UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 68. Agosto 2023
Páginas 1-9

Duraznos y mandarinas. Cuidado con la proporcionalidad

Uldarico Malaspina

:

Resumen	Se presenta una experiencia didáctica de creación y resolución de problemas, con profesores de primaria y secundaria. A partir de una situación que se dio en un puesto de ventas de frutas, consistente en el obsequio de 2 mandarinas por la compra de cada 3 kilogramos de duraznos, se creó el *Problema Q* que se presentó a los participantes, para que lo resuelvan y tengan como referencia para crear y resolver nuevos problemas. Los trabajos colaborativos de resolución y creación de problemas, llevaron a examinar cuidadosamente la "regla de tres simple directa", casos de proporcionalidad directa con variaciones discretas y al uso de tablas adecuadas que expresan funciones no inyectivas. Se invita a los lectores a tener en cuenta la situación, el problema, los comentarios y las reflexiones expuestas para participar activamente en *El Rincón Intercreativo* correspondiente a este número. **Palabras clave**: creación y resolución de problemas; proporcionalidad directa; funciones; formación de profesores.
Abstract	A didactic experience of posing and solving problems is presented, with primary and secondary teachers. From a situation that occurred in a fruit sales stall, consisting of the gift of 2 tangerines for the purchase of each 3 kilograms of peaches, *Problem Q* was created and presented to the participants, so that they solve it and have as a reference to create and solve new problems. The collaborative work of solving and posing problems led to a careful examination of the "direct simple rule of three", cases of direct proportionality with discrete variations and the use of adequate tables that express non-injective functions. Readers are invited to take into account the situation, the problem, the comments and reflections exposed to participate actively in *El Rincón Intercreativo* corresponding to this issue. **Keywords:** Posing and solving problems; direct proportionality; simple rule of three; functions; teacher education.
Resumo	Apresenta-se uma experiência didática de criação e resolução de problemas, com professores primários e secundários. A partir de uma situação ocorrida numa banca de venda de fruta, consistindo na oferta de 2 tangerinas pela compra de cada 3 quilogramas de pêssegos, foi criado e apresentado aos participantes o Problema Q, para que o resolvam e tenham como referência criar e resolver novos problemas. O trabalho colaborativo de resolução e criação de problemas levou a um exame cuidadoso da "regra de três simple direta", casos de proporcionalidade direta com variações discretas e ao uso de tabelas adequadas que

expressam funções não injetivas.
Os leitores são convidados a levar em conta a situação, o problema, os comentários e reflexões expostos para participar ativamente de El Rincón Intercreativo.
Palavras-chave: criação e resolução de problemas; proporcionalidade direta; funções; formação de professores.

1. Problema

Claudia tiene un puesto de venta de frutas en el mercado y para promocionar la venta de sus duraznos ofrece que por cada 3 kilos de duraznos que le compren, obsequiará 2 mandarinas.

Si Claudia vendió 30 kg de duraznos, ¿cuáles son las cantidades mínima y máxima de mandarinas que puede haber obsequiado, de acuerdo a su ofrecimiento?

Este problema fue creado por un grupo de profesores, en un taller presencial de creación de problemas de matemáticas, que desarrollé en setiembre del 2022, en la Institución Educativa Pública "Tito Cusi Yupanqui" en el Distrito de San Ignacio, (Cajamarca, Perú). Antes de crear este problema, resolvieron el "*Problema Q*" que les propuse, elaborado a partir de la situación de promoción de venta de duraznos que ofrece Claudia, como se describe en las tres primeras líneas del problema.

Problema Q

Claudia tiene un puesto de venta de frutas en el mercado y, para promocionar la venta de sus duraznos, ofrece que por cada 3 kilos de duraznos que le compren, obsequiará 2 mandarinas.

El domingo último, entre las 7 y las 9 de la mañana, Claudia vendió en total 15 kilos de duraznos y obsequió 10 mandarinas; y entre las 9 de la mañana y las 12 del mediodía, Claudia vendió en total 30 kilos de duraznos y obsequió 14 mandarinas. Su hermano le dice a Claudia que entonces no siempre ha obsequiado las mandarinas que ofreció, pero Claudia tenía anotadas sus ventas y le demostró que siempre cumplió con los obsequios que ofreció.

Explica cómo pudieron ser las ventas de duraznos de Claudia.

2. Algunas reacciones al resolver el Problema Q

La reacción inmediata fue afirmar que, si Claudia cumplió su ofrecimiento, tenía que haber obsequiado 20 mandarinas, porque en 30 kg de duraznos hay 10 veces 3 kg y al obsequiar 2 mandarinas por cada 3 kg, el total de mandarinas obsequiadas tenía que ser 20.

Algunos profesores vieron en el problema un caso de proporcionalidad directa y la pertinencia de la aplicación de la regla de tres simple directa. Sin embargo, luego de resolver el problema, esto fue cuestionado por otros profesores, observando que no tendría sentido práctico hablar de fracciones de mandarina como obsequio.

Considerando diversos casos, se fue intuyendo que es posible que Claudia haya cumplido su ofrecimiento y obsequiado 14 mandarinas, vendiendo en total 30 kg de duraznos. Se dieron cuenta que, por la compra de duraznos, Claudia no siempre tenía que obsequiar mandarinas; por ejemplo, por la compra de 1 kg de duraznos. En algunos grupos hicieron una lista como la siguiente:

Tabla1. *Posibles compras y correspondientes obsequios*

Kilos de duraznos que se compren	½	1	2	3	4	5	6	8	10	12	…
Número de mandarinas que se obsequien	0	0	0	2	2	2	4	4	6	8	…

Entonces comenzaron a hacer listas de posibles compras que totalicen 30 kg y que los correspondientes obsequios de mandarinas totalicen 14 unidades.

Por ejemplo

Tabla 2. *Una posibilidad de compras realizadas y obsequios correspondientes*

	Compras de duraznos realizadas (en kg)	Número de mandarinas obsequiadas
	2	0
	6	4
	1	0
	8	4
	2	0
	10	6
	1	0
Totales	**30**	**14**

El caso más simple que encontraron – matemáticamente coherente, aunque poco realista – fue el de una compra de 21 kg de duraznos y 9 compras de 1 kg cada una. Así, por la compra de los 21 kg (7 veces 3 kg)

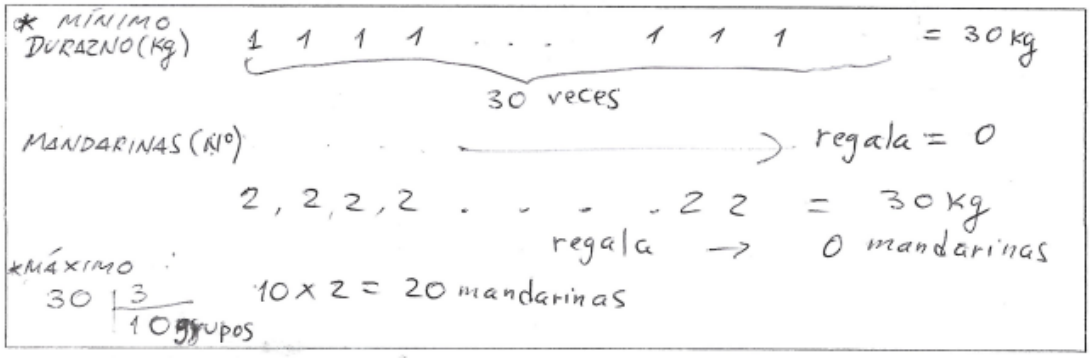
Claudia obsequiaría 14 mandarinas y por las siguientes compras de 1 kg, no obsequiaría mandarina alguna.

Estas soluciones al *Problema Q* llevaron a destacar la importancia de considerar diversos casos y a cuestionar la aplicación mecánica de la regla de tres simple directa.

3. Una solución del problema dado en 1.

A continuación, mostraré la solución dada por el grupo que creó el problema con el que inicié este artículo:

Figura 1. *Una solución del problema creado*



El grupo muestra dos posibilidades de compra de 30 kg de duraznos, en las que, en ningún caso, Claudia tiene que obsequiar las mandarinas que ofrece. Uno es en un caso extremo que se hagan 30 compras de 1 kg cada una, y el otro es en el caso de 15 compras de 2 kg cada una. En ambos casos, obsequiaría 0 mandarinas. Por cierto, hay otras posibilidades. El grupo también muestra el caso que se hagan 10 compras de 3 kg de duraznos cada una, en cuyo caso obsequiaría 2 mandarinas por cada compra; o sea un total de 20 mandarinas. El caso de mínimo está claro porque es 0; y el caso de máximo también, porque 10 es el mayor número de veces que puede repetirse 3 como sumando de 30, lo cual implica 20 mandarinas como obsequio.

4. Comentarios y reflexiones

La puesta en común con los profesores de primaria y secundaria que participaron en el taller, tanto de la solución dada a este problema, como al *Problema Q* y a otros problemas creados por otros grupos, fue muy enriquecedora, didáctica y matemáticamente.

- Se destacó la importancia de entender muy bien un problema, antes de intentar resolverlo y de considerar varios casos posibles.
- Se hizo evidente que la regla de tres simple no debe aplicarse mecánicamente, sobre todo cuando hay cantidades enteras. No tiene sentido práctico decir, por ejemplo, “si por 3 kg de duraznos se obsequian 2 mandarinas, por 1 kg de duraznos se obsequiará 2/3 de

mandarina". Más aún, si bien es cierto que por la compra de 30 kg de duraznos correspondería obsequiar 20 mandarinas, esto no necesariamente ocurre, pues depende de cómo se totaliza los 30 kg de compras.

- La situación y los problemas se relacionaron con conceptos matemáticos como la proporcionalidad, los múltiplos de un número y las funciones.
- Fue interesante evidenciar funciones no inyectivas – como en las Tablas 1 y 2 – en las que no se muestra una expresión algebraica, pero reflejan una situación real. Quedó la inquietud de encontrar una expresión algebraica para la función que hace corresponder número de kilos de duraznos vendidos con número de mandarinas obsequiadas, respetando la promoción de Claudia. Se observó que su dominio (kg de duraznos vendidos) está en el conjunto de números racionales y su rango en el conjunto de números naturales (número de mandarinas obsequiadas).

Esta experiencia didáctica también pone en evidencia que se pueden combinar las estrategias de creación de problemas por elaboración y por variación (Malaspina, 2021), pues a partir de la situación:

> *Claudia tiene un puesto de venta de frutas en el mercado y para promocionar la venta de sus duraznos ofrece que por cada 3 kilos de duraznos que le compren, obsequia 2 mandarinas.*

creé el *Problema Q* (por elaboración), que puse a consideración de los participantes del taller, para que, a partir de este, ellos crearan otros problemas (por variación) y así lo hicieron.

Como en el número anterior, con estas reflexiones concluyo *El Rincón de Problemas* de este número de *UNIÓN* e invito a los lectores a *El Rincón Intercreativo*, que continuamos en este número.

Agradezco los comentarios y propuestas que me hicieron llegar, relacionados con el problema del número anterior de *UNIÓN* y los invito muy amigablemente a que me hagan llegar sus comentarios, propuestas o experiencias, a partir de reflexiones de carácter didáctico o matemático, que se originen en la situación presentada, en los problemas o en las soluciones expuestas en este número. Para facilitar la participación de los lectores, dejo algunas preguntas, como un medio de interactuar. Nos dará mucho gusto publicar y comentar lo que me escriban, en el próximo número de *UNIÓN*, como lo estoy haciendo en este número, con lo que me han enviado.

Bibliografía

Malaspina, U. (2021). Creación de problemas y de juegos para el aprendizaje de las Matemáticas. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 10*(1), 1-17. DOI: http://dx.doi.org/10.24197/edmain.1.2021.1-17

EL RINCÓN INTERCREATIVO

Uldarico Malaspina

A continuación, hay tres apartados

1. **Presentación,** en el que recuerdo el espíritu de esta sección en UNIÓN**.**
2. **Reacciones al problema y solución del número anterior,** en el que comento y reproduzco las comunicaciones que tuvimos con algunos lectores, a partir del problema, la situación y las soluciones expuestos en el número anterior
3. **Para intercrear sobre el problema de este número**, en el que formulo algunas preguntas relacionadas con la situación, problemas y soluciones expuestos en *El Rincón de Problemas* de este número que pueden servir de pistas para que los lectores se animen a escribirme.
4. **Comunicaciones**, en el que doy algunas indicaciones operativas para concretar la comunicación.

1. Presentación

El Rincón Intercreativo, como su nombre lo sugiere, nace con el propósito de hacer más explícito nuestro deseo de interactuar con los lectores, y que esa interacción sea también creativa, en el sentido de comunicarnos ideas, propuestas, reflexiones, etc., **a partir del problema o de la situación expuestos en el artículo de *El Rincón de Problemas*, correspondiente a cada número de esta revista.** Tales comunicaciones pueden ser:

a) Comentarios y sugerencias.
(Puntos de vista que complementan lo dicho en el artículo, o que manifiestan concordancias o discrepancias. Todos son bienvenidos.)

b) La creación de un nuevo problema.
(Me envían el texto de tal problema y, preferentemente, una solución o líneas generales para resolverlo.)

c) El desarrollo de actividades con estudiantes o con colegas.
(Me envían una breve narración de la actividad – que podría ser un juego – y, preferentemente, algunos comentarios de lo realizado.)

d) Respuesta(s) a alguna(s) de la(s) pregunta(s) que se formule(n), específicamente, en *El Rincón Intercreativo*. (Ver el apartado 3)

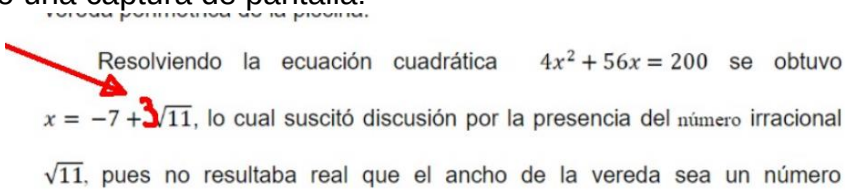
Lo que envíen, también puede ser relacionado con algún problema o situación expuestos en números anteriores de *UNIÓN*. Ciertamente, les agradeceremos mencionar el número del caso.

Más aún, si tienen alguna experiencia con estudiantes o con colegas, relacionadas con creación de problemas nos gustará que se animen a hacernos llegar sus relatos.

2. Reacciones al problema y solución del número anterior

Me ha dado mucho gusto recibir comentarios verbales de varios profesores, en relación al problema y la solución del problema de la vereda perimétrica de una piscina, expuesto en el número anterior de UNIÓN.

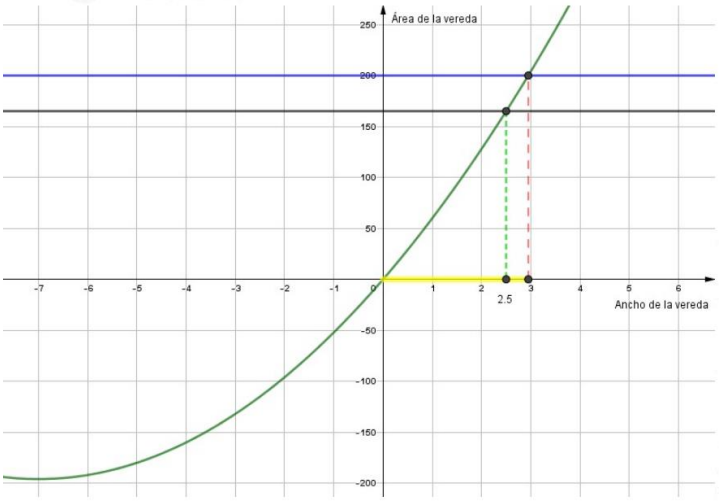
Un comentario común fue advertir que el problema es interesante por llevar a una ecuación de segundo grado y que al mostrar la solución en el número anterior había un error de digitación, pues se había dejado de escribir el factor 3. El profesor Juan José Rodríguez fue más explícito con su envío, usando una captura de pantalla:


Resolviendo la ecuación cuadrática $4x^2 + 56x = 200$ se obtuvo $x = -7 + 3\sqrt{11}$, lo cual suscitó discusión por la presencia del número irracional $\sqrt{11}$, pues no resultaba real que el ancho de la vereda sea un número

Pido disculpas por ese error de digitación, que, felizmente, lo advierte inmediatamente quien resuelve la ecuación cuadrática o quien observa que sin el factor 3, el número es negativo, y, obviamente, no podría ser considerado para el ancho de la vereda.

El profesor J.J. Rodríguez también comentó lo siguiente:

En lugar de resolver el problema usando una ecuación cuadrática, debería usarse la función cuadrática $f(x) = 4x^2 + 56x$, que expresa el área total de la vereda perimétrica teniendo como variable *x* el ancho de tal vereda. Si se la grafica, se puede visualizar las imágenes inversas (valores de *x*) correspondientes a diversos valores del área total de la vereda (menores o iguales que 200) y me envió la siguiente gráfica:



Evidentemente, con estos comentarios y su envío, el profesor Rodríguez está atendiendo a la pregunta (ii) que se propuso en el número anterior. (¿Cómo podría usarse la situación o el problema expuestos para ilustrar una aplicación de una función cuadrática?). Mis agradecimientos al profesor Rodríguez.

Otra comunicación intercreativa fue con el profesor Mariano González Ulloa, colega y amigo, con quien conversamos por teléfono y nos comunicamos por WhatsApp sobre el problema, una variación interesante de este, considerando una piscina elíptica, y principalmente sobre la aplicación de GeoGebra, tanto para el problema propuesto, como para sus variaciones. El define la función área de la vereda perimétrica y usa GeoGebra no solo para graficar tal función y representar la piscina elíptica y su vereda perimétrica, sino para visualizar – usando la herramienta deslizador de GeoGebra – los valores que va tomando la función definida, conforme va cambiando el borde sombreado en la representación de la piscina y su vereda. Mis agradecimientos al profesor González Ulloa, que es un experto en GeoGebra. Al final de esta sección, copio íntegramente lo que me envió.

3. Para intercrear sobre el problema de este número.

A continuación, dejo algunas preguntas relacionadas con la situación, los problemas y las soluciones expuestas en el artículo “Duraznos y mandarinas. Cuidado con la proporcionalidad”, en *El Rincón de Problemas* de este número. Recordemos que la situación es:

> *Claudia tiene un puesto de venta de frutas en el mercado y, para promocionar la venta de sus duraznos, ofrece que por cada 3 kilos de duraznos que le compren, obsequiará 2 mandarinas.*

Por cierto, la comunicación no necesariamente debe ser sobre alguna de estas preguntas; están solo para considerar algunas posibilidades:

i) ¿Existen más de 5 posibles ventas de duraznos que totalicen 30 kilos y que, cumpliendo con lo ofrecido en la promoción, el obsequio sea de solo 14 mandarinas?
ii) ¿Cómo se vincula la situación dada con la proporcionalidad directa?
iii) ¿Cómo usar la situación dada para representar gráficamente una función?
iv) ¿Existe una expresión formal de la función que se genera con la situación dada?

4. Comunicación

Agradeceremos que los lectores nos envíen sus comunicaciones, a más tardar el 30/10/2023.

Deben ser enviadas en un mensaje por correo electrónico a umj.union@gmail.com Si prefieren, pueden enviar un documento breve, como archivo adjunto, usando Word, Arial 12 y página de tamaño A4.

¡Esperamos y agradecemos anticipadamente sus comunicaciones intercreativas!