libres. A modo de ejemplo por el dinamismo que caracteriza a GeoGebra si un objeto libre es arrastrado por la Vista Gráfica entonces todos los objetos dependientes de él cambian automáticamente su valor. Esta característica permite distinguir dos acciones: dibujar y construir. "Dibujar será trazar unos objetos junto a otros sin ninguna relación entre ellos y por lo tanto, al modificar alguna de las condiciones iniciales, al no existir relaciones, se perderán las relaciones que deberían existir entre ellos" (Carrillo de Albornoz, 2010, p. 201). Mientras que construir es hacer una representación de un objeto a partir de las propiedades matemáticas o geométricas que éste satisface. El desplazamiento o arrastre es, entonces, una herramienta que permite determinar si la construcción realizada fue hecha o no a partir de las propiedades de las figuras. En este sentido, si la construcción al ser desplazada pierde sus características entonces es, en realidad, un dibujo y no una construcción de una figura.

Volviendo a la tarea de la Figura 2 se aprecia que la consigna habilita posibilidades de exploración únicamente a través de la inspección de los comandos y herramientas de GeoGebra. En cuanto a las posibilidades de argumentación, si los alumnos realizan las construcciones de manera imprecisa, esto es, intentando trazar un triángulo cuyos lados midan los números obtenidos al arrojar los dados estarán dibujando triángulos y no podrán justificar desde la matemática porqué es posible o no que tres números –en este caso del uno al seis- sean las longitudes de los lados de un triángulo. Sus respuestas se limitarán a las percepciones surgidas de la visualización de la pantalla de la computadora. En consecuencia, el potencial matemático de la consigna es bajo.

La autonomía que se otorga al estudiante es limitada porque la tarea indica el simulador *on line* a emplear y el *software* con el cual dibujar. Por otro lado, los objetivos de aprendizaje resultan poco exigentes porque se trata de hallar las relaciones aritméticas que satisfacen las medidas de los lados de un triángulo a partir del dibujo de una figura, ya que entre los saberes previos de la secuencia no figura el concepto de circunferencia o propiedades geométricas que pueden emplear. La validación de las respuestas se fundamenta, entonces, en procesos empíricos y no en la argumentación deductiva. Las observaciones anteriores justifican que la actividad matemática de la tarea es baja. Además, la tarea propuesta puede llevarse a cabo sin las herramientas tecnológicas que la consigna menciona. Esto es, si cada grupo hubiera elegido tres números que pueden obtenerse al lanzar tres dados y dispusiera de regla graduada y compás pueden dibujar un triángulo cuyos lados tengan esas medidas en un entorno de lápiz y papel. Por ende, en esta tarea el uso de las nuevas tecnologías no es pertinente ni significativo.

Destacamos que distintos trabajos de educación matemática (Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, 2018; Berté, 1999; Sessa, 1998; Itzcovich y Rudy, 2005; Chemello y Crippa, 2011) ofrecen alternativas de tareas similares a la que se está analizando enriqueciendo la actividad matemática de los estudiantes. A modo de ejemplo, en Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (2018) un aspecto central del trabajo geométrico vinculado con la posibilidad de construir o no un triángulo conocidas las medidas de sus tres lados es el vínculo entre circunferencia y triángulos. Así, en un problema de dicho material surge la circunferencia como la figura que conserva la distancia entre su centro y un punto cualquiera perteneciente a ella posibilitando que, posteriormente, los estudiantes empleando la herramienta de GeoGebra “Circunferencia conocido el centro y el radio” puedan construir un triángulo conociendo la medida de los tres lados. Por otro lado, en Itzcovich y Rudy (2005) se presentan tres demostraciones referidas a la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo. La primera se trata de una constatación empírica y, como no se recurre a ninguna propiedad geométrica, no da certeza de que el resultado podría haber sido distinto y se pierde la perspectiva del alcance general que tiene una propiedad matemática. La segunda es una demostración formal en la que cada paso intermedio se justifica empleando propiedades y definiciones de las cuales se deduce el resultado obtenido. La tercera de las demostraciones, que también resulta de un proceso deductivo "da por sentada propiedades cuya validez es aceptada en función de suponer que los alumnos disponen de ellas, aunque no se conozca bien el proceso por el cual dichas propiedades adquirieron el estatuto de tales" (Itzcovich y Rudy, 2005, p. 47). El autor buscó, de este modo, evidenciar una decisión didáctica a la hora de pensar el sentido formativo de la enseñanza de la geometría: priorizar las condiciones que permiten conectar al alumno con el razonamiento deductivo y no alejarlos de la posibilidad de que sean ellos mismos quienes produzcan conocimiento matemático a través de argumentaciones lógicas.

5.2 Tarea prescindible de TIC

Esta tarea se planificó para estudiantes de cuarto año de un Profesorado en Educación Secundaria en Matemática en un Instituto de Formación Docente con el propósito de abordar el concepto de sucesión desde sus diferentes representaciones a partir de la construcción y análisis de los triángulos de Sierpinski. La secuencia de enseñanza se organizó en tres encuentros. La tarea del primer encuentro, a resolver en parejas, se visualiza en la Figura 3.

Se quiere construir un *Triángulo de Sierpinski* con 243 triángulos. Para su construcción se parte de un triángulo equilátero de lado 1(1 unidad). El primer paso consiste en dividirlo en cuatro triángulos equiláteros iguales (lo que se consigue uniendo los puntos medios de los lados) y eliminar el triángulo central. El segundo paso de la construcción consiste en hacer lo mismo que hemos hecho en el primer paso sobre cada uno de los tres triángulos que forman obtenidos en el paso anterior y se continua repitiendo los pasos así sucesivamente. ¿Cuánto mide el lado de los triángulos que forman el triángulo de Sierpinski?

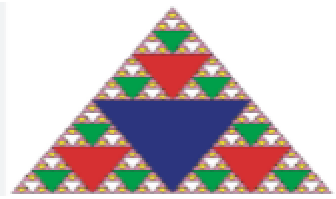

Figura 3. Ejemplo de tarea prescindible de TIC

El pedido de presentar la producción a partir de cualquier recurso abre el abanico a diferentes heurísticas con las cuales los estudiantes pueden comenzar a explorar: planificar trabajando hacia adelante, seleccionar una representación adecuada al problema, examinar casos particulares, verificar la solución obtenida utilizando distintos registros de representación (Barreiro *et al.*, 2019). A ello se suma que la tarea exige indagar en cuestiones que no son frecuentes al usar GeoGebra, como la variedad de respuestas dependiendo de la cantidad de cifras decimales de los números racionales que se empleen. Así, las diversas soluciones viables de esta tarea dan cuenta del alto potencial matemático de la consigna en términos de las oportunidades de exploración que ofrece.

El pedido de justificar la validez de las producciones posibilita que aparezcan las posibilidades de argumentación, pero debemos hacer una distinción al respecto. Se corre el riesgo de que la medida del lado de los 243 triángulos que forman el triángulo de Sierpinski esté dada sólo por la construcción hecha con GeoGebra. En este caso, se estaría depositando la veracidad de la argumentación en el *software* y no en el razonamiento, cuestión que sí ocurre cuando la justificación está fundamentada en las regularidades que aparecen al efectuar los pasos descriptos reiteradamente y aplicar propiedades matemáticas. Por lo tanto, es responsabilidad del docente asegurarse de que las argumentaciones elaboradas por los estudiantes sean coherentes con el modo específico y propio de la matemática.

La actividad matemática de la tarea es valiosa por dos razones. Porque la tarea ofrece y exige que sea el alumno quien, ante la consigna, explore, discuta, argumente y presente sus respuestas. Y porque, al mismo tiempo, la exigencia cognitiva es desafiante ya que al no estar detallados los pasos a seguir para hallar la respuesta éstos dependen de las decisiones y ensayos de los estudiantes ante un contenido matemático que desconocen.

Sobre la pertinencia de la inclusión de las nuevas tecnologías en la tarea debemos considerar dos caminos plausibles de resolución. Si el accionar de los estudiantes se orienta a analizar los primeros pasos de la construcción del triángulo de Sierspinski y encuentran regularidades en cuanto a la cantidad de triángulos y la longitud del lado, el empleo de GeoGebra no es indispensable y, por lo tanto, no es significativo su empleo. Por otro lado, los estudiantes pueden encontrar la respuesta a la tarea mediante el uso de lápiz y papel, siguiendo el procedimiento geométrico detallado en la consigna para construir un triángulo de Sierpinski. Suponiendo que se hiciera en un papel afiche –uno de los papeles de mayor tamaño que se comercializa en Argentina- el lado del mayor triángulo equilátero que puede dibujarse es de, aproximadamente, 70cm. Y si se efectuaran cinco pasos para obtener los 243 triángulos que se indican en la consigna, cada lado mediría 2.1875 cm, una longitud que las reglas graduadas no pueden registrar. Así pues, no es posible prescindir del uso de algún utilitario geométrico. En este caso, para llegar a la cantidad de triángulos que se mencionan en la consigna se manifiesta la necesidad de emplear el *zoom*, “otra técnica que no tiene correlación en el entorno papel” (Lupinacci, 2017, p. 24). Asimismo, como no se pierde de vista el objeto matemático, puede concluirse que es pertinente y significativa la inclusión de las nuevas tecnologías en esta situación problemática intra matemática.

5.3. Tarea *sine qua non* o imprescindible de TIC

Esta tarea está diseñada para estudiantes de tercer año de un Profesorado de Administración en un Instituto de Educación Superior no universitario. Uno de los objetivos de la secuencia, planificada para tres encuentros, es que los estudiantes construyan la distribución de frecuencia empírica resultante de la simulación de un experimento aleatorio.

La tarea que se presenta es la que corresponde al segundo encuentro y se inicia repartiendo a los diferentes grupos de estudiantes una bolsa de confites conocidos en Argentina como *rocklets*. Antes de abrir la bolsa se les solicita que anoten en un papel el porcentaje de confites de cada color que suponen hay dentro de la bolsa. Posteriormente deben abrirla y elaborar una tabla de frecuencias porcentuales de los colores que contiene. A continuación se presenta la tarea de la Figura 4.

Si tendríamos otra bolsa cualquiera de confites con 40 *rocklets*, ¿Qué distribución de frecuencias podríamos esperar?

Para ayudarnos a responder esta y las preguntas siguientes, se propone trabajar con una herramienta de apoyo, un simulador denominado "Modelo de Cajas" que se puede abrir desde la página web: http://nlvm.usu.edu/. Una vez ubicados en la página, es posible elegir el idioma deseado y luego seleccionar el módulo de Análisis de Datos y Probabilidad del nivel 9-12 (corresponde al periodo de 2° a 5° año de la Educación Secundaria) marcando la opción de "Modelo de Cajas". Una vez dentro de este modelo elegir, de los 16 cuadrados de distintos colores y números, los seis correspondiente a los colores de los rocklets. Y luego seleccionar 40 "rocklets" que supuestamente hay una bolsa. Para esta selección podemos apretar solamente el botón "Iniciar" y vamos viendo cómo va eligiendo los confites azarosamente, seguimos así hasta completar 40. Otra opción, para ahorrar tiempo es hacer un click en la opción "Selección Rápida" y, escribir el número 40.

La distribución de frecuencias obtenida con ayuda del simulador, ¿es una distribución de probabilidad empírica? ¿Por qué?

Repetir lo anterior para una bolsa de 100, 300 y 1500 *rocklets*.

¿Existe alguna característica en la distribución de probabilidad de los colores de los *rocklets* a medida que las bolsas contienen más confites?

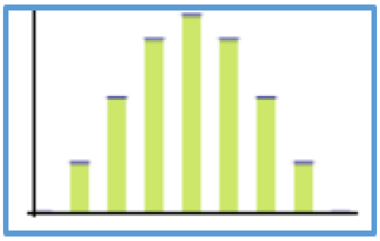

Figura 4. Ejemplo de tarea sine qua non

En la consigna se habilita que los estudiantes exploren con material concreto y con un simulador *online*. Ambas acciones permiten que los estudiantes generen diferentes distribuciones empíricas de probabilidad o frecuencial del experimento. Utilizando el simulador, es posible explorar cómo evoluciona la distribución de probabilidad experimental a medida que se incrementa la cantidad de confites en las bolsas de *rocklets*. Atendiendo a que uno de los objetivos de la secuencia didáctica es reconocer la insuficiencia de la exploración y la simulación para validar propiedades, seleccionando métodos de argumentación y validación adecuados, esta tarea es interesante por dejar en claro que la validación matemática de una propiedad – en este caso que la probabilidad experimental tiende a la probabilidad teórica a medida que aumenta el número de repeticiones de un experimento- no se obtiene explorando o simulando. Por lo tanto, el potencial matemático de la consigna es alto.

El rol asignado al estudiante es activo ya que se le da la oportunidad de formular hipótesis y, a partir de éstas, construir tablas de frecuencia. Además, se lo alienta a utilizar el simulador de manera repetida para observar y analizar cómo se comportan las distribuciones de probabilidad de los colores de los confites a medida que la capacidad de la bolsa aumenta. A lo anterior se suma que, desde lo matemático la actividad es desafiante ya que se propone que los estudiantes logren justificar diferencias entre conceptos y comprender la variabilidad de los datos en situaciones aleatorias (Cravero y Tauber, 2014)

El empleo del simulador se vincula con los contenidos de la secuencia. Además, las diferencias entre una distribución empírica y una teórica y la convergencia de la primera hacia la segunda cuando el tamaño de la muestra es suficientemente grande, no aparece en el tiempo previsto en la secuencia sin el uso de un recurso tecnológico. En consecuencia, el uso de TIC, en esta tarea, es pertinente y significativo.

Consignamos una observación que, a nuestro entender, resulta novedosa. Vinculado con el criterio de favorecer la búsqueda de pruebas matemáticas, en Barreiro *et al.* (2016), se menciona que el trabajo con TIC debe provocar que el estudiante busque en la disciplina la veracidad de lo que le muestra el recurso tecnológico y que "para ello será necesario que lo que la computadora muestre no sea siempre correcto, no sea siempre la solución al problema dado" (p. 69). Estimamos que este criterio no es aplicable para los simuladores disponibles en Internet. Éstos no están diseñados para mostrar resultados incorrectos sino para llamar la atención de los estudiantes sobre aspectos de una situación que pueden pasar desapercibidos o no observados, explorar los resultados de un experimento a gran escala -sin replicarlo realmente – para, posteriormente, interpretar los resultados. Como lo sostienen diversos trabajos (Cravero *et al.*, 2014; Osorio Anagrita *et al.*, 2013; Contreras García *et al.*, 2019) el aporte de éstos a la enseñanza reside, entre otras cuestiones, en que facilitan que los alumnos comparen conceptos, comprendan la aleatoriedad en situaciones cotidianas, observen resultados de un número elevado de simulaciones, favorecen el debate y fomentan el aprendizaje autónomo. A modo de ejemplo, en la tarea presentada la potencialidad del simulador estriba en que permite la experimentación no reducida a la realidad – porque no hay bolsas con 1500 *rocklets*- y así anticipar la relación entre la distribución de probabilidad empírica y la teórica cuando el tamaño de la muestra es suficientemente grande.

5.4 Tarea pragmática

La tarea que se presenta a continuación se refiere a las razones trigonométricas seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos y se planificó para ser desarrollada en tres encuentros para alumnos de tercer año (15-16 años) de la escuela secundaria de Argentina.

Durante el primero de los encuentros se plantea como tarea imaginar que un joven *skater* requiere diseñar una rampa con el fin de generar un salto determinado para una competencia y, para lograrlo, decide diseñar una rampa que mida 1.5m de largo y con un ángulo de elevación de 40°. Posteriormente se plantean preguntas tales como: ¿qué altura tiene la rampa?, con las razones obtenidas y el ángulo de 40°, ¿se podría graficar más de una rampa?, ¿cuántas?, etc. En el segundo encuentro se propone a los estudiantes el trabajo a partir del archivo disponible en https://www.geogebra.org/m/scwfMSNN#material/FVMgHfDN. Finalmente, para el tercer encuentro, el docente solicita que cada uno de los grupos conformados saque una foto a una rampa con un celular y la lleve a la clase. La tarea de este encuentro es la de la Figura 5.

Peguen la fotografía que han traído en GeoGebra, tracen el triángulo rectángulo formado por la rampa y posteriormente calculen a escala cuánto mide en dicho triángulo la altura, la base y el ángulo de elevación.

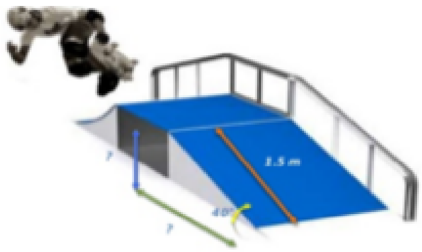

Figura 5. Ejemplo de tarea pragmática

Posterior a esta consigna el docente entrega a cada grupo de estudiantes una hoja con ciertas condiciones que deberá satisfacer una nueva rampa representada en GeoGebra a partir de la de la foto. A modo de ejemplo: ‘A la rampa fotografiada se le agregará una plataforma (descanso) de 2 metros y otra rampa con un ángulo de elevación de 30°, ésta podrá ser ascendente o descendente. La rampa total no debe superar los 7 metros’. Finalmente cada grupo exhibe su rampa modificada ante el resto de la clase.

En estas tareas del tercer encuentro están activadas las posibilidades de exploración. Por un lado de la realidad y, por otro, de una herramienta no frecuentemente usada en GeoGebra para representar la realidad. El trabajo diferenciado por grupos para construir una rampa con las condiciones asignadas por el docente promueve un quehacer autónomo de los estudiantes, la exigencia de integrar conceptos nuevos –los de las razones trigonométricas antes mencionada- con otros que le son familiares como proporcionalidad directa en el uso de escalas y, al mismo tiempo, propicia que surja la argumentación en la resolución de la tarea. En consecuencia, el potencial matemático de las consignas y la actividad matemática es valiosa.

Las tres herramientas tecnológicas empleadas (celular, *netbook*, cañón proyector) estuvieron al servicio de las razones trigonométricas y resultaron imprescindibles para el logro del objetivo específico del encuentro: aprovechar las razones trigonométricas definidas para representar nuevas rampas. Por lo tanto, el empleo de tales recursos es pertinente y significativo en la tarea analizada.

6. Conclusiones

Posterior al logro de la caracterización antes mencionada procedimos a identificar de qué tipo eran las tareas presentes en cada secuencia. Con asombro descubrimos que, en una misma secuencia, coexistían tareas de diferentes tipos. Por ejemplo, en uno de los trabajos finales se presentaba una tarea ostensiva, dos de la categoría *sine qua non* y una pragmática. Sólo en una de las secuencias valoramos que todas las tareas eran pragmáticas. De este modo, concluimos que es plausible considerar que en algunas secuencias de enseñanza predominan las tareas ostensivas; en otros las tareas pragmáticas, etc.

Tal como lo señalan diversas investigaciones (Álvarez *et al.*, 2020; Molero Aparicio 2003; Borsani *et al.*, 2013; Rodríguez, 2019) este artículo pone de manifiesto que las posibilidades y potencialidades que acarrea la inclusión de las

TIC en tareas matemáticas no dependen de las características de la tecnología que se emplea, ni son fenómenos espontáneos de la interacción con un *software*, sino que están sujetas a decisiones didácticas de los docentes. A modo de ejemplo encontramos que el *software* de mayor uso en los trabajos finales analizados fue GeoGebra. En algunos de ellos se utilizaron las herramientas y comandos proporcionados por este *software* de geometría dinámica que no tienen correlato con las técnicas tradicionales de lápiz y papel. Esto permitió incorporar tareas cuya resolución no es posible sin el uso de esta herramienta, facilitando concentrarse en conceptos, propiedades y procedimientos distintos a los que se suelen priorizarse en una clase de matemática tradicional. Pero, en las tareas de otros trabajos finales no se justifica el empleo de GeoGebra y la idoneidad epistémica y el potencial matemático de las mismas fue pobre.

La revolución informática, intensificada en las últimas décadas ante el progreso de las nuevas tecnologías e internet determinó que a la compleja tarea de enseñar se sume la posibilidad y el desafío de incorporar recursos de enseñanza diferentes. A través del Programa Conectar Igualdad el gobierno nacional asumió hacia el año 2010 la responsabilidad de dotar de *notebooks* a gran parte de los estudiantes y docentes del nivel secundario y superior y, al mismo tiempo, propiciar la formación docente continua en el uso de las mismas. Sin embargo, en Viñals Torres (2012) es posible encontrar algunas de las críticas más destacadas que tuvo este programa: la capacitación a los docentes fue simultánea a la llegada de las *netbooks*, no se implementó una encuesta previa al lanzamiento de la capacitación que indagase el conocimiento de los docentes a los que se dirigió ni existieron reuniones previas en las escuelas a fin de identificar necesidades o estrategias, al ser Argentina el octavo país más grande del mundo con una población irregularmente distribuida en muchos lugares la cobertura de internet no llegaba, etc.

Este estudio puso en evidencia que priorizar el uso de recursos informáticos en una tarea matemática *per se* no redunda en que ésta propicie el aprendizaje de conceptos fundamentales y el desarrollo de procesos cognitivos relevantes. Sugerimos que los futuros procesos de actualización de los docentes de matemática en la integración de los recursos tecnológicos en las prácticas de enseñanza consideren y valoricen los aportes de la didáctica específica, cuestión que no fue considerada en los seminarios de la EDET ya que de los siete seminarios que incluyó sólo dos estuvieron abocados a la integración de las nuevas tecnologías en la enseñanza de la matemática. A lo largo de este artículo se han mencionado *papers* de la didáctica de la matemática que permiten escoger tareas con idoneidad epistémica de la tarea sea alta, con un empleo pertinente y significativos de las nuevas teconologías y con un valioso potencial matemático. A modo de ejemplo, la herramienta teórica del criterio de la idoneidad epistémica posibilita que, en el proceso de reflexión de su propia práctica, el docente cuestione el propio saber matemático escolar transformándose en “un profesional de la enseñanza que asume conscientemente lo que dicen las instituciones matemáticas y didácticas sobre el objeto de estudio y su relación con las TIC (Vilella, 2017, p. 155)

Los análisis de las secuencias que actuaron a modo de examen final para quienes finalizaron la EDET ratifican que la sinergia entre los saberes disciplinares, los referidos a los recursos tecnológicos y los avances de la didáctica específica, promueven tareas con mayor coherencia entre el contexto-consigna-objetivos, con consignas que ofrecen mayor potencial matemático y una actividad matemática más valiosa para los estudiantes y más idóneas en el sentido considerado en esta investigación.

6. Referencias bibliográficas

Álvarez. M. y Múrua, R. (2020). Interpretación de gráficos: el uso de GeoGebra. *Revista de Educación Matemática, 35* (3), 7-19. https://doi.org/10.33044/revem.31160.

Barreiro, P. (2015). *Fases de integración de nuevas tecnologías en la formación de profesores de Matemática* [Tesis de Maestría no publicada]. Universidad Nacional del Comahue.

Barreiro, P., Casetta, I., Chacón, M., González, V., Isla Zuvialde, D., Leonian, P., Marino, T y Rodríguez, M. (2019). *Heurísticas en la resolución de problemas matemáticos*. Ediciones UNGS.

Barreiro, P.; Leonian, P.; Marino, T.; Pochulu, M. y Rodriguez, M. (2016). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática*. Ediciones UNGS.

Beltrán-Pellicer, P., Godino, J. D. y Giacomone, B. (2018). Elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: aplicación para la reflexión sobre la práctica docente. *Bolema, 32 (61)*, 526-548.

Berté, Annie. (1999). *Matemática dinámica.* A-Z Editora.

Borsani, V.; Cedrón, M.; Cicala, R.; Cedrón, M. y Di Rico, E.; Duarte, B. y Sessa, C. (2016). Modelización de relaciones entre magnitudes geométricas en un entorno enriquecido con TICs: actividades para la escuela secundaria, diseñadas en un grupo colaborativo *Yupana, 10*, pp.56-69.

Carrillo de Albornoz, A. (2010). GeoGebra. Un recurso imprescindible en el aula de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática 6*(23), pp. 201-210.

Contreras García, J. M., Ruiz, K., Ruz Ángel, F. y Molina-Portillo, E. (2019). Recursos virtuales para trabajar la probabilidad en la enseñanza de matemáticas en Educación Primaria. *International Journal of technology and educational innovation, 5(1)*, 72-80.

Cravero, M. y Tauber, L. (2014, 22 de abril). *Distribución de Probabilidad Empírica versus distribución de Probabilidad Teórica. El uso de Simuladores On-line* [Sesión de Congreso]. VII Congreso Iberoamericano de Docencia Universitaria y de nivel Superior. Rosario, Argentina.

Chemello, G. y Cripa A.L. (2011). Enseñar a demostrar: ¿una tarea posible? En A. L. Díaz (Comp.), *Enseñar matemáticas en la escuela media* (pp. 55-77). Editorial Biblos.

Douady, R. (2016). *Relación enseñanza aprendizaje: dialéctica útil, objeto, juegos de encuadres.* Deriard.

Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje, 33 (1),* 89-105.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques, 22* (2/3), 237-284.

Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. Recherches en Didactiques des Mathematiques 26 (1), 39-88.

Godino, J. D, Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. (2007a). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma 27(2)*, 221-252.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007b). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. ZDM. *The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2)*, 127-135.

Godino, J. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En A. Ruiz (Presidencia), XIII Conferencia Interamericana de Educacao Matemática (CIAEM-IACME). Recife, Brasil.

Godino, J. D. (2013). Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. En J. M. Contreras, G.R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds), *Actas de las 1° Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria* (pp. 1-15). Grupo de Investigación en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.

Hernández Sampieri, R; Férnandez Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la investigación*. Editorial Mc Graw Hill.

Itzcovich, H. y Rudy, M. (2011). *El libro de la Matemática 9 (1era edición)*. Editorial Estrada S.A.

Jiménez Consuegra, M. A (2018). *Idoneidad epistémica de tareas sobre cálculo de áreas de figuras compuestas en textos de secundaria* [Tesis de maestría no publicada]. Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, México.

Lupinacci, J. L. (2017). La función como modelizadora de la variación. Producciones de alumnos y recursos docentes. En G. Fioriti (Comp), *Recursos tecnológicos en la enseñanza de Matemática* (pp 15-40). Unsam Edita y Miño y Dávila Editores.

Ministerio de Educación e Innovación del Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. (2018). *Matemática: construcción de triángulos con GeoGebra*.

Molero Aparicio, M. (2008, 4 de abril) Los medios tecnológicos y la enseñanza de las Matemáticas [Sesión de Congreso]. Memorias del Segundo Congreso Internacional de Matemáticas en la Ingeniería y la Arquitectura. http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/fdistancia/maic/CONGRESOS/SEGUNDO/009%20Los%20medios.pdf

Osorio Angarita, M. A., Suárez Parra, A y Uribe Sandoval, C. C. (2013). Revisión de alternativas propuestas para mejorar el aprendizaje de la Probabilidad. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 38, pp. 127-142. https://www.redalyc.org/pdf/1942/194225730010.pdf.

Quecedo, R. y Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica, (14)*, 5-39.

Rodríguez, M. (2012). Resolución de problemas. En M. D. Pochulu y M. A. Rodriguez (Comps), *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 153-174). Editorial Universitaria de Villa María y Universidad Nacional de General Sarmiento.

Rodríguez, M. y Barreiro, P. (2018). Modelización y resolución de problemas. En M. Pochulu (Coord.), *La Modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones* (pp. 17-26). GIDED.

Rodríguez, M. I. (2019). Pertinencia y significatividad del uso de GeoGebra en la resolución de una consigna sobre límite puntual de una función [Ponencia]. *XXIII Encuentro de Jóvenes Investigadores.* Santa Fe, Argentina.

Sessa, C. (1998). *Acerca de la enseñanza de la Geometría. Matemáticas: temas de su didáctica*. Prociencia, Conicet.

Supo, J. (2012). *Seminarios de Investigación Científica*. Sociedad Hispana de Investigadores Científicos.

Vilella, J. (2008). *Uno, dos, tres…geometría otra vez.* Aique Educación.

Vilella, J. (2017). Revisitando la enseñanza de la geometría con ojos TIC: otro desafío para el desarrollo profesional docente. En G. Fioriti (Comp.) *Recursos tecnológicos en la enseñanza de Matemática* (pp. 143-155). Unsam Edita y Miño y Dávila Editores.

Viñals Torres, X. (2012). *Formación docente y la introducción de las TIC. Un análisis comparado de las diferentes formaciones que acompañan los Programas de Introducción de las TIC en Argentina y países limítrofes* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Educación a Distancia, España.

Yuni, J. y Urbano, C. (2014). *Técnicas para Investigar Recursos Metodológicos para la Preparación de Proyectos de Investigación*. Brujas.

Fabiana Montenegro es Profesora de Matemática, Licenciada en Matemática Aplicada, Magister en Matemática y Doctora en Educación. Profesora titular en la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas de la Universidad Nacional del Litoral y en el Profesorado de Educación Secundaria en Matemática de la Escuela Normal Superior N°32. Santa Fe - Santa Fe – Argentina. montenegrofg@gmail.com.