UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 68. Agosto 2023
Páginas 1-16

Actividades de interpretación: una estrategia para activar lo estudiado en la fase no presencial del aula invertida

María Andrea Aznar, María Laura Distéfano

Fecha de recepción: 28/04/2023
Fecha de aceptación: 31/05/2023

Resumen

En este trabajo se describen y analizan los resultados de la implementación de Actividades de Interpretación en el contexto de aplicación de una metodología de aula invertida en una asignatura de Matemática Discreta. Las mencionadas actividades fueron ejecutadas en las clases presenciales teóricas con el triple objetivo de recuperar lo aprendido por los estudiantes de su trabajo previo en la fase no presencial, fomentar las interacciones en la presencialidad e identificar y resolver los posibles obstáculos de interpretación. Los resultados obtenidos son favorables al logro de los objetivos propuestos al diseñar las actividades y sugieren posibles estrategias para su mejora.
Palabras clave: Aula invertida; Actividades de clase; Enfoque Ontosemiótico; Procesos matemáticos; Matemática Discreta.

Abstract

This paper describes and analyzes the results of the implementation of Interpretation Activities in the context of applying a flipped classroom methodology in a Discrete Mathematics subject. The aforementioned activities were carried out in the in-person theoretical classes with the triple objective of recovering what the students learned from their previous work in the not in-person phase, promoting face-to-face interactions and identifying and solving possible interpretation obstacles. The results obtained are favorable to the achievement of the objectives proposed when designing the activities and suggest possible strategies for their improvement.
Keywords: Flipped classroom; Class activities; Ontosemiotic Approach; Mathematical processes; Discrete Mathematics

Resumo

Este artigo descreve e analisa os resultados da implementação de Atividades de Interpretação no contexto da aplicação de uma metodologia de sala de aula invertida em uma disciplina de Matemática Discreta. As referidas atividades foram realizadas nas aulas teóricas presenciais com o triplo objetivo de recuperar o que os alunos aprenderam do seu trabalho anterior na fase não presencial, promover interações presenciais e identificar e resolvendo possíveis obstáculos de interpretação. Os resultados obtidos são favoráveis ao alcance dos objetivos propostos no desenho das atividades e sugerem possíveis estratégias para sua melhoria.

Palavras-chave: Sala de aula invertida; atividades de classe; Abordagem Ontossemiótica; processos matemáticos; matemática discrete

1. Introducción

En este artículo se presentan actividades que fueron diseñadas para recuperar y complementar lo que alumnos universitarios estudian en forma autónoma, a partir de video-tutoriales y material disponible en forma virtual, gestionándolo en la clase presencial. Conjuntamente se muestran las características del diseño de dichas actividades y su aprovechamiento en el aula, dado que fueron implementadas en las clases teóricas de la asignatura Matemática Discreta, perteneciente a la carrera de Ingeniería Informática de la Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina.

Tradicionalmente, la forma de mediación predominante en las clases teóricas de la asignatura Matemática Discreta, ha sido de características expositivo-dialógicas. En dicha modalidad, el docente presentaba un tema, exponiendo material en formato de presentaciones dinámicas, planteaba preguntas a los estudiantes para hacerlos participar y se resolvían en forma conjunta ejemplos en pizarrón.

Durante los años 2020 y 2021, por las medidas de aislamiento preventivo y obligatorio, surgidas a partir del advenimiento de la pandemia del Covid-19, las clases fueron desarrolladas en el escenario virtual provisto por una Plataforma Moodle proporcionada por la Facultad. Los docentes de la asignatura implementaron su aula virtual en dicha plataforma incorporando distintos recursos audiovisuales, documentales y formas de interacción con los estudiantes. El desarrollo en ese entorno demandó de los estudiantes acciones de aprendizaje autónomo, como por ejemplo el estudio a partir del visionado de videos. Más allá del contexto en el que fueron necesariamente implementadas, tales acciones se consideran favorables a la construcción de competencias genéricas como la de aprender en forma continua y autónoma, en acuerdo a lo propuesto por el Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de Argentina (CONFEDI, 2018), como nuevo paradigma en la formación de los futuros ingenieros.

Al retornar a las clases presenciales se planteó la inquietud de modificar la forma de mediación tradicional con el objetivo de propiciar un rol más activo del estudiante. Se buscó capitalizar los aspectos positivos de la experiencia vivida en el período de exclusiva virtualidad, a partir del uso de herramientas tecnológicas y el material audiovisual generado por los docentes. Surgió entonces la idea de implementar la metodología de aula invertida. En este sentido, se encuentran antecedentes (Escamilla et al., 2014) que señalan ventajas de la metodología de aprendizaje invertido. El mismo se entiende, en líneas generales, como una modalidad centrada en el estudiante, que deliberadamente traslada una parte o la mayoría de la instrucción directa al exterior del aula, para aprovechar el tiempo en clase maximizando las interacciones entre profesor y estudiantes.

Prieto et al. (2021) describen el modelo de aula invertida señalando que se basa en una pedagogía de aprendizaje semipresencial activo, que se sostiene en la preparación previa no presencial de los alumnos para las clases interactivas presenciales. El docente envía primero la información a los alumnos para que procuren estudiarla y comprenderla por sí mismos. Los alumnos la estudian para estar preparados para participar en las actividades de la clase presencial. Finalmente, el tiempo de dicha clase se dedica a profundizar en su compresión y a construir sobre lo aprendido, incorporando actividades de aprendizaje activo y en equipo.

Publicaciones relativas a la aplicación de esta modalidad didáctica en asignaturas de matemática en el nivel superior exponen su valoración, con distintos enfoques metodológicos, de los efectos de la implementación de dicha metodología. Entre ellas se encuentran la de Barros y Martínez Calero (2018), Fúneme-Mateus (2019), Maluenda Albornoz et al. (2021) y Coto Villalobos (2021). En general, estos autores señalan sus repercusiones favorables comparando con la metodología tradicional. Entre sus observaciones, Fúneme-Mateus (2019) señala que no debe asumirse que el mensaje que pretende dar el profesor a través de los materiales brindados previamente a la clase presencial es captado por el estudiante de la manera esperada. Más allá de esta observación, en las publicaciones no se presentan detalles sobre cómo recuperar lo adquirido por el estudiante para detectar y resolver los posibles obstáculos en la comprensión de esos materiales, o cómo articular el trabajo de estudio individual previo al encuentro presencial con la puesta en juego de ese estudio en la clase presencial.

Surge entonces la necesidad de diseñar tareas para la clase presencial que, por una parte, le otorguen al estudiante un rol más activo a partir de lo estudiado antes de la clase y, por otra parte, que favorezcan interacciones que den oportunidad al descubrimiento de dudas u obstáculos cuya resolución se produzca en dicha clase. Emerge así, el siguiente interrogante: ¿qué tipo de actividades pueden ser útiles para recuperar y complementar los significados relativos a lo estudiado por los alumnos en el material proporcionado antes de la clase presencial?

En este trabajo se exponen y caracterizan algunos ejemplos de actividades diseñadas buscando satisfacer las condiciones señaladas y se describen algunos efectos de su implementación.

Para analizar la experiencia con estas actividades se usarán algunas herramientas teóricas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), de Juan Godino, Carmen Batanero y Vicenç Font, (2007) que se exponen en la siguiente sección.

2. Marco teórico

El Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), es un modelo teórico-metodológico (Godino et al., 2007) que aspira a articular distintos enfoques de investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la intención de ir hacia un modelo unificado de la cognición e instrucción de dicha disciplina. En este enfoque se contempla la matemática con tres aspectos integrados: como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como lenguaje simbólico y como sistema conceptual lógicamente organizado. Bajo esta mirada, el concepto de situación-problema se presenta como una noción primitiva a partir de la cual se definen los conceptos teóricos de práctica, objeto (personal e institucional) y significado.

Los autores consideran *práctica matemática* "a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas" (Godino y Batanero, 1994, p. 334). Las prácticas matemáticas pueden ser idiosincrásicas de una persona o compartidas en el seno de una institución.

Desde este enfoque, una *institución* está conformada por personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas; según el contexto de análisis puede referirse a la comunidad científica matemática (productores del saber matemático) a matemáticos aplicados (utilizadores del saber matemático) y/o a instituciones educativas (enseñantes del saber matemático) (Godino y Batanero, 1994).

Los *objetos matemáticos* son los que emergen en las prácticas matemáticas. Para poder describirlas se consideran dos niveles de objetos (Godino et al., 2007). El primer nivel comprende a aquellas entidades que se pueden observar en una práctica matemática y que están relacionados entre sí: situaciones problema, lenguaje, definiciones, proposiciones, argumentos y procedimientos. El segundo nivel se constituye por los tipos de objetos que emergen de las diferentes formas de ver, hablar, operar, etc. sobre los objetos primarios que los ubica en cinco facetas o expresiones duales tales como objetos personales o institucionales, ostensivos o no ostensivos, unitarios o sistémicos, expresión o contenido, intensivo o extensivo. Estos elementos planteados por el modelo se encuentran representados en la Figura 1.

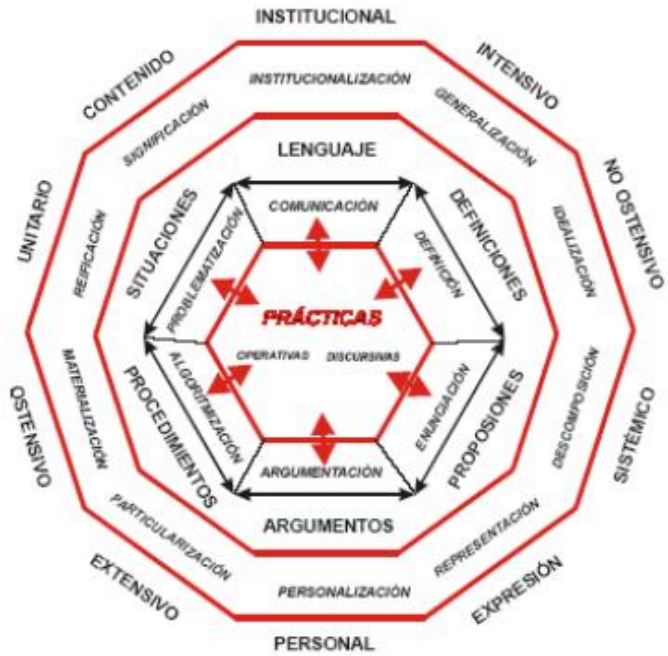


Figura 1: Modelo ontosemiótico de los conocimientos matemáticos
Fuente: Font, Rubio y Contreras (2008, p.708)

Tanto las dualidades como los objetos pueden ser analizados considerando la perspectiva proceso-producto (Font et al., 2008). En este sentido, en el EOS se entiende que un *proceso matemático*

> […] es lo que solemos inferir que ha causado una respuesta frente a una demanda dada. Es una secuencia de acciones que deben ser activadas o desarrolladas, durante un cierto tiempo, para conseguir un objetivo, generalmente una respuesta (salida) ante la propuesta de una tarea matemática (entrada) (Font y Rubio, 2017, p. 2).

En la Figura 1 pueden observarse diversos procesos dentro del modelo planteado por este enfoque: comunicación, definición, enunciación, argumentación, algoritmización, problematización, institucionalización, generalización, idealización, descomposición, representación, personalización, particularización, materialización, reificación y significación. Los procesos mencionados no son los únicos contemplados por este enfoque que señala la existencia de procesos de carácter más complejo, que denomina mega procesos tales como el proceso de comprensión o el de modelización. (Font y Rubio, 2017).

El *significado* de un objeto matemático se entiende como el “sistema de prácticas operativas y discursivas que una persona (o una institución) realiza para resolver una cierta clase de situaciones-problemas en las que dicho objeto interviene” (Pino-Fan, 2013, p. 44). Los significados pueden ser relativos a una persona o a una institución lo que los contempla como *significados personales o significados institucionales*.

En este enfoque, la interacción entre enseñanza y aprendizaje supone un acoplamiento progresivo entre los significados personales e institucionales. La enseñanza conlleva la participación del estudiante en la comunidad de prácticas que sustenta los significados institucionales, y el aprendizaje consiste en la apropiación de dichos significados por parte del estudiante (Godino et al., 2007). En dicho proceso dinámico de acoplamiento pueden producirse obstáculos, denominados *conflictos semióticos*, entendidos como cualquier disparidad o discordancia entre los significados atribuidos a una expresión por dos sujetos (personas o instituciones).

Para valorar la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción Godino, Contreras y Font (2006) proponen seis dimensiones que se describen a continuación.

- La *idoneidad epistémica* se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o previstos), respecto de unos significados de referencia.
- La *idoneidad cognitiva* expresa el grado de proximidad de los significados implementados con respecto a los significados personales iniciales de los estudiantes, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.
- *La idoneidad mediacional*, que observa el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje.
- La *idoneidad emocional*, está asociada al grado de implicación (interés, motivación) de los alumnos en el proceso de estudio. Esta dimensión está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.
- La *idoneidad interaccional*, que examina si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.
- La *idoneidad ecológica*, que estudia en qué medida el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

3. Descripción de la metodología de trabajo de aula invertida propuesta a los estudiantes

La asignatura Matemática Discreta está ubicada en el primer cuatrimestre de segundo año del Plan de estudios de la carrera de Ingeniería Informática. Tiene asignadas 4 horas semanales de encuentros áulicos distribuidas en 2 horas de clases teóricas y 2 horas de clases prácticas.

Los materiales están disponibles en el aula virtual de la asignatura en el entorno de la Plataforma Moodle proporcionada por la Facultad. El formato de organización de los materiales está dado por secciones, implementando una por cada unidad temática. Cada sección de unidad comprende: materiales de estudio (videos tutoriales, documentos asociados desarrollados por la cátedra, una Guía de Trabajos Prácticos) y foros para consultas de dudas residuales que hubieran quedado luego de la clase presencial teórico-práctica o luego de la clase presencial práctica. Los materiales de estudio están organizados por semanas, de acuerdo a un cronograma publicado al principio del cuatrimestre.

Los videos fueron diseñados por el docente a cargo de las clases teóricas; en promedio tienen una duración de entre 10 y 15 minutos cada uno. Fueron realizados a partir de presentaciones dinámicas de *Power Point* y con la voz del docente en *off* acompañando la presentación. Los videos fueron publicados en la plataforma adicionando los archivos de las presentaciones con las que fueron generados.

La metodología de estudio propuesta requiere que el estudiante, antes de la clase teórica presencial, realice el visionado de los videos y la lectura de los materiales asignados por cronograma en la semana correspondiente. En cada semana el estudiante debe visionar un promedio de cuatro videos, complementando con sus archivos asociados y eventualmente algunos documentos –de no más de dos carillas– con algún concepto, propiedad o demostración no contemplados en los videos. Luego, en la clase teórica presencial, se le presentan algunas actividades de interpretación del material de la semana, con la propuesta de resolverla de manera grupal y, posteriormente, se realiza una puesta en común en pizarrón.

Por otra parte, en la clase práctica el estudiante puede consultar sus dudas sobre las resoluciones de ejercicios de la Guía de Trabajos Prácticos correspondiente a esa unidad. En la Tabla 1 puede observarse el flujo de actividades propuestas a los estudiantes, en relación al encuentro presencial.

	Antes del encuentro presencial	**Durante el encuentro presencial**	**Posterior al encuentro presencial**
Clase teórica	Estudio de materiales (video-tutoriales y documentos)	Resolución de Guía de actividades de Interpretación y consultas	Planteo de dudas residuales en Foro virtual de Teoría
Clase práctica	Resolución de Guía de Trabajos Prácticos	Planteo de consultas	Planteo de dudas residuales en Foro virtual de Práctica

Tabla 1. Flujo de actividades propuestas

En la sección que sigue se describe la forma de trabajo en la clase teórica, estructurada por la Guía de Actividades de Interpretación.

4. La guía de actividades de interpretación como estructura dinámica de la clase teórica

Para cada clase teórica semanal se publica la Guía de Actividades de Interpretación en el aula virtual de la plataforma Moodle. En el inicio de la misma se presenta un listado de las definiciones y propiedades, sin ejemplos ni desarrollos, de los conceptos abordados en los materiales publicados en el aula virtual. Esto tiene el objetivo organizar las nuevas herramientas matemáticas disponibles. Luego se presentan los enunciados de las actividades que se resolverán en la clase presencial, grupalmente, para promover las interacciones entre los estudiantes.

La dinámica de la clase presencial inicia con un punteo integral de los temas que figuran en el listado de la Guía de Actividades de Interpretación. Luego, se hacen algunas preguntas conceptuales generales sobre los objetos matemáticos estudiados y se les propone a los estudiantes que vayan resolviendo en grupos, bloques de actividades de la guía vinculadas a dichos objetos; se les da un tiempo y posteriormente se hace una puesta en común en pizarrón. Se continúa con los restantes bloques de actividades de la Guía hasta concluirla. La resolución en la clase de la Guía de Actividades de Interpretación se transforma en herramienta de *evaluación formativa*, ya que proporciona, a docentes y estudiantes, oportunidad para detectar obstáculos y brindan al docente ocasión para tomar decisiones para su resolución.

Desde el punto de vista del EOS, se espera que el estudiante logre construir unos *significados parciales* de los objetos matemáticos involucrados, a través del abordaje realizado sobre el material publicado en plataforma previo a la clase presencial. Luego, las actividades propuestas buscan potenciar la ampliación en la construcción de esos significados por parte del estudiante, fomentando su actividad e interacciones, de manera tal que se genere nuevamente una circunstancia para la revelación y resolución de *conflictos semióticos*.

En este sentido, se proponen diversos tipos de tareas cuyas prácticas matemáticas requieren del estudiante distintos tipos de acciones. En la Tabla 2 se exponen tipos de acciones y se describen sus características en términos de algunos procesos matemáticos involucrados, en la intención de priorizar la atención sobre las actividades del estudiante en el quehacer matemático por sobre el contenido.

Acciones requeridas	Características de la actividad
A1. Dar ejemplos de objetos matemáticos relativos al material leído aplicando definiciones.	Construir ejemplos permite un análisis minucioso de las condiciones establecidas en definiciones o en propiedades, lo cual favorece la interpretación de expresiones teóricas. Desde el punto de vista del EOS, apunta al proceso de *particularización* ya que se debe encontrar un objeto de tipo *extensivo*.
A2. Explorar ejemplos para plantear conjeturas.	La exploración favorece el pensamiento inductivo. Desde el punto de vista del EOS, la detección de regularidades apunta al proceso de *generalización* y también al *de enunciación* de alguna *proposición* que se llegue a conjeturar.
A3. Construir y vincular distintas representaciones de un mismo objeto matemático.	El foco está en el proceso de *representación* que lleva implícito el proceso de *materialización*. Permite construir y vincular distintos significados parciales de un objeto, asociados a las representaciones en distintos registros semióticos.
A4. Interpretar objetos matemáticos en situaciones contextualizadas.	Implica un proceso de particularización para ajustar al caso específico del objeto matemático en la situación contextualizada que puede pensarse como un objeto extensivo. Es un paso incipiente que resulta necesario hacia procesos complejos de modelización.
A5. Focalizar la atención sobre determinados aspectos de un procedimiento o algoritmo parcialmente resuelto.	Atender en particular a determinados aspectos dentro de un procedimiento o algoritmo requiere un proceso de *descomposición* y también de *reificación* en el sentido de comprender cómo las etapas del algoritmo, consideradas como partes de un sistema, juegan su papel para el logro del objetivo del mismo.

Tabla 2. Tipos de acciones requeridas en las actividades de interpretación.

A continuación, se exponen algunos ejemplos de actividades pospuestas a los estudiantes. En cada caso se presenta el enunciado de la actividad para luego describir y analizar cuáles de las acciones descritas en la Tabla 2 están involucradas en su resolución.

4.1. Ejemplo 1

La actividad que se expone en la Figura 2 inicia con un conjunto sencillo, finito, definido por extensión. La pregunta en el inciso a) convoca a una actividad de reconocimiento; los incisos b), c) y d) demandan del estudiante acciones del tipo A1 ya que requieren ejemplificaciones. El inciso e) es un caso de acción del tipo A2, que demanda la exploración con ejemplos para plantear conjeturas puesto que la propiedad no fue proporcionada previamente a los estudiantes. Los incisos f) y g) requieren que se apliquen las definiciones implicadas con el objetivo de ampliar el significado parcial de las cadenas de bits que representan conjuntos finitos; esto requiere de acciones de tipo A3.

Considerar el conjunto H= {a, b, c, f, g}

a) ¿Cómo está definido H, por comprensión, por extensión?
b) Dar un ejemplo, si es posible, de un conjunto D⊆H que cumpla que |D|=2
c) Dar un ejemplo, si es posible, de un conjunto D⊆H que cumpla que |D|=0
d) Dar un ejemplo, si es posible, de un conjunto D⊆H que cumpla que |D|=5
e) Si D⊆H ¿Cuál será el resultado de D∩H? ¿y de D∪H?
f) ¿Cuántos subconjuntos *distintos* tiene H?
g) Si $\mathrm{K} = \{b, f, g\}$ y consideramos a H como referencial o universal
   I. ¿cuál es la cadena de bits que define a K? ¿Y a $\overline{K}$?
   II. ¿cuál es la cadena de bits que define a ?

Figura 2. Enunciado del ejemplo 1 de actividad de interpretación. Fuente: elaboración propia.

4.2. Ejemplo 2

La Figura 3 exhibe el enunciado de una actividad relativa a la representación de relaciones de orden parcial mediante el Diagrama de Hasse. En el video correspondiente a esta clase se mostró el Diagrama de Hasse obtenido a partir de una modificación del digrafo de una relación de orden parcial, lo cual apunta al significado conceptual del objetivo del Diagrama que es la simplificación visual de la información. Esta actividad requiere, por una parte, de acciones del tipo A3 ya que focaliza sobre la vinculación de la representación de la relación de precedencia en el registro formal y en el registro matricial. Por otra parte, la solicitud de la actividad del inciso a), precediendo a la del inciso b), busca propiciar en el estudiante el surgimiento de estrategias para la construcción del diagrama a partir de la interpretación de la lectura de la matriz: razonar, por ejemplo, cuáles elementos del conjunto convendrá ubicar en niveles inferiores del diagrama. Podría considerarse que es una acción de tipo A4, en el sentido que focaliza en aspectos de un algoritmo o procedimiento que debe construir el estudiante.

Considerar sobre el conjunto T= {a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6} una relación $\boldsymbol{R}$ de orden parcial definida por la matriz:

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Para cada elemento $\boldsymbol{a_i}$ determinar:

¿A cuántos elementos precede $\boldsymbol{a_i}$?, es decir, ¿para cuántos valores y, sucede $\boldsymbol{a_i} \rightleftarrows y$?

¿Cuántos elementos preceden a $\boldsymbol{a_i}$?, es decir, ¿para cuántos valores x, sucede $x \rightleftarrows \boldsymbol{a_i}$?

b) Dibujar el diagrama de Hasse y escribir qué se tuvo en cuenta para dibujarlo.

Figura 3. Enunciado del ejemplo 2 de Actividad de Interpretación. Fuente: elaboración propia.

Así, esta tarea está orientada a favorecer la ampliación en la construcción del significado asociado al Diagrama de Hasse, adicionando al significado conceptual, un significado procedimental que contribuya a la construcción, por parte del estudiante, de un procedimiento conveniente para la confección del Diagrama.

4.3. Ejemplo 3

La actividad que se expone en la Figura 4 requiere acciones del tipo A4, ya que comienza con un ejemplo contextualizado que es familiar para el estudiante. Se presentan conjuntos definidos por cadenas de bits lo cual es más cercano al significado de conjuntos en informática. Las relaciones R_1 y R_2 están definidas por la misma condición, pero entre distintos pares de conjuntos. Esta característica está pensada para evaluar si se manifiesta el conflicto semiótico de asociar la definición de una relación únicamente con la condición sin contemplar los conjuntos involucrados.

En el inciso a) se solicita una acción del tipo A1) para rescatar la definición de relación como subconjunto del producto cartesiano. El inciso b), que requiere del estudiante acciones del tipo A3, busca organizar distintas representaciones semióticas de la relación R_1 en un mismo espacio. En este contexto, se les solicita obtener las matrices de las relaciones planteadas y la de su composición. El inciso d) pretende que el estudiante ejecute una acción de tipo A4, interpretando la relación composición en esta situación problema.

Observar el Plan de Estudios de la carrera de Ing. Informática proporcionado en la página de la Facultad. Considerar el conjunto U={ x/x es asignatura de 1ª año o de 2º año del Plan de Estudios de Ing. Informática en la UNMdP} = {Introducción a la Ingeniería, Análisis Matemático A, Álgebra A, Química Gral. I, Análisis Matemático B, Álgebra B, Física I, Fundamentos de la Informática, Análisis Matemático C, Programación I, Física II, Matemática Discreta, Programación II, Estadística Básica, Física III, Análisis Numérico.}

A= {Análisis Matemático A, Álgebra A, Química Gral. I}
B= {Análisis Matemático B, Álgebra B, Física I, Fundamentos de la Informática}
C definido por la cadena de bits 0000000011110000
D definido por la cadena de bits 0000000000001111

Y las siguientes relaciones:

$R_1 \subseteq AxB$ definida por x R_1 y sií x es materia correlativa necesaria para cursar materia y

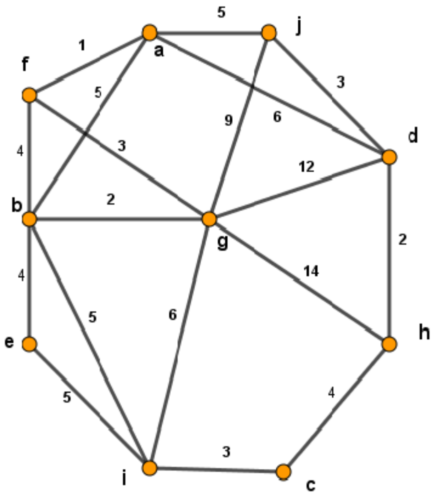
$R_2 \subseteq BxC$ definida por: x R_2 y sií x es materia correlativa necesaria para cursar materia y

a) Escribir un ejemplo de un par $(x,y) \in AxB$ tal que $(x,y) \notin R_1$
b) Una relación es un conjunto ***de pares ordenados***. Se plantea la definición de R_1 por comprensión:
$\boldsymbol{R_1} = \{(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \in \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} \ / \ \boldsymbol{x} \text{ es materia correlativa para cursar la materia } \boldsymbol{y}\}$
Representar R_1 por extensión y matricialmente
c) Hallar la matriz de R_2 y la matriz de R_2 Ð R_1
d) ¿Cómo puede definirse en este contexto la relación R_2 Ð R_1?

Figura 4. Enunciado del ejemplo 3 de Actividad de Interpretación. Fuente: elaboración propia.

4.4. Ejemplo 4

El ejemplo siguiente, presentado en la Figura 5, está vinculado al Procedimiento Dijkstra para la determinación del camino de peso mínimo entre dos vértices de un grafo. En esta actividad se le propone al estudiante acciones del tipo A5 ya que se muestra la tabla con el procedimiento parcialmente realizado. Esto es adrede, en parte para optimizar el uso del recurso tiempo; pero, además, para centrar la atención del estudiante en algunas cuestiones. Por ejemplo, el hecho de que el valor de la etiqueta L(d) en cada paso tiene el valor del peso mínimo desde el vértice origen (en este caso b) hasta el vértice de la etiqueta (en este caso d) a través de un camino conformado sólo por vértices del conjunto S en su composición del paso anterior y por eso es que no es aún el camino de peso mínimo entre todos los posibles.



Considerar el grafo conexo ponderado representado a la izquierda. Se ha iniciado la aplicación del Procedimiento de Dijkstra para hallar el camino de peso mínimo desde **b** a los restantes vértices

a) En el Paso 3 ¿cómo se interpreta el contenido de L(d)? ¿Es el peso del camino de mínimo peso desde b hasta d?

b) Completar el procedimiento hasta obtener el camino de peso mínimo desde b hasta el vértice j. ¿Cuál es ese camino y qué peso tiene?

	L(a)	L(b)	L(c)	L(d)	L(e)	L(f)	L(g)	L(h)	L(i)	L(j)	u	L(u)	S
Paso 1	∞	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞			
											b	0	{b}
Paso 2	5 ba		∞	∞	4 be	4 bf	2 bg	∞	5 bi	∞			
											g	2	{b,g}
Paso 3	5 ba		∞	14 bgd	4 be	4 bf		16 bgh	5 bi	11 bgj			
											e	4	{b,g,e}

Figura 5. Enunciado del ejemplo 4 de Actividad de Interpretación. Fuente: elaboración propia.

La implementación de estas Guías de Actividades dio lugar a una dinámica diferente en la gestión de la clase presencial. En la próxima sección se exponen algunas percepciones sobre la experiencia, tanto desde la perspectiva del docente como de los estudiantes.

5. Algunas observaciones sobre la experiencia

Desde la mirada docente, se observa que la resolución de la Guía de Actividades de Interpretación propicia que el estudiante deba jugar un rol más activo: planteando sus dudas, mostrando a compañeros sus resoluciones, explicando lo que entendió a otro compañero, etc. En algunas ocasiones han surgido fenómenos inesperados y alentadores, como por ejemplo la búsqueda espontánea de conjeturas no solicitadas ante una actividad. Así, en la unidad de divisibilidad de números enteros se les propuso la actividad de la Figura 6.

En el video se enunció esta propiedad: Si a, d $\in\mathbb{Z}$ d>0 y, según el algoritmo de la división a=d.q+ r con 0≤ r <|d| entonces $q = \left\lfloor \frac{a}{d} \right\rfloor$.

a) Hallar **la** descomposición según el algoritmo de la división para a= -100 d=3

b) ¿Por qué se hace énfasis en "**la**"?

c) Usar el resultado anterior para expresar **la** descomposición según el algoritmo de la división para a= -100 d= **-**3

Figura 6: Actividad relativa a la descomposición según el algoritmo de la división.

Esta actividad fue diseñada con la hipótesis de que el estudiante, teniendo la descomposición -100= 3. (-34) +2 y requiriéndose -100= (-3). q+r, modificando signos y usando la unicidad de la descomposición según el algoritmo de la división arribara a: -100= (**-**3).(**+**34)+2. Lo que sucedió fue que una estudiante buscó ejemplos y conjeturó cómo buscar el valor del cociente con valores de divisores negativos, enunciando:

Si a, d $\in\mathbb{Z}$ d<0 y, según el algoritmo de la división a=d.q+ r con 0≤ r <|d| entonces $q = \left\lceil \frac{a}{d} \right\rceil$.

Esta estudiante preguntó al docente si este enunciado era verdadero, a lo que la docente respondió que habría que demostrarlo Esta demostración fue propuesta por la docente en el foro, dando lugar al intercambio de comentarios. Si bien es una propiedad que se enuncia en algún libro de texto, no había sido presentada a los estudiantes. La propiedad fue identificada en clase como la "propiedad de Rocío" la estudiante que la conjeturó.

Para obtener una visión de la perspectiva de los estudiantes respecto de la modalidad de aula invertida, durante la cursada del primer cuatrimestre del año 2022 se implementó en el aula virtual de la asignatura una Encuesta. En la misma se efectuaron preguntas de opción múltiple respecto de la interacción estudiante-materiales y las interacciones de diálogo en el aula. La encuesta fue optativa y anónima, y se habilitó para ser respondida luego del primer examen parcial de la asignatura. La respondieron 49 estudiantes, sobre un total de 63 estudiantes. Una de las preguntas de la encuesta estuvo específicamente orientada a las Actividades de Interpretación, con el objetivo de conocer la evaluación que los estudiantes hacían de esta propuesta. En la Tabla 3 se detallan las opciones propuestas en esta pregunta de la encuesta, y se declaran las frecuencias de cada una.

Cuerpo de la pregunta	Opciones de respuesta	Frecuencias (n = 49)
Las actividades propuestas en la Guía de interpretación que se resuelven en las clases teóricas, generalmente:	No las realizo, sólo sigo lo que hacen mis compañeros o lo que se expone en pizarrón.	5
	Las realizo, pero no me ayudan a aclarar lo que había estudiado previamente en los videos y documentos.	1
	Las realizo y me ayudan a aclarar lo que había estudiado previamente en los videos y documentos.	26
	Las realizo, me ayudan a aclarar lo que había estudiado previamente en los videos y documentos, y me aportan otros beneficios para mi forma de aprender.	17

Tabla 3: Registro de las respuestas a la pregunta sobre las actividades de interpretación presente en la encuesta.

Como puede observarse, 43 de 49 estudiantes eligieron las dos últimas opciones, las cuales describen a las actividades de interpretación como útiles para ayudar a aclarar lo que habían estudiado previamente en los videos y documentos. Esto parece favorable a la intencionalidad de detectar y resolver conflictos semióticos, con la que estas actividades fueron diseñadas.

Además, en la encuesta mencionada se incluyó una pregunta de tipo abierta, con el siguiente enunciado: “En este espacio puedes comentar brevemente cualquier aspecto que quieras agregar que facilite tu aprendizaje (tu forma de estudiar, materiales, acciones, interacciones, modalidades u otras)”. Entre las devoluciones que manifestaron los estudiantes, algunas estuvieron particularmente dirigidas a este tipo de actividades. A continuación, se transcriben algunas de ellas:

“El material de estudio proporcionado es suficiente y adecuado. Verdaderamente encontré las actividades de interpretación como una herramienta muy útil y eficiente a la hora de englobar los contenidos de la clase, también funciona como un buen repaso de lo visto en clase si da la casualidad de no llegar a completarlas en clase.”

“No tengo mucho que agregar. Me gusta mucho la modalidad que está adoptando esta materia y me gustaría que continuara de manera similar”

“Lo que facilita mi aprendizaje generalmente son las clases presenciales ya que tengo memoria visual y me ayuda a recordar cosas vistas en las clases, cuanto más se explica en la clase mejor es para mí, y la realización de las actividades de interpretación en grupos me ha ayudado a sacarme dudas o cosas que no tenía muy claras.”

También es necesario señalar que la necesidad de hacer un visionado previo de videos y lectura de materiales que propone la modalidad de aula invertida es rechazada por algunos alumnos, como por ejemplo: “Me parece que en las clases teóricas se debería explicar el material que está en los videos, en vez de realizar actividades de interpretación. Es decir, que la teoría se dé en la clase presencial, y los videos con el material sean complementarios a eso, no al contrario.”

A continuación, se exponen algunas reflexiones sobre lo observado a partir de la experiencia de implementación de este tipo de actividades.

6. Reflexiones finales

Estas actividades fueron diseñadas con el objetivo de recuperar los conocimientos adquiridos por el estudiante al trabajar con los materiales publicados previamente a la clase presencial, ponerlo en situación de actuar con ellos e interactuar con compañeros estudiantes y también con el docente. Se pretendió que brindaran una oportunidad de evaluar lo comprendido, de manera tal que se revelaran y resolvieran conflictos semióticos. Las perspectivas observadas, en general, son favorables a indicar que satisfacen el objetivo, lo cual redunda en una mejora del proceso de instrucción observado en su eje interaccional.

La modalidad demanda del estudiante un compromiso y organización para el visionado de videos y lectura de materiales previos a la clase presencial. Si bien los materiales audiovisuales generados en la pandemia abrieron la ventana de oportunidad para la modalidad de aula invertida, algunos contenidos pueden requerir mayor intervención docente.

La idoneidad mediacional de un proceso de instrucción también está vinculada al recurso material tiempo, que es limitado. En algunas clases, sucedió que algunas actividades propuestas tuvieron que posponerse o resignarse debido a que los desarrollos y/o interacciones de otras actividades demandaron más tiempo del previsto. Por ello es conveniente tener una suerte de “filosofía minimalista” en cuanto a la cantidad de actividades de interpretación propuestas: pocas actividades que resulten realmente significativas, estimando el tiempo de resolución de los estudiantes que se agrega al que demanda la puesta en común, tan valiosa desde el punto de vista del eje interaccional.

En el interés de favorecer la idoneidad mediacional, es conveniente llevar un registro de cómo funciona la Guía de Actividades de Interpretación en cada clase teórica y, de esta manera, evaluar y optimizar la complementariedad de dichas actividades con las propuestas para la clase de Trabajos Prácticos.

La descripción de las tareas de interpretación, realizada en términos de las acciones solicitadas al estudiante y los principales procesos matemáticos implicados, puede contribuir a la replicación y optimización de esta experiencia orientada a diversos contenidos matemáticos.

Referencias bibliográficas

Barros, V., & Martínez Calero, M. (2018). Aula invertida en la enseñanza de Álgebra en la educación Superior. *Espirales revista multidisciplinaria de investigación 2* (13),11-23. https://doi.org/10.31876/re.v2i13

Consejo Federal de Decanos de Ingeniería – CONFEDI (2018). *Propuesta de estándares de segunda generación para la acreditación de carreras de ingeniería en la República Argentina “Libro Rojo de Confedi”*. https://confedi.org.ar/librorojo/

Coto Villalobos, M. A. E. (2021). El aula invertida en la clase de matemática. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *5*(5), 7750-7766. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v5i5.873

Escamilla, J., Calleja, B., Villalba, E., Venegas, E., Fuerte, E. Román, R., Madrigal, Z. Huesca, G., & Bauer, K. (2014). *Reporte Edu Trends Aprendizaje invertido*. Observatorio de Innovación Educativa del Tecnológico de Monterrey. https://observatorio.tec.mx/edutrendsaprendizajeinvertido.

Font, V., & Rubio, N. V. (2017). Procesos matemáticos en el enfoque ontosemiótico. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos.* http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html

Font, V., Rubio, N & Contreras, A. (2008). Procesos en matemáticas. Una perspectiva ontosemiótica. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 21* (pp. 706-715). México D. F.: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. https://www.clame.org.mx/actas.html

Fúneme-Mateus, C. (2019). El aula invertida y la construcción de conocimiento en matemáticas. El caso de las aplicaciones de la derivada. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED, (45),* 159-174. https://www.redalyc.org/journal/6142/614264674008/html/

Godino, J., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14*(3), pp. 325-355. https://www.researchgate.net/publication/255723170_Significado_institucional_y_personal_de_los_objetos_matematicos

Godino, J. D. Batanero, C. & Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39* (1-2), 127-135. http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/trabajossintesis.html

Godino, J. D., Contreras, A., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 26* (1), 39-88. https://revue-rdm.com/2006/analisis-de-procesos-de/

Maluenda Albornoz, J., Varas Contreras, M., & Chacano Osses, D. (2021). Efectos del aula invertida y la evaluación auténtica en el aprendizaje de la matemática universitaria en estudiantes de primer año de ingeniería. *Educación*, *30* (58), 206-227. https://dx.doi.org/10.18800/educacion.202101.010

Pino-Fan, L. (2013). *Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada* (Tesis doctoral). Universidad de Granada.

Prieto, A., Barbarroja, J., Álvarez, S., & Corell, A. (2021). Eficacia del modelo de aula invertida (flipped classroom) en la enseñanza universitaria: una síntesis de las mejores evidencias. *Revista de educación,* (391), 149-180. https://doi.org/10.4438/1988-592X-RE-2021-391-476

Aznar, María Andrea. Profesora en Matemática. Magister en Enseñanza de la Matemática en el Nivel Superior. Profesora Adjunta en el área Álgebra, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata (Argentina). Integrante del Grupo de Investigación de Enseñanza de la Matemática en carreras de Ingeniería (GIEMI). ORCID: 0000-0002-1948-9315. maznar@fi.mdp.edu.ar

Distéfano, María Laura. Profesora en Matemática. Magister en Enseñanza de la Matemática en el Nivel Superior. Doctora en Enseñanza de las Ciencias – Mención Matemática. Profesora Adjunta en el área Álgebra, en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata (Argentina). Directora del Grupo de Investigación de Enseñanza de la Matemática en carreras de Ingeniería (GIEMI). ORCID: 0000-0002-0122-7317. mldistefano@fi.mdp.edu.ar