



Patricia Sureda

Es Doctora en Enseñanza de la Ciencias, Mención Matemática por la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA-Argentina). Licenciada en Educación Matemática y Profesora en Matemática también por la UNCPBA. Investigadora Asistente del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Investigadora del Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM). Profesora Adjunta del Departamento de Formación Docente en la Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA, Tandil, Buenos Aires, Argentina. Email: psureda@niem.exa.unicen.edu.ar



Ana Rosa Corica



Es Doctora en Ciencias de la Educación por la Universidad Nacional de Córdoba en Argentina. Licenciada en Educación Matemática y Profesora en Matemática y Física por la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Investigadora Adjunta del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Directora del Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM). Profesora Adjunta del Departamento de Formación Docente en la Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA. Tandil, Buenos Aires, Argentina. Email: acorica@niem.exa.unicen.edu.ar

Verónica Parra



Es Doctora en Enseñanza de la Ciencias, Mención Matemática. Licenciada en Educación Matemática y Profesora en Matemática. Investigadora Adjunta del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Investigadora del Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM). Profesora Adjunta del Departamento de Formación Docente en la Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA. Coordinadora de la Licenciatura en Educación Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, UNCPBA, Tandil, Buenos Aires, Argentina. Email: vparra@niem.exa.unicen.edu.ar

Las autoras son fundadoras del Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM), perteneciente a la Facultad de Ciencias Exactas de la U.N.C.P.B.A. en Argentina. El NIEM se encuentra formado por un equipo de trabajo dedicado a investigar en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el nivel secundario y superior. Con firme compromiso por la innovación en la enseñanza el núcleo avanza en la consolidación de espacios de trabajo interdisciplinarios. En este marco, mientras continúan con trabajos en colaboración con investigadores en educación de centros europeos, también se encuentran trabajando con investigadores en Inteligencia Artificial (IA) y empresas de Innovación digital mediante IA.

Enlace al sitio web:

<https://sites.google.com/niem.exa.unicen.edu.ar/niemeduccionmatematica/inicio>

Canal de YouTube:

<https://www.youtube.com/@NucleodeInvestigacionenEducaci/streams>



Inteligencia Artificial Generativa en la formación de Profesores de Matemática en servicio

Inteligência Artificial Generativa na formação de Professores de Matemática em serviço

Patricia Sureda, Ana Rosa Corica, Verónica Parra

Resumen	<p>Este artículo presenta el análisis parcial de una secuencia de tareas realizadas por un grupo de profesores de matemática en ejercicio, que participan de un proceso de formación continua. Esta secuencia involucra el uso del ChatGPT, y se desarrolla alrededor de un problema de matemática, denominado el <i>problema de la herencia</i>. Se presenta el análisis y los resultados en términos de génesis documental: <i>instrumentalización</i> e <i>instrumentación</i>. Se concluyen en tres tipos de teoremas en acto: los que <i>niegan</i> el uso del recurso, los que lo <i>subestiman</i> y los que <i>evolucionan</i>. De esta forma, con el mismo recurso, los profesores generan <i>documentos</i> completamente diferentes.</p> <p>Palabras clave: ChatGPT, Matemática, Profesores de Matemática, Génesis documental.</p>
Abstract	<p>This article presents a partial analysis of a sequence of tasks carried out by a group of service mathematics teachers who are engaged in a continuous training process. This sequence involves the use of ChatGPT and revolves around a mathematical problem called the <i>inheritance problem</i>. The analysis and results are presented in terms of documentary genesis: <i>instrumentalization</i> and <i>instrumentation</i>. We conclude with three types of theorems in action: those that <i>deny</i> the use of the resource, those that <i>underestimate</i> it, and those that <i>evolve</i>. Thus, with the same resource, teachers generate completely different <i>documents</i>.</p> <p>Keywords: ChatGPT, Mathematic, Mathematics Teachers, Documentary Genesis.</p>
Resumo	<p>Este artigo apresenta a análise parcial de uma sequência de tarefas realizadas por um grupo de professores de matemática em exercício, que participam de um processo de formação contínua. Essa sequência envolve o uso do ChatGPT e se desenvolve em torno de um problema de matemática denominado o <i>problema da herança</i>. Apresenta-se a análise e os resultados em termos de gênese documental: <i>instrumentalização</i> e <i>instrumentação</i>. Concluem-se em três tipos de teoremas em ato: aqueles que <i>negam</i> o uso do recurso, os que o <i>subestimam</i> e os que <i>evoluem</i>. Dessa forma, com o mesmo recurso, os professores geram <i>documentos</i> completamente diferentes.</p>

<p>Palavras-chave: ChatGPT, Matemática, Professores de Matemática, Documentário Gêneseis.</p>

1. Introducción

Los chatbots, como OpenAI ChatGPT 3.5 (en adelante ChatGPT) se basan en Grandes Modelos de Lenguaje (GML). Estos son modelos de Inteligencia Artificial (IA) diseñados para generar texto similar al humano. El *aprendizaje* de los GML es a partir de grandes volúmenes de texto de diferentes fuentes utilizando técnicas de aprendizaje profundo. Los GML capturan patrones lingüísticos y relaciones complejas entre palabras, permitiendo a los chatbots responder preguntas y mantener conversaciones. La emergencia y rápida adaptación del lenguaje natural de éstos para responder preguntas, es un fenómeno que tiene un impacto creciente en varias actividades, entre ellas la educación. La enseñanza y aprendizaje de saberes es un ambiente que ha sido fuertemente impactado por la irrupción de estas herramientas en sus diferentes áreas, debido a que pueden ser utilizados como una herramienta para mejorar la experiencia de aprendizaje de los estudiantes y para apoyar a los educadores en diversas formas (Sigman y Bilinkis, 2023).

El ChatGPT se lanzó el 30 de noviembre de 2022 y se trata de un recurso diferente a todos los otros que han irrumpido en las aulas por su inmediatez y velocidad de otorgar respuesta. El ChatGPT puede realizar diferentes actividades, entre ellas, podemos mencionar: responder preguntas sobre diferentes temas, proporcionando explicaciones y ejemplos; actuar como un tutor virtual, generar preguntas de práctica o cuestionarios para que el usuario ponga a prueba sus conocimientos, adaptarse a las necesidades y preferencias de los usuarios, brindando una experiencia de aprendizaje personalizada, entre otras. Herramientas de este tipo, que causan una revolución en las aulas, tal como ha ocurrido con otros elementos como por ejemplo, la calculadora científicas o el ordenador, resaltan dos aspectos: resistencia por parte del sistema educativo a este tipo de cambios y la compleja y lenta adaptación de toda la comunidad educativa a ellos. En una encuesta que realizamos a 956 inscriptos a una jornada que realizamos sobre ChatGPT y educación, en junio de 2023 (esto es, a siete meses del lanzamiento del ChatGPT) el 76% manifestó haber escuchado hablar del ChatGPT; mientras que el 57% de los 956 inscriptos nunca lo habían utilizado. Esto nos conduce a repensar las prácticas educativas actuales a mayor velocidad que la deseada pues, estas IA son diferentes a todos los otros recursos que han irrumpido en las aulas por su inmediatez y velocidad de otorgar respuesta. Mientras que en una segunda jornada que realizamos en octubre de 2023 (esto es, a 11 meses del lanzamiento del ChatGPT), tuvimos 798 inscriptos, de los que el 76% manifestó que había escuchado hablar del ChatGPT, mientras que el 43% de los inscriptos indicó que no lo había empleado (NIEM, 2023).

La incorporación de la IA generativa en entornos educativos, y en particular en la enseñanza de la matemática requiere de dos tipos de análisis complementarios. Por una parte, de la comprensión profunda tanto de las capacidades como de las limitaciones de los GML para brindar soluciones en general, y en particular a problemas matemáticos, así como para brindar explicaciones paso a paso de estas soluciones, en diferentes niveles. El análisis y conocimiento de este tipo de respuestas abre un camino para generar líneas de acción que permitan explotar el

potencial de los GML para la enseñanza de la matemática e integrarlas en el proceso de aprendizaje. Por otra parte, de la formación de profesores en estas IA, tanto en su uso, como en la generación de espacios de reflexión sobre su utilidad educativa, y de sus potencialidades y limitaciones.

En particular, las matemáticas son un valioso banco de pruebas para evaluar las posibilidades de resolución de problemas de los GML, ya que implican la capacidad de analizar y comprender el problema planteado, seleccionar heurísticas viables de un conjunto potencialmente grande de estrategias y combinarlas en una cadena de pensamiento que conduzca a una solución. Cada una de estas capacidades de alto nivel plantea desafíos complejos tanto para los modelos de IA generativa, como para la enseñanza de la matemática escolar (Godoy et al., 2023).

Este artículo presenta el análisis parcial de una secuencia de tareas realizadas por un grupo de 29 profesores de matemática en ejercicio, que participan de un proceso de formación continua. Esta secuencia, que involucra el uso de OpenAI ChatGPT, se desarrolla alrededor de tres problemas de matemática. Uno de ellos, denominado *el problema de la herencia*, se resuelve mediante un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. En este trabajo nos centramos en el análisis y resultados referidos a la secuencia de tareas relativa a este problema, al ChatGPT y su adaptación para el aula de matemática.

La estructura de este artículo es la siguiente: la sección marco teórico, donde presentamos algunos constructos teóricos que hemos adoptado para este trabajo, y que corresponden específicamente a los procesos de *instrumentalización* e *instrumentación* adoptados del enfoque documental de lo didáctico (Gueudet y Trouche, 2008). Luego, el apartado relativo a la metodología, donde se presentan los instrumentos y los métodos utilizados en la recolección de datos, y su correspondiente análisis. Posteriormente, la sección de resultados, donde nos enfocamos en la inferencia de teoremas en acto que dan cuenta de ambos procesos (instrumentalización e instrumentación). Estos teoremas en acto se infieren a partir de los textos escritos por los profesores de matemática al resolver la secuencia de tareas propuesta en el curso de formación. Finalmente, concluimos respecto a estos resultados y presentamos proyecciones futuras.

2. Marco teórico

La aproximación documental (Gueudet y Trouche, 2008) es un referente teórico y metodológico que ha sido elaborado específicamente para estudiar las interacciones de los profesores con los recursos, y las consecuencias de esas interacciones. En esta aproximación, el concepto *recurso* tiene una acepción muy amplia, emergente de las investigaciones desarrolladas por Adler (2000) respecto al trabajo de los profesores de matemática. Un recurso es todo aquello que puede nutrir las prácticas de los profesores: se trata de una concepción que va más allá de lo material y tangible. Este término engloba los libros de textos, programas informáticos y sitios webs, pero también las producciones de los alumnos, los intercambios entre los colegas. Desde nuestra perspectiva, dadas estas condiciones, afirmamos que si un profesor utiliza modelos provenientes de la IAG para nutrir su práctica, entonces, la IAG es también un recurso en la acepción antes mencionada.

La aproximación documental se ancla en la aproximación instrumental de Rabardel (1995). Aquí se considera que un sujeto, por ejemplo, un profesor de

matemática, participa en una actividad asociada a un objetivo específico. Este sujeto, en el transcurso de su actividad, va a interactuar con diversos recursos, desarrollando lo que se denomina un *documento*. De esta forma, se define a un *documento* como un *conjunto de recursos combinados* más un *esquema de uso* (Rabardel, 1995; Vergnaud, 1996) de esos recursos. Un esquema de uso se constituye por diferentes partes: el objetivo de la actividad (aquí el objetivo de la actividad del profesor, que va a depender en nuestro caso de cada tarea), las reglas de acción, los invariantes operatorios y las posibilidades de inferencia en situación. Según Vergnaud (1996), un esquema es una organización estable de la actividad para un objetivo dado. Los invariantes operatorios constituyen la base conceptual de los esquemas, pues organizan la búsqueda de información pertinente, en función de la situación, y la generan. Los invariantes operatorios, pueden ser correctos o no, pero lo importante es que sean funcionales para quien los utiliza. Los invariantes operatorios son conceptos y teoremas en acto. Los conceptos en acto son categorías pertinentes como variable, función, sistema de ecuaciones, ChatGPT, etc.; y los teoremas en acto son proposiciones tomadas como verdaderas por el sujeto (en nuestro caso, los profesores) y relativos al concepto (en nuestro caso, por ejemplo, qué es el ChatGPT y cómo lo usan tanto para resolver un problema de matemática como para diseñar una posible propuesta de aula). Los conceptos y teoremas se construyen en forma solidaria, pues no hay conceptos sin teoremas que se refieran a ellos, ni teoremas en acto que se puedan construir sin conceptos. De esta forma, asumimos que los invariantes operatorios (IO) describen los conocimientos de los profesores.

Un punto que es importante destacar es que al amplio conjunto de los IO, Vergnaud (2007) los clasifica en cinco conjuntos contenidos unos dentro de otros (ver figura 1), de la siguiente manera: Dentro del conjunto más amplio de invariantes operatorios se encuentran los IO que son conscientes (Vergnaud, 2007), dentro de ellos una parte son posibles de explicitar, y dentro de ese conjunto hay un subconjunto que los sujetos pueden poner en palabras (explicitables), pero solo una reducida parte de ellos son explícitos, y una parte aún menor son los IO formalizados, es decir, los que son compartidos por una comunidad científica.



Figura 1. Clasificación de los Invariantes Operatorios

Fuente. Vergnaud (2007)

En el transcurso de su actividad, el profesor desarrolla un *sistema documental*: el conjunto de los documentos del profesor estructurados en función de su actividad

profesional (Gueudet y Trouche, 2008). Este sistema documental contiene tanto los recursos como los esquemas asociados. Los recursos de este sistema son denominados *sistema de recursos de un profesor*. Sin embargo, el trabajo documental está hecho de interacciones y los nuevos recursos también pueden provocar una evolución de los invariantes operatorios del profesor y, por lo tanto, de sus prácticas.

El desarrollo de un documento es un proceso denominado génesis documental. Esta génesis comprende un proceso dialéctico entre *instrumentalización* e *instrumentación*. En el primero el sujeto asimila el recurso a partir de sus esquemas, mientras que, en el segundo, prevalecen las características propias del recurso, lo que implica que el profesor modifique sus esquemas para poder utilizarlo. En consecuencia, para identificar documentos e instrumentaciones (*instrumentalización* e *instrumentación*) es fundamental poder inferir algunos invariantes operatorios (IO) y las modificaciones que ocurren en los esquemas (Vergnaud, 2013).

En este trabajo, nos interesamos en el proceso de génesis documental (*instrumentalización* e *instrumentación*) de un nuevo recurso proveniente de la IAG (ChatGPT), en el que se encuentra implicado un grupo de profesores de matemática en servicio. En particular, analizamos qué Invariantes Operatorios Explícitos (Ver Figura 1) es posible inferir respecto al uso de este recurso, para resolver el problema de la herencia (con el ChatGPT) y para diseñar una propuesta de aula para enseñar matemática usando el problema y el ChatGPT. A continuación, describimos los aspectos metodológicos.

3. Metodología

Este trabajo reporta resultados de una investigación de tipo exploratoria. Se procuró inferir los invariantes operatorios explicitados en las resoluciones aportadas por profesores de matemática al *problema de la herencia*, haciendo uso del ChatGPT y en las propuestas de enseñanza elaboradas. La versión de ChatGPT que se utiliza es la que está actualmente disponible para ser utilizada por profesores y estudiantes en las actividades cotidianas y en las aulas.

Se trata de un grupo conformado por 29 profesores de matemática en servicio que se encontraban realizando un curso de formación continua. Las interacciones con el ChatGPT y las propuestas fueron realizadas de manera individual y tomando como base tres problemas de matemática, que no tienen resolución inmediata, y que hemos rotulado como: *el problema de la pizza* (Camacho et al., 2015), *el problema de la herencia* (Medici y Cabrera, 1958), y *el problema del horizonte* (Chevallard, 2013). Estos problemas permiten integrar diferentes áreas de la matemática con una posible preponderancia de alguna sobre la otra. El primer problema, si bien se explora fuertemente desde el marco geométrico, necesita recurrir al álgebra para poder realizar demostraciones y validaciones. A su vez, el segundo problema, aunque requiere para su resolución del marco algebraico también admite respuesta desde la aritmética. Finalmente, el tercer problema requiere de nociones vinculadas al marco algebraico y funcional, pero también de nociones vinculadas a la geometría.

El grupo de clase se segmentó en tres subgrupos. A cada uno de ellos se les asignó uno de estos problemas para realizar la siguiente secuencia de tareas:

T1: Resolución del problema por ellos mismos,

T2: Resolución con el ChatGPT, con PROMPT libre, es decir, los profesores podían elegir qué sentencia de instrucciones ingresar al ChatGPT y tenían libertad de interacción con el mismo.

T3: Comparación de las dos resoluciones de T1 y T2,

T4: Elaboración de una propuesta para el aula utilizando el problema correspondiente y el ChatGPT como recursos. En esta propuesta debían detallar las adaptaciones realizadas al problema y sus razones, indicar qué saber (o saberes) matemáticos podrían estudiar en esa clase, cuál sería el contexto y cómo gestionaría esa clase.

Los profesores entregaron de manera escrita las cuatro tareas vía la plataforma del curso. En este trabajo, nos centramos en las últimas tres tareas para uno de los problemas descritos: *el problema de la herencia*, correspondiente al sub-grupo conformado por nueve profesores que debían abordarlo. Los registros de la tarea T2 y T3 se analizaron mediante la Tabla 1, mientras que la tarea T4 se analizó a partir de la Tabla 2.

La primera columna de la Tabla 1 refiere al profesor, rotulado como Pi. La segunda columna, los teoremas en acto vinculados al uso del recurso, y en la tercera columna, el indicador del teorema. A continuación, se coloca la Tabla 1 y una fila prototípica de este análisis.

Profesor (Pi)	Teorema en acto	Indicador del Teorema en acto
P1	ChatGPT comete errores	El profesor resume que: <i>La AI probó hasta $n = 5$ y siempre obtuvo el mismo resultado no cumplía con la premisa de que cada hijo recibe la misma cantidad de monedas;</i> El profesor le sugiere entonces probar con $n = 9$.

Tabla 1. Tabla generada para el análisis de los registros de T2 y T3

Luego, utilizamos la Tabla 2 para analizar las propuestas de los profesores, que corresponde a la tarea T4. La primera columna, refiere al profesor Pi. En la segunda columna, el año escolar propuesto por el profesor como posible contexto escolar. En la tercera columna se enuncian las nociones matemáticas posibles de abordar con el problema y/o sus modificaciones. En la cuarta columna se detallan las adaptaciones que el profesor realizó al problema, por ejemplo, cambios en el enunciado, incorporación de ítems, etc, así como también la posible gestión de la clase; por ejemplo, trabajo en grupos, momentos a desarrollar, etc. En la quinta columna se transcriben las justificaciones de esas adaptaciones. En la séptima columna, se colocan los usos del ChatGPT explicitados por los profesores en la propuesta. En la última columna, el (o los) Prompt ingresados por los profesores para la adaptación del problema. Finalmente, en la sexta y octava columnas se colocan los teoremas en acto inferidos a partir, respectivamente, de la adaptación del problema con sus correspondientes justificaciones, y del ChatGPT en sí mismo con sus respectivos usos aludidos. A continuación, se coloca la Tabla 2 y una fila prototípica de este análisis.

Profesor (Pi)	Año escolar	Nociones matemáticas	Adaptación del problema	Justificación de la adaptación	Teorema en acto sobre el problema y su adaptación	Uso del ChatGPT	Teorema en acto sobre el Chat y sus usos	PROMPT
P1	3er. año de secundario (14-15 años)	Resolución de ecuaciones de 1er. grado.	Reducción de la herencia a 3 hijos. Transformación del problema a una ecuación lineal con una incógnita.	<i>Fue pensado con solo 3 hijos porque a medida que la cantidad de hijos va aumentando la expresión adquiere más paréntesis y ChatGPT puede llegar a cometer errores.</i>	La adaptación del problema reduce errores del ChatGPT.	<i>Se les va a permitir a los alumnos usar ChatGPT para que simplifiquen las expresiones [...] resolver la ecuación más fácilmente y evitar tener errores.</i>	El ChatGPT es una calculadora. Es necesario reducir los errores del ChatGPT.	<i>Simplificar en su mínima expresión la siguiente ecuación: 3000+(1/10(9/10 (9/10 (x-1000)-2000)-3000) =</i>

Tabla 2. Tabla generada para el análisis de los registros

A continuación, se presenta el problema y una de sus posibles soluciones.

4. El problema de la herencia y su resolución

El enunciado del problema es el siguiente:

El **problema de la herencia**: Un hombre le dejó a sus hijos una herencia de monedas de oro repartidas de la siguiente manera: Al primer hijo le dejó 1000 monedas de oro, más la décima parte de lo que le quedaba. Al segundo hijo le dejó 2000 monedas de oro, más la décima parte de lo que le quedaba. Al tercer hijo le dejó 3000 monedas de oro, más la décima parte de lo que le quedaba. Y así sucesivamente con el resto de los hijos, hasta que llegó al último de ellos. Sabiendo que cada hijo recibió la misma cantidad de monedas, se quiere saber cuántos hijos tenía el hombre, y de cuántas monedas era la herencia (Medici y Cabrera, 1958).

La resolución requiere considerar dos incógnitas, una la cantidad de monedas de oro de la herencia (que rotulamos con la letra x) y la otra, la herencia para cada hijo i (rotulada con la letra h_i). Considerando inicialmente dos hijos, podemos rotular h_1 y h_2 respectivamente. El aspecto más relevante del problema está en comprender que aunque el enunciado menciona un tercer hijo, y aún hace referencia a que hay muchos más, la clave es que “cada hijo recibió la misma cantidad”. Este dato es el que permite, una vez planteadas, igualar las ecuaciones del h_1 y h_2 obteniendo así un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. En síntesis, la respuesta podría plantearse de la siguiente manera:

La herencia para el primer hijo queda expresada por: $h_1 = 1000 + (x - 1000) \cdot \frac{1}{10}$

Operando convenientemente, se obtiene: $h_1 = 900 + \frac{x}{10}$

Luego, la herencia para el segundo hijo resulta ser $h_2 = 2000 + (x - h_1 - 2000) \cdot \frac{1}{10}$

Operando se obtiene: $h_2 = 1710 + \frac{9}{100}x$

Dado que ambos hijos reciben la misma cantidad $h_1 = h_2$ y entonces es posible formular el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} h_1 = 900 + \frac{x}{10} \\ h_2 = 1710 + \frac{9}{100}x \end{cases}$$

Resolviendo este sistema es posible determinar que la herencia es de 81000 monedas de oro y los hijos son 9.

5. Análisis de Datos y Resultados

En este trabajo se analiza, en primer lugar, el proceso de *instrumentalización*, mediante la inferencia de los teoremas en acto presentes en los esquemas disponibles del profesor cuando utiliza el recurso ChatGPT. Luego, se analiza el proceso de *instrumentación*, en términos de los teoremas en acto inferidos de las producciones de los profesores, al comparar sus propias respuesta al problema con la que les ofrece el ChatGPT. Además, se consideran en este segundo proceso, las adaptaciones que los profesores hacen al problema en función del ChatGPT, para ser implementado en un aula. Esto último se sostiene sobre la idea de que, en la instrumentación prevalecen las características propias del recurso, lo que implica que el docente modifique sus esquemas para poder utilizarlo.

A partir de la Tabla 2, y haciendo foco en las nociones matemáticas seleccionadas por los profesores, al momento de adaptar el problema de la herencia para generar la propuesta de aula, se tiene que los saberes posibles de ser estudiados son los siguientes: números fraccionarios, ecuaciones de primer grado, resolución de problemas que involucran ecuaciones de primer grado, forma coloquial, simbólica y algebraica, sistemas de ecuaciones con dos incógnitas; métodos de sustitución e igualación, función cuadrática, sucesiones y lógica. El más propuesto es sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas (siete de nueve profesores). Sólo uno de los profesores (P2) lo adapta para sucesiones y uno para función cuadrática (P7).

A continuación, la Tabla 3 y la Tabla 4, contienen respectivamente el análisis de las respuestas a las tareas T2 (Resolución con el ChatGPT con PROMPT libre) y T3 (Comparación de las dos resoluciones de T1 y T2). Se infieren, a partir de este análisis, que al momento de utilizar ChatGPT para resolver el problema, los teoremas en acto son los siguientes:

Cantidad de profesores	Teorema en acto	Ejemplo de un Indicador
5 profesores (P1, P2, P7, P8 y P9)	El ChatGPT funciona como una calculadora.	Coloca el enunciado del problema en Prompt.
2 profesores (P3 y P4)	El ChatGPT es algún tipo de programa.	En otro momento el profesor afirma que: <i>Otra diferencia puede ser es que no establece algunas relaciones entre los datos y entonces por eso el programa al final de la resolución dice que necesita conocer algún dato más para poder dar una solución.</i> (P4)
2 profesores (P5 y P6)	ChatGPT es una IA con la cual se puede interactuar	El profesor escribe: <i>Siguiendo las recomendaciones del video de Cristobal Cobo sobre la IA. Los IA a nivel</i>

	para resolver un problema.	<i>académico son: bing.com; perplexity.ia; elicit.org+claude.ia. Por lo tanto probaré con dos de ellos y también en lo posible con bard y/o chatgpt OpenAI. (P6)</i>
--	----------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tabla 3. Teoremas en acto respecto al primer uso del ChatGPT

Los teoremas en acto de esta tabla permiten inferir que, durante el proceso de *instrumentalización*, siete de los nueve profesores abordan el uso del ChatGPT como si fuera algún tipo de programa o calculadora por ellos conocido. De esta forma, la respuesta que la *nueva* calculadora o *nuevo* programa ofrece es asumida, en primera instancia, como correcta. Esto ocurre porque los profesores abordan el uso del recurso con los esquemas disponibles, y dado que el uso de un programa matemático o una calculadora son los que más se ajustan a esta tarea, es natural que sean esos los que se activan para asimilar el recurso. Por otra parte, hay dos profesores que, en lugar de comenzar a utilizar el ChatGPT con los esquemas disponibles, buscan información relativa a las IA antes de utilizarlas.

Una vez que los profesores comienzan a utilizar el ChatGPT, sus invariantes operatorios respecto al mismo y a sus usos comienzan a modificarse. Esto se presenta en la Tabla 4:

Cantidad de profesores	Teorema en acto	Ejemplo de un Indicador
9 profesores	ChatGPT comete errores	El profesor escribe: <i>ChatGPT Comienza analizando de forma correcta el problema, pero al momento plantear el modelo matemático omite calcular la décima parte del resto. Luego, aunque los pasos para resolver el modelo erróneo que plantea son correctos obviamente llega a resultado erróneo. Absurdo por indicar que son dos hijos y que la cantidad total de monedas es dos mil cuando en el planteo inicial hay por los menos tres hijos y más de 6000 monedas. (P3)</i>
2 profesores (P7 y P8)	El ChatGPT no funciona exactamente como una calculadora.	El profesor escribe: <i>Es la primera vez que uso el Chat GPT por lo que algunas de las cuestiones relacionadas a su uso pude no haberlas tenido en cuenta. (P7)</i>
1 profesor (P2)	La adaptación del problema reduce errores del ChatGPT.	El profesor escribe: <i>En este punto puede observarse que es necesario proveer de más información al chat para que nos brinde una resolución correcta y/o reformular el enunciado. (P2)</i>
3 profesores (P5, P6 y P8)	No se puede preguntar arbitrariamente al Chat si se quiere que logre responder correctamente.	El profesor modifica el prompt a fin de obtener del chat la respuesta correcta: <i>Al no obtener la solución realizo otra pregunta para que el chat la resuelva la actividad situándose en el rol de un estudiante. (P5)</i>

Tabla 4. Teoremas en acto al comenzar a usarlo

El análisis de la tarea T3, cuya síntesis se presenta en la tabla precedente, indica los inicios del proceso de *instrumentación*. Es decir, el proceso en el cual las características del recurso comienzan a influenciar (e incluso, modificar, adaptar o generar nuevos) los esquemas de los profesores. Si se compara la primera fila de la Tabla 3 con la primera fila de la Tabla 4, se advierte que, mientras en principio siete de los nueve profesores interactuaban con el ChatGPT como si fuera una calculadora o un programa, que da respuestas correctas, posteriormente, los nueve profesores advierten que el ChatGPT comete errores. Es decir, los teoremas en acto relativos a considerar al ChatGPT como calculadora y/o como un programa ya no son

verdaderos para los profesores y, entonces, comienzan a construir nuevos esquemas específicos para el ChatGPT. En estos nuevos esquemas, el “teorema” de *respuesta correcta* es falso y comienzan a inferirse otros nuevos teoremas como verdaderos. Por ejemplo, *no se puede preguntar arbitrariamente al ChatGPT si se quiere que logre responder correctamente*. Este proceso es el de *instrumentación*: las características propias del ChatGPT y sus usos han transformado los esquemas de los profesores al punto de la necesidad de construir nuevos esquemas a partir de los disponibles.

Este proceso de instrumentación hasta aquí caracterizado se puede ubicar en sus fases iniciales. El análisis de la tarea T4 (en las que se les pedía la elaboración de una propuesta para el aula, utilizando el problema correspondiente y el ChatGPT como recurso) permite describir el desarrollo de este proceso, centrándonos en la evolución de los esquemas en construcción.

Cantidad de profesores	Teorema en acto	Ejemplo de un Indicador
2 Profesores (P3, P8)	El ChatGPT no es útil para el aula. Los que transforman la forma de enseñar somos nosotros, no la tecnología.	P3 no propone al ChatGPT como un recurso para emplear en el aula. Como apartado final, P3 utiliza otro modelo de IAG para resolver el problema que ella adaptó de la siguiente manera: <i>Un hombre les dejó a sus hijos una herencia de monedas de oro repartidas de la siguiente manera: Al primer hijo le dejó la mitad de todas las monedas de oro. Al segundo hijo le dejó la tercera parte del resto. Al tercer hijo la sexta parte del resto de las monedas de oro y al cuarto el resto que fue de 1800 monedas. ¿De cuántas monedas en total fue la herencia?</i> (P3)
2 profesores (P5 y P9)	El ChatGPT es una calculadora	P5 ingresa al ChatGPT la siguiente secuencia de prompts: <i>Si $x=81000$ resuelve la siguiente ecuación $900+1/10x$. Ahora con el mismo valor de x resolver la siguiente ecuación $1710+9/100x$. Ahora con el mismo valor de x resolver la siguiente ecuación $900+1/10x$.</i>
3 profesores (P1, P2 y P6)	La simplificación del problema reduce errores del ChatGPT.	El profesor modifica el problema y lo justifica como sigue: <i>Fue pensado con solo 3 hijos porque a medida que la cantidad de hijos va aumentando la expresión adquiere más paréntesis y Chat GPT puede llegar a cometer errores.</i> (P1)
2 profesores (P4 y P2)	Visibilizar los errores de la solución ofrecida por el Chat al problema favorece el proceso de enseñanza - aprendizaje.	<i>Con respecto al uso del ChatGPT lo usaría después de que los alumnos hayan propuestos sus formas de resolución para el problema. En la forma en que lo utilizaría sería para el análisis de la resolución propuesta por este programa para el problema, entonces de esta manera con los estudiantes se podría analizar la manera en que resuelve el programa, qué propiedades del álgebra utiliza, como relaciona los datos del problema y si tiene o no algunos errores en la resolución.</i> (P4) <i>[...] esto podría resultar una actividad favorecedora del proceso de enseñanza aprendizaje ya que permite visibilizar estos errores frecuentes.</i> (P2)

Tabla 5. Teoremas en acto al diseñar una propuesta para enseñar

La síntesis presentada en la Tabla 5 ejemplifica las maneras en que los profesores adaptan el problema, cuando piensan usarlo para enseñar un saber matemático, haciendo uso del ChatGPT. Los teoremas en acto inferidos a partir de estas adaptaciones permiten categorizarlos en tres grupos. En el primero, los vinculados a la *negación del ChatGPT*. En el segundo, los teoremas en acto

asociados a la *subestimación del ChatGPT*. Finalmente, los relacionados a admitir las *potencialidades y limitaciones del ChatGPT*.

En el primer grupo, *negación del ChatGPT*, se advierten teoremas en acto que podemos vincular a una construcción de esquemas negativos respecto al uso del ChatGPT y de su posible implementación en el aula. Algunos ejemplos de teoremas en acto son: *El ChatGPT no es útil para el aula*, *Los que transforman la forma de enseñar somos nosotros, no la tecnología*, entre otros. Estos invariantes operatorios se advierten en dos profesores (P3 y P8).

En el segundo grupo, se han categorizado aquellas respuestas en las que es posible inferir algunos esquemas específicos al ChatGPT, pero que evidencian una subestimación del ChatGPT como herramienta resolutoria. La adaptación del problema realizada por los profesores y los prompts que proponen ingresar dan cuenta de este fenómeno de *subestimación del ChatGPT*. Un ejemplo de teoremas en acto de este tipo es: *La simplificación del problema reduce errores del ChatGPT*. Estos IO se infieren de las producciones de cinco profesores (P1, P2, P5, P6 y P9).

El tercer grupo, formado por P2 y P4, parecería centrado en las limitaciones y potencialidades del ChatGPT para el aula. Es importante destacar que P2 también es parte del grupo anterior, pues sigue considerando al ChatGPT como una calculadora, que puede cometer errores, y considera entonces que estos se deben analizar de forma crítica en conjunto con los estudiantes. De esta forma, si bien uno de los teoremas en acto de P2 sigue siendo *El ChatGPT es una calculadora*, ha manifestado otros teoremas en acto tales como: *Visibilizar los errores de la solución ofrecida por el Chat al problema favorece el proceso de enseñanza - aprendizaje*. De esta forma, P2, en base a su esquema disponible, ha logrado incorporar teoremas en acto específicos del ChatGPT, con el objetivo de aprovechar una posible limitación del recurso (como puede ser considerado el hecho de *cometer errores*) como una potencialidad para la enseñanza.

6. Conclusión

Del análisis se concluye que la génesis documental se comporta de tres fases: la primera, donde los profesores abordan el problema y el uso del ChatGPT a partir de los esquemas disponibles, siendo el más frecuente: el de la calculadora. La segunda fase, que se dirá de transición, comienza a desarrollar esquemas específicos del uso del ChatGPT. Teoremas en acto inferidos tales como *el ChatGPT comete errores*, evidencian que los relativos al del ChatGPT como calculadora ya no son efectivos, en el sentido de que una calculadora da siempre un resultado correcto. Una vez que los profesores han comenzado a construir esquemas específicos para el ChatGPT, se desarrolla la tercera fase. Aquí se advierte que los esquemas empiezan a modificarse en diferentes direcciones según los teoremas en acto que cada uno de los profesores van construyendo en interacción con el recurso, y con sus propios esquemas disponibles, tanto los relativos a su profesión como a su formación continua. De esta forma, se identifican tres tipos de evolución posible de los esquemas: los que *niegan* el uso del recurso, los que los *subestiman* y los que *construyen* esquemas que les permitan aprovechar sus limitaciones y potencialidades para el aula de matemática.

Finalmente, como un documento se define como un recurso más un esquema de uso de ese recurso, se concluye que los profesores, a partir del mismo recurso

ChatGPT, generan documentos asociados a él muy diferentes: desde un documento más *limitado* (como por ejemplo considerarlo como una calculadora) a documentos más *sofisticados* (como, por ejemplo, considerarlo más potente y que permite hacer más que un simple cálculo). Cuanto más elaborado es el documento más posibilidades de integración (en cantidad y calidad) tiene el profesor de incorporarlo a su sistema documental.

7. Referencias bibliográficas

- Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 205–224.
- Camacho Machín, M., de la Fuente Martínez, C., Gámez Ruiz, J. L., González López, M. J., Jara Martínez, P., Marín del Moral, A., Ortega del Rincón, T., Recio Muñiz, T. J., Rico Romero, L. & Ruiz Hidalgo, J. F., (2015). *Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas*. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. Área De Educación.
- Chevallard, Y. (2013). *La matemática en la escuela: Por una revolución epistemológica y didáctica*. Libros de El Zorzal.
- Godoy, D., Schiaffino, S., Corica, A., Sureda, P., Parra, V. (2023). Modelos de inteligencia artificial generativa: análisis de respuestas a un problema geométrico. Comunicación en *Jornadas de Educación y Tecnología*. La Pampa, Argentina, 30 de noviembre y 01 de diciembre de 2023.
- Gueudet, G., Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants: Genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Éducation et Didactique*, 2(3), 7-33.
- Medici, H., Cabrera, E. (1958). *3500 Ejercicios de Aritmética y Cálculo Práctico. Primer Curso*. Librería del colegio.
- NIEM (2023, 16 de junio). ChatGPT y educación - desafíos para la enseñanza Secundaria y Universitaria. [Video]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=mgc6E-F8msU&t=672s>
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: Approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.
- Sigman, M., Bilinkis, S. (2023). *Artificial. La nueva inteligencia y el contorno de lo humano*. DEBATE.
- Vergnaud, G. (1996). Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. Dans R. Noirfalise, M.-J. Perrin-Glorian (dir.), *Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques* (pp.174-185). Clermont-Ferrand: IREM.
- Vergnaud, G. (2007). ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? *Investigações em Ensino de Ciências*, 12 (2), 285-302.
- Vergnaud, G. (2013). Pourquoi la théorie des champs conceptuels? *Infancia y Aprendizaje*, 36(2),131-161.

Patricia Sureda. Doctora en Enseñanza de la Ciencias, Mención Matemática por la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA). Licenciada en Educación Matemática y Profesora en Matemática también por la UNCPBA. Investigadora Asistente del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Investigadora del Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM). Profesora Adjunta del Departamento de Formación Docente en la Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA, Tandil, Buenos Aires, Argentina. Email: psureda@niem.exa.unicen.edu.ar

Ana Rosa Corica. Doctora en Ciencias de la Educación por la Universidad Nacional de Córdoba en Argentina. Licenciada en Educación Matemática y Profesora en Matemática y Física por la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Investigadora Adjunta del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Directora del Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM). Profesora Adjunta del Departamento de Formación Docente en la Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA. Tandil, Buenos Aires, Argentina. Email: acorica@niem.exa.unicen.edu.ar

Verónica Parra. Doctora en Enseñanza de la Ciencias, Mención Matemática. Licenciada en Educación Matemática y Profesora en Matemática. Investigadora Adjunta del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Investigadora del Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM). Profesora Adjunta del Departamento de Formación Docente en la Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA. Coordinadora de la Licenciatura en Educación Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas, UNCPBA, Tandil, Buenos Aires, Argentina. Email: vparra@niem.exa.unicen.edu.ar