

## Avances de la implementación de una Actividad de Estudio e Investigación en el Enfoque STEAM para el estudio de la geometría

## Avanços da implementação de uma Atividade de Estudo e Investigação na abordagem STEAM para o estudo de geometria

Clara Cecilia Rivera Escobar, Viviana Angélica Costa

Fecha de recepción: 30/09/2022  
 Fecha de aceptación: 30/10/2022

<p><b>Resumen</b></p>	<p>El presente trabajo muestra los resultados obtenidos de una investigación más amplia en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico en el enfoque educativo STEAM. Se propone la enseñanza de la geometría, en particular la semejanza de polígonos, a partir de implementar una Actividad de Estudio e Investigación que parte de un problema real, en un grado octavo de la Institución Educativa Concejo de Medellín. Se presenta el modelo praxeológico de referencia, las dialécticas y las habilidades STEAM, que la actividad hace emerger. Al finalizar, los estudiantes construyen un teodolito casero, un móvil y una maqueta, mientras se evidencia el funcionamiento de las dialécticas en relación con habilidades STEAM.</p> <p><b>Palabras clave:</b> Estudio de la geometría, Actividad de Estudio e Investigación, dialécticas, habilidades STEAM.</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>The present work shows the results obtained from a broader investigation within the framework of the Anthropological Theory of Didactics in the STEAM educational approach. The teaching of geometry is proposed, in particular the similarity of polygons, for the implementation of a Study and Research Activity that starts with a real problem, in an eighth grade of the Council of Medellin Educational Institution. The praxeological model of reference, the dialectics and the STEAM skills, which the activity does emerge, are presented. At the end, students build a homemade theodolite, a mobile and a model, while demonstrating the operation of dialectics in relation to STEAM skills.</p> <p><b>Keywords:</b> Study of geometric, Study and Research Activity, dialectics, STEAM skills.</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>O presente trabalho mostra os resultados obtidos a partir de uma investigação mais ampla no âmbito da Teoria Antropológica da Didática na abordagem educacional STEAM. O ensino da geometria é proposto, em particular a semelhança de polígonos, a partir da implementação de uma Atividade de Estudo e Pesquisa que parte de um problema real, em uma oitava série da Instituição Educacional do Conselho de Medellín. Apresenta-se o modelo praxeológico de referência, a dialética e as</p>

	<p>habilidades STEAM, que a atividade faz emergir. Ao final, os alunos constroem um teodolito caseiro, um móbile e uma maquete, enquanto demonstram o funcionamento da dialética em relação às habilidades STEAM.</p> <p><b>Palavras-chave:</b> Estudo da geometria, Atividade de estudo e pesquisa, dialética, habilidades STEAM.</p>
--	--

## 1. Introducción

En los últimos años, se han dado discusiones problemáticas entorno a la enseñanza y aprendizaje de la matemática y la geometría como:

- El tradicionalismo repetitivo en la enseñanza de la matemática al que le antecede la carencia de metodologías activas y creativas que recuperen el interés de los estudiantes por el estudio de la matemática (Escobar, 2015).
- La fragmentación de saberes y la consecuente preparación sobre la base de enseñar solamente las certezas establecidas lo cual muestra una desconexión de las ciencias y las artes; de la matemática con la realidad en tanto esta se presenta en las aulas de manera compartimentada y como un producto terminado (Gamboa y Ballesteros, 2010) y poco útil en la práctica social (Chevallard, 2012).
- El poco significado que le dan los estudiantes a la geometría (Gamboa y Ballesteros, 2010), así como las dificultades que manifiestan en el estudio de la misma y la necesidad de utilizar herramientas tecnológicas como el Geogebra en su aprendizaje (Villarreal, 2012).
- La concepción de la geometría como una materia difícil, teórica, abstracta y complicada, cuyas dificultades radican en la memorización de fórmulas y en no saber cuándo aplicarlas (Barrantes, 2013); lo que genera apatía y desmotivación (Escobar, 2015); dificultades bien sea por mucha abstracción o exceso de concreción, lo que hace parecer como si la geometría fuera solamente el montón de figuras geométricas que vemos en la representación de la realidad que da la impresión de no ser útil en la medida que no se relaciona con nada (Vergara, 2015).
- El paradigma "la visita a las obras" (Chevallard, 2013) donde los estudiantes presencian los objetos matemáticos como monumentos que deben admirar, aunque no reconozcan nada de su pasado ni de su formación en el tiempo. Esta monumentalización genera falta de motivación y aumenta la deserción escolar frente al estudio de la matemática (Juárez y Limón, 2013).

Lo anterior hace ver la necesidad de buscar metodologías de enseñanza que ayuden a superar brechas y tensiones prejuiciosas como el estudio dentro y fuera de las aulas; la ponderación de la teoría sobre la práctica; el distanciamiento de lo que se enseña con la realidad (Vergara, 2015); metodologías que ayuden a fortalecer la educación científica desde enfoques interdisciplinarios como STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemática) (OEA, 2018), el cual podría ayudar a mejorar los resultados en pruebas internacionales como PISA y TIMSS, las cuales señalan las dificultades que tienen los estudiantes de secundaria para reconocer, formular y resolver problemas en contextos reales (OCDE, 2016, 2017, 2018).

El estudio de la geometría requiere habilidades de visualización, de representación y formas de interacción (Lozano, 2015; Camargo y Sandoval, 2017) habilidades geométricas como obtener información a partir de la observación; habilidades espaciales sobre conceptos como: simetría, giro, cubo, ortoedro, paralelepípedo (Blanco et al, 2018) y la observación de elementos arquitectónicos y artísticos como entornos humanos que sirvan como herramientas para su enseñanza, además de situaciones didácticas con material tangible que ayude a la representación.

Otros investigadores piensan en el estudio de la geometría desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico – TAD. Si bien muchos de estos estudios son del nivel universitario (Chevallard, 2012, 2013; Costa, 2013), hay algunos pensados para la escuela secundaria (Corica y Marín, 2014; Sanabria y Costa, 2016; Donvito, 2016; Otero y Fanaro, 2017; Corica y Otero, 2016; Costela, 2017; Bernal, 2018)).

Por otro lado, existen trabajos que recurren al enfoque STEAM en el estudio de la geometría. Araya (2016) advierte de la importancia de la modelación para la conexión de las ciencias, la ingeniería y las matemáticas; Alsina y Salgado (2018) muestran una actividad STEAM en la cual, a través del arte, se trabajan conocimientos matemáticos y científicos; Zambrano (2017) presenta una investigación en la cual busca mejorar los procesos de aprendizaje en matemáticas desde STEAM; proyectos como STEM for Youth propenden que los jóvenes de secundaria resuelvan problemas reales de manera interdisciplinar y colaborativa (Blanco et al 2018) presentan los resultados de una investigación, llamada “Anaquiños Matemáticos”, en la cual demuestran que los adolescentes en riesgo de exclusión social pueden valerse de STEAM para estimular el estudio.

En atención a esta necesidad de mejorar el estudio de la geometría en secundaria, se propone la implementación de una metodología que integre matemáticas y artes, que potencie el desarrollo de habilidades de una manera eficaz y cooperativa, como es el caso del enfoque STEAM y, en consecuencia, plantear una investigación en la cual se analicen las formas en cómo el estudiante enfrenta el estudio de la geometría, en el marco de una teoría, como la TAD, que permita analizar las preguntas y actividades realizadas por los estudiantes, de grado octavo en la Institución Educativa Concejo de Medellín.

Esta visión teórica respalda el enfoque STEAM en la posibilidad de integración de la geometría con otras áreas dado que es un enfoque de enseñanza basado en la interdisciplinariedad (Ruíz, 2017). Las áreas de estudio están tan relacionadas que se integran para potenciar las praxeologías en la elaboración de un microcurrículo (Sanders, 2009) en este caso una Actividad de Estudio e Investigación –AEI– (Chevallard, 2013) en la cual la geometría tenga la base dominante y las artes asuman un rol comunicacional y creativo con la matemática (Yarkman, 2008; Pérez, 2015).

En consecuencia, se busca que los estudiantes le den significado al estudio de la geometría relacionada con la semejanza de polígonos mediante la realización de una Actividad de Estudio e Investigación (AEI) que incluya las áreas STEAM y proponga nuevos procesos centrados en el planteamiento de preguntas y dialécticas relacionadas con el razonamiento geométrico; proceso este que permitiría responder las preguntas planteadas en este trabajo investigativo y que implique la revisión de literatura sobre diversos enfoques investigativos y pedagógicos

fundamentada en el análisis de las praxeologías y en el análisis de las dialécticas como gestos didácticos emergentes.

El estudio antes planteado se dinamiza con el tratamiento y la búsqueda de respuesta a las siguientes preguntas de investigación: 1) ¿Cuáles características debería contemplar una AEI para el estudio con sentido de las praxeologías relativas a la semejanza de polígonos desde el enfoque STEAM en el marco de la TAD?; 2) ¿Cuáles situaciones de la realidad pueden generar el estudio de praxeologías relacionadas con la semejanza de polígonos en el campo de la geometría para estudiantes del grado octavo?; 3) ¿Cómo observar las habilidades STEAM que desarrollan los estudiantes al realizar una AEI sobre semejanza de polígonos de tal manera que pueda describirse lo que hacen y cómo lo hacen?; 4) ¿Cuáles dialécticas manifiestan los estudiantes de grado octavo cuando experimentan una AEI para el estudio de la geometría?; 5) ¿Cómo se relacionan las dialécticas identificadas con el desarrollo de las habilidades STEAM?

Para dar respuesta a estas preguntas, se propone como objetivo general: analizar las dialécticas que emergen cuando se implementa una AEI en un curso con los estudiantes del grado octavo de la IE Concejo de Medellín, desde el enfoque STEAM, relacionada con la semejanza de polígonos; y como objetivos específicos: (i) diseñar una AEI para la Educación Media que le dé sentido al estudio de la semejanza de polígonos desde el enfoque STEAM en el marco de la TAD; (ii) identificar situaciones de la realidad y del arte relacionadas con la semejanza de polígonos que puedan generar el estudio de praxeologías en el campo de la geometría para estudiantes del grado octavo; (iii) diseñar rúbricas que permitan identificar las habilidades (en el enfoque STEAM) que ponen en juego los estudiantes al experimentar una AEI sobre semejanza de polígonos; (iv) identificar las dialécticas que ponen en juego los estudiantes cuando experimentan una AEI para el estudio de la semejanza de polígonos y (v) comparar las Dialécticas TAD con las habilidades STEAM para identificar cuáles vínculos tienen en el estudio de la geometría de grado octavo.

## 2. Marco de Referencia

La Teoría Antropológica de lo Didáctico-TAD- es un enfoque que considera como objeto de estudio e investigación el proceso de construcción, utilización e incorporación a la escuela del saber matemático. Para ello propone que toda actividad humana puede describirse por medio de praxeologías. Así también, STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemática) es un enfoque pedagógico que promueve el desarrollo de habilidades como la resolución de problemas, el pensamiento crítico y el trabajo colaborativo, entre otras, en la medida que los estudiantes realizan un proyecto a partir de la resolución de problemas.

El marco teórico se proyecta desde la relación entre la TAD y el enfoque STEAM. En la TAD, que se plantea con base en la Pedagogía de la Investigación y del Cuestionamiento del Mundo, se desarrolla fundamentalmente el dispositivo didáctico AEI, con sus respectivos constructos paralelos como son las Obras Matemáticas, las Praxeologías y las Dialécticas, como se estudiará más adelante.

Del enfoque STEAM se presenta su origen como STEM y sus componentes medulares: la metodología del Aprendizaje Basado en Proyectos, en adelante ABP, el Aprendizaje por Indagación y las habilidades STEAM (científicas y tecnológicas,

artísticas y comunicativas, psicosociales, pensamiento crítico y resolución de problemas).

## 2.1. Teoría Antropológica de lo Didáctico

En la escuela se vive un fenómeno didáctico llamado *monumentalización* (Chevallard, 2004) en la medida que los profesores enseñan matemáticas como obras terminadas e incuestionables con preguntas carentes de legitimidad y sentido. Allí, la participación del estudiante es mínima dada la impostación de las actividades y la ausencia de la pregunta como dispositivo de búsqueda, haciendo creer que la matemática es poco útil en la práctica social (Chevallard, 2012).

Esta decisión de pasar del monumento a la práctica con sentido exige una *pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo* (Chevallard, 2012) y esta pedagogía no tradicional requiere el uso de un dispositivo didáctico y práctico para el estudio de preguntas y posibles respuestas sobre el saber matemático como la Actividad de Estudio e Investigación-AEI- que en principio es una organización didáctica para llevar a los estudiantes a reconstruir una organización matemática local partiendo de una cuestión generatriz que los lleve a un proceso de investigación.

La TAD asume la didáctica como la ciencia que estudia las condiciones de las situaciones sociales compuestas por la tripleta ( $x, y, O$ ), donde  $x$  es una persona que estudia algo,  $y$  es quien ayuda a  $x$  estudiar, y  $O$  es la apuesta didáctica; es decir, ese algo que requiere ser estudiado y aprendido por  $x$  (Chevallard, 2013).  $O$  es la Obra Matemática, es decir, "cualquier cosa, material o inmaterial, creada por una acción humana deliberada, con el fin de lograr ciertas funciones específicas" (p.162). Si  $X$  es un grupo de personas de estudio, la tripleta sería ( $X, y, O$ ).

Ahora, la escuela tiene la función de reunir los medios para que se lleven a cabo los procesos didácticos; por esto tanto la escuela como la facultad son instituciones didácticas para describir la actividad humana con base en un modelo llamado *praxeología* (Chevallard, 2001) que tiene en cuenta que el saber matemático se construye mediante la actividad matemática, identifica lo didáctico con el estudio y engloba las nociones de enseñanza y aprendizaje (Chevallard, 2007).

Una *praxeología* es una reconstrucción institucional a partir de la actividad humana y los datos de la naturaleza matemática; es un objeto social, una institución, una construcción cognitiva identificada y desarrollada por los estudiantes con la ayuda del docente. La *praxeología* consta de dos niveles: (1) la *praxis* o saber-hacer, es decir, el nivel de la práctica matemática expresado en tareas materializadas en problemas y un conjunto de técnicas o maneras de hacer institucionalizadas; y (2) la parte descriptiva, organizadora y justificadora de la actividad, que llamaremos *logos* o, simplemente saber, que incluye descripciones y explicaciones para hacer inteligibles las técnicas, llamada tecnología, y la teoría que da sentido a los problemas planteados (Serrano, 1990).

En este orden de ideas, la TAD concibe el *proceso de estudio* como un *proceso de reconstrucción de praxeologías* cada vez más amplias y completas y, por lo tanto, se considera como un proceso fuertemente integrado y articulado que tiene condiciones y restricciones limitantes del fenómeno pedagógico que deben incluirse entre los temas de estudio (Chevallard, 2010).

La descripción de una AEI se hace a partir del análisis de ciertos “gestos didácticos”, formas de hacer (Otero et al, 2013) llamados *dialécticas* (Chevallard, 2013) y que emergen durante el estudio cuando tanto los estudiantes como el profesor se disponen a encontrar la respuesta a la pregunta generatriz. Estas plantean la posibilidad de una implicación mutua entre los opuestos y no una separación entre dualismos como sujeto-objeto, individual-colectivo, teoría-práctica, emoción-razón (Parra y Otero, 2018); estos son complementarios en todo proceso de estudio y pueden ser vistos como prácticas en tanto “aquello que producen los cuerpos hablantes impregnados de historia y las instituciones, grupos, clases cuando interactúan, mientras funcionan, trabajan, hablan” (Parra y Otero, 2018, p. 6). En este sentido, las dialécticas, son acciones o gestos didácticos (Chevallard, 2013) realizados en el colectivo de una clase mientras se desarrolle una AEI. Estas son:

*Dialéctica del estudio y de la investigación o de las preguntas y las respuestas (D<sub>1</sub>)*. Existe una relación dialéctica aquí puesto que una investigación genera un estudio y un estudio genera una investigación; esto es, un estudiante al investigar estudia respuestas elaboradas por diversos autores y las adapta a la formulación de otras preguntas nuevas que ayuden a encuadrar su estudio. Estudiar es preguntar, pero también responder.

*Dialéctica del individuo y del colectivo (D<sub>2</sub>)*. Esta dialéctica se relaciona fuertemente con el trabajo colaborativo en la medida que cada individuo aporta al colectivo y el colectivo respalda las decisiones respecto a las acciones a desarrollar y a la realización de tareas. El estudio se da en una confrontación social que agrega valor al individuo en cuanto parte de un colectivo.

*Dialéctica del análisis-síntesis praxeológica y del análisis-síntesis didáctico (D<sub>3</sub>)*. En la construcción del Modelo Praxeológico de Referencia-MPR- se hace necesario un análisis profundo de las maneras cómo pueden responderse la pregunta generatriz y las preguntas derivadas y de las praxeologías necesarias para responder estas preguntas. Este análisis implica la exploración de tareas, técnicas y modos de actuar para concretar una síntesis colectiva expresada en el MPR.

*Dialéctica del tema y fuera-de-tema (D<sub>4</sub>)*. Es necesario salir del tema para buscar una mejor respuesta a las preguntas planteadas. Salir para aplicar, entrar para profundizar. Esta dialéctica posibilita una intertextualidad y una interdisciplinariedad. Es necesario enfocarse en el estudio de un asunto por un tiempo determinado antes de abordar otro asunto complementario de este.

*Dialéctica del paracaídas y las trufas (D<sub>5</sub>)*. El estudio implica hacer observaciones generales, pero también y puntuales y selectivas que lleven a clasificar o a profundizar sobre una situación en particular.

*Dialéctica de las cajas negras y las cajas claras (D<sub>6</sub>)*. Para construir las respuestas a las preguntas formuladas es necesario observar, analizar, evaluar y sustentar. En este proceso requiere de un análisis para determinar qué se ha de estudiar, por qué y para qué; no estudiarlo todo a ciegas sino "depurarlo" para dejar en la "oscuridad" aquello que no sea necesario estudiar. Se trata de buscar un nivel "gris" según la necesidad de los estudiantes.

*Dialéctica media (sistema de información)-medio (de estudio) (D<sub>7</sub>)*. Existen diversas fuentes de información que pueden convertirse en medio al momento de dar respuesta a las preguntas derivadas; un sistema de información puede ingresar

en la pedagogía de la investigación y del cuestionamiento como medio didáctico cuando "se pruebe su pertinencia y validez para la construcción de respuestas" (Gazzola, Otero y Llanos, 2020, p. 55). Esto requiere que el estudiante lea, investigue, y explore, dado que "todo saber es conjetural y debe ponerse a prueba, para establecer sus alcances y limitaciones, así como las condiciones y limitaciones de su desarrollo" (Parra y Otero, 2018, p. 8).

*Dialéctica de la lectura y de la escritura (D<sub>8</sub>)*. La búsqueda de información demanda ejercicios de búsqueda, selección, categorización y escritura para dar respuesta a las preguntas. Este proceso tiene que ver con tareas como: observar, analizar y evaluar las respuestas dadas en las obras para desarrollar, escribir y socializar la respuesta dada por el grupo de trabajo.

*Dialéctica de la difusión y de la recepción (D<sub>9</sub>)*. Cuando se ha construido la respuesta, el grupo se dispone a difundirla a los demás garantizando el cuestionamiento a las mismas y la discusión epistémica. Aquí, cada quien tiene una tarea que aporta al colectivo para consensuar una respuesta.

Esta proyección de análisis de dialécticas nos lleva a pensar en la posibilidad de metodologías activas que, enmarcadas en la TAD, permitan dar cuenta de las habilidades de los estudiantes en el estudio de la geometría. Una de esas posibilidades, como ya se ha dicho, es el enfoque STEAM, del cual nos ocuparemos a continuación.

Las AEI se organizan en torno a una pregunta Q, seleccionada por el profesor, que tenga el potencial de generar el estudio por parte de los alumnos de ciertos contenidos matemáticos. La búsqueda de respuesta a la pregunta también generará más preguntas derivadas cuyas respuestas llevarán a la reconstrucción de determinadas organizaciones matemáticas (OM). Las respuestas a las preguntas junto con una actividad específica llevarán al estudio de técnicas y de elementos tecnológicos-teóricos específicos para resolver la actividad y serán una excusa para el estudio de las OM que se quieran cubrir del programa de estudio (Calandra y Costa, 2017)

Así, la AEI que se construye tiene en cuenta el cuestionamiento del modelo epistemológico dominante y la elaboración de un MPR. Dicha AEI contiene la situación problemática inicial, la Q<sub>i</sub> y las orientaciones necesarias para que los grupos estudien las OM con el fin de encontrar conjuntamente las respuestas a Q<sub>i</sub>, y dar paso, finalmente, al análisis de las respuestas encontradas (Ruíz y Sierra, 2011)

Esta proyección de análisis de dialécticas lleva a pensar en la posibilidad de metodologías activas que, enmarcadas en la TAD, permitan dar cuenta de las habilidades de los estudiantes en el estudio de la geometría. Una de esas posibilidades, como ya se ha dicho, es el enfoque STEAM.

## 2.2. Enfoque educativo STEM y STEAM: habilidades

STEM (Science, Technology, Engineering y Mathematics) es una sigla acuñada en los años 90 por la National Science Foundation de Estados Unidos para constituirse como un movimiento educativo orientado al desarrollo de conocimientos y habilidades de los estudiantes (Ritz y Fan, 2015). STEM, además de acrónimo, es un término que significa "tallo" en inglés; y este "tronco común" es el pensamiento lógico y creativo (Furman et al., 2017). La educación STEM busca la conexión entre la escuela y el mundo real al aplicar la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las

matemáticas (Corfo, 2017) sustentado en el aprendizaje constructor (Sullivan y Bers, 2017) donde el estudiante aprende en interacción con los demás.

STEM ha dado lugar a la Educación Integrativa STEM, entendida como un enfoque de aprendizaje que integra prácticas ingenieriles y matemáticas y que puede ser mejorada con la integración del arte, las ciencias sociales y el lenguaje. Esta busca el cumplimiento de objetivos como: perseguir un enfoque holístico que dé sentido a los aprendizajes, personalizar los desafíos, usar adecuadamente los contenidos matemáticos, involucrar al alumno con metodologías activas, promover habilidades como la comunicación y la cooperación.

En 2008, Yarkman incluyó las artes en STEM e introdujo el acrónimo STEAM y marcó los inicios para la incorporación del arte en las disciplinas STEM (Hogan y Down, 2015; Pérez, 2015) hasta proponer el enfoque STEAM, bajo la premisa que las artes aportan un contexto social y creativo para la enseñanza de las ciencias, pueden ayudar al desarrollo de habilidades científico-técnicas o matemáticas (Ge, Ifenthaler y Spector, 2015), promueven el crecimiento emocional, fortalecen el pensamiento crítico y la resolución de problemas (Pelejero, 2018) y amplía las conexiones de la enseñanza (Quigley y Herro, 2016).

Así las cosas, STEAM se convierte en un enfoque pedagógico e interdisciplinar que busca “promover proyectos centrados en la innovación, la creatividad y el diseño, en la búsqueda de soluciones a problemas reales, potenciando el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (Cep Canarias, 2019, p. 1); además, hace más pertinente el aprendizaje al generar autonomía y potenciar habilidades blandas (Corfo, 2017, p. 11).

Este enfoque pretende capacitar en habilidades investigativas, pensamiento crítico, solución de problemas, creatividad, comunicación y colaboración; en el contexto de un modelo constructivista educativo en el cual se perciba la enseñanza como un proceso dinámico, participativo e interactivo del sujeto, de tal manera que el conocimiento sea una construcción del estudiante (Corfo, 2017).

STEAM requiere del aprendizaje interdisciplinar (Ruíz, 2017) y se vale del Aprendizaje Basado en Proyectos – ABP (Santillán, Santos, Jaramillo y Cadena, 2020.) - y del aprendizaje por indagación (OEA, 2018). El ABP, según el Buck Institute for Education (BIE, 2015), es un “método de enseñanza sistemático que involucra a los estudiantes en el aprendizaje de conocimientos y habilidades, a través de un proceso extendido de indagación, estructurado alrededor de preguntas complejas y auténticas, y tareas y productos cuidadosamente diseñados” (p.4); es una metodología de enseñanza en la cual los estudiantes protagonizan su propio aprendizaje (Medina y Tapia, 2017) y se comprometen en responder una pregunta, problema o desafío (Corfo, 2017) con el objetivo de obtener un producto final (García y Basilotta, 2017) que involucre procesos de investigación (Ruíz, 2017). Una caracterización del ABP se muestra en la figura 1.

Esta metodología, como hemos mencionado, permite el desarrollo de habilidades, destrezas, conocimientos y actitudes necesarios para enfrentar los retos del siglo XXI. Estas habilidades, según la Fundación Omar Dengo (2014), se pueden dividir en cuatro categorías: (a) maneras de pensar, como la creatividad y la innovación, el aprender a aprender, la resolución de problemas y el pensamiento crítico; (b) maneras de vivir en el mundo, como la vida misma, la responsabilidad personal y social, y la ciudadanía; (c) herramientas para trabajar, como la

apropiación de tecnologías digitales y el manejo de la información; y (d) maneras de trabajar, como la colaboración y la comunicación.



Figura 1. Caracterización del ABP

El aprendizaje por indagación potencia el pensamiento crítico y la toma de decisiones, dado que “permite partir de preguntas y generar un continuo cuestionamiento que promueve la búsqueda de estrategias para responder a las preguntas planteadas y con ello afianzar los conocimientos y las habilidades científicas” (OEA, 2018, p. 16). Este aprendizaje se entiende como “un enfoque pedagógico que tiene en cuenta la forma en que los estudiantes construyen progresivamente sus ideas científicas, desde el desarrollo de habilidades que hacen parte de la dinámica científica (IAP, 2010, citado en OEA, 2018, p. 23). Esta pedagogía indagatoria se articula con el constructivismo sociocultural, el aprendizaje significativo y el trabajo colaborativo (Everaert et al, 2016).

Consideramos que, así como en la indagación, el enfoque STEAM tiene su propia metodología y puede proponerse desde una actividad, lo importante es identificar una buena situación real y plantear buenas preguntas tendientes a asumir una actitud crítica frente al estudio y a ocuparse del estudio de las praxeologías.

La implementación de metodologías activas promueve el desarrollo de diferentes tipos de habilidades, como se muestra en la Tabla 1, todas ellas posibles de ser implementadas en un proyecto que se piense desde STEAM.

En correspondencia con lo anterior, y dadas las características de un estudio que busca relacionar las habilidades STEAM con las dialécticas de la TAD, en este trabajo de investigación se priorizan cuatro grupos de habilidades que son: (1) habilidades científicas y tecnológicas, (2) habilidades artísticas y comunicativas, (3) habilidades psicosociales y (4) habilidades en pensamiento crítico y resolución de problemas.

Habilidades para la vida. (OMS, 1999)	Emocionales (empatía, manejo de emociones y sentimientos y manejo de tensiones y estrés); sociales (comunicación asertiva, relaciones interpersonales, manejo de problemas y conflictos); cognitivas (autoconocimiento, pensamiento creativo, pensamiento crítico, toma de decisiones).
Habilidades STEAM (Yakman, 2008; Ruíz, 2015)	Científicas, tecnológicas, en modelación, artísticas, en resolución de problemas y habilidades blandas.
Habilidades Siglo XXI (Corfo, 2017)	Pensamiento crítico y resolución de problemas, creatividad, comunicación y colaboración; cualidades de carácter (curiosidad, iniciativa, persistencia, adaptabilidad, liderazgo y conciencia social y cultural).
Habilidades Siglo XXI (Rahman, 2019)	Creatividad e innovación, pensamiento crítico, resolución de problemas y toma de decisiones, aprender a aprender, comunicación asertiva, trabajo en equipo, alfabetización informacional, alfabetización en TIC, competencias ciudadanas, cuidar la vida y responsabilidad social y cultural.
Foro Mundo 4T (Wise, 2019)	Manejo de las matemáticas, saber comunicarse, conocimiento básico de la ciencia, ser creativo, innovar constantemente, resolver problemas y trabajar en equipo.

**Tabla 1. Habilidades relacionadas con STEAM.**

Las habilidades científicas y tecnológicas buscan que los estudiantes se acerquen a la ciencia en la medida que identifiquen y expliquen problemas del contexto latinoamericano como la desnutrición, la inequidad, la enfermedad y la pobreza, entre otros, y desarrollen habilidades en ciencia y tecnología tendientes resolverlos (OEA, 2018). Esto posibilita la indagación y promoción de habilidades científicas esenciales como: identificar preguntas y conceptos que guíen la actividad científica, implementar investigaciones científicas, usar la tecnología y la matemática para mejorar las investigaciones, formular proyectos científicos, analizar explicaciones y comunicar argumentos científicos (Comley, 2009).

En relación con las habilidades artísticas y comunicativas, STEAM busca que los estudiantes sean más prácticos y creativos en la comprensión de conceptos científicos. Aquí, el arte juega un papel fundamental en la sociedad y en el mejoramiento de la comunicación puesto que los procesos de indagación promueven habilidades sociales como el trabajo colaborativo y la comunicación por medio de la argumentación (OEA, 2018). Para resolver problemas no son suficientes los conocimientos disciplinarios específicos; en consecuencia, las ciencias han de enseñarse en integración con las artes si se analiza la posibilidad de potenciar habilidades como: imaginación y creatividad, interés por el arte, innovación, manejo del espacio, capacidad visual y comunicación verbal, entre otras que se conecten con diversas disciplinas (Cilleruelo y Zubiaga, 2014).

STEAM promueve el desarrollo de habilidades psicosociales o habilidades para la vida, puesto que permiten enfrentar las exigencias y desafíos que la misma vida impone. Entre estas habilidades conviene resaltar el aprendizaje colaborativo dado que este tiene una visión interdisciplinar que exige metodologías como el ABP e innovaciones como STEAM. La colaboración es tanto un valor como una habilidad que es necesario formar en la escuela dado que "la adquisición de habilidades de colaboración por parte de los jóvenes mejora el desempeño escolar y constituye un

valor que las futuras generaciones deben desarrollar si se desea una sociedad más democrática, justa e innovadora" (Vaillant y Manso, 2019, p. 4).

El Pensamiento Crítico y la Resolución de Problemas son de especial interés como habilidades transversales; entendido el pensamiento crítico como "una forma de pensar que es independiente del tema o contenido y en el cual la persona mejora la calidad de su pensamiento al apoderarse de las estructuras inherentes al acto de pensar y al someterlas a estándares intelectuales (OEA, 2018, p. 17). Los tiempos actuales reclaman personas creativas y competentes capaces de abordar problemas complejos como calentamiento global, innovación y exploración espacial, entre otros (García, Reyes y Burgos, 2017).

### 3. Metodología de investigación

El enfoque de la investigación es cualitativo y su interés es describir la forma como se comprende la realidad social utilizando métodos de análisis flexibles que permitan proveer nuevas perspectivas sobre otras que emergen cercanas al contexto social en el cual se generan los datos, así como las preguntas de investigación y la hipótesis. La investigación es de tipo descriptiva en tanto se basa en la observación de un fenómeno educativo particular como un todo de manera flexible, evolucionaria y recursiva; "los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis" (Sampieri, Fernández y Baptista, 2010, p. 122). Para esto se vale de instrumentos como: la observación de clase, el cuaderno de bitácora y el diario de procesos, entre otros que permitan explorar el fenómeno investigado y generado por las características que presentan los estudiantes cuando se enfrentan al estudio de la geometría.

Para lo anterior se utiliza la observación participante, dado que la profesora es la misma investigadora. Este rol investigativo implica guiar el proceso de estudio, observar y registrar las acciones de los estudiantes del grado octavo en un diario de campo, revisar los cuadernos de bitácora y sostener conversaciones con subgrupos de estudio con el fin de mejorar la comprensión de los procesos realizados.

La investigación se realiza con 32 estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Concejo de Medellín, escogidos aleatoriamente entre los 8 octavos matriculados en 2021. Estos estudiantes se ubican en los estratos socioeconómicos 1, 2, 3 y 4; habitan en barrios aledaños a la institución, en la comuna 13 y unos pocos más distantes, sus edades promedian los 13 años.

Debido a la pandemia del 2020 y 2021, se decide trabajar de manera virtual con guías que se realizan mensualmente. Por esta razón, se dedican 18 horas para la realización de la AEI, distribuidas en 3 semanas de a 6 horas. Así, durante el mes de abril de 2021, en medio de todas las dificultades que el Covid-19 ocasiona en la salud y en la educación, se realiza el estudio investigativo con las siguientes etapas.

Etapa 1: Análisis de los Niveles de Codeterminación Didáctica. En esta etapa se hace un análisis no solo de las formas de organización de los conocimientos matemáticos ya establecidos sino de los imaginarios y las realidades sociales que rodean a los estudiantes.

Etapa 2: Construcción de un Modelo Praxeológico de Referencia-MPR y diseño de la AEI. Una vez hecho los análisis anteriores, la investigadora se procede a la construcción de un MPR y al diseño de una AEI para la enseñanza de la

geometría, desde el enfoque STEAM en el marco de la TAD, como se plantea en el primer objetivo de la investigación.

Etapa 3: Implementación de una AEI en el enfoque STEAM. En esta etapa se realiza la AEI durante un periodo de tiempo razonable en el cual se puede observar qué situaciones del mundo de la vida y el arte se vinculan con el estudio de la geometría. Se recoge la información con el cuaderno de bitácora y el diario de procesos; así mismo se socializan los resultados de las AEI en el proyecto STEAM.

Etapa 4: Identificación de las Dialécticas. En esta etapa se describen las dialécticas emergentes durante el proceso de resolución de la AEI, así como su vinculación con las habilidades STEAM. La investigadora registra en el diario de procesos: actividad o procedimiento realizado, acciones de los estudiantes y dialéctica identificada. Luego sistematiza esta información en una tabla que contiene la dialéctica (Dn) las habilidades relacionadas (Hi), la frecuencia de dicha dialéctica (Fi) y los indicadores matemáticos y didácticos (In), como se mostrará más adelante.

Etapa 5: Difusión de los resultados parciales de la investigación. En esta etapa se comunican los hallazgos obtenidos en la realización de la AEI sobre la semejanza de polígonos en el enfoque STEAM.

#### 4. Modelo Praxeológico de Referencia

Después de un estudio diagnóstico en el cual se analizan las condiciones y restricciones que tiene la IE Concejo de Medellín, la sociedad medellinense y colombiana y después de revisar lo que demandan los documentos rectores para la Enseñanza de la Matemática en Colombia como: Lineamientos Curriculares (Men, 1998); Estándares Básicos de Competencias (Men, 2006); Derechos Básicos de Aprendizaje (Men, 2017) y Mallas de Aprendizaje (Men, 2019), se plantea el MPR elaborado como base en la implementación de la AEI para el estudio de la geometría en grado octavo. El mismo que parte de  $Q_0$  y cuyas cuestiones derivadas permitirían el estudio e investigación de las Organizaciones Praxeológicas allí nombradas si se tiene en cuenta la realización de tareas interdisciplinarias propuestas.

La pregunta generatriz  $Q_0$  “¿Cómo describir la semejanza de figuras en el mundo real?” genera otras preguntas secundarias que podrían posibilitar el estudio e investigación de las *praxeologías* en el campo de la geometría de manera interdisciplinaria con otras áreas como las ciencias naturales y la educación artística.

Esta pregunta podría empezar a responderse en la medida que los estudiantes se interesen por una AEI destinada al cuidado del medio ambiente interesada en analizar el impacto que ejerce lo urbano en la vida de hombres y mujeres cuando se tienen en cuenta aspectos de diseño y construcción relacionados con la semejanza de triángulos en cuanto a forma, medida y color del entorno.  $Q_0$  posibilita la realización de actividades en el orden de lo artístico, lo tecnológico y lo urbano, para reconstruir las características de la congruencia y la semejanza de polígonos y aplicarlas en beneficio de los seres vivos. En este caso se considera que la *praxeología* matemática para dar respuesta a  $Q_0$  es la articulación de otras más puntuales que se estudian en grado octavo.

Así,  $Q_1$ , puesta en la imagen 1, podría llevar al estudio de una *praxeología* relacionada con líneas y puntos notables tanto en el campo de la geometría, sino que desde el arte y la vida misma puede incentivarse la observación detallada para

el hallazgo de estos objetos geométricos los estudiantes al reconocimiento de líneas y puntos notables. Q<sub>2</sub> implicaría no solo el reconocimiento del teorema de Pitágoras, sino que posibilitaría la resolución de problemas que apliquen el mencionado teorema. Q<sub>3</sub> exige a los estudiantes razonar cuantitativamente para realizar cálculos con perímetros y áreas que los lleve a demostrar su destreza en el dibujo geométrico de una superficie que podría ser una teselado o fractal y proyectar dicho dibujo en una superficie real. Q<sub>4</sub>, cuestión central, podría llevar a la *praxeología* básica en este trabajo: congruencia y semejanza de polígonos, la misma que enfrentaría a los estudiantes a tareas que implique resolver situaciones relacionadas con la semejanza como otros usos del celular y la construcción de un teodolito casero para calcular grandes alturas. Esta pregunta pone el foco en el conocimiento científico como entorno protector de la vida al llevar al estudio de propiedades y teoremas, como el de Thales, que ayuden a realizar las mediciones indicadas y a brindar protocolos de seguridad y protección al medir alturas a través de una visual.

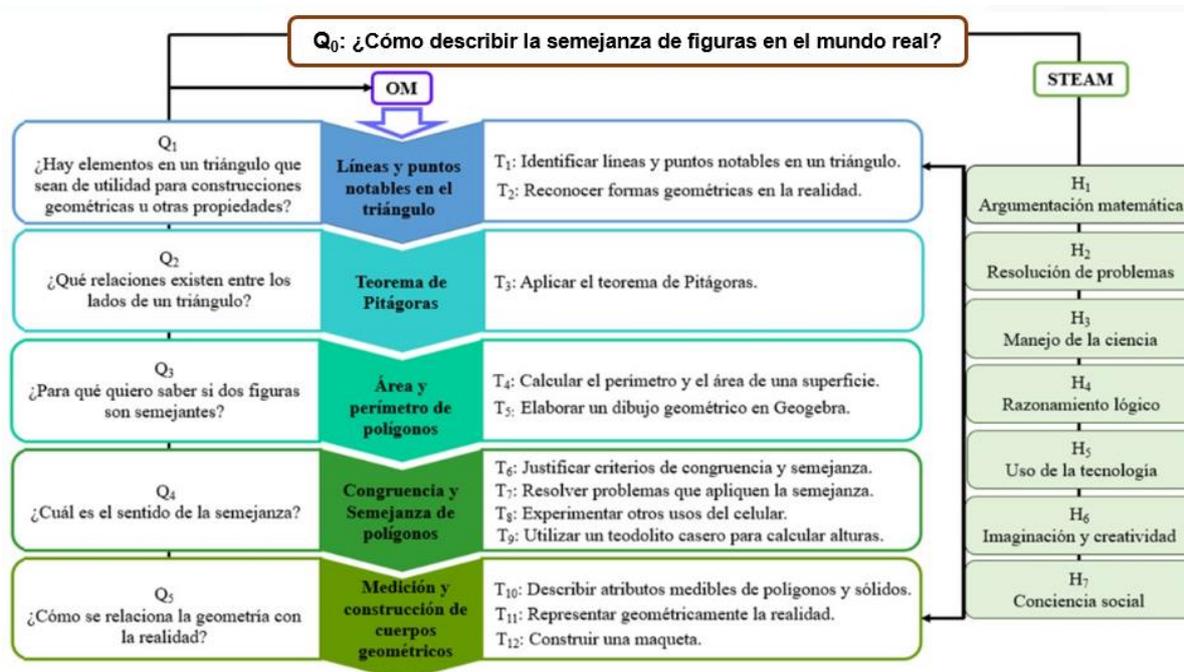


Imagen 1. Modelo praxeológico de referencia

Y finalmente, Q<sub>5</sub> da paso a la construcción de cuerpo geométricos que podrían corresponderse con edificios, tanques, puentes, o simplemente cajas, en el tránsito entre lo unidimensional, lo bidimensional y lo tridimensional; y acto seguido el paso a la dimensión real en cuanto al diseño y resistencia del entorno en que vivimos.

En este MPR, además de las preguntas generatrices, las organizaciones matemáticas y las distintas tareas, se han puesto las habilidades STEAM, que, dada la naturaleza del estudio que se realiza, es posible que puedan ayudar al análisis de los gestos didácticos realizados por estudiantes y maestros, dado que la TAD integra tareas, técnicas, tecnologías y teorías en la descripción del conocimiento matemático y STEAM, como enfoque educativo, puede ser una metodología que dinamiza dicha integración para que los estudiantes vivan experiencias contextualizadas.

En la construcción de un proyecto STEAM, se tienen en cuenta los requisitos propuestos por Zamorano, García y Reyes (2018); estos son: 1. Partir de la observación una situación real cercana a los estudiantes; 2. orientar la creación de un producto, 3. priorizar el desarrollo de habilidades, 4. trabajar de manera interdisciplinaria, 5. responsabilizar al estudiante del aprendizaje, 6. trabajar colaborativamente, 8. incorporar la tecnología y la creación artística y 9. evaluar el proceso y el producto. Este MPR propone la realización de tareas y actividades que funcionen como proyectos de aula con productos delimitados como: un teodolito casero, un móvil, una maqueta y un ideograma.

Una vez definidos los elementos iniciales, sin perder de vista la AEI, se dan las orientaciones para implementar cada tarea. Aquí, el estudiante adquiere autonomía en el aprendizaje y el profesor no solo acompaña la realización de actividades, sino que direcciona el proyecto hacia el objetivo y el aprendizaje en relación con conocimientos y habilidades asociadas a STEAM. Cada una de las clases es referenciada al final en la bitácora del estudiante.

La manifestación tanto de las dialécticas como de las habilidades STEAM, mientras se realiza la AEI, es registrada por la investigadora en su diario de procesos. La tabla 2 muestra las dialécticas y las habilidades STEAM.

Gesto a observar	Habilidad a indagar
D <sub>1</sub> : Al encontrar las respuestas dadas por otros autores, las estudia y las adapta a la formulación de nuevas preguntas que direccionen nuevas investigaciones.	H <sub>1</sub> : Propone explicaciones teóricas de ideas científicas derivadas de los resultados de un proceso de estudio e investigación producto de la exploración científica y tecnológica.
D <sub>2</sub> : Demuestra compromiso y dedicación a aportar su estudio y responsabilidad al trabajo colectivo enriqueciendo así la realización de las tareas del equipo.	H <sub>2</sub> : Maneja altos niveles de aceptación, cooperación y comunicación cuando trabaja en equipo para presentar tareas de manera responsable.
D <sub>3</sub> : Aporta al cuestionamiento y elaboración del MPR, en tanto su análisis compromete una postura didáctica en mejorar las praxeologías planteadas.	H <sub>3</sub> : Su razonamiento matemático es claro, comprensivo y coherente con las acciones emprendidas a partir de este.
D <sub>4</sub> : Aplica con facilidad lo estudiado en temas extramatemáticos y profundiza en aquellos temas que sea necesario para mejorar la respuesta a las preguntas planteadas.	H <sub>4</sub> : Resuelve problemas geométricos en los cuales aplica teoremas, procedimientos y propiedades al tiempo que asume una posición crítica al evaluar el proceso de resolución y la respuesta encontrada.
D <sub>5</sub> : Indaga el todo de manera general y no tiene problemas para seleccionar aquellas partes en las cuales debe profundizar su estudio.	H <sub>5</sub> : Da cuenta de un estudio interdisciplinario en la medida que integra con facilidad la geometría con otras áreas y disciplinas como las artes, la ciencia y la tecnología.
D <sub>6</sub> : Tiene la capacidad de priorizar aquellos temas que es necesario estudiar postergando, con argumentos válidos, los que no requieren inmediatez.	H <sub>6</sub> : Es autónomo y asertivo al utilizar el conocimiento científico en la toma de decisiones en las distintas fases del estudio que se realiza.

D <sub>7</sub> : Lee, investiga y explora diferentes sistemas de información para seleccionar aquellas fuentes necesarias como medio didáctico para responder las preguntas.	H <sub>7</sub> : Es respetuoso y místico en el manejo de la información, al tiempo que transmite, al comunicarse, una comprensión profunda y exhaustiva del tema.
D <sub>8</sub> : Escribe las respuestas a las preguntas, con suficiente coherencia y claridad, como para que quien lo lea comprenda el concepto o procedimiento geométrico que allí se aplica.	H <sub>8</sub> : Utiliza correctamente las formas de representación geométrica y transmite confianza al hablar o escribir sobre el tema de manera fuerte, clara y fácil de entender para el público.
D <sub>9</sub> : Asume una posición dialéctica cuando expone a los demás las respuestas construidas de tal manera que tolere la crítica que se haga y acepte los aportes de otros en el mejoramiento de las mismas.	H <sub>9</sub> : Crea contenidos digitales complejos, originales e innovadores (video, página, infograma, mapa mental), en los cuales integra herramientas tecnológicas y softwares que apliquen el enfoque STEAM.

**Tabla 2: Rúbrica para observar las Dialécticas y las Habilidades**

En la tabla 2 se muestra la relación entre las D<sub>n</sub> y las H<sub>n</sub> bajo el supuesto de la conexión TAD y STEAM ya puestos en consideración en este estudio. Lo expresado allí se relaciona con las tareas (T<sub>n</sub>) puestas en el MPR de la imagen 1, así como con las tecnologías en tanto estas últimas tienen que ver con la argumentación sobre las posibilidades de realización de dichas tareas. Así, las tecnologías se tornan fundamentales para que la práctica de la geometría sea más flexible e integral en la medida que describan y justifiquen las técnicas y fundamenten la producción de nuevas técnicas (Sierra, Bosch y Gascón, 2013)

## 5. Resultados

Con base en la tabla 2 y lo expresado en el diario de procesos, se estructura la tabla 3, en relación con la pregunta generatriz, las dialécticas (D<sub>n</sub>), la habilidad que se relaciona con dicha dialéctica (H<sub>i</sub>), la frecuencia (F<sub>i</sub>) con la cual se presentó dicha dialéctica durante la realización de la AEI y el indicador. Con este último se hace referencia a indicadores didáctico-matemáticos que se han construido a partir del apartado anterior, según la relación de Dialécticas y Habilidades presentadas por los estudiantes, y siguiendo las recomendaciones de Parra, Otero y Fanaro (2015).

D <sub>n</sub>	H <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>	Indicadores
D <sub>1</sub>	H <sub>1</sub>	6	I <sub>1</sub> : Buscan en classroom e internet de temáticas de estudio.
D <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	4	I <sub>2</sub> : Plantean preguntas derivadas de Q <sub>0</sub> .
D <sub>3</sub>	H <sub>3</sub>	7	I <sub>3</sub> : Proponen estudios para dar respuesta a las preguntas.
D <sub>4</sub>	H <sub>4</sub>	6	I <sub>4</sub> : Comunican sus hallazgos y resultados.
D <sub>5</sub>	H <sub>5</sub>	4	I <sub>5</sub> : Toman decisiones respecto a la construcción de modelos.
D <sub>6</sub>	H <sub>6</sub>	1	I <sub>6</sub> : Resuelven procedimientos propios de la geometría.
D <sub>7</sub>	H <sub>7</sub>	2	I <sub>7</sub> : Buscan alternativas de integración de áreas.
D <sub>8</sub>	H <sub>8</sub>	5	I <sub>8</sub> : Trabajan afectuosamente en equipo.
D <sub>9</sub>	H <sub>9</sub>	5	I <sub>9</sub> : Entregan un producto de buena calidad.

**Tabla 3: Dialécticas y Habilidades en la AEI**

I<sub>1</sub>: Los 6 grupos de estudiantes accedieron a las carpetas de estudio en Classroom (D<sub>7</sub>) y realizaron búsquedas en internet para construir respuestas a la pregunta

generatriz y plantear otras preguntas ( $D_1$ ) que dieran cuenta de la exploración científica y tecnológica como habilidad necesaria para la construcción de un proyecto STEAM ( $H_1$ ). Solo en algunos casos la búsqueda se hizo en libros de texto puesto que los estudiantes estaban en casa, las bibliotecas estaban cerradas y muy pocos tienen libros de texto.

$I_2$ : Al comienzo, los estudiantes se muestran renuentes a plantear preguntas; no obstante, con el avance en la AEI, empiezan a formular preguntas ( $D_1$ ), algunas implicadas con la historia de la matemática como: ¿cómo hizo Pitágoras para encontrar el teorema de Pitágoras? ¿por qué Thales quería saber la altura de la Pirámide?; otras relacionadas con las construcciones civiles como: ¿por qué el triángulo es tan efectivo en la construcción de un puente? ¿es posible llevar a cabo la construcción de una casa real basándose en nuestros planos y maqueta? ¿qué pasaría en un mundo sin triángulos?

$I_3$ : Uno de los grupos ( $G_2$ ) planteó la pregunta: ¿qué relación existe entre ortocentro de un triángulo equilátero, el centro de masa y el centro de gravedad? En la clase siguiente, admitieron haberse distribuido responsabilidades ( $D_2$ ) tendientes a la comprensión del tema ( $D_1$ ) y explicaron los hallazgos de su búsqueda de respuesta a esta pregunta ( $D_3$ ).

En el caso del ortocentro del triángulo equilátero hecho en el cartón, uno pone el dedo en este punto y el triángulo permanece en equilibrio puesto que también se le llama centro de masa. Es como si todo el peso se recargara sobre este punto que también se conoce como centro de equilibrio o centro de gravedad.

Otro grupo ( $G_6$ ) planteó la pregunta ¿es posible medir la estatura con el celular? Esto desencadenó un estudio liderado por el  $G_6$  en el cual cada uno de los equipos siguieron este procedimiento:

Elegimos una persona para calcularle la estatura. Ubicamos el celular a una distancia tal que pudiéramos tomar una foto de primer plano en la cual se tomaba la altura de la persona con una visual que pasaba por una estaca cuya altura era conocida. Después utilizamos el teorema de Tales para calcular la estatura de la persona. Al final medimos con el metro la estatura real y comparamos las medidas.

Respecto a la diferencia entre la estatura calculada y la estatura medida, los estudiantes argumentaron ( $H_4$ ):

La primera vez que lo hicimos nos dio el cálculo 1,76 m y la estatura real 1,68 m; nos dimos cuenta de las imprecisiones que teníamos. Entonces repetimos el cálculo siendo más precisos en las distancias, templando más el metro y haciendo mejor las operaciones y nos dio 1,68 m que era lo que tenía que dar.

Los mismos estudiantes buscaron en la red la información necesaria para comprender la situación que se presentaba con los dos triángulos rectángulos y lo expresaron con sus propias palabras. Después, seguían argumentando cuál de estos casos se presentaba en la situación planteada y resuelta.

Los dos triángulos son semejantes por el caso 3; puesto que solo el ángulo agudo de la base de quien tomaba la foto era igual en los dos triángulos que se formaban; los dos ángulos son el mismo ángulo, son comunes en un vértice.

Al final, los estudiantes llenan la bitácora respectiva para esta actividad, la cual es muy bien evaluada y emiten juicios como:

Esta actividad nos permitió interactuar con el ambiente, salir de nuestra zona de confort, trabajar en equipo, explorar y utilizar nuestro pensamiento matemático para realizar habilidades. Llegamos a varias conclusiones la primera es que, en las matemáticas, se necesita utilizar medios didácticos para así permitirnos tener un aprendizaje significativo.

l<sub>6</sub>: En diferentes momentos de la realización de la AEI, los estudiantes enfrentan procedimientos y razonamientos geométricos para encontrar la medida de un ángulo utilizando el teorema de la suma angular, para encontrar la medida del ángulo externo, para aplicar el teorema de Pitágoras y el teorema de Tales (D<sub>3</sub>) de tal manera que estudiaron las praxeologías planteadas con semejanza de triángulos.

l<sub>9</sub>: Los productos entregados, como puede verse en la imagen 2, dan cuenta de la responsabilidad asumida por cada grupo de estudio (D<sub>2</sub>) en la búsqueda de sistemas de información (D<sub>7</sub>) que les ayudara a asumir una postura didáctica en el análisis de las *praxeologías* (D<sub>3</sub>) y demostrar los conocimientos geométricos al socializar y entregar los diferentes resultados que se pedían (D<sub>9</sub>).



Imagen 2: Realizaciones de los estudiantes.

Las D<sub>n</sub> y las H<sub>i</sub> registradas, con la ayuda de l<sub>i</sub>, mostraron que existe una relación de equivalencia entre las dialécticas TAD y las habilidades STEAM. Los estudiantes lo demostraron en la medida que buscaron información (l<sub>1</sub>); plantearon preguntas derivadas de Q<sub>0</sub> (l<sub>2</sub>); propusieron el estudio (l<sub>3</sub>); comunicaron los resultados (l<sub>4</sub>); decidieron variables para el estudio y la repetición de algunos procesos (l<sub>5</sub>); hicieron los cálculos geométricos necesarios (l<sub>6</sub>); y trabajaron en equipo (l<sub>8</sub>) para entregar un producto de buena calidad (l<sub>9</sub>)

Los estudiantes terminan familiarizando con plantear preguntas de carácter cognitivo y se empeñan en buscar respuestas. Se sienten sorprendidos y admirados por el potencial que tienen teoremas como el de Pitágoras y el de Tales en la resolución de situaciones de la vida en las que se requiere hacer cálculos de distancias y medir grandes alturas sin tener que ponerse en peligro. Se inquietan por conocer más sobre planos y maquetas hasta el punto de querer ser arquitectos o ingenieros. Se interpreta que la sorpresa fue con ellos mismos dada su capacidad de poner en práctica lo aprendido y ser capaces de construir una maqueta triangular con las medidas pedidas.

Al final, los estudiantes se refieren a la AEI en general con diversas expresiones.

Fue muy agradable ya que pudimos convivir como grupo y hacer un buen trabajo y pudimos saber la manera de trabajo de los demás. En el trabajo en equipo, a pesar de las dificultades de la virtualidad, nos incluimos todos y aprendimos a respetarnos mientras estudiábamos. Fueron muy bacanas las actividades realizadas como el

móvil, el teodolito y la maqueta; fue muy bueno implementar presentaciones y videos para nosotros explicarle a la profesora como se hacían los procedimientos.

Además, se les pregunto cómo se sintieron con esta forma de estudio y ellos respondieron lo siguiente:

Nos sentimos cómodos e incluidos, ya que las clases al ser pedagógicas con ejercicios, bases de videos, imágenes eran adaptables y fáciles de aprender. No hubo monotonía ni aburrimiento; pudimos participar todos y nos sentimos motivados a dar lo mejor de nosotros para hacer un buen trabajo.

## 6. Comentarios Finales

En la implementación de la AEI para el estudio de la geometría se evidencia el funcionamiento de las dialécticas de la TAD (Chevallard, 2013) y su relación con las habilidades STEAM. Si bien se manifestaron indicadores para las dialécticas y las habilidades, los mayores progresos se observan en D<sub>1</sub>, del estudio y de la investigación, D<sub>2</sub>, del individuo y del colectivo; D<sub>4</sub>, del tema y fuera del tema y D<sub>7</sub>, del media – medio. Esto se explica dada la importancia de las habilidades asociadas las cuales buscaban comprometer a los estudiantes con metodologías activas y búsqueda de información tendiente a resolver situaciones reales que los comprometió con el desarrollo de habilidades propuestas por Ruíz (2017) como: pensamiento crítico, resolución de problemas, trabajo colaborativo y la toma de decisiones. Todo esto en el marco de la AEI y la realización de tres microproyectos que los llevó a realizar y aplicar un teodolito casero, una móvil y una maqueta. Es de resaltar la poca injerencia de D<sub>5</sub>, del paracaídas y las trufas puesto que los estudiantes no tienen la madurez suficiente para proponer profundizaciones necesarias para integrar la matemática con otras áreas (H<sub>7</sub>).

El MPR construido mostró su viabilidad para el estudio de la semejanza de polígonos a partir de la pregunta generatriz en un grado octavo. Las preguntas derivadas de Q<sub>o</sub> formuladas por los estudiantes permitieron mejorar el estudio y reconfigurar las *praxeologías* de tal manera que se le diera más sentido ido al estudio de la geometría en grado octavo y, de paso, pudieran superarse las complejidades de la pandemia.

El enfoque STEAM se proyecta como una metodología enriquecedora en el estudio de la geometría y la matemática puesto que activa el desempeño de los estudiantes en la realización de tareas conducentes a la creación de un producto cuyas condiciones de calidad están dadas por la aplicación del estudio realizado. Además de inquietarlos por hechos como la presencia de los triángulos en el mundo que los rodea, la incursión de la geometría en las construcciones, la posibilidad explicativa de la geometría en materia de seguridad y embellecimiento del entorno.

## 7. Referencias bibliográficas

- Alsina, Á., & Salgado, M. (2018). Land Art Math: una actividad STEAM para fomentar la competencia matemática en Educación Infantil. [https://www.researchgate.net/publication/327322528\\_Land\\_Art\\_Math\\_una\\_actividad\\_STEAM\\_para\\_fomentar\\_la\\_competencia\\_matematica\\_en\\_Educacion\\_Infantil](https://www.researchgate.net/publication/327322528_Land_Art_Math_una_actividad_STEAM_para_fomentar_la_competencia_matematica_en_Educacion_Infantil)
- Araya, R. (2016). STEM y Modelamiento Matemático. En: Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 2016, 11 (15), 291-317.
- Barrantes, H. (2013). El papel de la geometría en el currículo de enseñanza primaria y media. I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe. Universidad de Costa Rica.

- BIE. (2015). *Gold Standard PBL: Essential Project Design Elements*.  
[http://www.bie.org/object/document/gold\\_standard\\_pbl\\_essential\\_project\\_design\\_elements](http://www.bie.org/object/document/gold_standard_pbl_essential_project_design_elements)
- Blanco, T., Diego, J., García, M. y Ortiz, Z. (2018). Problemas en contextos reales para trabajar las matemáticas— Plataforma STEMforYouth. *Sociedad de la Información*, 58, 29-38.
- Brazell, J. (2010). Connecting STEM and Arts (TEAMS) to spur U.S. innovation. Recuperado de: <http://www.edutopia.org/blog/connecting-stem-arts-jim-brazell>
- Calandra, M. V. y Costa, V. A. (2017). Actividad de Estudio e Investigación para la enseñanza del concepto de Distribución Normal en carreras de ingeniería. Primer Congreso Latinoamericano de Ingeniería. Disponible en: <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/72836>
- Camargo, L. y Sandoval, I. (2017). Acceso equitativo al razonamiento científico mediante la tecnología. En: *Revista Colombiana de Educación*, núm. 73, pp. 179-211.
- Cep Canarias, (2019). Proyecto STEAM-L de Innovación Educativa 2018-2019.
- Chevallard Y. (2001). Aspectos problemáticos de la formación docente, XVI Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas, Huesca. <http://yves.chevallard.free.fr>.
- Chevallard, Y. (2010). ¿La didactique, dites-vous? *Education & didactique*, 4.1, 139-146. Recuperado de: [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id\\_article=181](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=181)
- Chevallard, Y. (2012). Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. *Journal du seminaire TAD/IDD*.
- Chevallard, Y (2013). Éléments de didactique du développement durable. Leçon 3.
- Cilleruelo, L. y Zubiaga, A. (2014). Una aproximación a la Educación STEAM. Prácticas educativas en la encrucijada arte, ciencia y tecnología.
- Comley, M. (2009). The inquiry-based science pedagogy debate. *LEARNING Landscapes*, 2(2), 155-166
- Connor, A. M., Karmokar, S., y Whittington, C. (2015). From STEM to STEAM: strategies for enhancing engineering & technology education. *International Journal of Engineering Pedagogies*, 5(2), 37-47.
- Corfo (2017). Preparando a Chile para una sociedad del conocimiento. Hacia una coalición que impulse la Educación STEAM.
- Corica, A. y Marín, E. (2014). Actividad de estudio e investigación para la enseñanza de nociones de geometría. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 85, 91-114.
- Corica, A. R., & Otero, M. R. (2016). Diseño e Implementación de un Curso para la Formación de Profesores en Matemática: una Propuesta desde la TAD. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30, 763-785.
- Costa, V.A. (2013). Recorridos de Estudio e Investigación Codisciplinarios en la Universidad para la Enseñanza del Cálculo Vectorial en Carreras de Ingeniería. Tesis Doctoral. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Exactas.
- Costela, C. (2017). La teoría antropológica de lo didáctico: herramientas para las ciencias de la educación. *Acta Herediana*, 59.
- Donvito, A. (2016). Difusión de Praxeologías Matemáticas en la escuela secundaria de adultos: la perspectiva de los estudiantes y de la didáctica según la teoría antropológica de lo didáctico. En: 2do Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática.

- Escobar, A. (2015). Propuesta metodológica para la enseñanza-aprendizaje de la geometría mediada por el diseño de situaciones problema que contribuye a la formación de valores en el grado sexto de la I.E. Lola González (Tesis de Maestría). Universidad Nacional.
- Everaert, C; Harlen, W; Alberts, B; Bybee, R, y O'Donnell, C., (2016). Antología sobre Indagación. Teorías y fundamentos de la Enseñanza de la Ciencia Basada en la Indagación. México: Innovec.
- Fontes, M. (2011). La noción de semejanza: una aproximación al estado del arte. En XIII Memoria de la Conferencia interamericana de educação matemática (pp. 1-5). Recife, Brasil: CIAEM.
- Furman, M, et al. (2017). XI Foro Latinoamericano de Educación: La construcción del pensamiento científico y tecnológico en los niños de 3 a 8 años. Buenos Aires: Santillana.
- Gamboa, R. y Ballestero, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Revista electrónica Educare, XIV (2). Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194115606010>
- García, A. y Basilotta, V. (2017). Project based learning (PBL): Assessment from the Perspective of Primary Level Students. *RIE-Revista De Investigación Educativa*, 35(1), 113-131.
- García, Y., Reyes, D. y Burgos, F. (2017). Actividades STEM en la formación inicial de profesores: nuevos enfoques didácticos para los desafíos del siglo XXI. En: Diálogos Educativos, 33 (18), 37-48.
- Ge, X., Ifenthaler, D., y Spector, J. (2015). Moving forward whit STEAM education research. Emerging technologies for STEAM education. Springer, 383-395.
- Hogan, J. & Down, B. (2015). A STEAM school using the big picture education (BPE) design for learning and school-what an innovative STEM Education might look like. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 23 (2), 47-60.
- Juárez, B., y Limón, O. (2013). Las matemáticas y el entorno socioeconómico como causa de deserción escolar en el nivel medio superior en México. *Multidisciplina*, 15, 72-90.
- Lozano, M. (2015). Using Enactivism as a Methodology to Characterise Algebraic Learning. En: *ZDM Mathematics Education*, 47 (2), 223-234.
- Medina, M. y Tapia, M. (2017). El aprendizaje basado en proyectos una oportunidad para trabajar interdisciplinariamente. *Revista científica Olimpia*, 14(46), 236-246.
- MEN, (1998). Lineamientos Curriculares de Lenguaje. Bogotá: Ministerio de Educación nacional.
- MEN, (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Bogotá: Revolución Educativa Colombia Aprende.
- MEN. (2017). Derechos Básicos de Aprendizaje V.2. Santa Fe de Bogotá: Panamerica Formas E Impresiones S.A
- MEN. (2019). Misión de Sabios Colombia. Disponible en: [https://minciencias.gov.co/sites/default/files/libro\\_mision\\_de\\_sabios\\_digital\\_1\\_2\\_0.pdf](https://minciencias.gov.co/sites/default/files/libro_mision_de_sabios_digital_1_2_0.pdf)
- OEA, (2018) La indagación como estrategia para la educación STEAM. Guía Práctica. Portal Educativo de las Américas de la OEA- Red EducaSTEAM]. Disponible en: <https://recursos.educoas.org/sites/default/files/Final%20OEA%20Indagacio%CC%81n.pdf>

- OECD (2016), *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic and Financial Literacy*, OECD Publishing, Paris. (Extraído de <http://dx.doi.org/10.1787/9789264255425-en> 15 diciembre 2017).
- OECD (2017), *PISA 2015 Results (Volume V): Collaborative Problem Solving*, OECD Publishing, Paris. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264285521-en>, 18 diciembre 2017).
- Otero, M., Fanaro, M y Corica, A. (2013). *La teoría antropológica de lo didáctico en el aula de matemática*. Buenos Aires: Dunken.
- Parra, V. y Otero, M. (2018). Antecedentes de los Recorridos de Estudio e Investigación (REI): características y génesis. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 13 (2), 1-18.
- Parra, V., Otero, M. y Fanaro, M. (2010). Fenómenos Didácticos Relativos a la Evaluación en la Universidad: Una Descripción desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico. En: Actas Segundo Congreso Internacional de Didácticas Específicas “Poder, disciplinamiento y evaluación de saberes.
- Pelejero, M. (2018). Educación STEM, ABP y aprendizaje cooperativo en Tecnología en 2o ESO. Tesis de Maestría, Universidad Internacional de La Rioja. Facultad de Educación.
- Pérez, J. (2015). STEM, STEAM... ¿pero eso qué es?. Didactalia. <https://odite.ciberespinal.org/comunidad/ODITE/recurso/stem-steam-pero-eso-que-es>
- Quigley, C. F., y Herro, D. (2016). “Finding the joy in the unknown”: implementation of STEAM teaching practices in middle school science and math classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, 25(3), 410-426.
- Ritz, J. y Fan, S. (2015). STEM and technology education: international state of the art, *International Journal of Technology and Design Education*, 25 (4), 429-451.
- Ruiz, F. (2017). Diseño de proyectos STEAM a partir de currículum actual de Educación Primaria utilizando Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje Cooperativo, Flipped Classroom y Robótica Educativa. Tesis Doctoral, Universidad CEU Cardenal Herrera, Departamento de Ciencias de la Educación.
- Ruiz, A. y Sierra, T. (2011) La formación matemático-didáctica del profesorado de secundaria. pp. 465-483. En: Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico. Disponible en: <https://recercat.cat/bitstream/id/54716/Documents10.pdf>
- Sampieri, R., Fernandez, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación* (Quinta edición). México: MCGRAW-HILL.
- Sanabria, M. y Costa, V. (2016). Una propuesta didáctica para el estudio del concepto de logaritmo en el marco de la teoría antropológica de lo didáctico. En 2<sup>do</sup> Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática.
- Sanders, M. (2009). STEM, STEM Education, STEMANia. *Education*, 68(4), 20–27.
- Santillán, J. P., Santos, R. D., Jaramillo, E. M. y Cadena, M. (2020). STEAM como metodología activa de aprendizaje en la educación superior. En: Pol. Con. (Edición núm. 48) Vol. 5, No 08, pp. 467-492, ISSN: 2550 - 682X. DOI: 10.23857/pc.v5i8.1599
- Sierra, T. A., Bosch, M. y Gascón, J. (2013). El cuestionamiento tecnológico-teórico en la actividad matemática: el caso del algoritmo de la multiplicación. En: *Bolema*, 27(47), pp. 805-828. Disponible en: <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000400006>
- Sullivan, A., & Bers, M. U. (2018). Dancing robots: integrating art, music, and robotics in Singapore’s early childhood centers. *International Journal of Technology and Design Education*, 28(2), 325-346.

- Vaillant, D. y Manso, J. (2019). Orientaciones para la formación docente y el trabajo en el aula: Aprendizaje Colaborativo. Chile: SUMMA.
- Vergara, J. (2015). Aprendo porque quiero. El aprendizaje basado en proyectos. España: Ediciones SM.
- Villarreal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. Virtualidad, educación y ciencia, VEC, 3(5), 73-94
- Yarkman, G. (2008). STEAM Education: an overview of creating a model of integrative education. En M.J. de Vries (Ed.), PATT-17 and PAT-19 proceedings (pp. 335-358). Reston, V. A.: ITEEA.
- Zambrano, K. (2017). Fortalecimiento de las matemáticas a través de las STEAM en la Tecnoacademia de Neiva. Revista Ciencias Humanas, 14, 39-52.
- Zamorano, T.; García, Y. y Reyes, D. (2018). Educación para el sujeto del siglo XXI: principales características del enfoque STEAM desde la mirada educacional.

**Clara Cecilia Rivera Escobar**

Profesora de matemáticas en educación secundaria en la I. E. Concejo de Medellín (Colombia), profesora de la Maestría en Enseñanza de las matemáticas del Instituto de matemáticas de la Universidad de Antioquia (Colombia), estudiante del Doctorado en Educación de la Universidad Nacional de La Plata (Argentina).

Correo electrónico: [claresco27@gmail.com](mailto:claresco27@gmail.com)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2945-7808>

**Viviana Angélica Costa**

Doctora en Enseñanza de las Ciencias, Mención Matemática, de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (Argentina), profesora de Ciencias Básicas - Facultad de Ingeniería en la Universidad Nacional de La Plata (Argentina) y directora de esta tesis doctoral.

Correo electrónico: [vacosta@ing.unlp.edu.ar](mailto:vacosta@ing.unlp.edu.ar)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1782-5378>