

Relaciones del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la enseñanza de la estructura multiplicativa

Relações de conhecimento especializado do professor de matemática no ensino da estrutura multiplicativa

Lina Tascón Cardona, Estela Juárez Ruíz

Fecha de recepción: 23-03-2023
 Fecha de aceptación: 11-04-2024

| | |
|------------------------|---|
| <p>Resumen</p> | <p>Esta investigación presenta un análisis sobre las relaciones de conocimiento que evidencia una profesora de matemáticas de primaria en el diseño de una planeación de clase para la enseñanza de la estructura multiplicativa basada en la resolución de problemas. El estudio se realizó bajo una metodología cualitativa a través de un estudio de caso de tipo instrumental. La recolección de datos se llevó cabo a través de una planeación de clase elaborada por la profesora y una entrevista semiestructurada que permitió profundizar en los conocimientos evidenciados en el plan de clase. Como instrumento de análisis se utilizó el modelo MTSK con descriptores de conocimiento elaborados para cada categoría de los subdominios del modelo que permitieron fundamentar los conocimientos evidenciados y la triada Evidencia-Indicio-Oportunidad. Los resultados mostraron relaciones entre el conocimiento de los temas y las estrategias seleccionadas para su enseñanza, así como también relación entre la elección de recursos virtuales con los aspectos emocionales de los estudiantes. Se resalta la aparición del subdominio de la práctica de resolver problemas donde se evidenció conocimiento asociado a la resolución de problemas como forma de producir en matemáticas. Como su relación con aspectos emocionales y las estrategias de enseñanza.</p> <p>Palabras clave: Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas; MTSK; Relaciones entre subdominios; Estructura multiplicativa.</p> |
| <p>Abstract</p> | <p>This research presents an analysis of the knowledge relationships evidenced by a primary school mathematics teacher in the design of a class plan for teaching the multiplicative structure based on problem solving. The study was carried out under a qualitative methodology through an instrumental case study. Data collection was carried out through a class plan prepared by the teacher and a semi-structured interview that allowed us to delve deeper into the knowledge evidenced in the class plan. As a data analysis instrument, the MTSK model was used with knowledge descriptors created for each category of the subdomains of the model that allowed the evidenced knowledge and the Evidence-Indicia-Opportunity triad to be based. The results showed knowledge relationships between knowledge of the topics and the strategies selected for teaching it, as well as a relationship between the selection of virtual resources with the emotional aspects of the students. The appearance of the subdomain of the practice of solving problems is highlighted,</p> |

| | |
|----------------------|---|
| | <p>where knowledge associated with problem solving as a way of producing in mathematics and its relationship with emotional aspects and teaching strategies was evident.</p> <p>Keywords: Specialized knowledge of the mathematics teacher; MTSK; Relations between subdomains; Multiplicative structure.</p> |
| <p>Resumo</p> | <p>Esta pesquisa apresenta uma análise das relações de conhecimento evidenciadas por um professor de matemática do ensino fundamental na elaboração de um plano de aula para o ensino da estrutura multiplicativa baseado na resolução de problemas. O estudo foi realizado sob metodologia qualitativa por meio de estudo de caso instrumental. A coleta de dados foi realizada por meio de um plano de aula elaborado pela professora e de uma entrevista semiestruturada que permitiu aprofundar os conhecimentos evidenciados no plano de aula. Como instrumento de análise de dados foi utilizado o modelo MTSK com descritores de conhecimento criados para cada categoria dos subdomínios do modelo que permitiram fundamentar o conhecimento evidenciado e a tríade Evidência-Índice-Oportunidade. Os resultados mostraram relações de conhecimento entre o conhecimento dos temas e as estratégias selecionadas para o ensino, bem como relação entre a seleção de recursos virtuais com os aspectos emocionais dos alunos. Destaca-se o surgimento do subdomínio da prática de resolução de problemas, onde ficou evidente o conhecimento associado à resolução de problemas como forma de produzir em matemática e sua relação com aspectos emocionais e estratégias de ensino.</p> <p>Palavras-chave: Conhecimento especializado do professor de Matemática; MTSK; relações entre subdomínios; estrutura multiplicativa.</p> |

1. Introducción

Uno de los intereses de la investigación en educación matemática en la actualidad es estudiar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En los últimos años ha surgido la necesidad de caracterizar y analizar la naturaleza de su conocimiento, investigar sus creencias con respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas e incluso sobre las propias matemáticas, su desarrollo profesional y la manera de adquirir experiencia, considerando necesario comprender qué y cómo conoce el profesor (Carrillo-Yáñez y Martín, 2019). El modelo MTSK es una propuesta teórica y analítica que permite estudiar y comprender el conocimiento especializado del profesor de matemáticas en diferentes escenarios de enseñanza y aprendizaje (Delgado-Rebolledo y Espinosa-Vásquez, 2021) a través de planeaciones de clase, la práctica en el aula y la discusión entre pares (Advíncula et al., 2021; Escudero, 2016; Flores-Medrano et al., 2014).

El conocimiento que posee el educador sobre la materia que enseña es una condición necesaria pero no suficiente para llevar a cabo una buena práctica (Carrillo-Yáñez et al., 2018; Carrillo-Yáñez y Martín, 2019). El profesor de matemáticas debe conocer y dominar los contenidos propios de la disciplina, pero también es importante que conozca cómo se debe estructurar y organizar la materia de forma tal que sea plausible para ser enseñada, es decir, los profesores de matemáticas deben conocer la

materia de una manera diferente a otros profesionales de las matemáticas (Carrillo-Yáñez et al., 2019).

Se ha reconocido ampliamente que la actividad de resolución de problemas es crucial para el desarrollo y el aprendizaje de las matemáticas (Santos-Trigo et al., 2019). Se considera que la resolución de problemas es una parte integral e importante en cualquier aprendizaje matemático y no debe ser uno de los fines de la enseñanza sino el medio por el cual se logra el aprendizaje. De acuerdo con Pehkonen (2019) el desarrollo de habilidades de resolución de problemas de los estudiantes no solo es una parte esencial del aprendizaje de las matemáticas dentro de las diferentes áreas de conocimiento, sino que también es la parte central del aprendizaje de las matemáticas en los diferentes niveles. Para Rojas (2014) la resolución de problemas se reconoce como uno de los ejes principales de la actividad matemática y es fuente y soporte del aprendizaje matemático en la educación básica.

En caso particular, las operaciones básicas de multiplicación y división están presente desde los primeros grados de escolaridad y a medida que avanza la secuencia curricular el grado de complejidad en su aprendizaje también aumenta. Por tal motivo, es indispensable que los estudiantes cuenten con una buena formación desde los primeros años considerando que estas operaciones son la base para la construcción de conocimientos más avanzados. No obstante, aunque hacen parte de los conceptos más importantes de la educación básica (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998), según Orrantia (2006) es en su aprendizaje donde los estudiantes encuentran más dificultades considerando que son los contenidos a los que se enfrentan en primer lugar, además de que posiblemente sean la base en la que se asientan otros contenidos.

Para Hernández y Noriega (2017) la aritmética es soporte indispensable para aprendizajes posteriores como el álgebra en la educación secundaria y es necesario que los estudiantes cuenten con bases sólidas para que logren vincular los conocimientos previos con los nuevos conocimientos. Para Zakaryan y Ribeiro (2016) las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de los números racionales pueden estar relacionadas con el desarrollo débil del razonamiento multiplicativo. Al respecto Ribeiro (2009) manifiesta que, los docentes dejan de lado el uso de la resolución de problemas como medio para promover el aprendizaje, llevando a cabo una enseñanza con contenidos exclusivamente matemáticos, reafirmando que el conocimiento didáctico que poseen los maestros incide de forma significativa en el aprendizaje que ofrecen a sus estudiantes.

Por tanto, se hace relevante profundizar desde el modelo *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* en los conocimientos que pone en evidencia el profesor de matemáticas al momento de estructurar su actividad en el aula. El objetivo de la presente investigación es identificar aspectos del conocimiento especializado que se movilizan en el proceso de enseñanza de la estructura multiplicativa basado en la resolución de problemas, en aras de establecer relaciones entre elementos del conocimiento de profesor de matemáticas y los subdominios del modelo. Por lo que, como pregunta que rige la investigación se establece lo siguiente: ¿Qué relaciones de conocimiento

especializado evidencia una profesora de matemáticas de educación básica primaria de Colombia, en la enseñanza de la estructura multiplicativa basada en la resolución de problemas? Las relaciones que se exponen en esta investigación se pueden considerar parte de cómo el profesor conoce las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje (Delgado-Rebolledo y Espinosa-Vásquez, 2021).

2. Marco Teórico

El conocimiento profesional del profesor de matemáticas ha atraído el interés de diversos grupos de investigación en Didáctica de la Matemática. En las últimas décadas se han realizado diversas investigaciones en diferentes países con el propósito de avanzar en la definición y organización de dicho conocimiento (Reyes y Sosa, 2017), desarrollando diversas propuestas teóricas que permiten el análisis y la conceptualización del conocimiento especializado que requiere y utiliza el profesor de matemáticas para la enseñanza. Carrillo-Yáñez et al. (2013) proponen el modelo denominado Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés – *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*), el cual centra su atención en aquellos conocimientos que los profesores de matemáticas requieren en su quehacer diario, permitiendo analizar qué conocimientos posee y/o moviliza un profesor de matemáticas en su actividad profesional (Climent y Montes, 2022). El MTSK es un modelo analítico basado en la premisa de que el conocimiento especializado del profesor de matemáticas está integrado y se distribuye en tres dominios: *Conocimiento Matemático (MK)*, *Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)* y un dominio central relacionado con las *creencias y concepciones* que tiene el profesor con respecto a las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje (ver Figura 1).

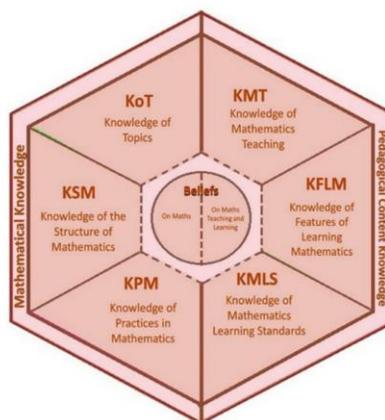


Figura 1. Modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Fuente: Carrillo-Yáñez et al. (2018).

2.1 Subdominios del modelo MTSK

Los dominios MK y PCK están conformados por tres subdominios y a su vez, estos se componen de una serie de categorías de conocimiento. El dominio *MK* se compone del subdominio *Conocimiento de los Temas (KoT)* en el que se contempla el contenido matemático en sí mismo, hace referencia al conocimiento sobre los conceptos y

procedimientos que posee el profesor, es decir, describe qué y de qué manera el profesor de matemáticas conoce los temas que enseña. En este subdominio se establecen cuatro categorías de conocimiento: Fenomenología y aplicaciones; Definiciones, propiedades y sus fundamentos; Registros de representación; Procedimientos (Vasco y Moriel, 2022). También se contempla el subdominio *Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas* (KSM), en el cual se considera el conocimiento que posee el profesor sobre las conexiones entre los contenidos matemáticos. Está constituido por los conocimientos más avanzados y también más elementales que le permiten vincular los contenidos anteriores y posteriores en la construcción de conocimiento a medida que avanza la secuencia curricular. Incluye cuatro categorías: Conexiones de complejización; Conexiones de simplificación; Conexiones auxiliares; Conexiones transversales (Carrillo-Yáñez et al., 2018; Flores-Medrano 2014). Por último considera el *Conocimiento de la Práctica Matemática* (KPM), este subdominio tiene en cuenta el conocimiento que posee el profesor sobre las formas de proceder en matemáticas, el foco está puesto en el funcionamiento de las matemáticas más que en el proceso de enseñarlas. Está conformado por cuatro categorías: Demostrar; Definir; Resolver problemas; El papel del lenguaje matemático (Delgado-Rebolledo y Zakaryan, 2020; Delgado-Rebolledo et al., 2022).

El dominio del *Conocimiento Didáctico del Contenido* (PCK) está conformado por el subdominio del *Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas* (KFLM). Este subdominio centra su atención en el conocimiento que posee el profesor de matemáticas sobre cómo se aprende un contenido, considerando la necesidad de que el profesor conozca cómo los estudiantes piensan y construyen el conocimiento matemático. Cabe aclarar que su interés principal no es el estudiante, por el contrario, centra su atención en el conocimiento del profesor sobre los contenidos matemáticos como objeto de aprendizaje. Incluye cuatro categorías: Teorías del aprendizaje matemático; Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas; Formas de interacción de los estudiantes con el contenido matemático; Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas (Carrillo-Yáñez et al., 2018; Escudero-Ávila, 2022). También contempla el subdominio del *Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas* (KMT), el cual tiene en cuenta el conocimiento que posee el profesor en relación con los contenidos matemáticos y su enseñanza, integrando los conocimientos teóricos, personales e institucionales que posee y que pueden aplicarse en el proceso de construcción de conocimiento matemático. Incluye tres categorías: Teorías de enseñanza de las matemáticas (personales o instituciones); Recursos didácticos (físicos y digitales); Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (Sosa y Reyes, 2022). Por último, se encuentra el subdominio del *Conocimiento de los Estándares del Aprendizaje de las Matemáticas* (KMLS), que incluye el conocimiento que posee el profesor sobre lo que sus estudiantes deben aprender en un nivel particular, teniendo en cuenta los conocimientos previos y su relación con los conocimientos posteriores. Se compone de tres categorías: Resultados de aprendizajes esperados; Conocimiento del nivel esperado de desarrollo conceptual y procedimental; Secuencia de temas (Carrillo-Yáñez et al., 2018; Codes y Contreras, 2022).

Por la forma en la que se encuentra estructurado el modelo y considerando que el conocimiento del profesor de matemáticas es de naturaleza integrada y no se compone de elementos aislados (Carrillo-Yáñez et al., 2018), es posible realizar un análisis detallado de los diferentes elementos que componen el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, logrando establecer relaciones entre las categorías de conocimiento y los subdominios del modelo (Delgado-Rebolledo y Espinosa-Vásquez, 2021). Por lo que, se puede afirmar que dos o más subdominios de conocimiento están relacionados en un episodio cuando se identifican indicios o evidencias de conocimiento que permiten interpretar qué conocimiento han manifestado los profesores y, con dicha identificación, se establecen las relaciones (Aguilar-González et al., 2018; Flores-Medrano 2015).

De acuerdo con Delgado-Rebolledo y Espinosa-Vásquez (2021), se pueden establecer tres diferentes tipos de relaciones de conocimiento: Relaciones Intra-subdominio, siendo aquellas relaciones entre conocimientos que se encuentran al interior de un mismo subdominio; Relaciones Intra-dominio, siendo aquellas relaciones entre conocimientos al interior de un mismo dominio; y las relaciones de tipo Inter-dominio, considera aquellos conocimientos que se relacionan y que pertenecen a diferentes dominios del modelo.

3. Método

Esta investigación se realiza bajo un enfoque cualitativo interpretativo (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018) en el contexto de estudio de caso de tipo instrumental. Para efectos de esta investigación se tuvo como informante a una profesora colombiana de matemáticas de educación primaria (en adelante Julia), quien al momento de llevar a cabo la investigación (mayo del 2022), se desempeñaba como docente de matemáticas de educación primaria. Además, contaba con más de ocho años de experiencia en el campo de la educación matemática y había impartido el contenido de interés durante los últimos años.

Como instrumento para la recolección de los datos se utilizó una planeación de clase considerando que proporciona oportunidades para explorar y profundizar en el conocimiento profesional de los profesores de matemáticas (Advíncula et al., 2021; Flores et al., 2013; Pacheco-Muñoz et al., 2021, 2022, 2023; Paternina-Borja et al., 2021). En un primer momento se le solicitó a la profesora realizar un plan de clase relacionado con la enseñanza de la estructura multiplicativa a través de la resolución de problemas. La planeación fue analizada posteriormente con el objetivo de identificar evidencias e indicios de conocimiento. Como técnica para recolectar la información se utilizó la entrevista semiestructurada. En este sentido, se realizó una guía de preguntas abiertas basadas en las categorías del MTSK que permitieron profundizar en los conocimientos identificados en la planeación de clase.

Para el análisis de los datos se hizo uso del MTSK como modelo analítico que permite realizar una descripción detallada del conocimiento especializado que moviliza y utiliza el profesor de matemáticas en diferentes momentos y situaciones (Climent y Montes, 2022), y la triada evidencia-indicio-oportunidad (Escudero-Ávila et al., 2016;

Climent y Montes, 2022). Reconociendo las evidencias como aquellos elementos que permiten a los investigadores afirmar que la profesora posee un determinado conocimiento. Los indicios son las sospechas de la existencia de conocimiento y se requiere más información para que se conviertan en una evidencia. Las oportunidades son momentos o situaciones suscitadas por la profesora que sirven para explorar su conocimiento en algún subdominio. Es importante resaltar que, durante la entrevista se tuvieron en cuenta las oportunidades que Julia ponía de manifiesto y que se consideraron relevantes y valiosas para la investigación.

Antes de realizar la entrevista semiestructurada se analizaron las categorías de conocimiento asociadas a cada uno de los subdominios del modelo y considerando el objeto matemático de interés, se elaboraron descriptores para cada una de ellas. Los descriptores permitieron determinar los conocimientos evidenciados por Julia tanto en la planeación de clase como en la entrevista semiestructurada. En la Tabla 1 se presentan algunos ejemplos.

| Descriptores de conocimiento | | |
|------------------------------|--|--|
| Subdominio | KoT | KFLM |
| Categoría | Definiciones, propiedades y fundamentos | Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas |
| Descriptor | Conoce las propiedades de la estructura multiplicativa en el campo numérico de los números naturales | Conoce aspectos de la vida cotidiana que tienen influencia en el interés, la motivación, las expectativas en los estudiantes para aprender matemáticas |

Tabla 1. Ejemplos de descriptores de conocimiento. Fuente: Elaboración propia.

4. Análisis y Resultados

A continuación, se describen algunas de las relaciones de conocimiento entre los diferentes subdominios del modelo MTSK evidenciadas por Julia. Primero se presentan los elementos de la planeación en los que se identificaron indicios de conocimiento, luego se incluyen los fragmentos de la entrevista que permitieron profundizar en dichos indicios y en las que se sustentan las relaciones de conocimiento evidenciadas.

En la primera sección de la planeación, Julia utiliza un estándar básico de competencias en matemáticas en el cual hace referencia a las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones, tal como se observa en la Figura 2.

| ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS. |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. |

Figura 2: Estándar básico de competencias en matemáticas utilizado en la planeación de clase. Fuente: Plan de clase de Julia.

Por lo cual durante la entrevista se profundiza en lo siguiente:

Investigador: En el estándar que utiliza, se mencionan problemas cuyas estrategias de solución requieran las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. ¿A qué se refiere cuando habla de las relaciones y propiedades de los números naturales?

Julia: Las operaciones de multiplicación y división tienen unas propiedades específicas, entonces a eso es a lo que yo me refiero.

Investigador: ¿Recuerda cuáles son esas propiedades?

Julia: Las propiedades de la multiplicación son la conmutativa, la distributiva, la asociativa. Ahora, las propiedades de la división son diferentes porque la división es una operación inversa a la multiplicación. La división no es una operación conmutativa, tampoco es cerrada es decir que no siempre al dividir dos números naturales da como resultado otro número natural. En la multiplicación lo que se busca es agrupar conjuntos mientras que en una división se busca separar. Entonces son operaciones que se relacionan dado que son operaciones inversas.

Investigador: Menciona los conjuntos. ¿Los niños ya tienen claro qué es un conjunto?

Julia: Ellos en ese grado deben comprender que un conjunto es la agrupación de varios elementos con características en común, y deben reconocer también a los números naturales como un conjunto.

De lo anterior se puede evidenciar y profundizar en los conocimientos de Julia sobre los temas (Definiciones, propiedades y fundamentos - KoT), pues manifiesta conocimientos sobre las propiedades de las operaciones de multiplicación y división en el campo de los números naturales. Además, indica que dichas operaciones están estrechamente relacionadas puesto que, la división es la operación inversa a la multiplicación. Del mismo modo, Julia pone en evidencia conocimientos sobre la estructura matemática (Conexiones de simplificación - KSM) manifestando que “en la multiplicación lo que se busca es agrupar conjuntos”. En lo anterior se observa una conexión de simplificación de la estructura multiplicativa con el concepto de conjunto y la relación que ambos poseen en la enseñanza y aprendizaje de las operaciones de multiplicación y división. Es importante resaltar que los estudiantes desde los primeros años de escolaridad tienen un acercamiento con este concepto. Julia también pone en evidencia conocimientos sobre los temas (Definiciones, propiedades y sus fundamentos - KoT) al definir un conjunto como la agrupación de varios elementos con características en común, además reconoce a los números naturales como un conjunto. De esta manera se evidencia en el discurso de Julia, la relación entre dos subdominios del MK, como se muestra en la Tabla 2.

| Relaciones entre subdominios del MK | | |
|-------------------------------------|-----|-----|
| Subdominio | KoT | KSM |

| Categoría | Definiciones, propiedades y fundamentos | Conexiones de simplificación |
|------------------|---|--|
| Descriptor | Conoce las propiedades de las operaciones de multiplicación y división en el campo de los números naturales | Conoce la relación de la estructura multiplicativa con contenidos de menor complejidad |
| Tipo de relación | Relación de tipo intra-dominio | |

Tabla 2. Relación de tipo intra-dominio al interior del MK

Otro indicio de conocimiento se encuentra en los aprendizajes esperados. Julia manifiesta que espera que los estudiantes resuelvan situaciones que implican el uso de las operaciones de multiplicación y división para su solución, con el fin de determinar su aplicación en situaciones cotidianas (Figura 3).

| | |
|--------------------------------|---|
| APRENDIZAJES ESPERADOS: | Se espera que los estudiantes resuelvan situaciones que implican la multiplicación y la división con el fin de determinar la aplicación en situaciones cotidianas. Para esta actividad, se evalúa el análisis que los estudiantes hicieron con respecto a las situaciones y las estrategias de resolución que plantean. |
|--------------------------------|---|

Figura 3. Aprendizajes esperados propuestos en la planeación de clase. Fuente: Plan de clase de Julia.

Por lo cual, durante la entrevista se profundizó en lo siguiente:

Investigador: ¿En qué situaciones de la vida cotidiana los estudiantes pueden aplicar las operaciones de multiplicación y división?

Julia: En mi planeación yo lo estoy utilizando cuando ellos necesitan una cantidad de alimentos para preparar alguna receta, cuando ellos tienen que distribuir alimentos: paquetes de bombones, dulces para una fiesta, los panes del desayuno. Todo ese tipo de situaciones cotidianas que manejen los niños.

Al momento de profundizar sobre el porqué plantear este tipo de situaciones, manifestó lo siguiente:

Julia: Ellos ya tienen unos aprendizajes previos, entonces la idea es que ellos utilicen ese conocimiento que ya tienen dentro de un contexto, ese contexto es la situación de los panes. [Se busca] que ellos propongan las estrategias, las operaciones para resolver la actividad. Esas son preguntas orientadoras que llevan al estudiante a preguntarse qué debe hacer, cómo debe enfrentar la situación, qué operaciones o acciones sirven para solucionarlas, una suma, una resta, una multiplicación. Esa es la idea de esas preguntas.

Cuando Julia menciona las preguntas orientadoras hace referencia a la actividad introductoria. En ella propone un vídeo donde se muestra la historia de un sujeto que está comprando una cantidad de panes para repartirlos entre los miembros de su familia y después debe tomar tres buses pagando la cantidad de 1.750 pesos colombianos en cada uno de ellos para llegar a casa. Posteriormente, realiza una serie de preguntas orientadoras como se muestra en la siguiente imagen de la planeación de clase (Figura 4).

| | | |
|----------------|---|--|
| INICIO. | Realiza las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuántos panes le corresponden a cada familiar? ¿Cómo lo podemos determinar? ¿Cuánto dinero gastó en el transporte, si cada uno de los tres pasajes costó \$1750? y ¿qué debemos hacer para saberlo? Posteriormente, los estudiantes discutirán las posibles formas de solucionar las situaciones. | |
|----------------|---|--|

Figura 4. Actividad propuesta al inicio de la planeación de clase. Fuente: Plan de clase de Julia.

De lo anterior se puede evidenciar que Julia utiliza situaciones contextualizadas con preguntas orientadoras como una estrategia para la enseñanza de las matemáticas, manifestando que esto permite a los estudiantes reflexionar sobre la ruta a seguir para darle solución a los problemas planteados (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos - KMT). Además, pone en evidencia el conocimiento de situaciones que son familiares para los estudiantes (Fenomenología y aplicaciones - KoT) reconociendo una amplia variedad de contextos en los que los alumnos pueden aplicar la estructura multiplicativa. También se logra evidenciar el conocimiento de las formas de enseñar en matemáticas, considerando que hace uso de recursos virtuales y tecnológicos en su clase al presentar el video a sus estudiantes (Recursos y materiales virtuales – KMT). También se logra evidenciar conocimiento sobre las características del aprendizaje de las matemáticas (Formas en la que los alumnos interactúan con el contenido - KFLM), reconociendo que las preguntas orientadoras llevan al estudiante a reflexionar sobre los procedimientos y las acciones que deben realizar para resolver las situaciones haciendo uso de conocimientos previos. Las relaciones de conocimiento encontradas se resumen en la Tabla 3.

| Relaciones entre los subdominios del PCK y MK | | | |
|--|---|--|---|
| Dominio | PCK | | MK |
| Subdominio | KMT | KFLM | KoT |
| Categoría | Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos | Formas de interacción con un contenido matemático | Fenomenología y aplicaciones |
| | Recursos y materiales virtuales | | |
| Descriptor | Conoce las estrategias y las técnicas que pueden utilizarse para la enseñanza | Conoce los procedimientos convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes al momento de resolver problemas multiplicativos | Conocimiento sobre la modelación de una situación cotidiana usando el concepto de multiplicación o división |

| | | | |
|-------------------------|--|--|--|
| | Conoce recursos didácticos tanto virtuales como físicos para la enseñanza de las operaciones de multiplicación y división de números naturales | | |
| Tipo de relación | Intra-subdominio, intra-dominio e inter-dominio. | | |

Tabla 2. Relación de tipo intra-subdominio, intra-dominio e inter-dominio

Otro indicio de conocimiento se encuentra nuevamente en la sección de los aprendizajes esperados. Julia hace referencia en esta ocasión a que espera que sus estudiantes resuelvan problemas que requieran para su solución operaciones de multiplicación y división (Figura 3 arriba). Por lo que se profundizó en lo siguiente:

Investigador: ¿Considera que enseñar los conceptos de multiplicación y división a través de la resolución de problemas es fundamental en la educación?

Julia: Sí, es fundamental que ellos encuentren un contexto, una explicación del porqué ellos lo necesitan [el aprendizaje puesto en juego], que no sea un aprendizaje aislado de lo que él está desarrollando en su vida cotidiana. Siempre se trata de que ellos tengan un contexto, una situación problema donde ellos se sientan identificados, porque abordar las operaciones solamente buscando resolverlas, que se enfrenten solamente a ellas, no tendrían un aprendizaje significativo. Se empieza a hacer ese énfasis en que el estudiante sea el que empiece a solucionar, empiece a indagar a partir de ciertas situaciones. El docente pasa a ser un orientador porque ellos a partir de ciertas situaciones deben iniciar ese análisis, esa exploración, y ese proceso de resolución a partir de los saberes previos, es decir, [que el estudiante] por sí mismo pueda ir haciendo un acercamiento hacia el aprendizaje matemático.

En el fragmento de entrevista anterior, Julia reafirma el uso de la resolución de problemas como estrategia de enseñanza (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos – KMT) manifestando que este tipo de tareas son las que potencializan el aprendizaje de los estudiantes y reconoce que los contenidos matemáticos cobran sentido cuando se les presenta con un contexto y una intención. Además, se evidencia que conoce las características del aprendizaje de las matemáticas, reconociendo que algunos aspectos de la vida cotidiana tienen influencia en el interés de los estudiantes para el aprendizaje que se desea alcanzar (Aspectos emocionales en el aprendizaje de las matemáticas - KFLM). Sobre la importancia de la enseñanza a través de la resolución de problemas, reconoce que es el puente entre el estudiante y el conocimiento matemático y que es por medio del análisis, la indagación y la exploración de las situaciones planteadas que el estudiante logra acercarse al conocimiento, dotarlo de sentido y considerarlo útil para su cotidianidad (La práctica de resolver problemas – KPM). Las relaciones de conocimiento evidenciadas se resumen en la tabla 4.

Relaciones entre subdominios del PCK y MK

| Dominio | PCK | | MK |
|------------------|---|--|---|
| Subdominio | KMT | KFLM | KPM |
| Categoría | Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos | Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas | Conocimiento de la práctica de resolver problemas |
| Descriptor | Conoce estrategias y técnicas que pueden utilizarse para la enseñanza de la estructura multiplicativa | Conoce algunos aspectos de la vida cotidiana que tienen influencia en el interés, la motivación y las expectativas en los estudiantes en el proceso de aprendizaje | Conoce los procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas |
| Tipo de relación | Intra-dominio e inter-dominio. | | |

Tabla 4. Relación de tipo intra-dominio e inter-dominio.

5. Conclusiones

En esta investigación se ha evidenciado el conocimiento especializado que una profesora de matemáticas colombiana moviliza en el diseño de un plan de clases sobre la estructura multiplicativa basada en la resolución de problemas. Se logró profundizar en la comprensión de relaciones contemplando el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del contenido, considerando que ambos aspectos brindan herramientas al profesor para gestionar las oportunidades de enseñanza y aprendizaje en el aula (Carrillo-Yáñez y Martín, 2019).

Teniendo en cuenta los subdominios del modelo MTSK, se lograron identificar distintos tipos de conocimiento. Desde el punto de vista matemático, la profesora evidenció conocimiento sobre las propiedades del tema en cuestión; conexiones con contenidos de menor complejidad; y la práctica de resolver problemas. Desde el punto de vista didáctico del contenido, evidenció conocimientos sobre las estrategias de enseñanza; recursos virtuales; formas de interacción con el contenido; y aspectos emocionales. También fue posible identificar la forma en la que se relacionan dichos conocimientos, considerando que el conocimiento de los profesores de matemáticas no se compone de elementos aislados y, por el contrario, es una red de relaciones (Carrillo-Yáñez et al., 2018). De acuerdo con Escudero-Ávila et al. (2017) el establecer relaciones entre los subdominios y dominios del MTSK, permite reconocer la naturaleza dinámica, compleja e integral del conocimiento especializado de los profesores de matemáticas.

La primera relación evidenciada es una relación de tipo intra-dominio al interior del MK entre el KoT-KSM (Figura 4). La profesora evidencia conocimientos sobre algunas propiedades de la estructura multiplicativa y las vincula con contenidos de menor complejidad para promover su aprendizaje. Respecto a la relación encontrada, Escudero-Ávila et al. (2017) indican que en distintas investigaciones se ha evidenciado relación del KoT con todos los demás subdominios del MTSK, por lo que se podría considerar como la base en la que se asientan y organizan los demás conocimientos del profesor. Parece lógico considerando que lo mínimo que debe saber el profesor de matemáticas está relacionado con los temas que enseña. En Escudero-Ávila (2015) se indica que, aunque se ha explorado poco el KSM, este guarda relación con el KoT pues se refiere a las conexiones que pueden observarse entre los diferentes contenidos matemáticos. En Pacheco-Muñoz et al. (2023) se logra identificar una relación direccional entre el KoT-KSM en la enseñanza de la localización en el plano cartesiano, dejando en evidencia que la categoría de Definiciones, propiedades y fundamentos también guarda relación con la categoría de conexiones auxiliares.

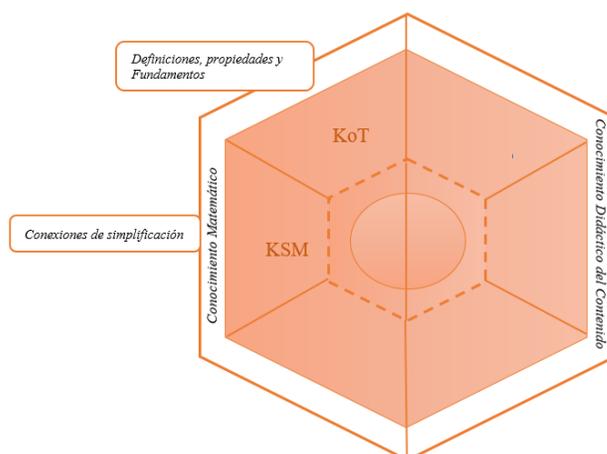


Figura 4. Relación entre el KoT – KSM. Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, fue posible en un mismo fragmento de entrevista identificar diferentes tipos de relaciones (Figura 5). Primero, se evidenció una relación intra-subdominio al interior del KMT debido a que la profesora movilizó conocimiento sobre la resolución de problemas como estrategia de enseñanza y lo relaciona con el uso y las potencialidades de los recursos virtuales. En Otero-Valega et al. (2023) se evidencia una relación de conocimiento al interior del mismo subdominio en la enseñanza de la resolución de problemas con enteros. En dicha investigación, una profesora reconoce el aprendizaje basado en problemas como estrategia de enseñanza y lo relaciona con las limitaciones de los libros de texto referente a los problemas que proponen.

Adicionalmente, la profesora evidencia conocimiento sobre la forma en la que los estudiantes interactúan con el contenido matemático dando lugar a una relación intra-dominio entre el KMT- KFLM. Al respecto, en Paternina-Borja et al. (2021) se evidenció relación al interior de estos subdominios. En dicha investigación el profesor conoce tareas interesantes en la enseñanza de las simetrías y la importancia que tienen para

despertar el interés y la motivación de los estudiantes. Del mismo modo, en la investigación realizada por Pacheco-Muñoz et al. (2023) una profesora de matemáticas evidencia relación de conocimiento entre estos dos subdominios, pues considera las dificultades de aprendizaje de la localización en el plano cartesiano que pueden presentar sus estudiantes y de esta manera selecciona las estrategias de enseñanza.

Aunado a lo anterior, también se evidenció conocimiento sobre el contenido matemático en la categoría de fenomenología y aplicaciones. Julia reconoció una amplia variedad de contextos en los que la estructura multiplicativa cobra sentido para sus estudiantes, notándose una relación de tipo inter-dominio entre el KMT-KFLM-KoT (ver Figura 5). En Escudero-Ávila et al. (2017) se evidencia relación de conocimiento entre estos tres subdominios. En dicha investigación los autores manifiestan que es de esperarse la relación del KoT con el KFLM, puesto que es precisamente el conocimiento matemático la base del conocimiento especializado del profesor. Además, el subdominio KFLM reconoce el conocimiento didáctico inherente al aprendizaje de un determinado contenido matemático. También, los mismos autores manifiestan que el subdominio KMT se encuentra estrechamente relacionado con el KoT, pues considera el conocimiento especializado del profesor de matemáticas sobre las características de enseñanza de un contenido matemático.

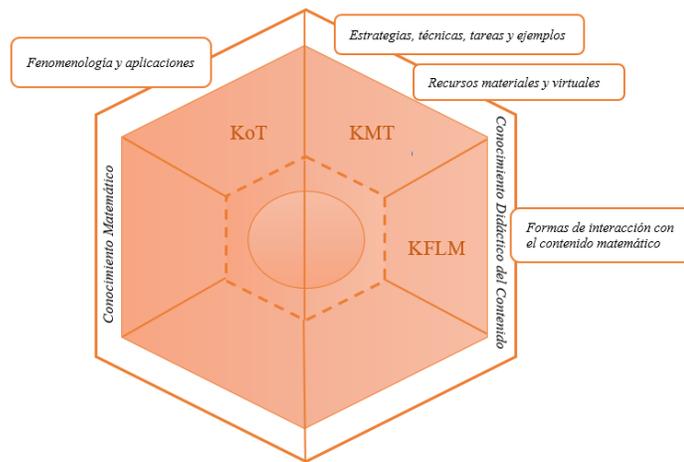


Figura 5. Relación entre el KMT-KMT; KMT-KFLM; KMT-KFLM-KoT. Fuente: Elaboración propia.

Posteriormente, se evidenció una relación de tipo intra-dominio al interior del PCK entre el KMT- KFLM. La profesora moviliza conocimiento sobre la resolución de problemas como estrategia de enseñanza, argumentando que los contenidos matemáticos cobran sentido cuando se presentan con un contexto y una intención. Además, al seleccionar las estrategias de enseñanza tiene en cuenta aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas, considerando que algunos aspectos de la vida cotidiana influyen en el interés, la motivación y las expectativas que tienen los estudiantes en el aprendizaje. De acuerdo con Croda y Rodríguez (2022) atender aspectos motivacionales de los estudiantes debe ser uno de los aspectos a considerar en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para Escudero-Ávila (2022) el

considerar aspectos emocionales de los estudiantes puede hacer que se sientan más dispuestos e interesados por el aprendizaje. También, en Otero-Valega et al. (2023) se evidenció una relación entre el KMT-KFLM, considerando que la profesora tiene en cuenta aspectos emocionales en el proceso de aprendizaje y su relación con el aprendizaje basado en problemas.

Por último, la profesora reconoce la actividad de resolver problemas como el puente para acceder al conocimiento matemático. Argumenta que el análisis, la indagación y la exploración de las situaciones planteadas son actividades fundamentales para la construcción de conocimiento matemático, por lo que, se evidencia una relación interdominio entre el KMT-KFLM-KPM (ver Figura 6). Al respecto, Delgado-Rebolledo et al. (2022) manifiestan que la actividad principal en el trabajo matemático es resolver problemas y, por lo tanto, las matemáticas consisten en formular problemas y soluciones. Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020) relacionan el KPM y los subdominios del PCK. Por ejemplo, evidencian relación del KPM con KFLM y KMT cuando el profesor de matemáticas reconoce la forma en la que los estudiantes interactúan con el contenido y, a partir de ese conocimiento selecciona las estrategias de enseñanza para desarrollar conocimiento sobre la validación y la demostración.

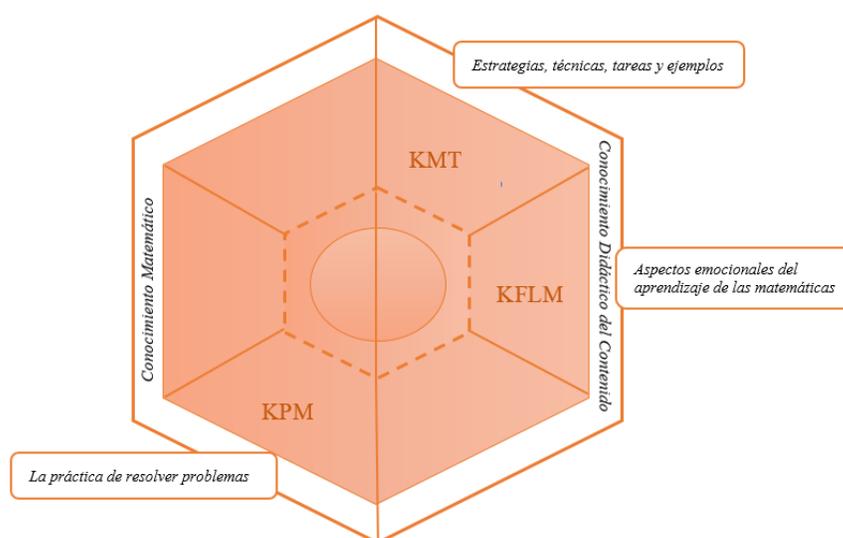


Figura 6. Relación entre el KMT-KFLM; KMT-KFLM-KPM. Fuente: Elaboración propia.

En relación con lo anterior, se debe resaltar el uso de situaciones contextualizadas como estrategia de enseñanza. Se ha evidenciado que cuando el profesor selecciona tareas y actividades que involucran a los estudiantes en la resolución de problemas y los anima a articular su pensamiento a través de preguntas, estimula su reflexión y logra avances significativos en la comprensión del aprendizaje matemático (Carrillo-Yáñez y Martín, 2019). Es importante resaltar que, la resolución de problemas en la planeación proporcionada es entendida como un recurso de enseñanza para propiciar el aprendizaje y favorecerlo, y de acuerdo con Fuenlabrada (2009) una enseñanza que busca propiciar el razonamiento como parte del proceso de aprendizaje considera la resolución de problemas como recurso didáctico para adquirir y generar conocimiento.

Los resultados de esta investigación permiten evidenciar varios aspectos importantes. En primer lugar, que la planeación de clase representa un escenario que proporciona oportunidades para estudiar el conocimiento especializado de los profesores de matemáticas, permitiendo tener un panorama de su conocimiento y brindando la oportunidad para profundizar en él (Flores et al., 2013; Pacheco-Muñoz et al., 2021, 2022; Paternina-Borja et al., 2021).

Es importante resaltar que el modelo MTSK permite analizar no solo el conocimiento matemático del profesor, sino que también brinda la oportunidad de analizar el conocimiento didáctico que el profesor posee y/o moviliza. Visto de esta manera, al evidenciar relaciones entre los distintos subdominios del conocimiento especializado del profesor se contribuye al esfuerzo de las diferentes investigaciones por comprender la naturaleza del tal conocimiento y cómo este se evidencia en la práctica profesional. También se aporta a la generación de conciencia en la comunidad educativa en general, en relación con que el profesor de matemáticas tiene un conocimiento profesional específico que va más allá del conocimiento disciplinar y que es indispensable para estructurar su actividad en el aula.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado gracias al financiamiento del Consejo Nacional Ciencia y Tecnología de México, mediante la beca de maestría asignada con CVU: 1180008

Datos de identificación de los autores:

Autor 1: **Lina Marcela Tascón Cardona**

Correo: lina.tascon.cardona@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1115-9765>

País: Colombia

Autor 2: **Estela Juárez Ruíz**

Correo: estela.juarez@correo.buap.mx

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2857-0772>

País: México

Referencias bibliográficas

- Advíncula, E., Beteta, M., León, J., Torres, I., y Montes, M. (2021). El conocimiento matemático del profesor acerca de la parábola: diseño de un instrumento para investigación. *Uniciencia*, 35(1), 190-209. <https://doi.org/10.15359/ru.35-1.12>
- Aguilar-González, A., Muñoz-Catalán, M. C., Carrillo-Yáñez, J., y Rodríguez-Muñoz, L. (2018). ¿Cómo establecer relaciones entre conocimiento especializado y concepciones del profesorado de matemáticas? *PNA*, 13(1), 41-61. <https://doi.org/10.30827/pna.v13i1.7944>
- Carrillo-Yáñez, J., Contreras, L.C., y Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez,

- M. Molina e I. Segovia (Eds.). *Investigación en Didáctica de la Matemática. Libro homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193-200). Comares.
- Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-Gonzales, A., Ribeiro, M., y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Contreras, L., y Montes, M. (2019). Mathematics teachers' specialised knowledge in managing problem-solving classroom tasks. En P. Felmer, P. Liljedahl y B. Koichu (Eds.), *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development* (pp. 297-316). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7_16
- Carrillo-Yáñez, J., y Martín, J. (2019). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas como fruto del cambio. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100, 147-152. http://sinewton.es/revista_numeros/100/
- Climent, N. y Montes, M. (2022). El modelo MTSK: Antecedentes y estructura. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 27-34). DYKINSON.
- Codes, M. y Contreras, L. (2022). El Conocimiento de las Características del Aprendizaje Matemático. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 95-108). DYKINSON.
- Croda, G. y Rodríguez, M. del S. (2022). Posibilidades pedagógicas del relato digital para el aprendizaje en ciencias. *Tendencias Pedagógicas*, 39, 288–301. <https://doi.org/10.15366/tp2022.39.021>
- Delgado-Rebolledo, R., y Zakaryan, D. (2020). Relationships between the knowledge of practices in mathematics and the pedagogical content knowledge of a mathematics lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 567-587. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09977-0>
- Delgado-Rebolledo, R. y Espinoza-Vásquez, G. (2021, del 3 al 5 de noviembre). ¿Cómo se relacionan los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas? [conferencia], (pp. 288-295). V *Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*. Brasil.
- Delgado-Rebolledo, R., Zakaryan, D. y Alfaro, C. (2022). El Conocimiento de la Práctica Matemática. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 27-34). DYKINSON.
- Escudero, D. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* [Tesis de Doctoral. Universidad de Huelva] Biblioteca Universitaria Huelva. <https://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/11456>
- Escudero-Ávila, D., Gomes Moriel, J., Muñoz-Catalán, M.C., Flores-Medrano, E., Flores, P., Rojas, N. y Aguilar, A. (2016). Aportaciones metodológicas de investigaciones con

- MTSK. En J. Carrillo, L.C. Contreras y M. Montes (Eds.). *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 60-68). CG.SE.
- Escudero-Ávila, D., Vasco, D., y Aguilar-González, A. (2017). Relaciones entre los dominios y subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas.(Ed.), *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 83-91). FESPM. <http://funes.uniandes.edu.co/19810/>
- Escudero-Ávila, D. (2022). Conocimiento de las características de aprendizaje del aprendizaje matemático. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 83-94). DYKINSON.
- Flores, E., Escudero, D., y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). SEIEM.
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, Á., y Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En Á. Aguilar, E. Carmona, J. Carrillo, L. C. Contreras, N. Climent, D. Escudero-Ávila, E. Flores-Medrano, P. Flores, J. L. Huitrado, M. Montes, M. Muñoz-Catalán, N. Rojas, L. Sosa, D. Vasco, y D. Zakaryan (Eds.), *Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas* (1st ed., pp. 71–93). Universidad de Huelva. <https://doi.org/10.13140/2.1.3107.4246>
- Flores-Medrano, E. (2015). *Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)* [Tesis doctoral, Universidad de Huelva, España]. Repositorio Institucional de la Universidad de Huelva. <http://hdl.handle.net/10272/11503>
- Fuenlabrada, I. (2009). *¿Hasta el 100? ¡No! ¿Y las cuentas? Tampoco. Entonces ¿Qué?* Dirección General de Desarrollo Curricular SEP.
- Hernández, D. y Noriega, J. (2017). La aritmética como base indispensable para el aprendizaje del álgebra: De la aritmética al álgebra, un ejemplo desde la Teoría APOE. *PädiUAQ*, 1(2), 10-21. <https://revistas.uaq.mx/index.php/padi/article/view/74>
- Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill Interamericana Editores.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares para Matemáticas*. MEN.
- Orrantía, Josetxu. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Revista Psicopedagogía*, 23(71), 158-180. Recuperado http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862006000200010&lng=pt&tlng=es.
- Otero-Valega, K., Juárez-Ruiz, E., y Zakaryan, D. (2023). Relaciones entre subdominios de conocimiento de un profesor de matemáticas sobre resolución de problemas aditivos. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 3(1), e202318. <https://doi.org/10.54541/reviem.v3i1.92>

- Pacheco-Muñoz, E., Juárez-Ruiz, E., y Flores-Medrano, E. (2021). Relaciones entre subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la localización en el plano cartesiano. En J. G. Moriel-Junior (Ed.), *Anais do V Congresso Iberoamericano sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 121-128). Congressesme.
- Pacheco-Muñoz, E., Juárez-Ruiz, E., y Flores-Medrano. (2022). Conocimiento Didáctico del Contenido en la Enseñanza de la localización en el plano cartesiano. *Investigación e innovación en Matemática Educativa*. 7,1-20. <https://doi.org/10.46618/iime.143>
- Pacheco-Muñoz, E., Juárez-Ruiz, E. y Flores-Medrano, E. (2023). Relaciones direccionales intra-dominio del conocimiento especializado del profesor de matemáticas sobre localización en el plano. *Avances de investigación en educación matemática (AIEM)*, (24), 57-74. <https://doi.org/10.35763/aiem24.4360>
- Paternina-Borja, O., Juárez-Ruiz, E., y Zakaryan, D. (2021). Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas: caracterización de relaciones en tema de simetrías. En J. G. Moriel-Junior (Ed.), *Anais do V Congresso Iberoamericano sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 296-303). Congressesme.
- Pehkonen, E. (2019). An Alternative Method to Promote Pupils' Mathematical Understanding via Problem Solving. En: Felmer, P., Liljedahl, P., Koichu, B. (Eds.), *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7_6
- Reyes, A. y Sosa, L. (2017). *Caracterización del conocimiento didáctico de la razón como un significado de la fracción. El caso de un profesor en formación inicial de primaria*. En Serna, Luis Arturo (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1218-1226). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Ribeiro, C. (2009). Conhecimento Matemático para Ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais. *Boletim de Educação Matemática*, 22(34),1-26. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221876002>
- Rojas, N. (2014). *Caracterización del conocimiento especializado del profesor de matemáticas: Un estudio de caso* [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. DIGIBUG. <http://hdl.handle.net/10481/35199>
- Santos-Trigo, M., Aguilar-Magallón, D., Reyes-Martínez, I. (2019). A Mathematical Problem-Solving Approach Based on Digital Technology Affordances to Represent, Explore, and Solve problems via Geometric Reasoning. In: Felmer, P., Liljedahl, P., Koichu, B. (Eds) *Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development*. Research in Mathematics Education. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7_8
- Sosa, L. y Reyes A. (2022). Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 71-82). DYKINSON
- Vasco, D. y Moriel, J. (2022). Conocimiento de los Temas. En J. Carrillo, M. Montes y N. Climent (Eds.). *Investigación sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): 10 años de camino* (pp. 35-46). DYKINSON.

Zakaryan, D. y Ribeiro, M. (2016). Conocimiento de la enseñanza de los números racionales: una ejemplificación de relaciones. *Zetetiké*, 24(3), 301-321. <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v24i3.8648095>

Lina Marcela Tascón Cardona actualmente es estudiante del programa de Maestría en Educación Matemática de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México, Es Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad del Valle, Cali, Colombia. Cuenta con experiencia docente en diferentes niveles educativos como básica primaria, básica secundaria y educación media en Instituciones tanto oficiales como privadas en Colombia. Sus proyectos actuales se enfocan en el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y la resolución de problemas.

Estela Juárez Ruíz es Doctora en Ciencias Matemáticas; profesora de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP; miembro del cuerpo académico "Aprendizaje y enseñanza de las ciencias exactas"; pertenece al Sistema Nacional de Investigadores. Sus intereses se orientan hacia la línea de investigación de formación de profesores.