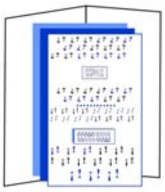
UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Junio de 2005, Número 2, páginas 119 - 121
ISSN: 1815-0640

El rincón de los problemas

Uldarico Malaspina Jurado
Pontificia Universidad Católica del Perú
umalasp@pucp.edu.pe

Problema

Carlitos está jugando con tres amigos y deciden comprar chocolates. Entre todos reúnen 4 soles[1] *y deciden que Carlitos vaya a comprar los chocolates a la bodega del barrio, con el encargo muy claro que debe gastar todo el dinero reunido y comprar el mayor número posible de chocolates. Carlitos acepta el encargo, pero en la bodega encuentra que sólo hay chocolates de 50 céntimos y de 30 céntimos. ¿Cuál es el mayor número de chocolates que puede comprar Carlitos?*

Como el problema que expuse en el número anterior, éste es otro problema sencillo de optimización, que también puede ser planteado en diversos niveles educativos, con los requerimientos básicos de manejar las operaciones aritméticas con números enteros y números decimales.

Para quienes tienen menos información matemática, el camino más natural y exitoso es el ensayo y error, acompañado de la intuición; pero no es extraño que quienes tienen mayor información matemática se pierdan entre ecuaciones y criterios de programación lineal.

Es pertinente referir el hecho anecdótico que surgió al plantear este problema en un taller para profesores de matemáticas, tutores de las delegaciones para la fase final de la olimpiada nacional de matemáticas en el Perú. También estaban presentes en el taller algunas madres de familia –amas de casa, no profesionales– y dada la sencillez del problema, les entregamos igualmente las hojas con el enunciado. Lo que ocurrió corroboró lo manifestado en el párrafo anterior, pues fue en la mesa de ellas que surgió más rápidamente de manera explícita el criterio que "*para comprar el mayor número de chocolates hay que comprar más del más barato*". Haciendo uso de este criterio, vieron que 13 es el mayor número de chocolates de 30 céntimos que podrían comprar, pero les sobrarían 10 céntimos; entonces fueron reduciendo este número hasta reunir con lo que queda lo suficiente para comprar chocolates de 50 céntimos. Así, por ensayo y error, o mejor por "tanteo inteligente", concluyeron que la solución es comprar 10 chocolates de 30 céntimos y 2 chocolates de 50 céntimos; es decir, el mayor número de chocolates que se puede comprar es 12, gastando los 4 soles (o sea los 400 céntimos).

---

[1] Unidad monetaria peruana.

Como es de imaginarse, un gran porcentaje de los profesores planteó la ecuación 0,3 x + 0,5 y = 4, la transformó en 3 x + 5 y = 40 y luego, examinando posibles valores de las variables llegó también a la conclusión que el mayor número de chocolates que puede comprar Carlitos es 12, siendo 10 de 30 céntimos y 2 de 50 céntimos; sin embargo, estos profesores no usaban el criterio intuitivo de comprar más del más barato y por ello no empezaban dando a x el valor 13, que sería el mayor valor admisible de esta variable, en este contexto. Muchos empezaron dando a x el valor cero, lo cual significa asumir como posibilidad optimizante no comprar chocolates de 30 céntimos, lo cual jamás estuvo en la mente de las madres de familia, que no plantearon la ecuación.

Los hechos narrados nos hacen pensar en qué medida para resolver problemas, en muchos casos nos dejamos llevar por los recursos matemáticos, sin detenernos a pensar en criterios intuitivos o tanteos inteligentes. Ciertamente, esto es consecuencia de los hábitos para resolver problemas, adquiridos desde la escuela; por ello, como profesores debemos ser muy cuidadosos de facilitar a nuestros estudiantes el desarrollo de su intuición científica y en particular de su intuición matemática. Es muy importante darles tiempo para que busquen sus propios métodos de solución de problemas y estimular su creatividad y sus iniciativas.

Espero que los lectores no piensen que estoy en contra del uso de las herramientas matemáticas. Lo importante es no desligar las herramientas de la intuición y aprovechar más las potencialidades que dan las herramientas. Por ejemplo en el problema que estamos analizando, usando adecuadamente la ecuación planteada, podemos hacer una demostración contundente de que 12 es el máximo número de chocolates que Carlitos puede comprar, pues considerándola simultáneamente con la ecuación $x + y = k$, (k representa el número total de chocolates) siendo x, y y k enteros no negativos, obtenemos $y = 20 - \frac{3k}{2} \geq 0$, lo cual implica que k debe ser un número par menor que 13; es decir $\mathbf{k} \in \{\mathbf{8, 10, 12}\}$. Como k debe ser el mayor posible, se concluye que k = 12 y en consecuencia y = 2 y x = 10.

Modificando el problema

- En un grupo de trabajo, luego de obtener la respuesta correcta al problema de Carlitos y siguiendo la sugerencia de hacer algunas modificaciones al problema, cambiaron los 4 soles por 44 soles, manteniendo los precios de los chocolates. Para encontrar la solución a este nuevo problema, observaron que 44 es 11 veces 4 y en consecuencia, la solución en este caso debería ser 11 veces la solución obtenida para el problema original; es decir, 22 chocolates de 50 céntimos y 110 chocolates de 30 céntimos, lo que da un total de 132 chocolates. Verificaron que el total de lo gastado de esa manera es 44 soles.

Invitamos al lector a examinar si este “razonamiento lineal” es correcto.

- Considerando la representación gráfica de la ecuación –que con frecuencia se hace al buscar la solución del problema– podemos formular un problema de geometría analítica, equivalente al de Carlitos:

Encontrar el punto (a, b) de la recta 3x + 5y = 40, tal que a y b sean enteros no negativos y a + b sea el número mayor posible.

Este problema puede resolverse visualmente, examinando una gráfica hecha con cuidado en papel cuadriculado.

- Ya en el campo de la geometría analítica, podemos plantearnos otros problemas a partir de éste:

1. *¿La existencia de un punto de coordenadas enteras en la ecuación de una recta, nos garantiza la existencia de otros puntos de coordenadas enteras en tal recta?*
2. *¿Cómo garantizar que una recta tiene puntos de coordenadas enteras?*

En los talleres con profesores de matemáticas y con estudiantes universitarios de ciencias que se plantearon estos problemas, surgieron discusiones y soluciones muy interesantes, llegando a recordar aspectos teóricos y prácticos de las ecuaciones diofánticas.

Veremos con mucho agrado que nuestros lectores nos escriban haciéndonos llegar sus comentarios o soluciones.