



Mabel Alicia Rodríguez

Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina



Licenciada en Ciencias Matemáticas y Doctora de la Universidad de Buenos Aires en el área Matemática.

Investigadora docente del Instituto del Desarrollo Humano de la Universidad Nacional de General Sarmiento y profesora de materias de posgrado en distintas instituciones.

Es directora de la Especialización en Didáctica de las Ciencias y dirigió el Profesorado Universitario de Educación Superior en Matemática, ambas carreras de la Universidad Nacional de General Sarmiento. Las áreas actuales de investigación son en Educación Matemática y Formación de Profesores de Matemática.

Marcel David Pochulu

Universidad Nacional de Villa María, Argentina

Profesor de Matemática, Física y Cosmografía, Profesor de Computación y Matemática y Licenciado en Pedagogía Matemática.

Diplomado en estudios avanzados de investigación. Especialista y Magister en Docencia Universitaria. Doctor en Didáctica de la Matemática. Cuenta con Estancias Posdoctorales en Didáctica de la Matemática en España.

Profesor Titular Regular de la Universidad Nacional de Villa María y de la Universidad Tecnológica Nacional, Regional Villa María. Las áreas de investigación son en Educación Matemática y Formación de Profesores.





Evaluación de aprendizajes en matemática: perspectivas teóricas y ejemplos

Avaliação da aprendizagem em matemática: perspectivas teóricas e exemplos

Mabel A. Rodríguez – Marcel D. Pochulu

Resumen	<p>Presentamos un breve encuadre general sobre la evaluación de aprendizajes en matemática y señalamos algunas críticas a las evaluaciones tradicionales. Esto da paso a presentar distintos tipos de instrumentos, sus principales características, ventajas y desventajas de su elección y un asunto clave: cómo seleccionarlos en función del tipo de desempeño que se requiere evaluar. Finalmente, incluimos ejemplos de distintos tipos de instrumentos. Para poder advertir la coherencia entre contexto, objetivos, modo de trabajo en clase y evaluación, explicitamos estos elementos en cada caso.</p> <p>Palabras clave: evaluación de aprendizajes en matemática, instrumentos de evaluación, evaluación de proceso y de resultados.</p>
Abstract	<p>We present a brief general framework on the assessment of learning mathematics and we point out some criticisms of traditional evaluations. This leads to the presentation of different types of instruments, their main characteristics, advantages and disadvantages of their choice, and a key issue: how to select them based on the type of performance that needs to be evaluated. Finally, we include examples of different types of instruments. In order to notice the coherence between context, objectives, method of class work and evaluation, we make these elements explicit in each case.</p> <p>Keywords: assessment in mathematics, assessment instruments, assessment of process and results.</p>
Resumo	<p>Apresentamos um breve quadro geral sobre a avaliação da aprendizagem em matemática e apontamos algumas críticas às avaliações tradicionais. Isso leva à apresentação de diferentes tipos de instrumentos, suas principais características, vantagens e desvantagens de sua escolha e uma questão fundamental: como selecioná-los com base no tipo de desempenho que precisa ser avaliado. Finalmente, incluímos exemplos de diferentes tipos de instrumentos. Para perceber</p>

a coerência entre contexto, objetivos, método de trabalho em sala de aula e avaliação, explicitamos esses elementos em cada caso.

Palavras-chave: avaliação da aprendizagem em matemática, instrumentos de avaliação, avaliação de processo e resultados.

1. Introducción

La evaluación en matemática es un proceso que implica valorar la construcción de conocimientos y la comprensión alcanzada de los estudiantes en un área específica de este campo disciplinar. Esto puede involucrar el uso de diferentes dispositivos e instrumentos didácticos, los que tienen que guardar estrecha relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje que se implementaron. Al respecto, Camilloni (2015), posicionada desde la didáctica general, es contundente cuando expresa:

Las relaciones entre el enfoque que uno adopta en la enseñanza y las formas en que evalúa no siempre son coherentes. Viendo lo que ocurre en general en distintas universidades, en distintas carreras, me encuentro con profesores que adoptan un modo de enseñanza pero que a la hora de evaluar, el formato de la evaluación, la modalidad de la evaluación, no responde a la modalidad con la que habían enseñado. Esto no es deseable, hay muchas maneras de evaluar y uno tendría que encontrar coherencia entre ellas (Camilloni en Universidad de la República, 2015, p. 21)

Al respecto, numerosos educadores son los que emiten duras críticas a los procesos de evaluación que acontecen en las clases de matemática de los diferentes niveles educativos. Entre las críticas más frecuentes que se han realizado a la evaluación en matemática destacan las siguientes:

(1) *Falta de conexión con el mundo real*: Las evaluaciones se centran en ejercicios, algoritmos y rutinas propias de la matemática que no tienen una relación clara con la vida cotidiana del estudiante, lo cual puede desmotivarlo y generar un sentimiento de frustración, dando la imagen de que esta ciencia no es útil para su desempeño en la sociedad. Nunes y Bryant (1996), Freire (2000), D'Ambrosio (2001), Pimm (2003), Alsina (2007) ya criticaron, y desde hace mucho tiempo, la falta de contextualización de los saberes en las clases de matemática y en las evaluaciones, lo que lleva a la alienación del estudiante respecto a su realidad cotidiana.

(2) *Enfoque excesivo en la memorización*: Ernest (1998), Skovsmose (1994), Llinares & Krainer (2006), Coben (2017), Boaler (2016), entre otros, argumentan que la evaluación en matemática se enfoca fuertemente en la memorización y repetición de conocimientos, en lugar de promover un pensamiento crítico y creativo. Además, expresan que la evaluación no tiene en cuenta las distintas formas en las que los estudiantes aprenden y comprenden la matemática. Por lo tanto, proponen una evaluación más contextualizada y centrada en el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico, resolución de problemas y comprensión conceptual.

(3) *Abuso de evaluaciones escritas*: A menudo, el sistema conlleva a enfocarse solamente en los exámenes escritos, lo cual puede ser una barrera para estudiantes que tienen dificultades de lectura, o que son más eficientes en la resolución de problemas cuando se les permite expresarse verbalmente o mediante la manipulación

de objetos. Esta característica es reportada por Becerra Hernández y Moya Romero (2008), Jarero Kumulm et al. (2013), Cárdenas et al. (2016), entre otros.

(4) *Ausencia de retroalimentación significativa*: En muchos casos, las evaluaciones no ofrecen una retroalimentación útil, pues los profesores se limitan a indicar si la respuesta es correcta o incorrecta sin brindar posibilidades para volver sobre lo trabajado para comprender una explicación detallada de por qué esto es así. Burkhardt & Schoenfeld (2019) expresan que habitualmente los profesores les entregan a los estudiantes los resultados de las evaluaciones y dudan sobre qué hacer con los mismos.

A pesar de estas críticas, la comunidad de educadores y estudiantes acuerdan en que la evaluación es una herramienta importante para valorar el aprendizaje y progreso en esta área. Algunos de los acuerdos que se han logrado en relación a la evaluación en matemática incluyen:

(a) *Promover una evaluación más comprensiva*: Existen dispositivos e instrumentos utilizados para la evaluación que buscan explorar los saberes de manera más amplia, incluyendo competencias y habilidades que se ponen en juego en actividades prácticas y en la solución de problemas abiertos. En este contexto, existen propuestas donde los estudiantes son evaluados en situaciones auténticas y similares a la vida real, para que puedan aplicar los conocimientos y habilidades matemáticas de manera adecuada. En este enfoque tenemos los trabajos de Skovsmose (2012), Schoenfeld (2018), Pochulu (2018), entre otros.

Es necesario desterrar la idea de que el estudiante debe contar con todos los conocimientos matemáticos para abordar un problema, o que usará solamente métodos de cálculo trabajados en la escuela o en la clase de matemática. Al tratarse de situaciones problemáticas abiertas o definidas en contextos reales se requerirá de modelos aproximados para describir esa realidad, los cuales se pueden construir al mismo tiempo que se transita por la resolución.

(b) *Fomentar la actividad en el aula*: Se busca poner en juego diferentes maneras de evaluar el aprendizaje en matemática a través de proyectos y actividades dinámicas y prácticas, en lugar de centrarse únicamente en los exámenes escritos. Este enfoque se centra en la importancia de que el aprendizaje sea significativo para los estudiantes, relacionando los nuevos conocimientos con aquellos que ya tienen para que éstos sean comprensibles y sean retenidos en la memoria a largo plazo. En este enfoque tenemos los trabajos de Bartolini & Martignone (2020), Cáceres et al. (2010); Benjumeda *et al.* (2016), entre otros.

(c) *Promover la retroalimentación significativa*: Para fomentar el aprendizaje, es importante que la evaluación en matemática ofrezca retroalimentación detallada y significativa, lo cual permite al estudiante entender por qué sus respuestas son correctas o inadecuadas. Este enfoque se centra en la importancia de que la evaluación sea un proceso continuo y formativo, que permita retroalimentar a los estudiantes de manera oportuna para que puedan mejorar su desempeño. También se espera que los estudiantes participen activamente en la evaluación de su propio aprendizaje y el de sus compañeros. Investigaciones como las de Fakhrunisa & Herman (2020) y Zabaleta y Flores (2021) aportan evidencias de que una retroalimentación planificada y sistemática mejora el aprendizaje de los estudiantes, lo que permite identificar sus conocimientos, habilidades y competencias. Shute (2008) sostiene que una retroalimentación es formativa para el estudiante si logra ser

multidimensional, no valorativa, de apoyo, oportuna, específica, creíble, poco frecuente y genuina. Si estamos en un entorno virtual de aprendizaje, Deneen & Munshi (2018) recogen las tres principales finalidades de los procesos de retroalimentación significativa: (1) Recoger y almacenar información del estudiante; (2) Transformar esa información en un mensaje de retroalimentación y (3) Comunicar la retroalimentación a los estudiantes, intentando aumentar su motivación.

(d) **Evaluación personalizada**: Es un enfoque que busca adaptar la evaluación a las necesidades y características de cada estudiante, tomando en cuenta sus habilidades y dificultades específicas. Esto implica que se utilicen diferentes estrategias y herramientas de evaluación, y que se brinde retroalimentación individualizada para que el estudiante pueda mejorar su desempeño de manera personalizada. Además, esto le permite identificar sus fortalezas y debilidades de manera más precisa y trabajar en ellas de manera más efectiva. No obstante, para que esto acontezca, Groenwald y Llinares (2022) sostienen que es necesario anticipar las respuestas de los estudiantes, interpretar las respuestas que brindan cuando resuelven un problema y gestionar adecuadamente las discusiones matemáticas que se presentan.

En este sentido, se han logrado avances significativos en la creación de métodos y dispositivos de evaluación más dinámicos y efectivos. Los profesores que los adoptan pueden proporcionar una experiencia educativa más enriquecedora para sus estudiantes y prepararlos adecuadamente para su futuro académico y profesional. Sin embargo, la complejidad de la disciplina requiere de un alto nivel de comprensión y el desarrollo de habilidades cognitivas que son centrales en la resolución de verdaderos problemas. Por lo tanto, evaluar el aprendizaje puede tornarse difícil, ya que se trata de un proceso que va más allá de la simple memorización de conceptos. Medir o valorar el desarrollo de las habilidades matemáticas más complejas, el razonamiento matemático, la resolución de problemas y la modelización matemática no es tarea sencilla y requiere de instrumentos y dispositivos adecuados, bien planificados y diseñados. Si no son adecuados, pueden generar un sesgo en la evaluación, ya que no se están evaluando todas las habilidades que son importantes en la disciplina. Por esta razón, la evaluación en matemática es un tema complejo pero esencial para la mejora del aprendizaje en la disciplina. A través de la colaboración, la tecnología y la evaluación formativa, se pueden superar los desafíos y aprovechar las oportunidades para mejorar esta área clave del conocimiento.

Con este marco, en los apartados siguientes presentamos en primer lugar, tipos de instrumentos de evaluación, describiendo sus principales características y dejando en evidencia cómo seleccionarlos en función de los objetivos que se pretenden evaluar. En segundo lugar, incluimos ejemplos de diversos instrumentos con un pequeño encuadre que permita comprender en qué contexto han sido utilizados.

2. Instrumentos de evaluación: tipos y usos

Como hemos mencionado al inicio, la evaluación de aprendizajes es un proceso que requiere recabar datos, analizarlos y valorarlos. Se utiliza para tomar decisiones de distinto tipo, siendo los ajustes a la propuesta de enseñanza y la acreditación de asignaturas, los más prevalentes. Los medios para recabar tales datos son los *instrumentos de evaluación* y a éstos nos dedicamos en esta sección. Suelen clasificarse según su uso, el tipo de conocimiento que permite evaluar, su

diseño, qué sujetos se involucran en la evaluación, etc. No ahondaremos exhaustivamente en estas clasificaciones. Hemos elegido, en cambio, desarrollar cuestiones que consideramos resultan operativas para la tarea docente.

En primer lugar, distinguimos *instrumentos que permiten evaluar resultados de aprendizaje* de *instrumentos que permiten evaluar el proceso de aprendizaje* de los estudiantes. Los primeros se utilizan luego de un cierto período de clases durante el cual los estudiantes se espera que adquieran ciertos saberes. Este instrumento recaba datos para conocer si esto ha sucedido o no, y en qué medida. Por su parte, los instrumentos para evaluar el proceso de aprendizaje son utilizados durante la enseñanza, asiduamente (por ejemplo, semanalmente), y permiten tener datos sobre el desempeño de los estudiantes a lo largo del tiempo de clases.

Por ejemplo, los exámenes parciales, que incluyen una serie de 4 o 5 ejercicios a resolver, que se toman uno al promediar la materia y otro hacia el final, son ejemplos de instrumentos que evalúan resultados. Por otra parte, si se solicitan entregas semanales de ejercicios, éstas facilitan la obtención de datos que permiten evaluar cómo está desarrollándose el estudiante durante el tiempo de enseñanza. Es decir, esas entregas periódicas permiten seguir el proceso de aprendizaje.

Por otro lado, y no nos explayaremos en otras variantes, nos interesa recalcar el *tipo de estructuración* que tienen los instrumentos. Esto se debe a que podremos relacionar este rasgo con el tipo de conocimiento y habilidades que permiten evaluar.

Un instrumento de evaluación puede ser: *estructurado, semi-estructurado o no estructurado*. Esto se asocia con los grados de libertad que tiene el estudiante en responder a las consignas. Si tiene grados de libertad para decidir cómo encarar el trabajo, debe tomar decisiones de organización, selección de información, etc., estamos frente a instrumentos no estructurados. Por el contrario, si las consignas son cerradas, admiten una única respuesta y/o existe un único camino para resolver, el instrumento es de tipo estructurado. El caso intermedio corresponde a los semi-estructurados. Los exámenes de opción múltiple, por ejemplo, son de tipo estructurados, mientras que un ensayo, tesis o monografía, es no estructurado. Los exámenes parciales de mayor difusión (ejemplificaremos en la siguiente sección), son, por su parte, semi-estructurados.

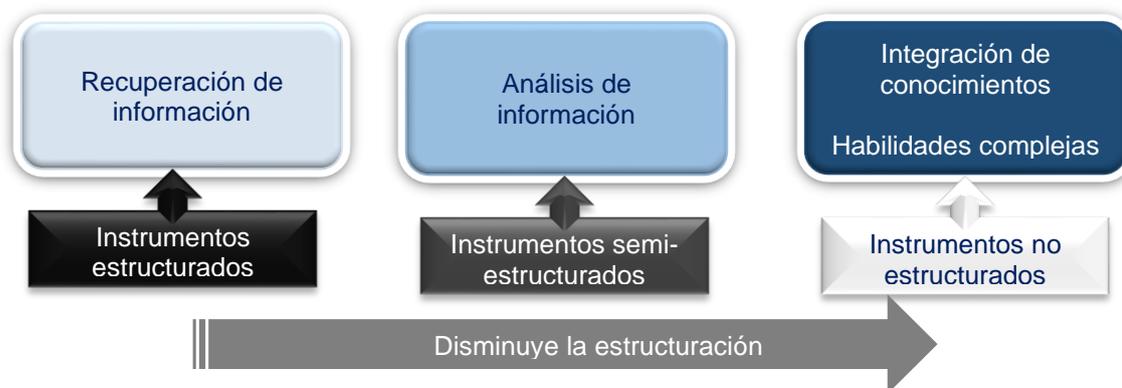
Aún faltaría sumar el *modo de implementación* de la evaluación y esto abre muchas combinaciones. Notar que la evaluación podría ser presencial o domiciliaria; el estudiante podría disponer de distinto tiempo de trabajo (un par de horas, semanas, meses); su resolución podría ser individual, grupal, en duplas...; podría indicarse si deberá presentar sus respuestas oralmente, por escrito, en video, etc.

Como se ve, muchas son las opciones para los docentes y las decisiones que debe tomar, teniendo en cuenta siempre la coherencia entre: objetivos, forma de trabajo en clase durante la enseñanza y evaluación. En lo que sigue, nos dedicamos a dar más precisiones sobre esto que acabamos de sintetizar.

Retomamos la importancia de tener claros los objetivos de aprendizaje, para seleccionar los instrumentos de evaluación. Entonces, ¿qué es lo que esperamos que los estudiantes puedan hacer?



En función de la complejidad, el tipo de estructuración más adecuada es la siguiente.



A continuación, presentamos distintos tipos de instrumentos, sus características más relevantes y ventajas/desventajas de su aplicación. En la siguiente sección consideramos instrumentos para evaluar resultados de aprendizaje, y en la subsiguiente, aquellos para evaluar el proceso de aprendizaje de la matemática.

2.1. Características de los distintos instrumentos para evaluar resultados de aprendizaje de matemática

2.1.1. Instrumentos estructurados

Tipos de instrumentos estructurados: los exámenes de opción múltiple, verdadero/falso, las actividades para aparear datos y las de completar información faltante (un número, expresión, gráfico, etc.).

Descripción: permiten recorrer muchos contenidos de la unidad o materia que se evalúa y se presupone un tipo de respuesta correcta, única.

Ventajas de su implementación: proporciona datos que admiten una rápida valoración en un marco de considerable objetividad, en su diseño se pueden incluir a modo de opciones los “errores” frecuentes que obstaculizan la comprensión conceptual y es viable en evaluación de grandes grupos de estudiantes.

Desventajas: es necesario contemplar en su diseño la alternativa de acceder a la respuesta correcta por medio del azar, se desconocen las operaciones de pensamiento del estudiante y con frecuencia se pone en juego la mera recuperación de información.

2.1.2. Instrumentos semi-estructurados

Tipos de instrumentos semi-estructurados: exámenes estructurados a los que se les agrega el pedido de justificación, evaluaciones a libro abierto, análisis de algún texto con una guía para hacerlo, los parciales con actividades para resolver sin otra orientación, similares a los trabajados, análisis de casos, por ejemplo.

Descripción: Instrumento con consignas que especifican claramente lo que se debe resolver y que presuponen el uso de lo trabajado en clases.

Ventajas de su implementación: permite poner en juego procesos complejos y múltiples operaciones de pensamiento, se puede utilizar para evaluar integración de contenidos y se pone en juego el razonamiento matemático

Desventajas: puede ser compleja su corrección.

2.1.3. Instrumentos no estructurados

Tipos de instrumentos no estructurados:

Descripción: son pruebas en la que se espera que el alumno exponga su conocimiento a través de consignas abiertas, amplias. Puede adquirir la forma de ensayo, proyecto, trabajo de investigación, monografía, por ejemplo.

Ventajas de su implementación: Permite evaluar la capacidad de toma de decisiones, organización de los contenidos, búsqueda de información, profundidad del conocimiento y procesos de transferencia. Pone en juego capacidades cognitivas de nivel superior: interpretar, sintetizar, argumentar, inferir, entre otras.

Un aspecto a considerar es la claridad de formulación de los criterios de corrección, así como su explicitación a los alumnos al momento de dar la consigna.

Desventajas: Su bajo índice de estructuración puede operar en términos de obstáculo para la resolución o desvío de los propósitos rectores.

Cabe la observación que resulta de particular relevancia el seguimiento personalizado y el rol de tutor ejercido por el docente, quien debe promover una resolución graduada y un monitoreo periódico de la ejecución del trabajo del alumno. En los casos de las tesis o tesinas este rol lo ejerce el director, cuya presencia es indispensable por estar el estudiante frente a un instrumento de evaluación que le obligará a poner en juego habilidades complejas.

3.1. Características de los distintos instrumentos para evaluar el proceso de aprendizaje de la matemática

3.1.1. Instrumentos estructurados

Tipos de instrumentos estructurados: son tablas en las que se listan aspectos a observar en los estudiantes (de abordaje del contenido matemático, actitudinales, etc.) en las que el docente señala presencia o ausencia del rasgo. Por ejemplo, listas de cotejo o rúbricas. Se puede dar lugar a que el estudiante sume su percepción sobre el rasgo observado (co-evaluación)

Descripción: el diseño queda a cargo de cada docente, en función de lo que desee observar y recabar. Se espera que los estudiantes conozcan el instrumento desde el instante inicial de su uso.

Ventajas de su implementación: docente y estudiantes conocen lo que se espera que el estudiante adquiera y cómo va desenvolviéndose respecto a esas metas.

Desventajas: puede ser complejo de implementar si se diseña con muchos aspectos y requiere del docente una elaboración previa a las clases mediante la que indique lo que desea alcanzar. En el caso de las rúbricas, el diseño es aún más complejo dado que debe identificar indicadores observables en los estudiantes según distintos grados de avance en la adquisición de cada uno de los aspectos.

3.1.2. Instrumentos semi-estructurados

Tipos de instrumentos semi-estructurados: son ejemplos de estos, las listas de cotejo o rúbricas en las que el docente deja un espacio para agregar comentarios, tanto de su percepción como de sus estudiantes. Los diarios y portfolios también son instrumentos de este tipo que llevan una consigna inicial o periódica para su armado.

Descripción: Para los diarios, suele indicarse lo que se espera que el estudiante registre, cuándo, ante qué actividades, etc. Un portfolio es una colección de tareas, cada una de las cuales el estudiante la entrega periódicamente. Podría recibir una consigna distinta para cada entrega y se suele acompañar con consignas de tipo metacognitivas, de cierre como para reconocer el camino transitado.

Ventajas de su implementación: un mismo diseño puede ser utilizado en más de una ocasión y perfeccionado por el docente luego de las implementaciones. Estudiantes y docentes están atentos a los avances logrados y/o asuntos pendientes de resolver.

Desventajas: en cursos masivos podría ser engorroso utilizarlos.

3.1.1. Instrumentos no estructurados

Tipos de instrumentos no estructurados: entre estos instrumentos se encuentra la observación del docente de la clase, del desempeño de estudiantes o grupos, acompañada por un registro escrito.

Descripción: la observación no requiere un diseño previo, solo considerar sistematizar los datos recabados, manteniendo orden y datos de contexto (fecha, contenidos, curso, etc.)

Ventajas de su implementación: queda en manos del docente quien puede decidir qué registrar para luego capitalizar para revisar el avance de su propuesta. No incide en el trabajo de los estudiantes.

Desventajas: demanda trabajo al docente quien podría no disponer de tiempo en el aula, ni al terminar la clase, para ir tomando notas.

3.2. Ejemplos

3.2.1. Ejemplo de evaluación en una materia de matemática de una carrera no matemática

Contexto: primer año de la Licenciatura en Administración Rural, de la Universidad Tecnológica Nacional, Regional Villa María, Argentina, en el espacio curricular de Análisis Matemático. La materia se enfoca en trabajar problemas aplicados al área de las ciencias de la Administración, con fuerte apoyo de software (GeoGebra) para el análisis de la información dada en diferentes registros de representación (algebraico, gráfico y tabular). El objetivo principal es que los

estudiantes den fundamentos matemáticos y económicos a las resoluciones de problemas abiertos y de modelización, donde la respuesta no es única.

Los estudiantes inician habitualmente el cursado con una base matemática endeble, con serias dificultades para dar explicaciones de manera oral y dejar por escrito los razonamientos seguidos en la resolución de problemas. Los contenidos centrales de la asignatura corresponden al cálculo diferencial e integral en una variable, con una carga horaria de 2,5 horas reloj semanales de marzo a noviembre.

El enfoque didáctico que tiene Análisis Matemático en esta carrera dista mucho del tradicional que se encuentra en los libros de textos clásicos del área. Por ejemplo, en el caso de funciones, no pretendemos que el estudiante realice gráficas a partir de su expresión analítica o que se determinen o calculen los elementos principales (ceros o raíces, asíntotas, dominio e imagen, discontinuidades, etc.), sino más bien, a partir de un conjunto de datos extraídos de problemas reales o de la semirrealidad, deben inferir tendencias y comportamientos, o interpolar y extrapolar valores. Para ello, es necesario realizar ajustes funcionales que aproximen al conjunto de datos (por ello es indispensable el uso de software), realizar buenas representaciones gráficas, describir la información que se estaría comunicando en el contexto del problema, analizar las tasas de crecimiento/decrecimiento, entre otros aspectos.

En consecuencia, se trabaja con la resolución de problemas y actividades de modelización vinculadas, fundamentalmente, a las ciencias de la administración y en dos escenarios de investigación: de la semirrealidad y de situaciones de la vida real acorde a la clasificación que establece Skovsmose (2012). Este investigador de Educación Matemática le da el nombre de escenario de investigación a una situación particular que tiene la potencialidad de promover un trabajo investigativo o de indagación en los estudiantes. En particular, resulta ser un ambiente de aprendizaje que se contrapone al paradigma del ejercicio que ha caracterizado tradicionalmente a las clases de matemática.

No obstante, “lo que puede constituirse en un escenario de investigación para un grupo de estudiantes en una situación particular puede no convertirse en una invitación atractiva para otro grupo de estudiantes” (Skovsmose, 2012, pp. 114-115). Por lo tanto, asumimos que un escenario de investigación debe promover en los estudiantes la formulación de preguntas, la búsqueda de explicaciones, la posibilidad de explorar y explicar las propiedades matemáticas, etc., pero en contextos eminentemente relacionados con su campo profesional. Esto permite comprender el modo de trabajo en clases.

La evaluación de la unidad didáctica de funciones la realizamos empleando tres instrumentos: (a) una actividad de modelización matemática grupal con entrega de un informe y defensa oral de lo realizado, (b) la selección, por parte del estudiante, de un problema de la guía de trabajos prácticos que ponga en evidencias los conocimientos adquiridos hasta el momento, presentado en formato de video. Al problema escogido se le pueden agregar nuevas preguntas o interrogantes que el estudiante considere pertinente y que ayuden a relacionar otros conceptos y (c) una evaluación escrita individual, durante un tiempo máximo de 2,5 horas referida a un problema aplicado al campo de las ciencias de la administración, donde es necesario realizar un informe con fundamentos matemáticos y económicos.

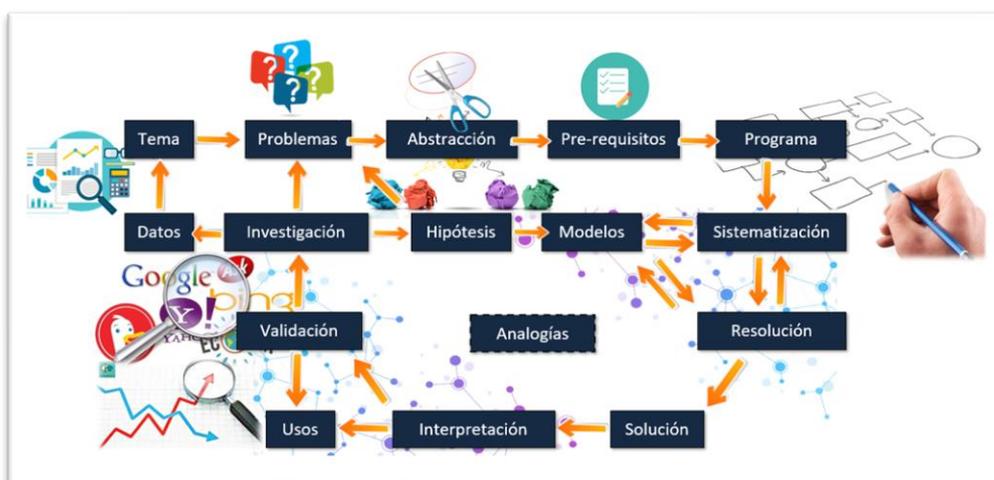
Mostramos, a continuación, el análisis de las actividades de estos instrumentos de evaluación, con algunos desarrollos para que se advierta la relevancia e

importancia de los mismos, a la luz del marco teórico expuesto inicialmente en el artículo.

Actividad de modelización: Para este dispositivo buscamos promover una evaluación más comprensiva, explorando los saberes de los estudiantes de manera más amplia, lo cual incluye competencias y habilidades que se ponen en juego en la resolución de un problema abierto y similar a la vida real, para que puedan aplicar los conocimientos y habilidades matemáticas de manera adecuada. La actividad está prevista para ser realizada en forma grupal (hasta 4 estudiantes), con la presentación de un informe escrito y una defensa oral de 15 minutos. La consigna es la siguiente:

*Estimar en qué momento es óptimo vender o faenar un animal destinado a la producción de carne para que las utilidades obtenidas sean máximas. **Fundamenta tu respuesta** y establece las restricciones que posee la estimación.*

Para el desarrollo de la actividad los estudiantes llevan a cabo un proceso de modelación matemática, en la línea que proponen Bassanezi y Biembengut (1997), cuyos momentos y etapas se resumen en la siguiente figura.



Para iniciar con la resolución de la actividad, es indispensable definir el tema, el cual alude a especificar el animal de cría para carne que será considerado para el estudio (pollo, conejo, cerdo, novillo, pato, etc.). En este punto, será necesario definir raza y variedad. El concepto de raza alude a un grupo de individuos de la misma especie con características fenotípicas (externas) y genotípicas (internas) definidas, distintas a las de la especie original, fijas y transmisibles invariablemente a su descendencia. La variedad, en tanto, alude al conjunto de individuos de la misma raza, que mantienen las características y actitudes generales, pero presentan alguna variación que las distingue (forma o característica de alguna parte física, color, etc.).

Posteriormente, es necesario tomar algunas decisiones sobre las variables a considerar. En términos de Blomhoj & Hojgaard Jensen (2003), sería la selección de los objetos relevantes e idealización de las variables para hacer posible una representación matemática. En nuestro caso, habrá que buscar datos que estén implicados en las utilidades que podría obtener un productor. Básicamente estos datos conllevan a buscar registros de crecimiento del animal en el tiempo y el consumo de alimento. Algunas abstracciones del problema implican: (1) analizar el momento óptimo de faena de solo un animal y no de un conjunto, (2) vender el animal vivo para su posterior faena, (3) considerar que el precio de venta del animal es el

mismo, sin importar su edad o peso, (4) asumir que el costo por unidad de peso del alimento es el mismo para todo el período de crecimiento del animal, (5) limitar los costos solo al consumo de alimento, sin considerar los que devienen de mano de obra, impuestos, vacunación, servicios, etc.

Establecidas las decisiones sobre las variables a considerar, se debe buscar información fiable sobre el consumo de alimento y ganancia de peso diaria del animal. Asimismo, también es necesario contar con precios del mercado local para la venta por unidad de peso vivo y del alimento.

La resolución del problema ofrece múltiples alternativas, desde un trabajo con tablas de datos y análisis de valores obtenidos, ajustes de modelos funcionales para las variables que intervienen, como así también, la incorporación de aquellos parámetros excluidos. Una etapa importante será la interpretación y validación de los valores obtenidos, los cuales se podrán contrastar con los reportes que se encuentran en publicados.

Durante la exposición de los estudiantes se realizan las retroalimentaciones correspondientes, las cuales tienen como punto de partida los indicadores de desempeño plasmados en una rúbrica que fue construida con el grupo completo, previo a la realización del trabajo de modelización.

Selección de un problema: El estudiante debe seleccionar un problema de la guía de trabajos prácticos con el criterio de poner en evidencias todo lo que aprendió en la unidad didáctica. Tiene que realizar una resolución experta, aportar nuevas preguntas que profundicen los contenidos, armar un guión para un video que no puede durar más de 10 minutos y presentarlo. A primera vista, parecería una actividad sencilla, pero es necesario tener presente el modelo de enseñanza y aprendizaje propuesto para la materia. Si nos situamos en un modelo tradicional de enseñanza para la unidad de funciones, las actividades que se proponen suelen partir de un modelo funcional previamente establecido y el foco se encuentra en mostrar un análisis minucioso del comportamiento de la función, prescindiendo incluso de nuevas tecnologías. El estudio conlleva a determinar en forma algebraica, y con tediosos cálculos, máximos y mínimos locales, raíces, asíntotas, concavidad y convexidad de la curva, paridad, entre muchos otros objetos matemáticos. Posteriormente el estudiante procede a realizar un gráfico aproximado de la función y habitualmente a mano alzada. Si nos situamos en que estamos formando un profesional del campo de la administración, cabe preguntarse: ¿esto es lo que requerirá saber al integrar al mundo laboral? Definitivamente no, pues no tendrá la necesidad de hacer un gráfico de una función a partir de una expresión algebraica, la cual no se tiene en la mayoría de los problemas del mundo real, y si se la tuviera, se realizaría fácilmente con un software. En este sentido, existe un divorcio entre lo que requieren las diferentes ciencias y lo que está aportando actualmente la matemática.

Es el contexto que describimos anteriormente, les proponemos a los estudiantes de la Licenciatura en Administración Rural problemas reales o de la semirrealidad del campo profesional en el que se inserta la matemática, pues buscamos trabajar lo disciplinar desde la misma interdisciplinariedad. Veamos un ejemplo de un problema seleccionado por un estudiante y sobre el mismo llevaremos a cabo un análisis de las competencias y habilidades que se ponen en juego.

Consigna del problema: Consideremos los costos totales de producción (en dólares) de cierto producto (medido en toneladas) de acuerdo a los datos suministrados en la siguiente tabla:

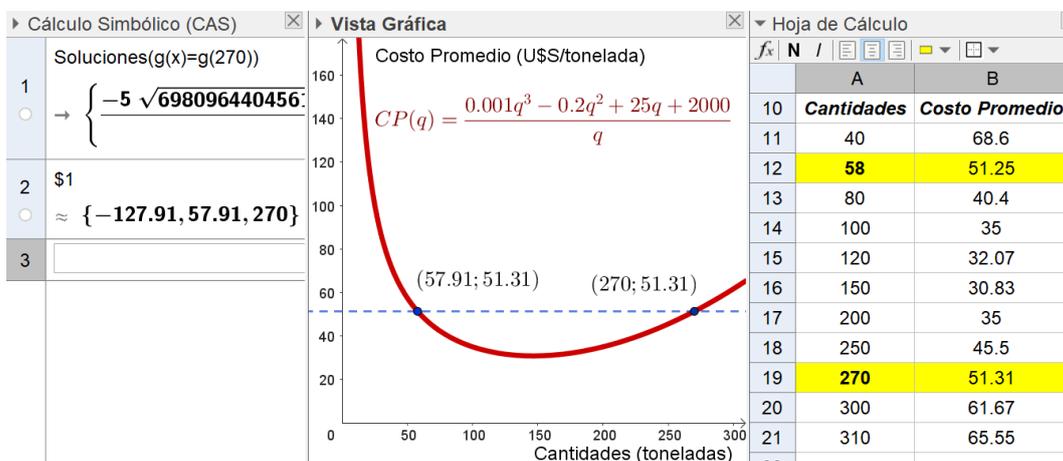
Cantidad de balanceado (toneladas)	Costos Totales (U\$S)
0	2000
50	2875
100	3500
150	4625
200	7000
250	11375
300	18500
350	29125

Actualmente la producción de la empresa se encuentra en las 270 toneladas mensuales.

- Si tenemos en cuenta el nivel de producción actual de 270 toneladas, calcula cuánto le cuesta a la empresa, en promedio, producir cada tonelada de este producto. Determina, además, si existe o no, otra cantidad que tenga el mismo costo promedio que para 270 toneladas. Fundamenta la respuesta.
- Para el nivel de producción actual (270 toneladas), determina los costos marginales de la empresa y analiza los mismos. Fundamenta la respuesta.

Analicemos, de manera sintética, las competencias y habilidades que se ponen en juego en la resolución de este problema. Para determinar el costo promedio de una producción de 270 toneladas, es necesario contar, en primera instancia, con la función de costo total. Para ello se requiere un ajuste funcional adecuado, el cual nos lleva a una polinómica de grado 3, la cual es creciente para valores positivos de la cantidad, en concordancia con el comportamiento esperado para una función de costos totales. Por definición, la función de costo promedio se obtiene como el cociente entre los costos totales y la cantidad.

Para dar respuesta al primer apartado y fundamentar la respuesta, se puede trabajar en diferentes registros de representación (tabular, gráfico, simbólico) como lo apreciamos en la siguiente imagen obtenida del software. Es importante advertir que cada registro aporta diferente información, la cual es necesario articular en un discurso coherente en el momento de dar las explicaciones matemáticas y económicas implicadas.



Para el segundo apartado se requiere analizar la variación que tienen los costos totales ante los cambios producidos en la producción. Debemos tener presente que en esta instancia los estudiantes no disponen de los conceptos de derivada, razón por la cual apelan al análisis de variaciones de las tasas. Si consideramos variaciones de la cantidad de 1 tonelada, 100 kg, 10 kg, 1 kg, tendríamos los siguientes cálculos.

Cantidades	Costos Totales	Costos Marginales			
		Var 1	Var 0.1	Var 0.01	Var 0.001
0	2000	24.801	24.98	24.998	24.9998
50	2875	12.451	12.495	12.4995	12.5
100	3500	15.101	15.01	15.001	15.0001
150	4625	32.751	32.525	32.5025	32.5003
200	7000	65.401	65.04	65.004	65.0004
250	11375	113.051	112.555	112.5055	112.5005
270	13853	136.311	135.761	135.7061	135.7006
300	18500	175.701	175.07	175.007	175.0007
350	29125	253.351	252.585	252.5085	252.5009
400	44000	346.001	345.1	345.01	345.001

Lo más relevante aquí es el análisis e interpretación de los valores que arroja la tabla. Consideremos, por ejemplo, el margen de producción actual de la organización que es de 270 toneladas. Para una variación de las cantidades de 1 tonelada, arroja el valor 136.31, lo cual indica que, en el margen de una producción de 270 toneladas, producir una más hace que los costos totales se incrementen en 136.31 dólares. Sin embargo, los valores numéricos obtenidos para las siguientes cantidades no coinciden con 136.31, lo cual amerita otro análisis e interpretación. Consideremos, por ejemplo, el correspondiente a la variación de 1 kg, el cual nos indica que, en el margen de una producción de 270 toneladas, producir una más hace que los costos totales se incrementen, aproximadamente, en 135.70 dólares. ¿Por qué no expresamos qué es exactamente? Ocurre que el cálculo realizado fue el siguiente:

$$\Delta C = \frac{C(270 + 0.001) - C(270)}{0.001}$$

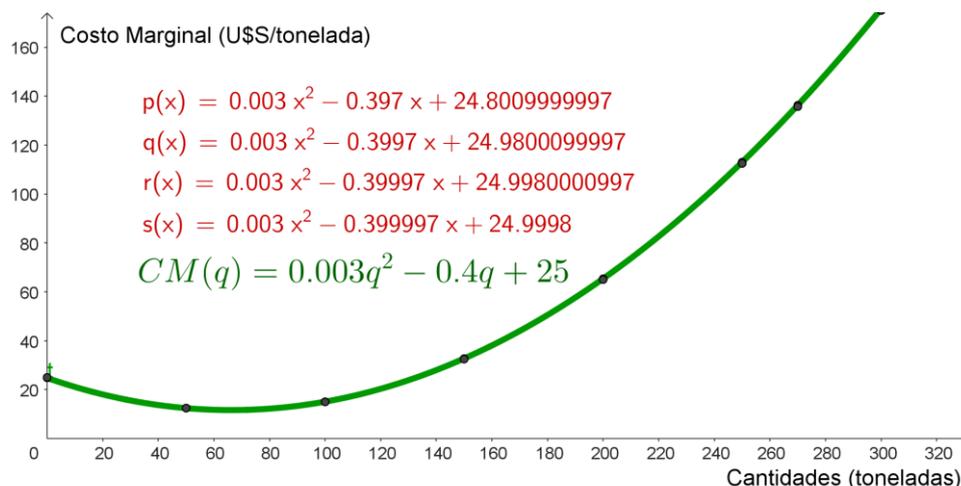
Esto nos dice que se calculó el incremento que tuvieron los costos totales por hacer 1 kilogramo más, pero al dividir por una variación de 0.001, es equivalente a multiplicar por 1000 al valor obtenido. En consecuencia, se está estimando el incremento de los costos totales por hacer una tonelada a partir del costo de producir 1 kilogramo más, en el margen de las 270 toneladas.

Si se hicieran los ajustes funcionales correspondientes a la base de datos de los costos marginales, se podría analizar que a medida que las variaciones de las cantidades tienden a cero, el modelo funcional se aproxima a

$$CM(q) = 0.003q^2 - 0.4q + 25$$

Podemos advertir que los estudiantes requieren haber desarrollado, durante las clases previas, competencias para extraer, procesar, agrupar y analizar de datos, pues son la base para la construcción de los conocimientos de las unidades didácticas siguientes (básicamente derivadas). Lógicamente que si tenemos como creencia que un estudiante no puede desarrollar estas competencias si antes no se les suministraron los contenidos y técnicas de derivada, estaríamos negando los avances que tuvieron todas las líneas constructivistas del conocimiento y, en particular, los desarrollos que tuvo la propia Educación Matemática como disciplina científica.

Otro análisis esperado para esta instancia es el que brinda la representación gráfica de los costos marginales.



Si tenemos en cuenta que denotan tasas de variación, nos dice que la función de costos totales es creciente pues la función de costo marginal, que establece las tasas de crecimiento, es positiva en el primer cuadrante.

A su vez, hasta una cantidad de aproximadamente 66 toneladas, la función de costos totales tiene tasas de crecimiento que disminuyen (los costos marginales decrecen), razón por la cual presentaría una curvatura negativa. A partir de esta cantidad, las tasas de crecimiento de la función de costos totales son cada vez mayores, pues la de costo marginal crece. Por esta razón, la función de costos totales tiene una curvatura positiva.

Por otra parte, para una cantidad superior a las 66 toneladas, la función de costo marginal pronostica incrementos cada vez mayores en los costos totales, considerando el margen de determinada producción. En consecuencia, los costos marginales subestiman los verdaderos incrementos que tienen los costos totales. Por ejemplo, en el margen de una producción de 270 toneladas, los costos marginales pronostican que los costos totales se incrementarían aproximadamente en U\$S 135.70 por hacer una tonelada más, cuando en realidad el aumento es de U\$S 136.31.

Evaluación escrita: Para la evaluación escrita se propone la realización de un problema aplicado al campo de las ciencias de la administración, cuyas características son similares a las descritas para el dispositivo anterior. En esta instancia, se busca valorar la comprensión alcanzada por el estudiante, entendiendo a la misma de la siguiente manera:

Comprender un objeto matemático significa (...) producir, organizar y reorganizar la red de relaciones que se deben establecer en la resolución de una situación problemática (intra o extra-matemática) que “obliga” al funcionamiento del objeto, los procedimientos o técnicas que se despliegan para resolverla, las definiciones, propiedades, argumentos que validan las acciones realizadas, todas ellas soportadas y reguladas por el lenguaje (...) propio de la Matemática, y la lengua natural (INFD, 2010, p. 122).

Para materializar esta definición de comprensión, identificamos en los informes presentados por el estudiante los conceptos, propiedades, procedimientos y

diferentes usos de lenguaje (verbal, gráfico, simbólico), como así también, el modo en que se articulan entre ellos.

The image shows a collage of mathematical work. On the left, there's a red box labeled 'Situación Problema' pointing to a text problem. Next to it are blue boxes labeled 'Concepto' pointing to mathematical terms. Green boxes labeled 'Procedimiento' point to algebraic steps and graphing processes. Orange boxes labeled 'Propiedad' point to specific mathematical properties. Purple boxes labeled 'Argumento' point to logical justifications. Yellow boxes labeled 'Lenguaje' point to verbal descriptions of the math. The background includes a graph of a linear function, algebraic equations like $p = -\frac{1}{10}q + 450$, and a calculator interface.

Desde el punto de vista didáctico, estaríamos estructurando una configuración cognitiva, acorde Godino *et al.* (2006), quienes expresan que la misma permite hacer un análisis microscópico de los objetos matemáticos involucrados en una práctica o sistema de prácticas, caracterizar su complejidad ontosemiótica y aportar explicaciones de los aprendizajes de los estudiantes en términos de dicha complejidad.

Para la valoración del trabajo que realizan los estudiantes para este dispositivo, se les brinda una rúbrica de evaluación, la cual es conocida con suficiente anticipación, pues da lugar a explicar cada uno de los criterios, como así también, lo esperado en el informe que deben presentar. La utilización de la rúbrica nos permite obtener información sobre la comprensión alcanzada por los estudiantes y, para ellos, resulta un elemento que les permite autoevaluarse y mejorar sobre aspectos que aún no lograron desarrollar exitosamente durante las clases.

Criterio de evaluación	Niveles de desempeño						Puntaje
	Excelente 10	Muy Bueno 9 - 8	Buena 7 - 6	Regular 5	Suficiente 4	Insuficiente 3 - 2 - 1	
Fundamentos matemáticos 20%	Se enuncian de manera correcta todos los conceptos, propiedades, técnicas y procedimientos demandados por el problema.	Se enuncian casi todos los conceptos, propiedades, técnicas y procedimientos demandados por el problema. Algunos presentan imprecisiones de lenguaje.	Se enuncian algunos de los conceptos, propiedades, técnicas y procedimientos demandados por el problema. No obstante, presentan imprecisiones de lenguaje. y/o están incompletos	Se enuncian pocos conceptos, propiedades, técnicas y procedimientos demandados por el problema. Asimismo, presentan imprecisiones y/o están incompletos	Los escasos conceptos, propiedades, técnicas y procedimientos enunciados y aplicados presentan muchas imprecisiones y/o están incompletos o ausentes.	No se enuncian conceptos, propiedades y técnicas necesarias para la resolución del problema. Los que aparecen, presentan errores desde el punto de vista matemático.	
	2 puntos	1.8 puntos	1.6 puntos	1.4 puntos	1.2 puntos	1 punto o menos	
Fundamentos económicos 20%	Se enuncian todos los fundamentos económicos que requiere el problema y están bien formulados	Se enuncian casi todos los fundamentos económicos que requiere el problema. Algunos presentan imprecisiones.	Se enuncian algunos fundamentos económicos que requiere el problema, aunque son imprecisos o están incompletos	Se enuncian pocos fundamentos económicos que requiere el problema, con imprecisiones y/o están incompletos	Son escasos los fundamentos económicos enunciados. Además, están incompletos o son imprecisos en algunos casos.	No se enuncian fundamentos relevantes para la resolución del problema o, si se lo hace, son totalmente imprecisos.	
	2 puntos	1.8 puntos	1.6 puntos	1.4 puntos	1.2 puntos	1 punto o menos	

Análisis e interpretación de los datos 20%	Se hace un adecuado análisis de datos, tablas, comportamiento de funciones, valores numéricos y económicos brindados por el problema, entre otros aspectos.	Se hace un muy buen análisis de datos, tablas, comportamiento de funciones, valores económicos brindados por el problema, entre otros aspectos. Algunos aspectos no son totalmente claros en el modo en que brindan información.	Se hace un buen análisis de datos, tablas, comportamiento de funciones, valores numéricos y económicos brindados por el problema, entre otros aspectos. Algunos aspectos no se analizaron o son poco claros.	Se hace un análisis elemental de datos, tablas, comportamiento de funciones, valores numéricos y económicos brindados por el problema, entre otros aspectos. Varios aspectos no se analizaron y/o son poco claros.	Se hace un análisis muy básico de datos, tablas, comportamiento de funciones, valores numéricos y económicos brindados por el problema, entre otros aspectos. La mayoría de los aspectos no se analizaron y/o son poco claros.	Se prescinde de un análisis de datos o, en caso de existir, se limita a una descripción trivial del comportamiento de funciones, tendencia de los datos, con imprecisiones o inferencias incorrectas.	
	2 puntos	1.8 puntos	1.6 puntos	1.4 puntos	1.2 puntos	1 punto o menos	
Formulación de nuevas preguntas e interrogantes 20%	Se formulan interrogantes a partir de la resolución del problema que aportan nuevas perspectivas para el análisis de datos, los cuales son correctos y pertinentes.	Se formulan algunos interrogantes a partir de la resolución del problema que aportan nuevas perspectivas para el análisis de datos, los cuales son correctos y pertinentes, aunque podrían profundizarse en términos de conclusiones.	Se formulan interrogantes básicos a partir de la resolución del problema, con análisis elemental de la información, aunque podrían profundizarse en términos de conclusiones.	Se formulan interrogantes muy triviales o básicos a partir de la resolución del problema que no aportan nuevas perspectivas para de análisis.	Se formulan interrogantes muy triviales o básicos a partir de la resolución del problema que no aportan nuevas perspectivas para de análisis. Además, no son pertinentes o adecuadas las interpretaciones que se hacen	No se formulan interrogantes a partir de la resolución del problema.	
	2 puntos	1.8 puntos	1.6 puntos	1.4 puntos	1.2 puntos	1 punto o menos	
Presentación y organización de información 20%	La resolución del problema se presenta de manera organizada y clara, con gráficas adecuadas, uso de variables y unidades de medida adecuadas. No se detectan errores ortográficos ni gramaticales.	La resolución del problema se presenta, en línea organizada y clara, con gráficas adecuadas, aunque se pueden mejorar algunos detalles, uso de variables y unidades pertinentes, aunque no en todos los casos. Se detectan algunos errores ortográficos y/o gramaticales.	La resolución del problema presenta algunas deficiencias en términos de las gráficas presentadas, variables utilizadas, unidades de medida y explicaciones aportadas. Se detectan errores ortográficos y/o gramaticales.	La resolución del problema presenta deficiencias en términos de las gráficas presentadas, variables utilizadas, unidades de medida y explicaciones aportadas. Se detectan varios errores ortográficos y/o gramaticales	No existen explicaciones de las representaciones gráficas presentadas, incluso no se hicieron restricciones de dominio, y no se marcan variables y unidades de medida en los ejes. Las variables no son las adecuadas para el problema, sino para un contexto matemático.	Se presentan cálculos y copias de pantalla de resoluciones realizadas por el software, sin explicaciones de por medio.	
	2 puntos	1.8 puntos	1.6 puntos	1.4 puntos	1.2 puntos	1 punto o menos	

En cuanto a la retroalimentación, la realizamos del siguiente modo. En el aula virtual, dejamos una resolución experta de la evaluación y solicitamos a los estudiantes que comparen lo que ellos realizaron con la misma. A su vez, ofrecemos un foro de discusión donde pueden plantear sus dudas e inquietudes en términos de las valoraciones dadas a su trabajo en comparación con la resolución experta y la rúbrica brindada. Esto conlleva a implicar al estudiante en un proceso de autogestión “a través de la reflexión, identificando por sí mismos sus avances, sus dificultades y lo que necesita para el logro de su aprendizaje, de tal modo que progresivamente adquieran y reconozcan las competencias que poseen para resolver las situaciones que se les presentan en su vida cotidiana” (Rojas-Gómez *et al.*, 2021, p. 221).

3.2.2. Otros ejemplos de instrumentos

Contexto: formación de profesores de matemática en una materia de fundamentos del Análisis Matemático, de alrededor del cuarto año de la carrera. La institución es la Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina. Los estudiantes ya han trabajado con Análisis Matemático en una y varias variables con énfasis en el cálculo. Este espacio está destinado al trabajo de validación, argumentación y fundamentación matemáticos sobre contenidos cuya operatoria, manejan. La asignatura está organizada alrededor de tres ejes, a saber.

Eje 1: se focaliza en la recuperación de información autónoma del estudiante, sumado a que sea capaz de explicar para mostrar su comprensión. Se atiende a la reflexión referida a cómo recupera información y de qué modo manifiesta comprensión.

Eje 2: este eje enfatiza en el uso de conocimiento matemático en la resolución de actividades simples, sumado a la explicación del uso del conocimiento en esta tarea. Se atiende a la reflexión sobre estas cuestiones.

Eje 3: aquí se pone en juego el uso de conocimiento matemático ante la resolución de actividades complejas, la explicación del uso del conocimiento y la reflexión sobre estas cuestiones.

Los contenidos puestos en juego están organizados en tres bloques: números reales y sucesiones; funciones, límite, continuidad, derivabilidad e integración y generalizaciones de los conceptos a otros espacios.

Los objetivos de la materia, en consonancia con los ejes, son los siguientes.

Que el estudiante: reproduzca conocimiento matemático existente utilizando adecuadamente lenguaje matemático / explique, dirigiéndose a un par experto, los conocimientos matemáticos con los que trabaja, mostrando su comprensión / reflexione sobre los objetos matemáticos, las condiciones de aplicación de teoremas, el uso de los símbolos para expresar ideas, etc. / utilice conocimiento matemático para resolver consignas simples / demuestre resultados utilizando contenidos del Análisis / interprete textos matemáticos sobre contenidos nuevos / produzca un texto matemático que incluya aclaraciones, explicaciones y una reorganización personal sobre un texto interpretado / modelice situaciones utilizando contenidos del Análisis.

La forma de trabajo en clase fue de tipo taller, presentando actividades para trabajar cada eje. No hubo una “guía de trabajos prácticos” con actividades para resolver, ni clases expositivas para presentar contenidos. Hubo actividades para ser resueltas fuera de clase, para la siguiente, y corrección colectiva, o personalizada, según el caso. En todo momento los estudiantes debían presentar oralmente sus resoluciones, a la vez que escribían en el pizarrón lo que consideraran necesario. Se habilitaron las reescrituras para ir logrando precisión en el uso de la simbología matemática.

La evaluación de la asignatura fue del proceso de aprendizaje y la llevamos a cabo por medio de cuatro instrumentos: (a) un portfolio conformado por todas las consignas que son dadas de tarea o resueltas en clase y entregadas, (b) dos instancias de defensa presencial e individual del portfolio, (c) un trabajo domiciliario individual sobre la interpretación de parte de un texto sobre tema nuevo y (d) un trabajo domiciliario grupal de modelización de una situación extra-matemática. Mostramos, a continuación, algunas de las consignas de algunos de estos instrumentos.

Consignas del portfolio

1. a) Traer una definición de *función periódica* tal como la encontrarían en un libro.
- b) Explicar el significado de ese concepto.

Actividad individual, domiciliaria.

Siguiendo pautas trabajadas en la clase para interpretar un texto y luego producir otro de su mano en el que se explique el contenido, mostrando comprensión (puede verse Rodríguez, 2019) se dio la siguiente consigna de resolución en equipos de dos estudiantes, realizada en clases.

2. a) Individualmente escribir una definición de límite funcional (caso finito) y explicar su significado.
- b) Intercambiar con un compañero y corregir lo recibido.
- c) Entre los dos proponer un nuevo escrito y entregar todo.

Así como el portfolio es un instrumento para evaluar el proceso de aprendizaje y se solicitó una entrega semanal, la defensa del portfolio se encuadra en un instrumento semi-estructurado. Su resolución fue presencial, e individual.

Consignas de la defensa del portfolio

La defensa del portfolio se llevó a cabo en horario de las clases y cada estudiante podía disponer de todos sus materiales (carpeta, el portfolio y libros). En el momento de la entrega de la defensa, cada estudiante debía, también, entregar el portfolio al docente.

DEFENSA DEL PORTFOLIO -ANÁLISIS MATEMÁTICO-

APELLIDO Y NOMBRES:.....

En todos los puntos en los que pedimos tomar algo del portfolio, indicar la página

1ra Parte: Características propias de cada forma de comunicar matemática

1. **Presentar una definición matemática correcta** que haya sido pedida en alguna tarea del portfolio
2. **Dar un ejemplo** de esa definición
3. Explicar si hay diferencias entre dar una definición de un concepto y dar un ejemplo del concepto
4. **Enunciar un teorema** o una propiedad que haya sido pedida en alguna tarea del portfolio
5. **Explicar el enunciado** de ese teorema o propiedad (¿qué establece el teorema?)
6. ¿Podrías dar un contraejemplo del teorema o propiedad? Justificar la respuesta

2da Parte: Exhibir conocimiento matemático

7. Presentar del portfolio alguna **aplicación** (propiedad, ejercicio) **en donde se use el concepto de límite** (el enunciado y la demostración)
8. Presentar la demostración del Teorema de Caracterización del Supremo y explicarla

3ra Parte: Reflexión personal

9. Seleccioná del portfolio una consigna en la que **muestres tu mayor evolución** (indicá desde tu primera resolución/presentación hasta la última). Explicá qué es lo que ahora entendés que antes no, o qué corregiste.
10. Seleccioná alguna tarea en la que **muestres que te sirvió el trabajo de la clase**. Si no la hay, explicá por qué. Explicá lo que considerás que te sirvió de la clase y cómo se plasmó en tu resolución de la tarea.

4. A modo de cierre

Este trabajo no tiene la pretensión de hacer un recorrido exhaustivo sobre la evaluación en clases de matemática, ni sobre tipos, formas, clasificaciones de instrumentos de evaluación. Simplemente hemos querido señalar algunas dificultades asociadas a la tarea de evaluar, en manos de docentes que permitan concientizar de la necesidad de comenzar a pensar formas distintas de evaluación, coherentes con las prácticas de enseñanza y los objetivos planteados. Esperamos que la presentación de tipos de instrumentos de evaluación y los ejemplos seleccionados, que se corren de los prototípicos parciales o exámenes finales, den ideas a los docentes y dejen vislumbrar las enormes posibilidades para diseñar evaluaciones genuinas.

5. Referencias bibliográficas

- Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43(1), 85-102.
- Bartolini, M. G., & Martignone, F. (2020). Manipulatives in mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 487–494.
- Bassanezi, R. e Biembengut, M. S. (1997). Modelación Matemática: Una antigua forma de investigación – un nuevo método de enseñanza. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, 32, 13-25.
- Becerra Hernández, R. y Moya Romero, A. (2008). La evaluación: un proceso de diálogo, comprensión y mejora. *Sapiens*, 1, 35-69.
- Benjumeda, F. J., Romero, I. y Zurita, I. (2016). Una propuesta de evaluación formativa para el aprendizaje basado en proyectos en matemáticas. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX*. SEIEM, 177-186.
- Blomhoj, M. & Hojgaard Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, 22(3), 123-139.
- Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. John Wiley & Sons.
- Burkhardt, H. & Schoenfeld, A. (2019). Formative Assessment in Mathematics. En Andrade, H., Bennett, R., Cizek, G. (Eds.), *Handbook of Formative Assessment in the Disciplines*, 35-67.
- Cáceres, M. J., Chamoso, J. M. y Azcárate, P. (2010). Analysis of the revisions that preservice teachers of Mathematics make of their own project included in their learning portfolio. *Teaching and Teacher Education*, 26(5), 1186-1195.
- Cárdenas, J. A., Blanco, L. J. y Cáceres, M. J. (2016). La evaluación de las matemáticas: análisis de las pruebas escritas que se realizan en la secundaria. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 12(48), 59-78.
- Coben, D. (2017). More algebra than necessary. *Mathematics Teaching*, 256, 11-14.
- D'Ambrosio, U. (2001). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Editora Autêntica.
- Deneen, C. & Munshi, C. (2018). Technology-enabled feedback: It's time for a critical review of research and practice. En M. Campbell, J. Willems, C. Adachi, D. Blake, I. Doherty, S. Krishnan, S. Macfarlane, L. Ngo, M. O'Donnell, S. Palmer, L. Riddell, I. Story, H. Suri & J. Tai (Eds.), *Open Oceans: Learning without borders*. Proceedings ASCILITE 2018 Geelong, 113-120.
- Ernest, P. (1998). La evaluación en matemáticas y su relación con la enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, 16(3), 373-382.
- Fakhrunisa, F., & Herman, T. (2020). How should the teacher provide feedback and its follow-up in assessing mathematics learning? *Journal of Physics: Conference Series*, 1470(1).

- Freire, P. (2000). *Pedagogía del oprimido*. Siglo XXI de España.
- Godino, J., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII(2), 1-25.
- Groenwald, C. y Llinares, S. (2022). Aprendiendo a mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de las matemáticas. *REVIEM*, 2(2), 1-26.
- Jarero Kumulm M., Landa, E. y Sosa Moguel, L. (2013). Pruebas escritas como estrategia de evaluación de aprendizajes matemáticos. Un estudio de caso a nivel superior. *Relime*, 16(2), 213-243.
- INFD (2010). *Proyecto de mejora para la formación inicial de profesores para el nivel secundario. Área: Matemática*. Ministerio de Educación, Instituto Nacional de Formación Docente y Secretaría de Políticas Universitarias.
- Llinares, S., & Krainer, K. (2006). Mathematics teacher education and development as a key driver for sustainable mathematics education reform. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 313-323.
- Nunes, T. & Bryant, P. (1996). *Children Doing Mathematics*. Wiley.
- Pimm, D. (2003). *El lenguaje matemático en el aula*. Ediciones Morata, S.L.
- Pochulu, M. (2018). *La modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones*. GIDED-UNVM.
- Rodríguez, M. (2019). *Interpretación y producción de textos matemáticos*. Editorial UNGS. <https://ediciones.ungs.edu.ar/wp-content/uploads/2020/04/9789876304399-completo.pdf>.
- Rojas-Gómez, L., Salgado Vértiz, R., Salazar Quispe, M y Méndez Vergaray, J. (2021). La retroalimentación en el desarrollo de competencias matemáticas en la educación a distancia: revisión crítica. *Revencyt*, 50, 211-223.
- Schoenfeld, A. (2018). Video analyses for research and professional development: the teaching for robust understanding (TRU) framework. *ZDM*, 50, 491- 506.
- Shute, V. (2008). Focus on Formative Feedback. *Review of Educational Research*, 78(1), 153-189.
- Skovsmose, O. (1994). *The decolonization of mathematics education*. Kluwer Academic Publishers.
- Skovsmose, O. (2012). Escenarios de investigación. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Una empresa docente. 109-130.
- Universidad de la República (2015). *La evaluación en la educación superior: un escenario de controversia*. Montevideo: Udelar.
- Zavaleta, A. y Flores, C. (2021). Evaluación para el aprendizaje en matemáticas: el caso de la retroalimentación. *Números*, 107, 9-34.

Mabel Alicia Rodríguez.

Universidad Nacional de General Sarmiento, Argentina

<https://orcid.org/0000-0002-8425-8572>

mrodri@campus.ungs.edu.ar

Marcel David Pochulu

Universidad Nacional de Villa María, Argentina

<https://orcid.org/0000-0003-2292-4178>

mpochulu@unvm.edu.ar