UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Marzo de 2005, Número 1, páginas 105 - 106
ISSN: en trámite

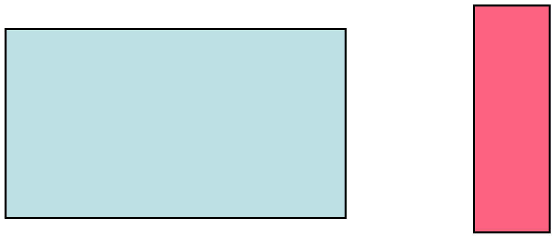
El rincón de los problemas

Uldarico Malaspina Jurado

Pontificia Universidad Católica del Perú
umalasp@pucp.edu.pe

Problema

Se tienen dos láminas rectangulares: una de 9 cm de largo por 5 cm de ancho y otra de 6 cm por 2 cm,



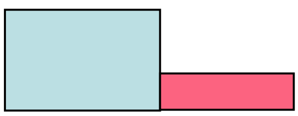
¿Cómo es la figura plana de <u>mayor</u> perímetro que se puede formar pegando un lado completo de una de las láminas a uno de los lados de la otra? Justificar e ilustrar gráficamente.

Este es un problema sencillo de optimización, que puede ser planteado en diversos niveles educativos, inclusive a niños de niveles muy básicos, si tienen como conocimientos previos la idea de perímetro, medición de segmentos y suma y comparación de números.

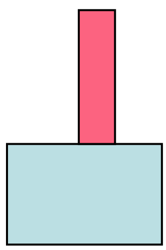
Observemos que no se está pidiendo una respuesta numérica y que no es indispensable conocer numéricamente el perímetro máximo para resolver el problema.

Si el profesor deja tiempo para que los alumnos examinen el problema con tranquilidad y tiene suficiente cuidado para orientar adecuadamente y no hablar más de lo indispensable, el problema brinda excelentes oportunidades para ejercitar el ensayo y error; para estimular la intuición y hacer conjeturas; para rechazar o mantener una conjetura; para agudizar la capacidad de observación buscando la forma más fácil de obtener el perímetro de cada figura que forme; para encontrar situaciones equivalentes; etc.

Es muy importante en la formación del pensamiento matemático de los niños pasar - por propio descubrimiento - de la obtención del perímetro haciendo sumas de longitudes muy concretas, a la obtención por casos equivalentes, y hasta a la obtención por una sustracción. Para estos pasos es fundamental el adecuado y oportuno papel del profesor, que en muchos casos será el de guardar silencio, sin dejar de estimular.



$$P = 5 + 9 + 2 + 6 + 2 + 6 + 1 + 9 = 40$$



Al obtener el perímetro de la figura de la derecha, luego de hacer unos cálculos similares al caso de la izquierda, los niños suelen descubrir que estas dos figuras son "equivalentes" (aunque no usen esta expresión), en el sentido de tener el mismo perímetro, y generalizar a todos los casos en que la unión de las láminas se ha hecho pegando el lado más angosto del rectángulo pequeño.

Una fase de mayor abstracción o de percepción matemática es observar que en todos estos casos el perímetro es simplemente 44 – 4, porque 44 es la suma de los perímetros de ambos rectángulos y 4 es el doble de 2, que es la parte que "se pierde" al pegar.

Posiblemente la parte más difícil del problema es la justificación. Lo más frecuente es encontrar un convencimiento de haber llegado a una solución correcta, pero no poder sustentar una justificación rigurosa. Según mis experiencias, esto ocurrió en todos los niveles en los que planteé el problema. Invito a los lectores a proponer este problema a alumnos de distintos niveles y a contarme sus experiencias, en particular sobre la justificación.

Nuevas preguntas:

a) *¿Cómo es la figura plana de menor perímetro que se puede formar pegando un lado completo de una de las láminas a uno de los lados de la otra? Justificar e ilustrar gráficamente.*
b) *¿Cómo es la figura plana de mayor perímetro que se puede formar pegando parte de un lado de una de las láminas a uno de los lados de la otra? Justificar e ilustrar gráficamente.*
c) *¿Cómo es la figura plana de menor perímetro que se puede formar pegando parte de un lado de una de las láminas a uno de los lados de la otra? Justificar e ilustrar gráficamente.*
d) *¿Cómo es la figura plana de mayor perímetro que se puede formar pegando parte de un lado de una de las láminas a uno de los lados de la otra, si no pueden estar unidas sólo por un punto? Justificar e ilustrar gráficamente.*

La pregunta (a) suele ser propuesta por los participantes de manera bastante natural cuando se les pide que piensen en alguna otra pregunta relacionada con la situación planteada. En las experiencias tenidas, las preguntas (b) y (c) surgieron pocas veces. Más bien las propuse para actividades grupales. La pregunta (d) sólo la propuse trabajando con estudiantes de segundo ciclo universitario y con profesores de matemática de secundaria. Lo interesante es que partiendo de una situación muy simple, se llega a un problema de optimización que no tiene máximo. Es una linda oportunidad para relacionar conceptos de intervalos semiabiertos, funciones afines, el máximo de una función continua y decreciente definida en un intervalo semiabierto, etc. y para trabajar con un problema que queda resuelto cuando se concluye que no es posible encontrar una situación óptima. La función $f(x) = 44 - 2x$, definida en el intervalo $]0; 2]$ no tiene máximo.