ISSN: 1815-0640
Número 69. Diciembre 2023
Páginas 1-19

Estratégia de resolução de Problemas Olímpicos Internacionais com auxílio do GeoGebra: um olhar sob a perspectiva da Teoria das Situações Didáticas

Joelma Alves Rodrigues, José Gleison Alves da Silva, Francisco Régis Vieira Alves, Daniel Brandão Menezes

Fecha de recepción: 31/08/2022
Fecha de aceptación: 29/12/2022

Resumen

Este artículo presenta una propuesta didáctica para la resolución de Problemas Olímpicos, específicamente, de la Olimpiada Internacional de Matemáticas (OMI), asumiendo los supuestos de la metodología de investigación de la Ingeniería Didáctica (ED) y siguiendo una secuencia docente basada en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD). Esta investigación utiliza una Situación Didáctica Olímpica (SDO) junto con el uso de GeoGebra, con el fin de facilitar la comprensión del alumno, desarrollando su autonomía a medida que construye conocimiento a través de los cuatro dialectos del TSD, que son: acción, formulación, validación e institucionalización.
Palabras clave: Ingeniería Didáctica, Teoría de Situaciones Didácticas, Situación Didáctica Olímpica, IMO.

Abstract

This article presents a didactic proposal for the resolution of Olympic Problems, specifically, of the International Mathematical Olympiad (IMO), assuming the assumptions of the Didactic Engineering (ED) research methodology and following a teaching sequence based on the Theory of Didactic Situations (TSD). This investigation uses an Olympic Didactic Situation (SDO) along with the use of GeoGebra, in order to facilitate the student's understanding, developing his autonomy as he builds knowledge through the four dialects of TSD, they are: action, formulation, validation and institutionalization.
Keywords: Didactic Engineering, Didactic Situations Theory, Olympic Didactic Situation, IMO.

Resumo	Este artigo apresenta uma proposta didática para a resolução de Problemas Olímpicos, especificamente, da Olimpíada Internacional de Matemática (IMO), assumindo os pressupostos da metodologia de pesquisa Engenharia Didática (ED) e seguindo uma sequência de ensino embasada na Teoria das Situações Didáticas (TSD). Essa investigação utiliza uma Situação Didática Olímpica (SDO) junto ao uso do Geogebra, com o intuito de facilitar o entendimento do aluno, desenvolvendo sua autonomia à medida que for construindo o conhecimento por meio das quatro dialéticas da TSD, são elas: ação, formulação, validação e institucionalização. **Palavras-chave:** Engenharia Didática, Teoria das Situações Didáticas, Situação Didática Olímpica, IMO.

1. Introdução

Com o passar dos anos, as competições olímpicas vêm se mostrando mais presentes nas escolas do Ensino Básico no Brasil, apresentando um crescimento na participação de alunos. De acordo com Filho,

> As disputas de Matemática, mais conhecidas como olimpíadas de Matemática, vêm alcançando gradativamente mais espaço nas instituições escolares no Brasil. Essas olimpíadas objetivam aprimorar o aperfeiçoamento da cultura Matemática e identificar quais alunos apresentam domínio na resolução de problemas e que demonstram uma agilidade no raciocínio. (Filho, 2019, p.13).

Contudo, uma grande quantidade de estudantes considera os problemas que são abordados em olimpíadas de matemática muito complexos. Essa complexidade acaba distanciando os alunos desses problemas olímpicos e, consequentemente, dificulta a preparação para as olimpíadas de matemática.

Filho (2019, p. 13) acrescenta que, “de forma geral, a preparação para as Olimpíadas de Matemática ainda deixa a desejar, pois muitos alunos têm a Matemática como difícil. Podemos verificar nas avaliações escolares o alto índice de reprovações na disciplina, causando o desinteresse dos discentes”. Diante disso, é importante que os professores encontrem formas de atrair esses alunos, de maneira que estimule o raciocínio lógico, desperte interesse pela resolução de problemas, e assim, prepará-los para as olimpíadas.

O presente artigo, traz em seu bojo, um Problema Olímpico (PO) retirado da Olimpíada Internacional de Matemática (IMO), prova realizada em 2018, abordando o conteúdo de triângulos (circuncírculo, mediatriz, bissetriz e altura). Esse tema se encontra incluso no estudo de geometria plana, a qual será estabelecida na Situação Didática Olímpica (SDO), identificando as competências necessárias, descrevendo o percurso de aprendizagem envolvendo as quatro dialéticas da Teoria das Situações Didáticas (TSD) (ação, formulação, validação e institucionalização). No decorrer desse processo, será utilizado o GeoGebra, onde o PO[1] será adaptado a esse recurso tecnológico, objetivando facilitar o entendimento do aluno, principalmente, no que diz respeito à visualização e manipulação dos cálculos.

A Olimpíada Internacional de Matemática (IMO) é a competição do campeonato mundial de matemática, realizada pela primeira vez em 1959, na Romênia. Desde então, anualmente, mais de 100 países apresentam equipes formadas por 6 estudantes do Ensino Médio para a competição de Matemática mais importante do mundo. Em 2017, o Brasil teve a honra de sediar a 58ª IMO (IMO, 2023).

Considerando o nível de conhecimento matemático que a Olimpíada Internacional de Matemática (IMO) apresenta, e que uma grande quantidade de alunos não tem a preparação necessária, seja por não dominarem os conceitos primitivos dos conteúdos abordados ou por falta de preparação e incentivo dos próprios professores, esse artigo dará um suporte a esses alunos, auxiliando-os na compreensão do conteúdo de triângulos e mostrando estratégias de resolução de problemas.

Portanto, este trabalho tem como objetivo descrever uma proposta didática, por meio da Teoria das Situações Didáticas (TSD), construindo, dessa forma, o conhecimento do aluno, resolvendo problema da Olimpíada Internacional de Matemática (IMO), amparado pelo *software* GeoGebra, assim, podendo contribuir para o conhecimento do aluno e do professor.

Utilizamos a metodologia de pesquisa Engenharia Didática (ED), onde serão desenvolvidas as suas duas primeiras fases (análises preliminares e concepção e análises *a priori*), cabe lembrar que a Engenharia Didática se caracteriza "como um esquema experimental baseado sobre "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino" (Artigue, 1988 como citado em Machado, 2002, p. 119).

Em complementariedade seguimos uma sequência de ensino embasada na Teoria das Situações Didáticas (TSD), metodologia criada por (Brousseau, 1986). Essa teoria desmembra o processo de aprendizagem em quatro etapas: ação, formulação, validação e institucionalização, essa teoria estuda as formas de elaboração e apresentação do saber escolar (Brousseau, 1986).

A Situação Didática Olímpica (SDO) organiza o passo a passo para a resolução de um Problema Olímpico (PO), desenvolvendo as habilidades dos alunos, estimulando sua capacidade de pensar, de buscar estratégias e, construindo seu conhecimento gradativamente a cada dialética desenvolvida. Nesse sentido, (Santos & Alves, 2017) definem como SDO, a relação entre a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e os Problemas Olímpicos (POs).

Nas seções a seguir, apresentamos a metodologia de pesquisa Engenharia Didática (ED), a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a proposta didática, SDO, referente a esta investigação.

[1] Problema Olímpico.

2. Referencial teórico

No próximo segmento, será discorrido com mais detalhes sobre algumas abordagens que darão embasamento teórico para a construção desta pesquisa, tais como, a Engenharia Didática (ED), a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e suas quatro etapas e as Situações Didáticas Olímpicas (SDO).

2.1. Engenharia Didática (ED)

A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa que surgiu no decorrer das discussões desenvolvidas no Instituto de Investigação do Ensino de Matemática (IREM), na França, no término dos anos 60, e compõe um sistema de ensino francês, a Didática da Matemática, a qual se concentra nas atividades didáticas, com o objetivo de priorizar o saber matemático. (D'Amore, 2007, p. 183), complementa como objetivo da Didática da Matemática [...] "a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito".

Segundo Alves e Dias (2017, p.197) a Engenharia Didática (ED) "foi pensada e formulada para o ensino de Matemática", motivo pelo qual nos despertou interesse por essa metodologia.

Desde o seu surgimento, a ED vem contribuindo para o ensino de matemática, denotando um mecanismo na experimentação de sequências de treinamento, no qual adota um modo interno de validação fundamentado na comparação entre as análises *a priori* e *a posteriori*. Nesse sentido, (Filho, 2019, p.25) arremata que "a expressão ED também tem sido utilizada para denotar atividades de desenvolvimento, referindo-se ao desenho de recursos educacionais baseados em resultados de pesquisas ou construções e ao trabalho de engenheiros didáticos".

Para a adoção de uma ED, o primeiro passo é constituído da identificação de um problema, sobre isso, Douady (1993, p. 3) especifica que "todo o trabalho de construção, análise e previsão, repousa sobre um questionamento didático". Nessa perspectiva, buscamos a descrição de sequências de ensino distinguido, é importante salientar as observações de Bolon, onde explica que:

> A organização da sequência repousa sobre a hipótese de que a criança constrói novos conhecimentos a partir dos conhecimentos anteriores, na necessidade e em condições de reestruturá-los. O papel do professor se insere em favorizar a articulação entre os antigos saberes e os novos, proporcionando um novo procedimento de resolução, procedimento que resultará num novo conhecimento. (Bolon, 1996, p.75).

A ED, aliada à TDS esquematizada em quatro etapas (ação, formulação, validação e institucionalização), permite ao professor construir situações didáticas, possibilitando ao docente estruturar sua aula seguindo um planejamento, o qual visa ter um controle sobre as possíveis ações que os estudantes poderão realizar durante a resolução de um problema.

A Engenharia Didática é uma metodologia embasada em situações didáticas em sala de aula, sendo subdividida em quatro fases, são elas: análises preliminares, concepção e análises a *priori*, experimentação e, análises a *posteriori* e validação.

Análises Preliminares é a primeira fase da Engenharia Didática, onde o investigador deverá analisar os aspectos fundamentais, tais como, definir e estruturar os conceitos matemáticos, examinar os sistemas de ensino, avaliar os livros didáticos adotados, analisar as concepções de professores diante dos desafios encontrados, e claro, outro aspecto de igual importância é estabelecer o problema de pesquisa.

Ainda nessa fase, é essencial realizar os estudos bibliográficos relacionados ao objeto de pesquisa, em busca de embasar as dificuldades apresentadas pelos alunos durante a aplicação da metodologia. É a partir dessa Análise preliminar que o professor irá se basear na construção da Engenharia Didática. Segundo Almouloud e Coutinho, a pesquisa é baseada nos seguintes aspectos:

> Epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino; do ensino usual e seus efeitos; das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução; das condições e fatores de que depende a construção didática efetiva; a consideração dos objetivos específicos da pesquisa e; o estudo da transposição didática do saber considerando o sistema educativo no qual insere-se o trabalho. (Almouloud & Coutinho, 2008, p.66).

Contudo, (Artigue, 1996 como citado em Carneiro, 2005) sugere que essa análise inclua a distinção de três dimensões: 1) dimensão epistemológica, associada as características do saber em jogo; 2) dimensão didática, associada as características do funcionamento do sistema de ensino; 3) dimensão cognitiva, associada as características do público ao qual se dirige ao ensino.

Já na segunda fase, Concepção e Análises *a priori*, objetiva-se validar os pressupostos apontados nas análises preliminares, dessa forma, elaborar uma série de situações – problema. É o momento em que o professor deve fazer suas observações e controlar a dimensão das perguntas e dúvidas que os alunos poderão encontrar nas fases seguintes.

De acordo com Almouloud e Coutinho (2008, p.67), “[...] o objetivo de uma análise a *priori* é determinar como as escolhas efetuadas (as variáveis que queremos assumir como pertinentes) permitem controlar os comportamentos dos alunos e explicar seu sentido”, ainda segundo os autores essa fase é o momento de:

> Descrever as escolhas das variáveis locais e as características da situação adidática desenvolvida. Analisar a importância dessa situação para o aluno e, em particular, em função das possibilidades de ações e escolhas para construção de estratégias, tomadas de decisões, controle e validação que o aluno terá. As ações do aluno são vistas no funcionamento quase isolado do professor, que, sendo o mediador no processo, organiza a situação de aprendizagem de forma a tornar o aluno responsável por sua aprendizagem; Prever comportamentos possíveis e tentar mostrar como a análise feita permite controlar seu sentido, assegurando que os comportamentos esperados, se e quando eles intervêm, resultam do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem. (Almouloud & Coutinho, 2008, p. 67).

Nessa perspectiva, as variáveis da pesquisa precisam estar bem definidas, de tal forma a obter êxito nos objetivos esperados. (Artigue, 1988), destaca dois tipos de variáveis que serão manuseadas pelo pesquisador: as variáveis macrodidáticas ou globais, relativas a organização global da engenharia e as variáveis microdidáticas ou locais, relativas a organização local da engenharia.

É a partir dessas variáveis que são determinadas as partes mais importantes a serem desenvolvidas na próxima fase, ou seja, determinar o que será realizado controlando a relação do aluno com o tema trabalhado.

Ainda segundo Artigue (1988) a Análise *a priori* tem uma parte de descrição e outra de previsão, que se baseia nos seguintes questionamentos:

- Que problema o aluno tem para resolver?
- O que o aluno precisa saber para compreender os problemas?
- O que o aluno precisa saber para resolver o problema?
- Que tipo de controle o aluno tem sobre sua ação?

Essas são perguntas norteadoras para o pesquisador utilizar na sua metodologia de pesquisa.

A terceira fase da ED é a Experimentação, esse é o momento de aplicar todo o material desenvolvido pelo pesquisador no decorrer das fases anteriores, tendo a oportunidade de corrigir as dificuldades que foram encontradas.

Segundo Almouloud (2007), a fase da experimentação é a ocasião de praticar o instrumental construído, corrigindo-o quando as análises locais identificam essa necessidade, possibilitando uma complementação, por meio de um retorno às análises a *priori*.

Análises a *posteriori* e Validação é a última fase de aplicação da Engenharia Didática, e consiste em realizar todas as análises sobre o objeto de pesquisa, os materiais produzidos pelos alunos e as observações. Os resultados aqui encontrados, serão abordados qualitativamente, contudo, os mesmos dependem de todo o material estudado.

Na avaliação dos resultados das etapas propostas pela sequência didática, propicia uma comparação das condições de ensino e aprendizagem antes e depois das aplicações das estratégias elaboradas com base na Engenharia Didática.

Para Almouloud e Coutinho (2008) a análise a *posteriori* de uma sessão é o conjunto de resultados que se pode tirar dos dados recolhidos e que contribuem para a melhoria dos conhecimentos didáticos que se tem sobre a transmissão do saber em questão.

Vale ressaltar que, no decorrer desse trabalho, onde será utilizada a metodologia de pesquisa Engenharia Didática (ED), serão desenvolvidas somente as suas duas fases iniciais (análises preliminares e concepção e análises *a priori*).

2.2. Teoria das Situações Didáticas (TSD)

A Teoria das Situações Didáticas (TSD), procura estimular a relação entre professor, aluno e o saber matemático, o qual pretende produzir um modelo de interação entre o aprendiz, o saber e o *milieu*. Para (Oliveira e Mastroianni, 2015), o *milieu* constitui a ambientação na qual sucedem as interações entre os agentes (alunos e professores) e o conhecimento em jogo.

A TSD proporciona ao aluno situações que provocam perguntas, questionamentos e conflitos que o levam a construir seu próprio conhecimento, desenvolvendo assim, sua autonomia. De acordo com (Brousseau, 2008), no processo de ensino e aprendizagem, o aluno deve realizar suas próprias investigações e conclusões sobre um determinado problema, onde o professor não poderá dar a resposta imediatamente, o que evidencia uma característica de uma situação didática.

O modelo baseado na TSD, segundo Pommer,

> Propõe uma ruptura referente ao padrão de aula com papéis estanques, onde o professor é encarregado da aula magna propiciada pela exposição dos conteúdos, esperando que o aluno processe e assimile de modo passivo o objeto desenvolvido unilateralmente pelo ininterrupto discurso docente. (Pommer, 2013, p. 14).

Desse modo, as situações proporcionadas ao aluno, através da TSD, permitem ao mesmo, um controle sobre os obstáculos sujeitos a aparecerem durante a resolução de problemas. Nesse sentido, Brousseau (1996) propõe um modelo de sistema didático estruturado por três componentes: professor, aluno e saber. Tal esquema é intitulado como triângulo didático (Figura1).

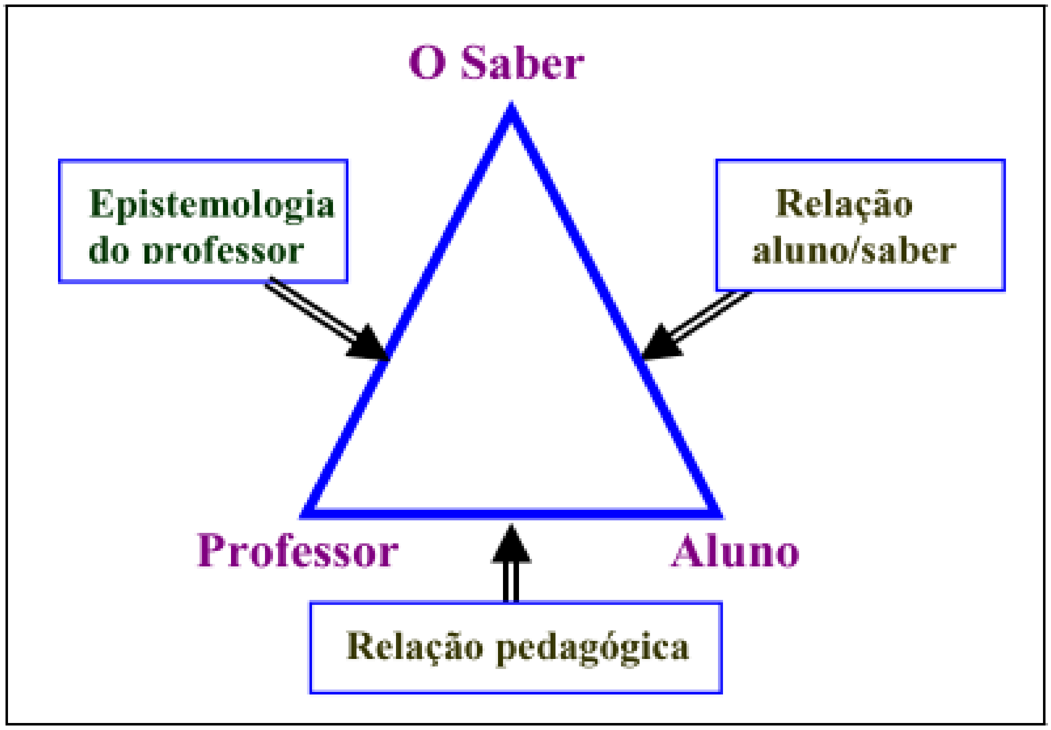

Figura 1. Triângulo Didático.
Fonte: Pommer (2013).

O referido triângulo didático apresenta três importantes relações:

- Professor e aluno: Denominada de relação pedagógica. O docente desempenha o papel de mediador, considerando ser o responsável pela organização da sequência.

- Professor e saber: Denominada como epistemologia do professor. O docente não deve possuir apenas o domínio do conteúdo matemático, mas também elaborar estratégias que estimule o processo da situação didática, proporcionando ao educando um conhecimento significativo.

- Aluno e saber: Relação, na qual, deve-se considerar os conhecimentos precedentes dos estudantes, fornecendo um ambiente benéfico de modo a instigar a realização de investigações, deduções e comprovação de suas ideias.

Nessa perspectiva, Almouloud aponta três hipóteses, a qual a TSD se baseia, são elas:

> i. O aluno aprende adaptando-se a um milieu que é fator de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio[...]. Esse saber, fruto da adaptação dos alunos, manifesta-se pelas respostas novas, que são a prova da aprendizagem. ii. [...]. O professor deve criar e organizar um milieu que seja suficiente para desenvolver situações suscetíveis de provocar essas aprendizagens. iii. A terceira hipótese postula que esse milieu e essas situações devem engajar os conhecimentos matemáticos envolvidos durante o processo de ensino e aprendizagem. (Almouloud, 2007, p.32).

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) analisa e desmembra o processo de aprendizagem em quatro etapas, conhecidas também como dialéticas, em cada uma, o educando tem relações distintas com o saber.

Na primeira etapa ou dialética da ação, é o momento que oportuniza aos educandos interagir com o meio, onde irão refletir e simular tentativas de resolução, sendo capazes de tomar decisões para organizar estratégias para solucionar o problema exposto. Aqui, os estudantes constroem modelos implicitamente: um conjunto de regras e relações para tomar uma nova decisão sem ser reconhecido ou exigido para ser divulgado explicitamente (Manno, 2006).

Na segunda etapa ou dialética da formulação, são apresentadas as interações existentes nas atividades. É a troca de saberes entre alunos e outros indivíduos, sejam eles emissores ou receptores. De acordo com Pommer,

> Nas situações de formulação, se instala intensa troca de informação entre o aluno e o ‘milieu’, ocorrendo tentativas de utilização de uma linguagem mais adequada para comunicação entre alunos, porém sem a obrigatoriedade do uso explícito de linguagem matemática formal. Nesta situação poderá ocorrer certa ambiguidade, redundância, uso de metáforas, criação de termos semiológicos novos, falta de pertinência e de eficácia na mensagem, dentro de retroações contínuas. (Pommer, 2013, p.18).

Na terceira etapa ou dialética da validação, o aprendiz procura convencer os interlocutores da ratificação das afirmações que são feitas, sendo necessário elaborar provas e demonstrações. Os estudantes são forçados a solucionar o problema e engendrar uma explicação completa de como se deu a resolução, de forma convincente. A conclusão de um discente pode ser aceita ou recusada pelos outros alunos. Brousseau (2008) explica que esta etapa, a validação, pode servir como um meio para comunicar explicitamente para os alunos e como um meio para aprender a construir o raciocínio lógico baseado em evidências.

Na quarta etapa ou dialética da institucionalização, a qual é a última da TSD, espera-se que o estudante admita o significado de um saber que ele próprio elaborou no decorrer das fases anteriores. Nesse sentido,

> Nas situações de institucionalização o professor reassume um papel explícito, identificando, sistematizando e conferindo valor aos objetos debatidos nas situações de validação. Nessa etapa de institucionalização, o professor faz um fechamento das principais ideais ou conceitos mobilizados pela situação didática, apontando quais conhecimentos dos alunos são relevantes e quais são descartáveis, podendo inclusive introduzir novos conceitos, de modo a apresentar a teoria necessária para consolidar o objeto de estudo. (Pommer, 2013, p.19).

Nessa fase, “a ação do professor deverá depurar com o grupo uma síntese de todos os dados coligidos e aventados nas fases dialéticas anteriores” (Alves, 2016, p.94).

A partir do que foi exposto anteriormente, a proposta didática apresentada na seção seguinte, propiciará ao aluno a adaptação e a construção do conhecimento. Nesse caso, definimos como variável de comando o *software* GeoGebra, que permitirá ao discente a acuidade de novas estratégias atinentes a Situação Didática Olímpica (SDO), através da visualização da figura e a manipulação dos cálculos.

3. Proposta didática

As questões que pertencem a prova da IMO requerem do estudante um conhecimento mais elaborado acerca dos conteúdos abordados, uma boa compreensão, além de concentração e habilidade matemática. Posteriormente, será apresentado um Problema Olímpico da IMO, prova realizada em 2018, como uma revisão do conteúdo de triângulos para a preparação para esta competição.

Os Problemas Olímpicos, são definidos por Alves como:

> um conjunto de situações problemas de Matemática, abordado em um contexto competitivo ou de maratonas, com a participação apenas (e de modo restritivo) dos estudantes competidores, cuja abordagem e características de ação individual e solitária destes envolve apenas objetivo/escopo de se atingir as metas (medalhas e certificados) definidas a priori em cada competição por intermédio do emprego de estratégias especializadas, raciocínios e argumentos matemáticos eficientes, instrumentalizados previamente por professores de Matemática. (Alves, 2021, p.125).

Esses problemas de olimpíadas estão vinculados com o que chamamos de Situação Didática Olímpica (SDO), definida por Oliveira (2016), como sendo situações de ensino para resolução de problemas olímpicos segundo as fases dialéticas de Brousseau (2008), que serão apresentadas no decorrer deste trabalho.

O primeiro pesquisador a usar o conceito de SDO foi Oliveira (2016), na sua dissertação, sucessivamente, nas dissertações mais recentes, tais como a de Andrade (2018) e a de Santos (2018). Segundo Alves, uma SDO é:

> um conjunto de relações estabelecidas implícita ou explicitamente, balizado por uma metodologia de ensino (TSD) entre um aluno ou grupo(s) de alunos, um certo meio (compreendo, ainda, o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes alunos, a um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição coletiva e debate científico do grupo, a competição solidária e problemas ou conjunto de problemas característicos e abordados nas olimpíadas de Matemática. (Alves, 2021, p.125-126).

A partir dessa definição, Alves (2021, p. 126) caracteriza a seguinte equação: *SDO* = *TSD* + *PO.* Dessa forma, pode-se afirmar que uma Situação Didática Olímpica é uma conexão da (TSD) a um Problema Olímpico (PO), já definido anteriormente, com o propósito de criar um ambiente de aprendizagem no intuito de se chegar à solução desse problema.

3.1 Descrição da Situação Didática Olímpica (SDO)

Descreveremos neste tópico uma SDO, identificando as competências necessárias para resolver o problema. Será utilizado o *software* GeoGebra como recurso auxiliar para o professor e para o aluno.

Conhecimentos Prévios: Circuncírculo, mediatriz, bissetriz e altura de um triângulo, retas paralelas e, ângulos excêntricos interiores, centrais e inscritos.

O Problema Olímpico foi retirado da IMO 2018, trata-se do problema 1, realizado no primeiro dia de prova, dia 9 de julho de 2018. O referido problema propõe que o competidor prove que duas retas são paralelas ou a mesma.

Problema 1. Seja Γ o circuncírculo do triângulo acutângulo *ABC*. Os pontos *D* e *E* estão sobre os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, respectivamente, de modo que $\overline{AD}$ = $\overline{AE}$. As mediatrizes de $\overline{BD}$ e $\overline{CE}$ intersectam os arcos menores $\widehat{AB}$ e $\widehat{AC}$ de Γ nos pontos *F* e *G*, respectivamente. Prove que as retas $\overleftrightarrow{DE}$ e $\overleftrightarrow{FG}$ são paralelas (ou são a mesma reta).

Diante do problema apresentado, a referida proposta baseia-se em uma sequência didática pautada nas etapas da Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvendo cada dialética (ação, formulação, validação e institucionalização) em busca de construir o aprendizado do aluno. A SDO construída tem o auxílio do *software* GeoGebra.

Dialética da Ação: Nessa etapa, os estudantes terão contato com o enunciado da questão e da SDO no GeoGebra (Figura 2). Dessa forma, espera-se que eles se lembrem de como construir um circuncírculo de um triângulo acutângulo, mediatriz de segmento de reta, bem como, a demonstração de retas paralelas. O professor apresentará a construção feita no GeoGebra, de forma a ajudar os discentes na resolução do problema.

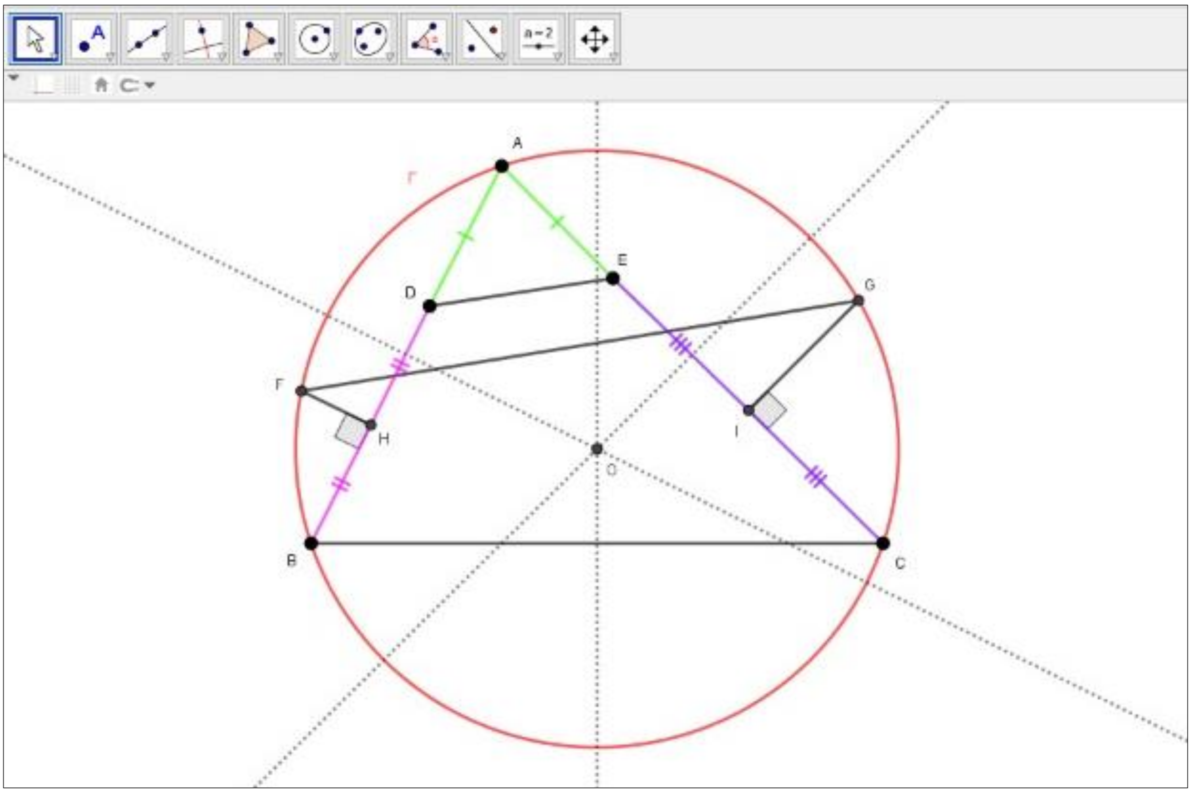

Figura 2. Construção do enunciado do problema.
Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Observando a figura 2, é possível perceber o impacto positivo causado pelo *software* GeoGebra na visualização e construção do enunciado do Problema Olímpico (PO) apresentado. Vislumbrando um matematizar significativo utilizando a tecnologia que temos ao nosso alcance, contribuindo para o aprendizado do aluno.

Dialética da Formulação: Nessa etapa, há uma interação entre os alunos na busca da solução da questão, é o momento da troca de saberes.

Para provar que as retas $\overleftrightarrow{DE}$ e $\overleftrightarrow{FG}$ são paralelas, uma estratégia é traçar uma perpendicular a uma delas e mostrar que a intersecção com a outra também acontece de forma perpendicular, ou seja, basta provar que $\overline{AP}$ é perpendicular a $\overline{FG}$. $\overline{AP}$ é perpendicular ao segmento $\overline{DE}$ e é bissetriz do ângulo $\angle BAC$, os arcos menores de $\overline{BP}$ e $\overline{CP}$ tem a mesma medida e $\overline{AJ}$ é altura no triângulo ΔADE, dessa forma, $\overline{DJ} = \overline{JE}$. (Figura 3).

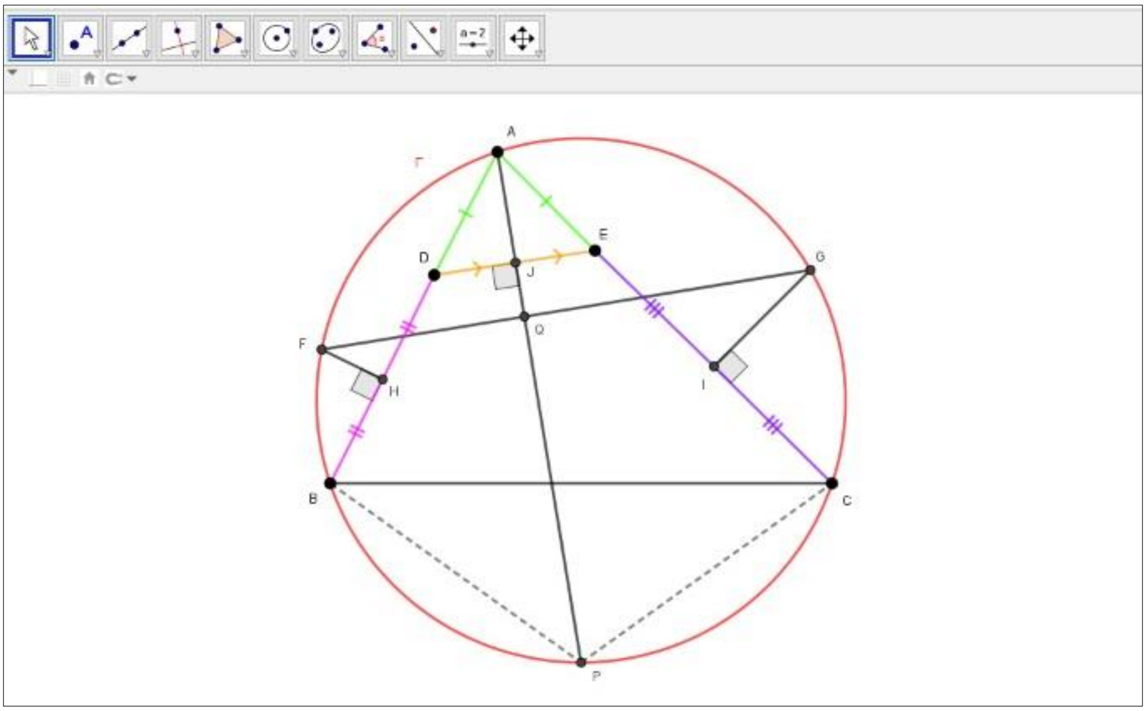

Figura 3. Movimentos esperados na etapa da formulação, provando que $\overline{DJ} = \overline{JE}$.
Fonte: Elaboração dos autores (2023).

$\overline{HF}$ é a mediatriz de $\overline{BD}$, gerando o triângulo isósceles ΔFDB (identificado na cor azul), onde os ângulos $\angle FBD$ e $\angle FDB$, $\angle AKF$ e $\angle ABF$, $\angle FDB$ e $\angle ADK$ são congruentes. Temos ainda que, o triângulo ΔAKD também é isósceles (identificado na cor verde claro). (Figura 4).

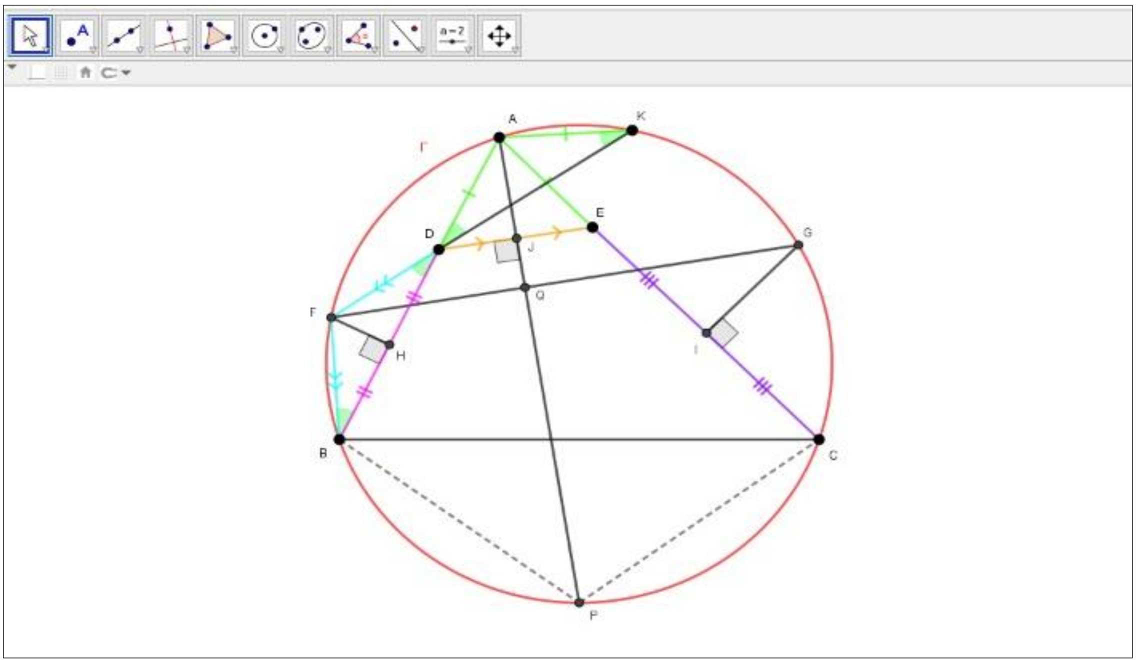

Figura 4. Construção dos triângulos isósceles ΔFDB e ΔAKD.

Fonte: Elaboração dos autores (2023).

De modo semelhante, temos que $\overline{IG}$ é mediatriz de $\overline{EC}$, gerando o triângulo isósceles ΔCEG (identificado na cor verde escuro), onde os ângulos $\angle GCE$ e $\angle GEC$, $\angle ACG$ e $\angle ALG$, $\angle GEC$ e $\angle AEL$ são congruentes, lembrando que o triângulo ΔALE é isósceles (identificado na cor verde claro). (Figura 5).

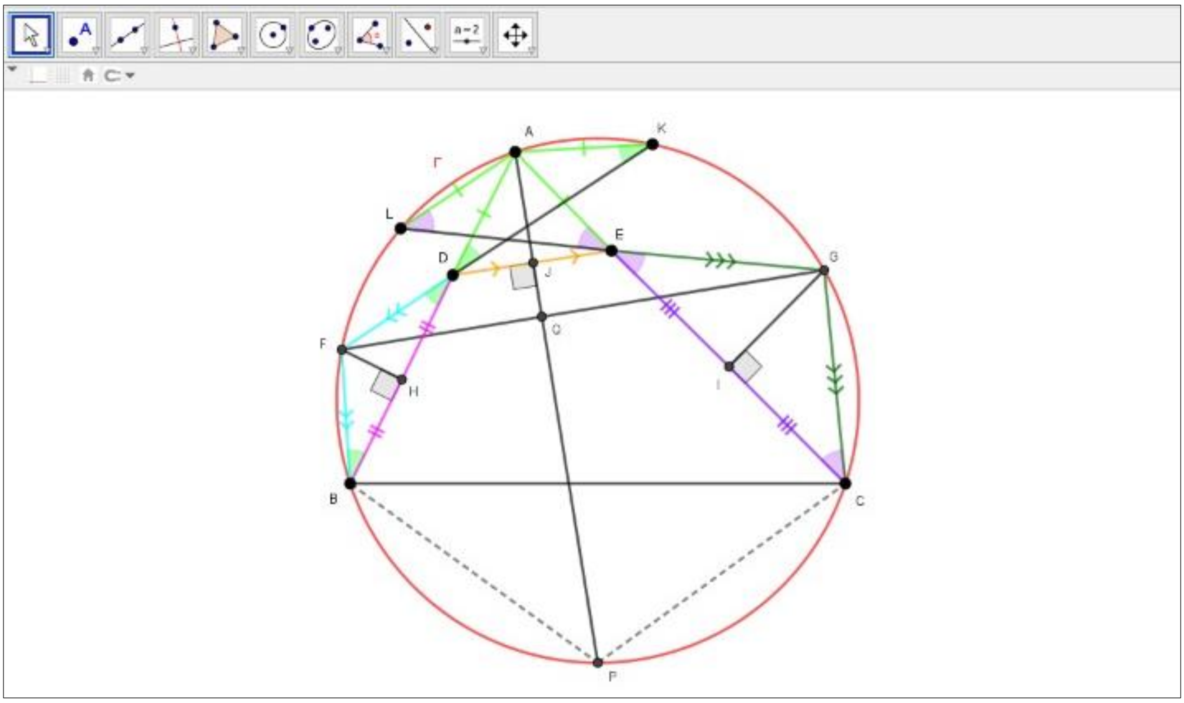

Figura 5. Construção dos triângulos isósceles ΔCEG e ΔALE.
Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Agora, vamos mostrar que a corda $\overline{FL}$ tem o mesmo comprimento da corda $\overline{FB}$, ambas identificadas na cor azul. Como o ângulo $\angle FBD$ é inscrito, ele é metade do ângulo central indicado pela soma dos arcos $\widehat{FL}$ e $\widehat{LA}$. Como o ângulo $\angle FDB$ é excêntrico interior, ele é metade da soma dos arcos $\widehat{BF}$ e $\widehat{AK}$. Por fim, como os ângulos $\angle FBD$ e $\angle FDB$ e os arcos $\widehat{AK}$ e $\widehat{LA}$ são congruentes, segue que os arcos $\widehat{BF}$ e $\widehat{FL}$ são congruentes. (Figura 6).

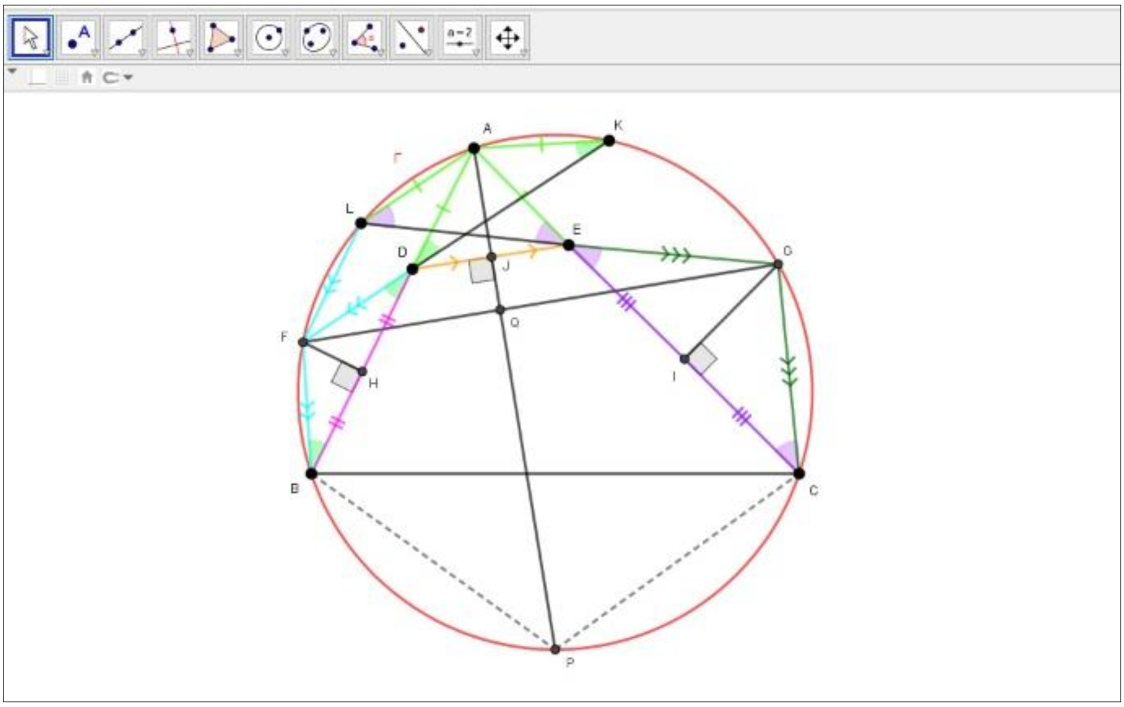

Figura 6. Demonstração que as cordas $\overline{FL}$ e $\overline{FB}$ tem o mesmo comprimento.
Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Vamos provar que a corda $\overline{KG}$ tem o mesmo comprimento da corda $\overline{CG}$, ambas identificadas na cor verde escuro. Como o ângulo $\angle ECG$ é inscrito, ele é metade do ângulo central indicado pela soma dos arcos $\widehat{AK}$ e $\widehat{KG}$. Como o ângulo $\angle CEG$ é excêntrico interior, ele é metade da soma dos arcos $\widehat{AL}$ e $\widehat{CG}$. Por fim, como os ângulos $\angle ECG$ e $\angle CEG$ e os arcos $\widehat{AK}$ e $\widehat{AL}$ são congruentes, segue que os arcos $\widehat{KG}$ e $\widehat{CG}$ são congruentes. (Figura 7).

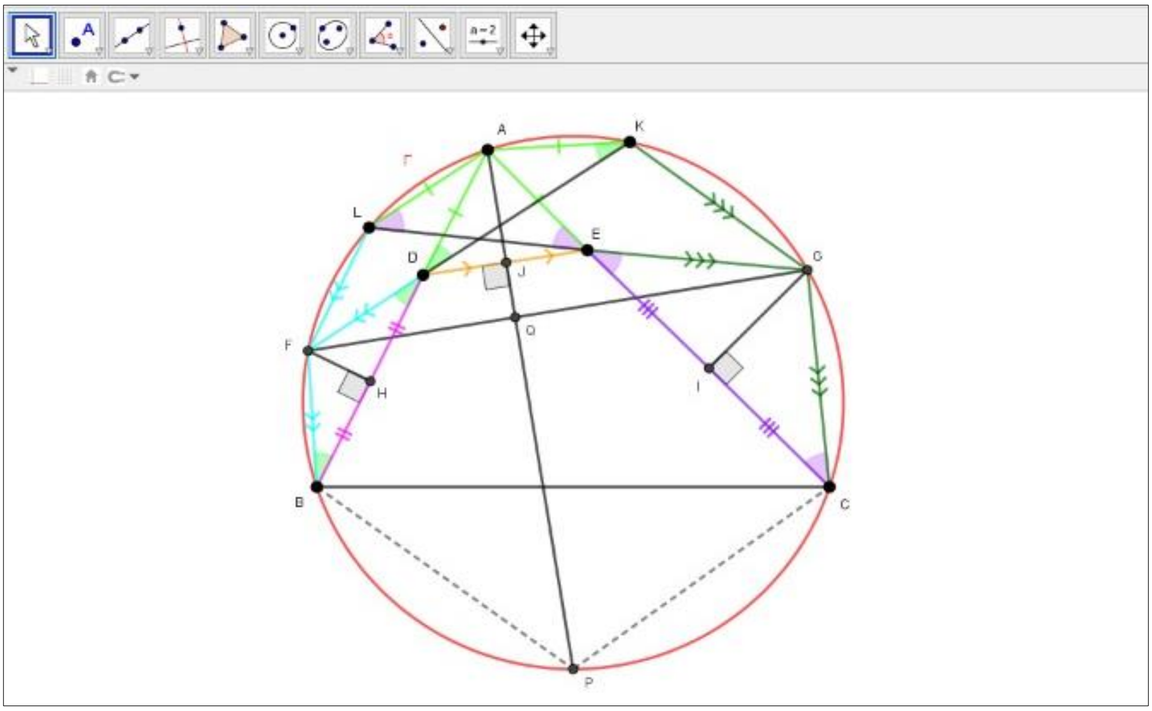

Figura 7. Demonstração que as cordas $\overline{KG}$ e $\overline{CG}$ tem o mesmo comprimento.
Fonte: Elaboração dos autores (2023).

Dialética da Validação: Na presente etapa, espera-se que os estudantes tragam argumentos encorpados na resolução do problema, elaborados na etapa anterior, apresentando as estratégias utilizadas.

Seguimos agora para o passo final da resolução desse problema, vamos calcular de fato quanto vale o ângulo $\angle AQF$, que é um ângulo excêntrico interior. Temos que,

$$\angle AQF = \frac{\widehat{AF} + \widehat{PG}}{2}$$

O arco $\widehat{AF}$ tem duas partes, assim como o arco $\widehat{PG}$ também tem, dessa forma,

$$\angle AQF = \frac{\widehat{AL} + \widehat{LF} + \widehat{PC} + \widehat{CG}}{2}$$

Por sua vez, o arco $\widehat{AL}$ é metade do arco $\widehat{KL}$, o arco $\widehat{LF}$ é metade do arco $\widehat{LB}$, o arco $\widehat{PC}$ é metade do arco $\widehat{BC}$ e o arco $\widehat{CG}$ é metade do arco $\widehat{CK}$, sendo assim,

$$\angle AQF = \frac{\widehat{KL} + \widehat{LB} + \widehat{BC} + \widehat{CK}}{4}$$

Observando a soma dos arcos $\widehat{KL}$, $\widehat{LB}$, $\widehat{BC}$ e $\widehat{CK}$, percebemos que demos a volta completa na circunferência, portanto,

$$\angle AQF = \frac{360°}{4} = 90°$$

Com isso, acabamos de provar que o ângulo $\angle AQF = 90°$, logo, as retas $\overleftrightarrow{DE}$ e $\overleftrightarrow{FG}$ são paralelas.

Dialética da Institucionalização: O professor pesquisador entra em cena nessa última etapa, com a formalização do conhecimento matemático associada à construção, para que fique claro o saber em jogo.

Com isso, devemos tirar as dúvidas existentes sobre os assuntos abordados no problema, tais como, circuncírculo de um triângulo acutângulo, mediatriz, bissetriz e altura de um triângulo, retas paralelas e, ângulos excêntricos interiores, centrais e inscritos. Além disso, fazer reflexões voltadas para o uso de estratégias simples e discutir sobre a utilização do *software* GeoGebra.

4. Considerações finais

Neste trabalho, apresentamos um modelo de ensino baseado na TSD, utilizando PO e o *software* GeoGebra, proporcionando um suporte para alunos e professores. Visamos à construção de uma Situação Didática Olímpica (SDO) como proposta para a resolução de problemas, amparado pelo referido recurso tecnológico, o qual disponibiliza subsídios que facilitam a aprendizagem dos estudantes através da visualização de figuras e manipulação dos cálculos na resolução de problemas.

Durante o desenvolvimento da pesquisa, utilizamos a Engenharia Didática (ED) como metodologia de pesquisa, desenvolvendo suas duas fases iniciais (análises preliminares e concepção e análises *a priori*) como meio de organizar a investigação. As quatro dialéticas (ação, formulação, validação e institucionalização) propostas pela TSD, foram usadas promovendo uma sequência de ensino, bem como, um ambiente de construção de conhecimento, destacando o desenvolvimento de estratégias e o raciocínio lógico.

Contudo, objetivamos desenvolver uma proposta didática, por meio da Teoria das Situações Didáticas (TSD), buscando construir o conhecimento do aluno através da resolução de problema da Olimpíada Internacional de Matemática (IMO), amparado pelo *software* GeoGebra. Em face a isto, podemos concluir que nosso objetivo foi alcançado, uma vez que, disponibilizamos suporte capaz de contribuir positivamente para o aprendizado do discente, utilizando uma Situação Didática Olímpica (SDO) e a tecnologia.

Diante disso, o maior desafio encontrado foi a resolução do problema olímpico retirado da Olimpíada Internacional de Matemática (IMO), pois sentimos dificuldade em encontrar material que auxiliasse na investigação, o mesmo foi solucionado a partir da insistência na pesquisa e várias tentativas na resolução do PO.

Sobretudo, observamos que a TSD aliada ao *software* GeoGebra, com foco na Olimpíada Internacional de Matemática (IMO) proporcionou um contexto que aproxima o estudante das competições matemáticas, podendo incentivar e atrair um número maior de alunos a participarem de olimpíadas, e consequentemente, contribuir para o ensino de Matemática.

O estudante é estimulado a aprender quando presencia algo novo, diferente do que costuma ver em sala de aula, a realização da Situação Didática Olímpica (SDO) proposta nesse trabalho, possibilita ao estudante buscar estratégias para chegar à solução do problema.

Referências

Almouloud, S. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática*. UFPR, Curitiba: Brasil.

Almouloud, S., Coutinho, C. Q. S. (2008). Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ ANPED. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Santa Catarina, UFSC, 3 (6), 62-77. DOI: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2008v3n1p62

Alves, F. R. V (2016). Transição complexa do Cálculo TCC: Engenharia Didática para as noções de Sequências e Séries de Potências. *Educação Matemática em Revista – RS*, Canoas, 1 (17), 83-97.

Alves, F. R. V.; Dias, M. A. (2018). Formação de professores de matemática: um contributo da engenharia didática (ED). *REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, Florianópolis, 12 (2), 192-209. DOI: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2017v12n2p192

Alves, F. R. V. (2021). Situação Didática Olímpica (SDO): Aplicações da Teoria das Situações Didáticas para o Ensino de Olimpíadas. *Contexto & Educação*, 36 (113), 116-142. DOI: https://doi.org/10.5007/1982-5153.2020v13n1p319

Andrade, M. H. (2018). *Aplicação de Situações Didáticas Olímpicas numa abordagem experimental na formação docente.* Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza.

Artigue, M. (1988). Iingèniere Didactique. *Recherches em Didactique dês Mathématiques.* Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 9 (3), 281 – 308.

Bolon, J. (1996). Comment les enseignants tirent-ils parti de recherche faites en Didactiques des mathématiques? Le cas de l´enseignement des décimaux a la chárnière écolle-collegue (thése de doctorat). Paris: Université Paris VII, 319f.

Brousseau, G. (1986*). Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques*. Recherces en Didactiques des Mathématiques. Paris, 7 (2), 33-116.

Brousseau, G. (1996). Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Org). *Didática da Matemática*: Reflexões psicopedagógicas. Artes Médicas, Porto Alegre, Cap. 4, 54-78.

Brousseau, G. (2008). *Introdução ao estudo da Teoria das Situações Didáticas*: conteúdos e métodos de ensino. Apresentação de Benedito Antônio da Silva. São Paulo, Ática.

Carneiro, V. C. G. (2005). Engenharia Didática: um referencial para ação Investigativa e para formação de Professores. *Zetetike, Campinas*, SP, 13 (23), 85-118. DOI: https://doi.org/10.20396/zet.v13i23.8646981

D'Amore, B. (2007). Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino. *Bolema,* Rio Claro, 20 (28), 179-205.

Douady, R. (1993). L´ingénierie didactiques. *Les Cahier Rouge des Didactiques des Mathematiques*.19 (1) 1-52.

Filho, J. E. A. (2019). Situações Didáticas Olímpicas (SDO) para o ensino de geometria plana: um contributo da Engenharia Didática. (Dissertação de Mestrado em ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal do Ceará. Fortaleza/CE.

Machado, S. D. A. (2002). *Educação Matemática: uma Introdução*. EDUC, São paulo: Brasil.

Manno, G. (2006). *Embodiment and a-didactical situation in teaching – learning of perpendicular straight lines concepts*. Tese (Doutorado em Matemática) – Departement of Didactic Mathematics, Comenius University Bratislava.

IMO (2023). *Olimpíada Internacional de Matemática [online]*. Recuperado em 3 de janeiro de 2023, de http://www.imo-official.org/

Oliveira, G. P., Mastroianni, M. T. M. R. (2015). Resolução de Problemas Matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma investigação com professores polivalentes. *Revista Ensaio*, Belo Horizonte, 17 (2), 455-482. http://dx.doi.org/10.1590/1983-21172015170209

Oliveira, C. C. N. (2016). *Olimpíadas de matemática: concepção e descrição de "Situações Olímpicas" com o recurso do Software GeoGebra.* Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza.

Pommer, W. M. (2013*). A Engenharia Didática em sala de aula: Elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares*, São Paulo: Brasil.

Santos, A. P. R. A.; Alves, F. R. V. A. (2017). Teoria das Situações Didáticas no ensino das Olimpíadas de Matemática: Uma Aplicação do Teorema de Pitot. *Revista Indagatio Didactica*, Portugal, 9 (4), 279-296. DOI: https://doi.org/10.34624/id.v9i4.976

Santos, A. P. R. A. (2018). *Situações Didáticas Olímpicas: Um contributo da Engenharia Didática Clássica no Ensino de Olimpíadas*. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza.

Joelma Alves Rodrigues: Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo IFCE. Especialista em Ensino de Ciências e Matemática pela UFC. Professora de Matemática do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Sobral, Ce, Brasil. Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA.

José Gleison Alves da Silva: Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo IFCE. Professor de Matemática do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Sobral, Ce, Brasil. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA.

Francisco Régis Vieira Alves: Docente permanente do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PGECM/IFCE. Docente permanente do Mestrado em Educação Profissional e Tecnológica – PROEPT/IFCE. Bolsista de produtividade em Pesquisa do CNPq - PQ2. Coordenador acadêmico do Doutorado Acadêmico – RENOEN/IFCE.

Daniel Brandão Menezes: Docente em Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA. Doutor em Educação Brasileira na linha de pesquisa Educação, Currículo e Ensino no eixo Ensino de Matemática pela UFC.