

EL RINCÓN INTERCREATIVO. NÚMERO 70
O CANTO INTERCRIATIVO. NÚMERO 70
THE INTERCREATIVE CORNER. NUMBER 70

Uldarico Malaspina; Mariano González; Luis Maraví

A continuación, hay cuatro apartados:

1. **Presentación**, en el que recuerdo el espíritu de esta sección en UNIÓN.
2. **Reacciones al problema del número anterior**, en el que comento o reproduzco las comunicaciones que tuvimos con algunos lectores, a partir del problema y las soluciones expuestas en el número anterior.
3. **Para intercrear sobre el problema de este número**, en el que formulo algunas preguntas relacionadas con los problemas y soluciones expuestos en El Rincón de Problemas de este número, que pueden servir de pistas para que los lectores se animen a escribirme.
4. **Comunicaciones**, en el que doy algunas indicaciones operativas para concretar la comunicación.

1. Presentación

El Rincón Intercreativo, como su nombre lo sugiere, nace con el propósito de hacer más explícito nuestro deseo de interactuar con los lectores, y que esa interacción sea también creativa, en el sentido de comunicarnos ideas, propuestas, reflexiones, etc., a partir del problema o de la situación expuestas en el artículo de *El Rincón de Problemas*, correspondiente a cada número de esta revista. Tales comunicaciones pueden ser:

a) Comentarios y sugerencias. (Puntos de vista que complementan lo dicho en el artículo, o que manifiestan concordancias o discrepancias. Todos son bienvenidos.)

b) La creación de un nuevo problema. (Me envían el texto de tal problema y, preferentemente, una solución o líneas generales para resolverlo.)

c) El desarrollo de actividades con estudiantes o con colegas. (Me envían una breve narración de la actividad—que podría ser un juego —y, preferentemente, algunos comentarios de lo realizado.)

d) Respuesta(s) a alguna(s) de la(s) pregunta(s) que se formule(n), específicamente, en El Rincón Intercreativo. (Ver el apartado 3)

Lo que envíen, también puede ser algo relacionado con un problema o situación expuestos en números anteriores de UNIÓN. Ciertamente, les agradeceremos mencionar el número del caso. Más aún, si tienen alguna experiencia con estudiantes o con colegas, relacionadas con creación de problemas nos gustará que se animen a hacernos llegar sus relatos.

2. Reacciones al problema del número anterior

Empezaré reproduciendo el problema del número anterior:

Celia va a la tienda con 60 soles a comprar chocolates peruanos para llevar a sus amigos extranjeros y encuentra que en la tienda hay tabletas de chocolates solamente de 9 soles (con arándanos) y de 6 soles (con aguaymanto). Entonces decide comprar la mayor cantidad de tabletas, pero por lo menos una tableta de cada uno de estos precios y gastando lo menos posible. ¿Cuál sería su compra, satisfaciendo sus tres criterios?

El profesor Mariano González encuentra el problema muy interesante. Nos dice que es un problema de optimización; en verdad, de maximización del número de chocolates a comprar. Que no es un problema de minimizar el gasto total expresado en $6x+9y$, siendo x el número entero mayor o igual que 1 de tabletas de chocolate a 6 soles (con aguaymanto) y y el número entero mayor o igual que 1 de tabletas de chocolate a 9 soles (con arándanos). Que se trata de maximizar $x + y$, debiendo ser $(x ; y)$ un par de números enteros, ninguno de ellos cero, de modo que la solución óptima cumpla con $6x + 9y \leq 60$, pues 60 es la cantidad de soles que dispone Celia. Gráficamente y usando GeoGebra, se determina un conjunto de puntos que satisfacen las condiciones dadas (conjunto factible) y el punto óptimo es uno de coordenadas enteras, de ese conjunto, que esté más alejado de la recta $6x+9y = 60$ (para que cumpla con la condición de gastar lo menos posible).

Nos presenta una solución usando GeoGebra, que se muestra en la Figura 1. Quienes tienen instalado este software pueden obtenerla mediante el siguiente enlace: [Arandanos-aguaymanto](#). El punto que da la solución se obtiene arrastrando la recta roja y se puede ver que hay dos puntos del conjunto factible que dan el máximo de tabletas de chocolate: el $(7 ; 2)$ y el $(8 ; 1)$; o sea 9 tabletas de chocolates en total. Sin embargo, la solución óptima es $(8 ; 1)$ por no estar en la recta $6x + 9y = 60$ y en consecuencia no agotar el presupuesto de 60 soles, a diferencia del punto $(7; 2)$ que requiere gastar los 60 soles. Si no se dijera en el problema que Celia quiere gastar lo menos posible, habría dos soluciones.

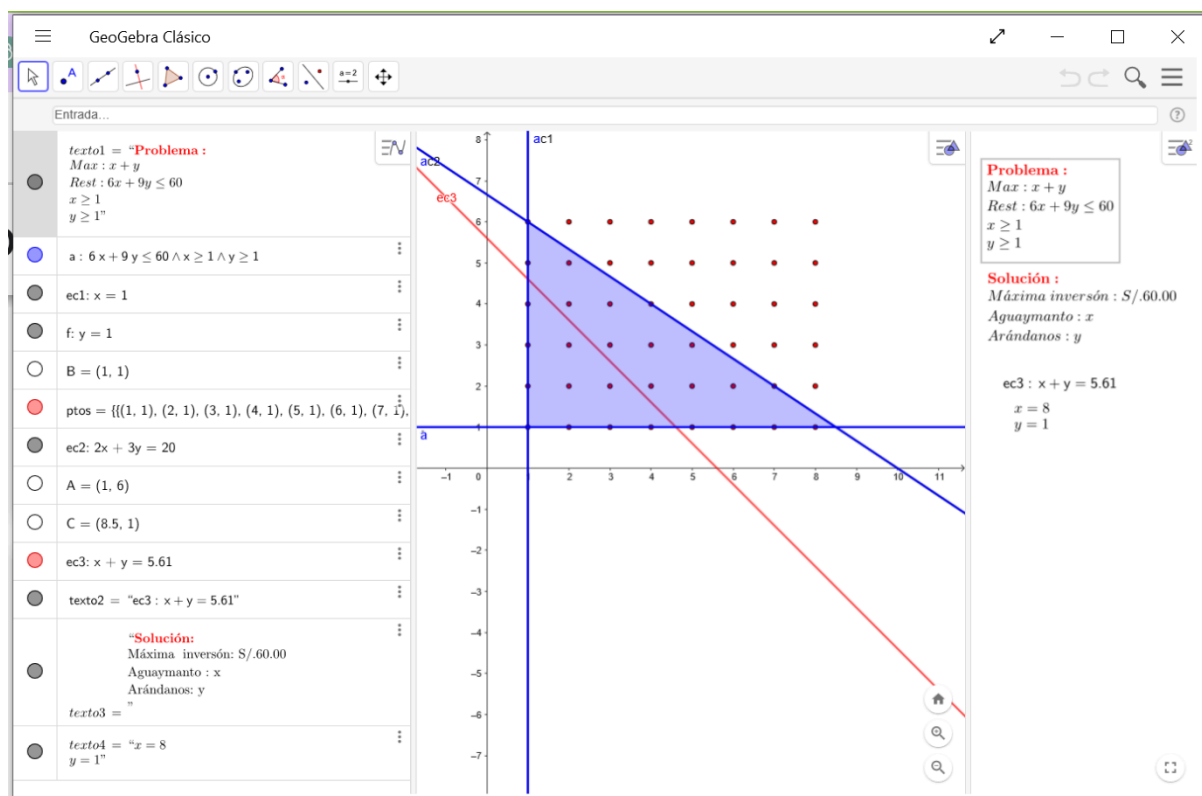


Figura 1. Una captura de pantalla al usar GeoGebra para resolver el problema de Celia.

El profesor Luis Maraví se apoya en el problema de Celia, para hacer reflexiones sobre el enfoque problémico. A continuación, un resumen de sus reflexiones.

Hacia un enfoque problémico para la enseñanza de la optimización.

Luis Maraví

Imagine que usted es profesor y tiene que abordar con sus estudiantes un problema como el de Celia. Agréguese a ello la presión de tener ante sí a 30 (o más) muchachos y, quizás, alguna visita de supervisión. ¿Qué hacer? El enfoque tradicional (que no es necesariamente negativo) consiste en plantear el problema, dar tiempo a los alumnos a que piensen una solución, discutir algunas cuestiones con ellos...o, si el tiempo apremia, usted resuelve frente a los alumnos, controla que vayan comprendiendo los pasos, etc. Empero, la curiosidad natural (y profesional) termina por generar la pregunta: ¿y de qué otra manera se puede trabajar en clase este tipo de problemas? ¿Habrá otra forma que no permita dejar completamente solo al alumno cada vez que se le plantea un problema (y empezar a enseñarle el proceso de resolución con él...) y que, a la vez, rompa con la monotonía de la rutina del docente?

A diferencia de quienes parecen sostener que el conocimiento del contenido matemático a profundidad no es tan importante, considero que sí lo es. En este caso para afrontar el reto de comprar la mayor cantidad de chocolates con el menor gasto posible, que puede percibirse como una contradicción. Tal contradicción permite orientar la dirección del aprendizaje en términos del enfoque de enseñanza problémica, surgido en la antigua URSS a partir de trabajos de maestros de aula sintetizados teóricamente por el pedagogo Kazanita Mirzá Ismailovich Majmutov. Este enfoque, a su vez, fue desarrollado en varios países del mundo, como es el caso de Cuba, a través de los trabajos de los maestros Marta Martínez Llantada, Paul Torres Fernández, Adania Guanche, etc., entre otros y en diferentes áreas curriculares.

En términos de la enseñanza problémica aplicada al problema de Celia, la “contradicción” planteada entre la mayor cantidad de chocolates que desea comprar y el menor gasto posible podría ser dirigida para crear una situación problémica o de incertidumbre en los alumnos, orientada a la solución del problema docente (determinar la cantidad óptima de chocolates que cumple con los requerimientos de Celia) mediante el planteo de impulsos tales como las preguntas y tareas problémicas. Sin buscar la exhaustividad, algunos de los impulsos que se podrían formular a los alumnos para resolver el problema docente de acuerdo al principio de las exigencias decrecientes (principio didáctico que, de acuerdo al profesor Paul Torres Fernández, consiste en plantear las exigencias en forma de una “curva sinusoidal”: desde el mayor nivel de exigencia hasta el menor, para luego elevarlo, etc.) son:

1. Elabora una tabla que te ayude a mostrar las cantidades de chocolates de cada tipo que son requeridas por Celia.
2. De acuerdo a las condiciones planteadas, ¿cuántos chocolates de cada tipo debe comprar Celia?
3. Si Celia comprase x chocolates del tipo A, ¿cuántos chocolates del tipo B puede comprar?

La idea de los impulsos anteriormente planteados (que representan en forma extremadamente pálida y esquemática el fragor de las preguntas y respuestas que se pueden suscitar en la clase) es, a mediano y largo plazo, ayudar a los alumnos con una serie de impulsos, estrategias, pasos, etc. de carácter heurístico para que puedan trabajar de forma independiente en otros problemas similares. Para ello, de acuerdo con las particularidades del aula, el profesor elegirá si examinará este problema mediante una conversación heurística, una búsqueda parcial o quizás como una tarea de corte investigativo. Enseñar a pensar en forma dialéctica: he allí el fin último del enfoque problémico.

Es importante y primordial conocer cuál es el nivel de partida de los alumnos, orientarlos hacia el objetivo de la clase (y del problema), distinguir dentro del sistema de clases el tipo necesario en función de los dos aspectos anteriores (clase de introducción al nuevo contenido, de profundización, de consolidación o de evaluación, etc.), entre muchos otros factores que propicien la dirección del aprendizaje desde el enfoque problémico. La riqueza de este enfoque resulta muy difícil de desarrollar con una estructuración de la clase sobre la base de las

“sesiones” y otros documentos que exigen las instancias del Ministerio de Educación a los maestros. Se requiere dedicación y creatividad para asegurar las condiciones materiales y espirituales (el pan y la belleza, como decía José Carlos Mariátegui) para que los alumnos puedan estudiar bajo este enfoque no solo la optimización, sino cualquier otro aspecto de las matemáticas.

Reitero mis agradecimientos a los profesores González y Maraví; y mis felicitaciones por sus interesantes aportes, a partir del problema de Celia.

3. Para intercrear sobre el problema de este número.

A continuación, dejo algunas preguntas relacionadas con los problemas y las soluciones expuestas en el artículo “Cuidado con los redondeos” en *El Rincón de Problemas* de este número. Recordemos que el problema es:

Una empresa minera tiene en su planta camiones que pueden transportar hasta 24 toneladas ¿Cuántos viajes de ida y vuelta de camión se requieren, para recoger 270 toneladas de mineral de una mina que está ubicada a 35 km y llevarlas a la planta?

Por cierto, la comunicación no necesariamente debe ser sobre alguna de las siguientes preguntas; las escribo solo para considerar algunas posibilidades:

- i) ¿Cómo relacionarías problemas similares al problema propuesto, con reparticiones exactas y reparticiones inexactas, trabajando solo con números naturales?
- ii) ¿Podrías contarnos una experiencia con estudiantes, relacionada con una situación problemática en la que tiene que hacerse un redondeo similar al del problema propuesto?
- iii) ¿Qué situaciones cotidianas o domésticas podrías considerar para trabajar con tus estudiantes casos que induzcan a reflexionar sobre redondeos?
- iv) ¿Cómo podría ser un “problema inverso” (como el problema 4) creado por variación, a partir del ejemplo 2 dado en este artículo?

Comunicación

Agradeceremos que los lectores nos envíen sus comunicaciones, a más tardar el 28/06/2024.

Deben ser enviadas en un mensaje por correo electrónico a umj.union@gmail.com. Si prefieren, pueden enviar un documento breve, como archivo adjunto, usando Word, Arial 12 y página de tamaño A4.

¡Esperamos y agradecemos anticipadamente sus comunicaciones intercreativas!

Luis Miguel Maraví Zavaleta.

Profesor de matemáticas en la Institución Educativa Salaverry, de Trujillo (Perú). Licenciado en educación por la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Trujillo. Magister en Enseñanza de la Matemática por la Pontificia Universidad Católica del Perú (Lima). Ha publicado algunos trabajos sobre educación matemática y ha participado en certámenes internacionales sobre dicho tema, con diferentes ponencias.

Dirección electrónica: a20146949@pucp.pe

Uldarico Malaspina Jurado. Doctor en Ciencias, Profesor Emérito de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP); Director Fundador del Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas en la PUCP (IREM-PUCP); Director Fundador de la revista Pro-Mathematica del Departamento de Ciencias de la PUCP; Presidente de la Comisión de Olimpiadas de la Sociedad Matemática Peruana; Académico de Número de la Academia Nacional de Ciencias del Perú; Premiado por el Estado Peruano con las Palmas Magisteriales en el grado de Amauta (el más alto); Profesor Honorario de la Universidad Nacional de Tumbes; Doctor Honoris Causa por la Universidad Nacional de Huancavelica.

umalasp@pucp.edu.pe