

Sistemas educativos

La Educación Matemática en Chile

Ismenia Guzmán Retamal

Presidenta Nacional de la Sociedad Chilena de Educación Matemática

Vicepresidenta de FISEM

1. Presentación del Sistema Escolar de Chile

El sistema educacional chileno tiene una organización descentralizada de los establecimientos escolares, la administración esta a cargo de instituciones municipales y particulares que ante el Estado tienen la responsabilidad de mantener en funcionamiento el sistema.

De este modo el sistema está formado por establecimientos subvencionados (municipales y particulares), particulares pagados y de corporaciones de administración delegada. Atiende alumnos de todos los niveles, es decir, educación parvularia, general básica y media.

En 1998 el país contaba con 10 621 establecimientos de los cuales, el 59.6% correspondía a establecimientos municipales, el 28.8% a establecimientos particulares subvencionados, el 10.9% a establecimientos particulares pagados y el resto a establecimientos de corporaciones de administración delegada. Como se constata el mayor esfuerzo lo hace el estado, manteniendo el 89% de los establecimientos del país, los privados no alcanzan a mantener el 11% de ellos.

2. Niveles de enseñanza

Como ya mencionamos, los niveles de enseñanza son tres, Enseñanza Parvularia, Enseñanza Básica (con dos ciclos de 4 años cada uno) y Enseñanza Media (4 años).

La Enseñanza Parvularia está destinada a niños (as) hasta 5 años de edad y no es obligatoria. Comprende tres grados: educación parvularia propiamente tal, transición menor y mayor. Ella es impartida, por un lado, por establecimientos subvencionados, establecimientos municipales y establecimientos particulares

pagados; por otro lado, por la Junta Nacional de Jardines Infantiles (JUNJI) que depende del Ministerio de Educación y la Fundación Nacional para el Desarrollo Integral del Menor (INTEGRA), que depende del Ministerio del Interior (reciben bebés desde 84 días).

La Enseñanza Básica es obligatoria, comprende ocho años (6 a 14 años de edad), el primer ciclo básico de 1º a 4º año. Y el segundo ciclo de 5º a 8º. La Enseñanza Media (14 a 18 años), cuatro años de duración, también es obligatoria y presenta dos modalidades: humanístico-científico y técnico-profesional.

El sistema educacional chileno posee una alta cobertura, la Enseñanza Básica, en 1998 alcanzó un 98.3% y la educación media alcanzó un 86.9%.

En 1997 comenzó a implementarse la extensión de la jornada escolar cuyo objetivo es la redefinición del tiempo de duración de la jornada escolar de los establecimientos subvencionados, así como la organización interna de ésta en períodos de trabajo y descanso a lo largo del día.

La eficiencia interna del sistema se aprecia por indicadores que se refieren a la tasa de aprobación, reprobación y abandono. Respecto a estos indicadores en 1998. La Educación Básica alcanzó la tasa de aprobación de 95%, la tasa de reprobación un 3.5% y la tasa de abandono un 1.5%.

En la Enseñanza Media, la tasa de aprobación fue igual a 87.1%, la de reprobación equivalente a un 7.9% y la de abandono a un 5%. El tiempo promedio de egreso de los alumnos de la Educación Básica, entre 1988–1998, fue de 9.6 años. En la Educación Media humanista-científica entre 1993–1998, en promedio el tiempo de egreso alcanzó los 5.2 años.

La escolaridad promedio de la población es de 9.9 años, existiendo una diferencia en este indicador entre personas de distinto sexo. Así, los hombres presentan una escolaridad promedio de 9.6 años y las mujeres de 10.6 años (información de 1998).

En Chile laboran en el sistema escolar alrededor de 135 mil docentes: el 85% de ellos se desempeña en el sector subvencionado, el restante 15% en el sector particular. Desde el punto de vista legal, una ley de 1996, norma los requisitos, deberes, derechos y obligaciones de carácter profesional para todos los profesionales de la educación del sector subvencionado. Los profesores del sector particular se rigen por las normas del Código del Trabajo.

Una de las prioridades de la Reforma Educacional se refiere al fortalecimiento de la profesión docente.

3. Planes y Programas de Matemáticas

Los programas de matemáticas tanto en Educación Básica como Media contienen una presentación, los objetivos fundamentales, los contenidos mínimos del nivel, los aprendizajes esperados. También contienen actividades genéricas, sugerencias metodológicas y bibliografía.

En Enseñanza Básica las actividades genéricas contemplan cuatro ejes temáticos: números, operaciones aritméticas, formas y espacio y resolución de problemas. La implementación didáctica del programa requiere una articulación permanente de los contenidos de los cuatro ejes, para promover aprendizajes interrelacionados, que correspondan a una visión integrada del quehacer matemático.

El eje **Resolución de problemas** tiene un carácter transversal y está desarrollado a lo largo de los tres ejes restantes. A partir del quinto año básico se trabaja por unidades.

A continuación exponemos un resumen de los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios por cursos.

3.1 Programa de Educación Matemática para la Enseñanza Básica

Recordemos que la Enseñanza Básica en Chile tiene una duración de 8 años. Y está dividida en dos ciclos: El ciclo básico contiene los niveles NB1 y NB2, el segundo ciclo va del Quinto Año al Octavo año Básico.

El nivel NB1 corresponde a los cursos Primero y Segundo Año Básico, la edad es de 6 y 7 años, siempre que se hayan cumplido los 6 años antes del mes de marzo. Así en este nivel hay niños entre los 6 y 8 años.

En este trabajo daremos un resumen de los Objetivos Fundamentales y de los Contenidos Mínimos obligatorios de cada curso.

Objetivos Fundamentales Verticales del Nivel NB1: Primero y Segundo Año Básico

Números

- Identificar e interpretar la información que proporcionan los números presentes en el entorno y utilizar números para comunicar información en forma oral y escrita, en situaciones correspondientes a distintos usos.

- Comprender el sentido de la cantidad expresada por un número de hasta 3 cifras, es decir, relacionar estos números con la cantidad que representan a través de acciones de contar, medir, comparar y estimar, en situaciones significativas.
- Reconocer que los números se pueden ordenar y que un número se puede expresar de varias maneras, como suma de otros más pequeños.
- Apropiarse de características básicas del sistema de numeración decimal:
 - leyendo y escribiendo números en el ámbito del 0 al 1 000, respetando las convenciones establecidas
 - reconociendo, en números de dos y tres cifras, que cada dígito representa un valor que depende de la posición que ocupa.

Operaciones aritméticas

- Identificar a la adición (suma) y a la sustracción (resta) como operaciones que pueden ser empleadas para representar una amplia gama de situaciones y que permiten determinar información no conocida a partir de información disponible.
- Realizar cálculos mentales de sumas y restas simples, utilizando un repertorio memorizado de combinaciones aditivas básicas y estrategias ligadas al carácter decimal del sistema de numeración, a propiedades de la adición y a la relación entre la adición y la sustracción.
- Realizar cálculos escritos de sumas y restas en el ámbito de 0 a 1 000, utilizando procedimientos basados en la descomposición aditiva de los números y en la relación entre la adición y la sustracción, usando adecuadamente la simbología asociada a estas operaciones.
- Formular afirmaciones acerca de las propiedades de la adición y de la relación entre adición y sustracción, a partir de regularidades observadas en el cálculo de variados ejemplos de sumas y restas.

Formas y espacio

- Reconocer la existencia de una diversidad de formas en los objetos del entorno y representar algunas de ellas de manera simplificada mediante objetos geométricos, que pueden ser curvos o rectos, de una dimensión (líneas), de dos dimensiones (figuras planas) o de tres dimensiones (cuerpos geométricos).
- Utilizar la imaginación espacial para anticipar y constatar formas que se generan a partir de otras, mediante procedimientos tales como yuxtaponer y separar diversas formas geométricas.
- Identificar y comparar cuadrados, triángulos, rectángulos, cubos y prismas

rectos, manejando un lenguaje geométrico básico.

- Comunicar e interpretar información relativa al lugar en que están ubicados objetos o personas (posiciones) y dar y seguir instrucciones para ir de un lugar a otro (trayectoria).

Resolución de problemas

- Manejar aspectos básicos de la resolución de problemas, tales como: formular el problema con sus propias palabras, tomar iniciativas para resolverlo y comunicar la solución obtenida.
- Tener confianza en la propia capacidad de resolver problemas.
- Resolver problemas relativos a la formación y uso de los números; a los conceptos de adición y sustracción, sus posibles representaciones, sus procedimientos de cálculo; a las características y relaciones de formas geométricas de dos y tres dimensiones; y a la ubicación y descripción de posiciones y trayectorias.
- Resolver problemas, abordables a partir de los contenidos del nivel, con el propósito de profundizar y ampliar el conocimiento del entorno natural, social y cultural.

Contenidos mínimos NB1

Números

- a) Lectura de números: nombres, secuencia numérica y reglas a considerar (lectura de izquierda a derecha, reiteraciones en los nombres).
- b) Escritura de números: formación de números de dos y tres cifras y reglas a considerar (escritura de izquierda a derecha, la posición de cada dígito).
- c) Usos de los números en contextos en que sirven para identificar objetos, para ordenar elementos de un conjunto, para cuantificar, ya sea contando, midiendo o calculando.
- d) Conteo de cantidades: de uno en uno, y formando grupos, si procede (de 10, de 5, de 2).

Los temas anteriores se ven en los 4 semestres.

- e) Medición de longitud, volumen, masa (peso) y reconocimiento de unidades correspondientes a cada una de estas magnitudes (metro, centímetro; litro, centímetro cúbico; kilogramo, gramo).

- f) Comparación de números y empleo de las relaciones “igual que”, “mayor que” y “menor que”.
- g) Estimación de una cantidad o medida, a partir de la visualización y manipulación tanto de conjuntos de objetos como de magnitudes físicas.
- h) Comparación de cantidades y de medidas utilizando relaciones de orden entre los números correspondientes.
- i) Transformación de números por aplicación reiterada de una regla aditiva y estudio de secuencias numéricas para determinar regularidades (Ej: números terminados en 0 o en 5, números pares e impares).
- j) Descomposiciones aditivas de un número y representación con objetos concretos o dibujos. (Ej: 9 como $4 + 5$, como $3 + 6$, etc., 23 como $19 + 4$, como $10 + 13$, etc.).
- k) Variación del valor de un dígito de acuerdo a la posición que ocupa: centenas, decenas, unidades y transformación de un número por cambio de posición de sus dígitos.
- l) Composición y descomposición aditiva de un número en un múltiplo de 100, un múltiplo de 10 y unidades. (Ej: $324 = 300 + 20 + 4$).

Nota:

El tema e) se ve a partir del 2º semestre.

El tema i) se ve en el 2º y 4º semestre.

El tema j) se ve en el 1º y 2º semestre.

El tema k) se ve en el 2º y 4º semestre.

El tema l) se ve a partir del 2º semestre.

El resto de los temas se ven durante los 4 semestres, es decir, en los cursos de 1º y 2º Básico.

Operaciones Aritméticas

- a) Simbología asociada a adiciones y sustracciones escritas.
- b) Cálculo escrito de sumas y restas con números de dos y tres cifras, con complejidad creciente de las relaciones entre ellos:
 - para la adición, utilizando estrategias como la descomposición aditiva de cada sumando. Ej. $40 + 13 = 40 + 10 + 3$; $57 + 38 = 50 + 30 + 7 + 8$.

En forma similar al sumar números con tres cifras.

Ej. $125 + 24 = 100 + 20 + 5 + 20 + 4$; $237 + 452 = 200 + 30 + 7 + 400 + 50 + 2$.

- para la sustracción, completando decenas y centenas a partir del sustraendo. Ejemplos: $54 - 30$ como $30 + \quad = 54$; $30 + 20 + 4 = 54$; $50 - 28$ como $28 + \quad = 50$; $28 + 2 + 20 = 50$.
- c) Estimación de resultados de adiciones y sustracciones a partir del redondeo de los términos involucrados.
- d) Comparación de variados ejemplos de adiciones con el mismo resultado, correspondientes a cambio de orden de los sumandos (conmutatividad) y a la secuencia en que se realizan las adiciones de más de dos sumandos (asociatividad) y formulación de afirmaciones que implican un reconocimiento de estas propiedades.
- e) Comparación de variados ejemplos de adiciones y sustracciones en que uno de los términos es 0 (elemento neutro) y formulación de afirmaciones respecto al comportamiento del 0 en sumas y restas.
- f) Comparación de variados ejemplos de adiciones y sustracciones que corresponden a acciones inversas como agregar 5 y quitar 5 y formulación de afirmaciones que implican un reconocimiento de la relación inversa entre adición y sustracción.

Nota:

El tema a) se ve en el 2º y 4º semestre.

El tema b) en el 3º y 4º semestre.

El tema c) en el 4º semestre.

El tema d) en el 2º y 4º semestre.

Los temas e) y f) en el 3º semestre.

Formas y Espacio

- a) Asociación entre objetos del entorno y formas geométricas (líneas curvas y rectas, cuadrados, rectángulos, triángulos, círculos, cubos, prismas rectos, cilindros y esferas), utilizando los nombres geométricos correspondientes.
- b) Número de dimensiones de las formas geométricas: distinción entre líneas (una dimensión), figuras planas (dos dimensiones) y cuerpos (tres dimensiones).
- c) Reconocimiento del carácter curvo o recto en las formas geométricas de una y dos dimensiones y del carácter curvo o plano, en las formas de tres dimensiones.

- d) Identificación de lados, vértices, ángulos, en una figura plana y descripción de cuadrados, rectángulos y triángulos considerando número y longitud de los lados y presencia de ángulos rectos.
- e) Exploración de figuras planas empleando materiales de apoyo (varillas, geoplanos, redes de puntos y otros); trazado y armado de cuadrados, rectángulos y triángulos.
- f) Formación y transformación de figuras planas mediante yuxtaposición y corte de formas cuadradas, triangulares y rectangulares.
- g) Identificación de caras, aristas y vértices en cuerpos geométricos y descripción de cubos y prismas rectos con bases de distintas formas, considerando número de aristas y de vértices, número y forma de las caras y percepción de la perpendicularidad entre ellas.
- h) Exploración de cuerpos geométricos; modelado y armado de cubos y prismas rectos.
- i) Transformación de cuerpos geométricos mediante yuxtaposición y separación de cubos y prismas rectos.
- j) Posiciones y trayectorias de objetos: descripción considerando referentes, direcciones y cambios de dirección.

Nota:

Los temas a), b) y c) se ven en el 1º semestre.

Los temas d), e) y f) en el 3º semestre.

Los temas g), h) e i) se ven en el 4º semestre.

El tema j) se ve en el 2º semestre.

Resolución de Problemas

En relación con la formulación de problemas atingentes a los contenidos

- a) Descripción del contenido de situaciones problemáticas mediante: relatos, dramatizaciones, acciones con material concreto, dibujos.
- b) Formulación e identificación de preguntas asociadas a situaciones problemáticas dadas.

- c) Búsqueda de procedimientos y aplicación consistente de ellos en la resolución de problemas.
- d) Identificación de resultados como solución al problema planteado.
- e) Explicitación de procedimiento y soluciones.

Nota:

Los temas a), b), c) y d) se ven en los 4 semestres.
El tema e) en 3º y 4º semestre.

En relación con los problemas atingentes a los contenidos del nivel

- a) Problemas relativos a la formación de números de 2 y 3 cifras, a la transformación de números por cambio de posición de sus dígitos, y a la observación de regularidades en secuencias numéricas.
- b) Problemas en que sea necesario contar, comparar, estimar cantidades y medir magnitudes, para conocer aspectos de la realidad.
- c) Problemas de adición y sustracción:
 - en los que la incógnita ocupa distintos lugares;
 - que implican una combinación de ambas operaciones;
 - que permiten diferentes respuestas;
 - que consisten en inventar situaciones a partir de una adición o sustracción dada;
 - que implican la corrección de procedimientos de cálculo;
 - que sirven para ir introduciendo las operaciones de multiplicación y división;
 - que contribuyen al conocimiento del entorno.
- d) Problemas en que sea necesario dibujar, modelar, armar, representar, reproducir, combinar y descomponer formas geométricas.

Nota:

Los temas a), b) y d) se ven en los 4 semestres.
El tema c) se ve en el 3º y 4º semestre.

Objetivos Fundamentales Verticales del NB2

Números

- Interpretar la información que proporcionan números de hasta seis cifras, presentes en situaciones de diverso carácter (científico, periodístico u otros) y utilizar números para comunicar información en forma oral y escrita.
- Interpretar y organizar información numérica en tablas y gráficos de barra.
- Comprender el sentido de la cantidad (orden de magnitud) expresada por números de hasta seis cifras, a través de la realización de estimaciones, redondeos y comparaciones de cantidades y medidas.
- Reconocer que un número se puede descomponer multiplicativamente.
- Ampliar la comprensión del sistema de numeración decimal:
 - extendiendo las reglas de formación de los números de una, dos y tres cifras a los números de cuatro, cinco y seis cifras;
 - determinando el valor que tiene cada dígito, de acuerdo a su posición, en un número de hasta seis cifras;
 - reconociendo que la lógica del sistema permite, con sólo 10 símbolos, escribir números cada vez mayores;
 - relacionando el sistema de numeración decimal con el sistema monetario nacional y con sistemas de medida de carácter decimal.
- Utilizar fracciones para interpretar y comunicar información relativa a partes de un objeto o de una unidad de medida; reconocerlas como números que permiten cuantificar esas partes y compararlas entre sí y con los números naturales.

Operaciones aritméticas

- Aplicar las operaciones de adición y sustracción a situaciones más complejas que en el nivel anterior, y extender los procedimientos de cálculo a números de más de tres cifras, consolidando estrategias de cálculo mental y desarrollando procedimientos resumidos de cálculo escrito.
- Identificar a la multiplicación y a la división como operaciones que pueden ser empleadas para representar una amplia gama de situaciones y que permiten determinar información no conocida a partir de información disponible.
- Realizar cálculos mentales de productos y cuocientes exactos, utilizando un repertorio memorizado de combinaciones multiplicativas básicas y estrategias ligadas al carácter decimal del sistema de numeración, a propiedades de la multiplicación y de la división y a la relación entre ambas.
- Realizar cálculos escritos de productos y de cuocientes y restos, utilizando

procedimientos basados en la descomposición aditiva de los números, en propiedades de la multiplicación y de la división y en la relación entre ambas, usando adecuadamente la simbología asociada a estas operaciones.

- Estimar resultados de las operaciones aritméticas, a partir del redondeo de los términos que intervienen en ella.
- Utilizar la calculadora para determinar sumas, restas, productos y cuocientes, cuando la complejidad de los cálculos así lo requiera.
- Formular afirmaciones acerca de propiedades de las operaciones de multiplicación y división, a partir de regularidades observadas en el cálculo de variados ejemplos de productos y cuocientes.
- Comparar las operaciones estudiadas en cuanto a su significado y a las propiedades utilizadas en los cálculos.

Formas y espacio

- Caracterizar y comparar polígonos de tres y cuatro lados, manejando un lenguaje geométrico que incorpore las nociones intuitivas de ángulo y de lados paralelos y perpendiculares. Trazar polígonos de acuerdo a características dadas.
- Percibir lo que se mantiene constante en formas geométricas de dos dimensiones sometidas a transformaciones que conservan su forma, su tamaño o ambas características.
- Caracterizar y comparar prismas rectos, pirámides, cilindros y conos: utilizar el nombre geométrico; designar sus elementos como caras, aristas y vértices; armar cuerpos de acuerdo a características dadas.
- Identificar y representar objetos y cuerpos geométricos en un plano.
- Interpretar y elaborar representaciones gráficas de trayectorias.

Resolución de problemas

- Manejar aspectos básicos de la resolución de problemas, tales como: el análisis de los datos del problema, la opción entre procedimientos para su solución, y la anticipación, interpretación, comunicación y evaluación de los resultados obtenidos.
- Afianzar la confianza en la propia capacidad de resolver problemas y estar dispuestos a perseverar en la búsqueda de soluciones.
- Resolver problemas relativos a la formación y uso de los números en el ámbito correspondiente al nivel; a los conceptos de multiplicación y división, sus posibles representaciones, sus procedimientos de cálculo y campos de aplicación; a las relaciones y uso combinado de las cuatro operaciones

estudiadas; al análisis, trazado y transformación de figuras planas, al armado y a la representación bidimensional de cuerpos geométricos; y al empleo de dibujos y planos para comunicar ubicaciones y trayectorias.

- Resolver problemas, abordables a partir de los contenidos del nivel, con el propósito de profundizar y ampliar el conocimiento del entorno natural, social y cultural.

Contenidos mínimos. Tercero y Cuarto Año Básico

Números naturales: del 0 al 1 000 000

- a) Lectura de números: nombres, tramos de secuencia, consideración del cero en distintas posiciones, regularidades (reiteración de los nombres de los números de una, dos y tres cifras a los que se agrega la palabra “mil” para nominar números de cuatro, cinco y seis cifras).
- b) Escritura de números: formación de números de cuatro, cinco y seis cifras a partir de los ya conocidos, a los que se agrega una, dos y tres cifras según se trate de miles, decenas de miles o centenas de miles, respectivamente.
- c) Representación de números, cantidades y medidas en una recta graduada y lectura de escalas en instrumentos de medición.
- d) Uso de tablas, cuadros de doble entrada, gráficos de barra para seleccionar y organizar datos.
- e) Usos de los números en situaciones diversas, tales como: comunicar resultados, responder preguntas, relatar experiencias.
- f) Procedimiento para comparar números, considerando el número de cifras y el valor posicional de ellas y para redondear números a distintos niveles de aproximación (a decenas, a unidades de mil, etc.) y uso de los símbolos asociados al orden de los números.
- g) Estimación y comparación de cantidades y medidas, directamente, por visualización o manipulación, o mediante redondeo de acuerdo al contexto de los datos.
- h) Transformación de números por aplicación reiterada de una regla aditiva y estudio de secuencias numéricas constituidas por múltiplos de un número.
- i) Descomposición multiplicativa de un número, representación con objetos concretos o dibujos y exploración de distintas descomposiciones de un mismo número (Ejemplo: 24 como 12×2 , como 8×3 , como 6×4 , etc.).

- j) Valor representado por cada cifra de acuerdo a su posición en un número expresado en unidades y transformación de un número de más de 3 cifras por cambio de posición de sus dígitos.
- k) Composición y descomposición aditiva y multiplicativa de un número en unidades y múltiplos de potencias de 10. (Ejemplo: $2\ 384 = 2 \times 1\ 000 + 3 \times 100 + 8 \times 10 + 4$).
- l) Sistema monetario nacional: monedas, billetes, sus equivalencias y su relación con el sistema de numeración decimal.
- m) Unidades de medida: de longitud (kilómetros, metros, centímetros), de superficie (metros cuadrados, centímetros cuadrados), de volumen (litros, centímetros cúbicos), de masa o “peso” (toneladas, kilogramos, gramos), equivalencias dentro de unidades de medida para una misma magnitud y su relación con el sistema de numeración decimal. Unidades de medida de tiempo: días, horas, minutos, segundos, como ejemplos de un sistema de medida no decimal.

Nota:

Los temas a), b), c), e), g) y m) se ven en los 4 semestres.
Los temas e) y n) se tratan en el 2º, 3º y 4º semestre.
El tema h) se ve en el tercer semestre.
El tema i) se trata en el tercero y cuarto semestre.
Los temas f), j) y k) se ven en el 1º, 2º y 3º semestre.

Números racionales: las fracciones

- a) Situaciones de reparto equitativo y de medición que dan lugar a la necesidad de incorporar las fracciones.
- b) Fraccionamiento en partes iguales de objetos, de unidades de medida (longitud, superficie, volumen) mediante procedimientos tales como, dobleces y cortes, trazado de y coloreo de partes, trasvasamientos. Reconstrucción entero a partir de las partes, en cada caso.
- c) Lectura y escritura de fracciones: medios, tercios, cuartos, octavos, décimos y centésimos, usando como referente objeto, un conjunto de objetos fraccionables o una de medida.
- d) Uso de fracciones: en la representación de cantidades medidas de diferentes magnitudes, en contextos cotidianos.
- e) Familias de fracciones de igual valor con apoyo de material concreto.

- f) Comparación de fracciones mediante representación gráfica y ubicación en tramos de una recta numérica graduada en unidades enteras.

Nota:

El tema a) se ve en el 1º y 3º semestre. Los temas b) y c) se ven en el 3º semestre. El tema d) se ve en el 3 y 4º semestre. Los temas e) y f) se ven en el 4º semestre.

Operaciones Aritméticas

- a) Adiciones y sustracciones en situaciones que: implican una combinación de ambas operaciones; contienen la incógnita distintos lugares; permiten diferentes respuestas.
- b) Generalización de combinaciones aditivas básicas a múltiplos de 1 000 (Ejemplos: $3\ 000 + 4\ 000$; $30\ 000 + 40\ 000$; $300\ 000 + 400\ 000$) y empleo de estrategias de cálculo mental conocidas (Ejemplo: $25 + 7$ como $25 + 5 + 2$) en números de la familia de los miles; Ejemplo: $25\ 000 + 7\ 000$ como $25\ 000 + 5\ 000 + 2\ 000$).
- c) Procedimientos de cálculo escrito de adiciones y sustracciones que, partiendo de la descomposición aditiva de los sumandos y completando decenas y centenas, gradualmente se van resumiendo hasta llegar a alguna versión de los algoritmos convencionales. Aplicación de estos procedimientos en el ámbito de los números conocidos.
- d) Asociación de situaciones correspondientes a una adición reiterada, un arreglo bidimensional (elementos ordenados filas y columnas), una relación de proporcionalidad (correspondencia uno a varios), un reparto equitativo y una comparación por cociente, con las operaciones de multiplicación y división.
- e) Utilización de multiplicaciones y divisiones para relacionar información disponible (datos) con la información no conocida (incógnita), al interior de una situación de carácter multiplicativo.
- f) Descripción del significado de resultados de multiplicaciones y divisiones en el contexto de la situación en que han sido aplicadas.
- g) Manipulación de objetos y representación gráfica de situaciones multiplicativas y utilización de técnicas tales como adiciones o sustracciones reiteradas, para determinar productos y cocientes.
- h) Combinaciones multiplicativas básicas: memorización paulatina de

multiplicaciones con factores hasta 10 (Ejemplo: $4 \times 3 = 12$), apoyada en manipulaciones y visualizaciones, con material concreto. Deducción de las divisiones respectivas (Ejemplo: $12 : 4 = 3$ y $12 : 3 = 4$).

- i) Multiplicación de un número por potencias de 10 (Ejemplo: $23 \times 1\,000 = 23\,000$) y las divisiones respectivas (Ejemplo: $23\,000 : 1\,000 = 23$).
- j) Cálculo mental de productos y cuocientes utilizando estrategias tales como: descomposición aditiva de factores (Ejemplo: 25×12 como $25 \times 10 + 25 \times 2$), descomposición multiplicativa de factores (Ejemplo: 32×4 como $32 \times 2 \times 2$), reemplazo de un factor por un cuociente equivalente (Ejemplo: 48×50 como $48 \times 100 : 2$).
- k) Simbología asociada a multiplicaciones y divisiones escritas.
- l) División con resto distinto de 0 y establecimiento de igualdades del tipo: $29 = 7 \times 4 + 1$ que proviene de la división $29 : 4$.
- m) Prioridad de la multiplicación y la división sobre la adición y la sustracción en la realización de cálculos combinados (Ejemplo: $16 - 4 \times 2 = 16 - 8$).
- n) Cálculo escrito de productos en que uno de los factores es un número de una o dos cifras, algún múltiplo de 10, 100 y 1 000 ; y de cuocientes y restos en que el divisor es un número de una cifra:
 - para la multiplicación, utilizando inicialmente estrategias basadas en la descomposición aditiva de los factores y en la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la adición, que evolucionan hasta llegar a alguna versión del algoritmo convencional;
 - para la división, basándose en la determinación del factor por el cual hay que multiplicar el divisor para acercarse al dividendo, de modo que el resto sea inferior al divisor.
- o) Uso de la calculadora en base a consideraciones tales como, cantidad de cálculos a realizar, tamaño de los números, complejidad de los cálculos.
- p) Técnicas de estimación y redondeo para controlar la validez de un cálculo y detectar eventuales errores.
- q) Comparación de variados ejemplos de multiplicaciones con resultado constante y formulación de afirmaciones que implican un reconocimiento de las propiedades en juego, correspondientes a:
 - cambio de orden de los factores (conmutatividad);
 - secuencia en que se realizan las multiplicaciones de más de dos

- factores (asociatividad);
 - productos en los que uno de los factores es una suma (distributividad de la multiplicación respecto a la adición).
- r) Comparación de variados ejemplos de multiplicaciones y divisiones en las que intervienen el 0 y el 1 (Ejemplos: $24 \times 1 = 24$; $84 \times 0 = 0$; $18 : 0$ no está definida), y formulación de afirmaciones respecto del comportamiento del 0 y el 1 en multiplicaciones y divisiones.
- s) Comparación de variados ejemplos de multiplicaciones y divisiones que corresponden a situaciones inversas como: repartir equitativamente entre 5 y luego volver a juntar lo repartido, y formulación de afirmaciones que implican un reconocimiento de la relación inversa entre la multiplicación y la división.

Nota:

Los temas a), b), c), d), e), f), h) i) y k) se ven en los 4 semestres.

El tema g) se ve en el 1º y 2º semestre.

Los temas tema j) y n) se ven el 3º y 4º semestre.

Los temas p) q) y r) se ven en 2º, 3º y 4º semestre.

Los temas m) y s) se ven en el 4º semestre.

Formas y Espacio

- a) Elementos geométricos en figuras planas: rectas paralelas y rectas perpendiculares (percepción y verificación); clasificación de ángulos en rectos, agudos (menor que el ángulo recto), y obtusos (mayor que el ángulo recto).
- b) Exploración de diversos tipos de triángulos y clasificación en relación con:
- la longitud de sus lados (3 lados iguales, sólo 2 lados iguales, 3 lados desiguales);
 - la medida de sus ángulos (1 ángulo recto, sólo ángulos agudos, 1 ángulo obtuso);
 - el número de ejes de simetría (con 0, con 1 o con 3 ejes de simetría). Trazado de triángulos pertenecientes a las clases estudiadas.
- c) Cuadriláteros. Exploración de diversos tipos de cuadriláteros y clasificación en relación con: la longitud de sus lados (todos los lados iguales, todos los lados diferentes y 2 pares de lados iguales); el número de pares de lados paralelos (con 0, con 1 o con 2 pares); el número de ángulos rectos (con 0, con 2 o con 4); el número de ejes de simetría (con 0, con 1, con 2, con 4). Trazado de cuadriláteros pertenecientes a las clases estudiadas.

- d) Realización de traslaciones, reflexiones y rotaciones manipulando dibujos de objetos y de formas geométricas, para observar qué características cambian y cuáles se mantienen.
- e) Ampliación y reducción de dibujos de objetos y de formas geométricas para observar qué características cambian y cuáles se mantienen.
- f) Prismas rectos, pirámides, cilindros y conos: Exploración y descripción en relación con: el número y forma de las caras, el número de aristas y de vértices, Armado de estos cuerpos en base a una red.
- e) Representación plana de objetos y cuerpos geométricos, e identificación del objeto representado y de la posición desde la cual se realizó.
- f) Representación gráfica de trayectorias: dibujar considerando referentes, direcciones y cambios de dirección e interpretación que permita ejecutar la trayectoria representada.

Nota:

El tema a) se trata en 1º, 3º y 4º semestre.

El tema b) se ve en el 2º semestre.

Los temas c) y e) se tratan en 3º semestre.

El tema d) se ve en el 1º y 3º semestre.

Los temas f), g) y h) se tratan en el 2º y 4º semestre.

Resolución de Problemas

a) Habilidad para resolver problemas:

Representación mental de la situación, comprensión del problema, identificación de preguntas a responder y anticipación de resultados.

Distinción y búsqueda de relaciones entre la información disponible (datos) y la información que se desea conocer.

Toma de decisiones respecto de un camino de resolución, su realización y modificación si muestra no ser adecuado. Revisión de la pertinencia del resultado obtenido en relación al contexto.

Comunicación de los procedimientos utilizados para resolver el problema y los resultados obtenidos.

Formulación de otras preguntas a partir de los resultados obtenidos.

b) Tipos de problemas atingentes a los contenidos del nivel:

Problemas relativos a la formación de números de 4, 5, 6 y más cifras, a la transformación de números por cambio de posición de sus dígitos, a la observación de regularidades en secuencias numéricas, a la localización de números en tramos de la recta numérica.

Problemas de estimación y comparación de cantidades y medidas, que contribuyan a ampliar el conocimiento del entorno, en particular utilizando dinero y las unidades de medida de uso habitual.

c) Problemas de fracciones:

Comparación de fracciones unitarias; ubicación de fracciones mayores que la unidad en la recta numérica; so de fracciones para precisar la descripción de la realidad.

d) Problemas de multiplicación y división

En los que la incógnita ocupa distintos lugares; que implican una combinación de ambas operaciones; que permiten diferentes respuestas; que consisten en inventar situaciones a partir de una multiplicación o división dada; que implican la evaluación de procedimientos de cálculo; que contribuyen al conocimiento del entorno.

e) Problemas variados, relativos a combinaciones de las 4 operaciones

Conocidas, que dan cuenta de los sentidos, de los procedimientos de cálculo y de las diferentes aplicaciones de estas operaciones y que permiten ampliar el conocimiento de la realidad.

f) Problemas de formas y espacio:

Manipulación y trazado de figuras planas; armado de cuerpos con condiciones dadas; anticipación de características de formas que se obtienen luego de traslaciones, reflexiones y rotaciones; identificación de cuerpos geométricos en base a representaciones planas; selección de caminos a partir de información representada en un plano, de acuerdo a determinadas condiciones.

Nota:

Los problemas referidos a los temas a), b) y f) se tratan en los 4 semestres.

Los problemas referidos al tema c) se ve en 3º y 4º semestre.

Los problemas referidos al tema d) se ve en 2º, 3º, y 4º semestre.

El tema e) se ve en el 4º semestre.

Segundo Ciclo Básico. Quinto a Octavo Año Básico

Las edades de los alumnos de este Ciclo van de los 10-11 a los 13-14 años.

Presentamos a continuación un resumen de los objetivos fundamentales de los cursos que componen este segundo ciclo.

Quinto Básico NB3 (Edad 10-11 años)

Objetivos Fundamentales

- Procesar información cuantitativa, expresada con números de más de 6 cifras.
- Programar y administrar el uso del tiempo personal.
- Resolver problemas de diversos tipos, referidos a situaciones multiplicativas.
- Seleccionar una forma de cálculo -oral, escrito o con calculadora- a partir de las relaciones entre los números y las exigencias del problema a resolver.
- Aplicar el cálculo aproximado en la evaluación de situaciones y el control de resultados.
- Reconocer la multiplicidad de formas que puede asumir un valor fraccionario.
- Utilizar planos para orientarse en el espacio físico.
- Distinguir elementos de un cuerpo geométrico y establecer correspondencias entre un cuerpo y su representación plana.
- Reconocer elementos en una figura geométrica y analizar los cambios que se producen en la figura al variar la medida de sus ángulos internos.
- Distinguir perímetro y área como elementos uni y bidimensionales en una figura geométrica.
- Percibir la significación de las fórmulas, en tanto medio para expresar relaciones entre magnitudes variables.

Contenidos Mínimos Obligatorios

Números naturales

Hasta 1000:

- descomponer números en forma multiplicativa identificando sus factores;

- identificar múltiplos de un número;
- interpretar los factores de un número como sus divisores;
- descomponer números en sus factores primos.

Extensión a la clase de los millones:

- leer, escribir y ordenar números.

En la vida diaria:

- utilizar el calendario para determinar fechas y calcular duraciones, estableciendo equivalencias entre días, semanas, meses y años;
- leer y escribir números utilizando como referente unitario los miles, los millones o los miles de millones.

Multiplicación y división

Determinar resultados en situaciones correspondientes a otros significados (relación proporcional más compleja, comparar...).

Cálculo oral

El redondeo, como estrategia para el cálculo aproximado de sumas, restas, productos y cuocientes.

Cálculo escrito

Utilizar algoritmos de cálculo de productos, con factores menores que 100 y de cuocientes y restos, con divisores de una o dos cifras.

Cálculo con apoyo de calculadora

- utilizar calculadora para determinar sumas, restas y productos en la resolución de problemas;
- utilizar calculadora para determinar el cuociente entero y el resto, en divisiones no exactas.

Fracciones

En situaciones correspondientes a diversos significados (partición, reparto, medida...):

- lectura y escritura;

- comparar y establecer equivalencias;
- ubicar una fracción entre dos naturales, utilizando la recta numérica;
- ordenar e intercalar fracciones, con referencia a la recta numérica;
- encontrar familias de fracciones equivalentes;
- adición y sustracción: realizar cálculos, sustituyendo fracciones por otras equivalentes, cuando sea necesario.

Orientación en el espacio

- interpretar planos urbanos y de caminos, utilizando los puntos cardinales como referencia;
- identificar y crear códigos para comunicar diversos tipos de información, al interior de un plano.

Cuerpos geométricos (cubo, prismas y pirámides)

- armar cuerpos, a partir de sus caras;
- construir redes para armar cubos;
- identificar y contar el número de caras, aristas y vértices de un cuerpo y describir sus caras y aristas.

Figuras geométricas

- diferenciar cuadrado, rombo, rectángulo y romboide a partir de modelos hechos con varillas articuladas;
- identificar lados, vértices y ángulos en figuras poligonales;
- distinguir tipos de ángulos, con referencia al ángulo recto.

Perímetro y área

- utilizar centímetros para medir longitudes, y cuadrículados y centímetros cuadrados, para medir superficies;
- calcular perímetros y áreas en cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos, y en figuras que puedan descomponerse en las anteriores;
- reconocer las fórmulas para el cálculo del perímetro y del área del cuadrado, rectángulo y triángulo rectángulo, como un recurso para abreviar el proceso de cálculo;
- distinguir perímetro y área, a partir de transformaciones de una figura en la que una de estas medidas permanece constante.

Sexto año básico. NB4

Objetivos Fundamentales

Establecer nexos entre las operaciones básicas en los números naturales y reconocer la posibilidad de sustituir unas por otras.

- Conocer prácticas del mundo adulto en las que intervienen números y cálculos y confiar en la propia capacidad para incorporarlas en la resolución de problemas.
- Fundamentar procedimientos de cálculo -orales, escritos y con calculadora- basados en regularidades de los números y en propiedades de las operaciones.
- Resolver problemas que involucren unidades de medida de peso, capacidad y longitud, utilizando las equivalencias entre unidades, expresando los resultados de manera adecuada a la situación.
- Operar con cantidades no enteras utilizando, de acuerdo a la situación, números decimales o fracciones.
- Planificar el trazado de figuras sobre la base del análisis de sus propiedades, utilizando los instrumentos pertinentes.
- Comprender los efectos que provoca en el perímetro o el área de cuadrados y rectángulos la variación de la medida de sus lados y recurrir a las razones para expresarlas.
- Recolectar y analizar datos en situaciones del entorno local, regional y nacional, y comunicar resultados.

Contenidos Mínimos Obligatorios

Números en la vida diaria

Resolución de problemas, utilizando la calculadora, que impliquen:

- monedas de otros países, valores de cambio y sus equivalencias;
- uso de documentos y formularios bancarios y comerciales.

Nexos entre las operaciones aritméticas

Desarrollo de razonamientos que conduzcan a reemplazar un procedimiento operatorio por otro equivalente, apoyándose en el carácter inverso de la sustracción respecto de la adición, el carácter inverso de la división respecto de la multiplicación,

la interpretación de la multiplicación como adición iterada y la interpretación de la división como sustracción iterada.

Divisibilidad

Aplicación de criterios de divisibilidad (por 2, 3, 5, 9 y 10).

Multiplicación y división de fracciones en situaciones habituales

Análisis de las relaciones entre factores y productos y entre los términos de una división y el cociente en diferentes casos, cuando intervienen cantidades menores que 1.

Fracciones y decimales en la vida diaria

- Cálculo del 50% y del 25% como la mitad y la cuarta parte de una cantidad.
- Expresión del 50%, del 25% y del 10% como: $50/100$, $25/100$ y $10/100$; $1/2$, $1/4$ y $1/10$; y 0,5, 0,25 y 0,1, respectivamente.
- Uso de unidades del sistema métrico decimal en situaciones habituales.

Números decimales

- Identificación de las fracciones con denominador 10, 100 y 1000, con los décimos, centésimos y milésimos.
- Transformación de fracciones con denominador 10, 100 y 1000 a números decimales y viceversa, en situaciones de medición.
- Extensión del sistema de numeración a décimos, centésimos y milésimos en situaciones cotidianas y/o informativas que permitan:
- leer, escribir e interpretar números decimales;
- establecer equivalencias;
- ordenar e intercalar decimales;
- estudiar familias de números decimales, establecer patrones y comparaciones con los números naturales.
- Cálculo de adiciones y sustracciones en contextos situacionales, interpretando resultados, aproximando resultados; estimando antes de calcular; utilizando la calculadora para confirmar resultados estimados.

Figuras y cuerpos geométricos

- Reproducción y creación de figuras y de representaciones planas de cuerpos geométricos, usando regla, compás y escuadra.

- Estudio de cuadriláteros: características de sus lados y de sus ángulos.
- Trazado de cuadriláteros a partir de sus ejes de simetría.
- Combinación de figuras para obtener otras previamente establecidas.

Perímetro y área

- Cálculo de perímetro y área de figuras compuestas por cuadrados, rectángulos y triángulos rectángulos.
- Ampliación y reducción de cuadrados y rectángulos en papel cuadriculado, expresando como razones las variaciones de los lados, el perímetro y el área.
- Análisis del perímetro y el área de familias de cuadrados y rectángulos, generadas a partir de la variación de sus lados.

Tratamiento de la información

Recopilación y análisis de información: comparación de datos, promedio y valor más frecuente.

Séptimo año básico. NB5

Objetivos Fundamentales

Reconocer diferencias fundamentales entre el sistema de numeración y medición decimal y otros sistemas de numeración y medición.

- Apreciar el valor instrumental de las matemáticas en la apropiación significativa de la realidad.
- Atribuir y expresar el significado de grandes y pequeños números utilizando diferentes recursos tanto gráficos como numéricos.
- Anticipar resultados -aproximando y/o acotando a partir del análisis de las características de los números involucrados en los problemas y de las condiciones de éstos.
- Utilizar el razonamiento proporcional como estrategia para resolver problemas numéricos y geométricos.
- Analizar familias de figuras geométricas para apreciar regularidades y simetrías establecer criterios de clasificación.
- Recolectar y analizar datos en situaciones del entorno local, regional y nacional y comunicar resultados; seleccionar formas de presentar la información y resultados de acuerdo a la situación.

Contenidos Mínimos Obligatorios

Números en la vida diaria

- Interpretación y expresión de resultados de medidas, grandes y pequeñas, apoyándose en magnitudes diferentes (una décima de segundo en la cantidad de metros que avanza un atleta en ese tiempo; grandes cantidades de dinero en UF, por ejemplo).

Sistema de numeración decimal

- Comparación de la escritura de los números en el sistema decimal con la de otros sistemas de numeración en cuanto al valor posicional y a la base (por ejemplo, egipcio, romano, maya).
- Comparación de la escritura de números, hasta 100, en base diez y en base dos (sistema binario).

Potencias de base natural y exponente natural

- Interpretación de potencias de exponentes 2 y 3 como multiplicación iterada.
- Asociación de las potencias de exponente 2 y 3 con representaciones en 2 y 3 dimensiones respectivamente (áreas y volúmenes).
- Investigación de algunas regularidades y propiedades de las potencias de exponente 2 y 3.

Multiplicación y división de números decimales

- Cálculo escrito, mental aproximado y con calculadora en situaciones problemas.
- Análisis de relaciones entre factores y producto y entre los términos de la división y el cociente para establecer regularidades cuando intervienen cantidades menores que 1.

Proporcionalidad

- Resolución de situaciones problemas, estableciendo razones entre partes de una colección u objeto y entre una parte y el todo.
- Interpretación y uso de razones expresadas de diferentes maneras.
- Resolución de problemas, elaborando tablas correspondientes a:
 - situaciones de variación no proporcional.
 - situaciones de variación proporcional directa e inversa.

- Identificación y análisis de las diferentes razones y parejas de razones que se pueden establecer entre los datos de tablas correspondientes a variación proporcional directa e inversa.
- Comparación de tablas correspondientes a situaciones de variación proporcional directa e inversa, para establecer diferencias.
- Interpretación y expresión de porcentajes como proporciones, y cálculo de porcentajes en situaciones cotidianas.

Figuras y cuerpos geométricos

- Estudio de triángulos: características de sus lados y de sus ángulos.
- Construcción de alturas y bisectrices en diversos tipos de triángulos.
- Investigación sobre aplicaciones prácticas del teorema de Pitágoras.
- Uso de instrumentos (regla, compás, escuadra), para la reproducción y creación de triángulos y para la investigación de las condiciones necesarias para dibujar un triángulo.
- Redes para armar prismas y pirámides. Armar cuerpos geométricos a partir de otros más pequeños.

Perímetro y área

- Medición y cálculo de perímetros y de áreas de triángulos de diversos tipos en forma concreta, gráfica y numérica.
- Investigación de las relaciones entre medidas de altura y base y el área correspondiente, en familias de triángulos generadas al mantener dichas medidas constantes.

Tratamiento de información

- Presentación de información en tablas de frecuencias relativas y construcción de gráficos circulares.
- Análisis de información: utilizando como indicador de dispersión el recorrido de la variable, y como medidas de tendencia central, la moda, la media y la mediana.

Octavo año básico

Objetivos Fundamentales

- Utilizar sistemáticamente razonamientos ordenados y comunicables para la resolución de problemas numéricos y geométricos.
- Percibir las posibilidades que ofrece el sistema de numeración decimal para expresar cantidades cualesquiera, por grandes o pequeñas que éstas sean.
- Resolver problemas utilizando las potencias para expresar y operar con grandes y pequeñas cantidades.
- Reconocer que una amplia gama de problemas se pueden expresar, plantear y resolver utilizando expresiones algebraicas simples.
- Estimar y acotar, de manera pertinente y razonable, resultados de operaciones con decimales positivos y negativos; expresarlos en fracciones según posibilidades y conveniencia de acuerdo a la situación.
- Recolectar y analizar datos en situaciones del entorno local, regional y nacional y comunicar resultados, utilizando y fundamentando diversas formas de presentar la información y los resultados del análisis de acuerdo a la situación.
- Analizar y anticipar los efectos en la forma, el perímetro, el área y el volumen de figuras y cuerpos geométricos al introducir variaciones en alguno(s) de sus elementos (lados, ángulos).
- Reconocer las dificultades propias de la medición de curvas y utilizar modelos geométricos para el cálculo de medidas

Contenidos Mínimos Obligatorios

Sistema de numeración decimal

- Asociación de una potencia de base 10 con exponente positivo o negativo a cada posición en el sistema de numeración.
- Interpretación y expresión de resultados como sumas ponderadas de potencias de 10 en situaciones problemas.

Números enteros

- Interpretación del uso de signos en los números, en la vida diaria, en contextos ligados a: la línea cronológica (AC, DC), la medición de temperatura (bajo 0, sobre 0), la posición respecto del nivel del mar.

- Comparación de números enteros con apoyo en la recta numérica.
- Resolución de problemas que impliquen realizar adiciones y sustracciones, con y sin apoyo en la recta numérica.

Ecuaciones de primer grado

- Noción de igualdad de expresiones algebraicas.
- Traducción de situaciones problemas a ecuaciones con una incógnita.
- Creación de diversos problemas con sentido a partir de ecuaciones con una incógnita.
- Uso de propiedades de los números y de las operaciones para encontrar soluciones.

Potencias de base natural y exponente entero

- Análisis y comparación de la representación gráfica de a^2 y de a^{-2} .
- Interpretación de a^{-2} y de a^{-3} como $1/a^2$ y $1/a^3$ respectivamente.
- Potencias como multiplicación iterada.
- Análisis de situaciones de crecimiento y de decrecimiento exponencial.
- Investigación de regularidades y propiedades de operaciones con potencias a partir de la resolución de problemas.

Números decimales y fracciones

- Resolución de situaciones problemas en las que sea necesario y pertinente expresar como fracciones números decimales finitos y decimales periódicos.
- Aproximaciones convenientes con números decimales periódicos, semi periódicos.
- Uso de la calculadora para investigar y establecer patrones en familias de números decimales.

Proporcionalidad

- Elaboración de tablas y gráficos correspondientes a situaciones de variación proporcional directa e inversa.
- Caracterización de situaciones de proporcionalidad inversa y directa mediante un producto constante y un cociente constante, respectivamente.
- Resolución de problemas geométricos de proporcionalidad (producir figuras semejantes).

- Realización e interpretación de planos de tipo esquemáticos a escala.
- Cálculo de porcentajes y elaboración y análisis de tablas de aumentos y descuentos en un porcentaje dado, utilizando calculadora.

Figuras y cuerpos geométricos

- Investigación sobre la suma de los ángulos interiores de polígonos y el número de lados de estos; construcción de polígonos por combinación de otros.
- Investigación de las relaciones entre los ángulos que se forman al intersectar dos rectas por una tercera. Resolución de problemas.
- Análisis de los elementos de una circunferencia (radio, diámetro) en la reproducción y creación de circunferencias con regla y compás.
- Construcciones de redes para armar cilindros y conos.

Perímetro, área y volumen

- Experimentación de diversos procedimientos (gráficos y concretos) para medir el perímetro y el área de circunferencias.
- Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo de perímetro y área de circunferencias y de polígonos.
- Estimación y cálculo del volumen de cuerpos geométricos regulares expresándolos en las unidades pertinentes.
- Relaciones de equivalencia entre unidades de volumen de uso corriente.
- Interpretación y uso de fórmulas para el cálculo del volumen de cilindros, conos y prismas rectos.

Tratamiento de información

- Análisis de tablas y gráficos estadísticos habitualmente utilizados en la prensa.
- Lectura y análisis de resultados de encuestas de opinión.

3.2 Programas de Matemáticas de Enseñanza Media (Humanista)

Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios Primer a Cuarto Año Medio en Matemática

Objetivos Fundamentales

Primer Año Medio

Los alumnos y las alumnas desarrollarán la capacidad de:

1. Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de la proporcionalidad, del lenguaje algebraico inicial y de la congruencia de figuras planas.

2. Analizar aspectos cuantitativos y relaciones geométricas presentes en la vida cotidiana y en el mundo de las ciencias; describir y analizar situaciones, con precisión.

3. Utilizar diferentes tipos de números en diversas formas de expresión (entera, decimal, fraccionaria, porcentual) para cuantificar situaciones y resolver problemas.

4. Resolver problemas seleccionando secuencias adecuadas de operaciones y métodos de cálculo, incluyendo una sistematización del método ensayo-error; analizar la pertinencia de los datos y soluciones.

5. Percibir la matemática como una disciplina en evolución y desarrollo permanente.

6. Representar información cuantitativa a través de gráficos y esquemas; analizar invariantes relativas a desplazamientos y cambios de ubicación utilizando el dibujo geométrico.

Segundo Año Medio

Los alumnos y las alumnas desarrollarán la capacidad de:

1. Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de la ecuación de la recta, sistemas de ecuaciones lineales, semejanza de figuras planas y nociones de probabilidad; iniciándose en el reconocimiento y aplicación de modelos matemáticos.

2. Analizar experimentos aleatorios e investigar sobre las probabilidades en juegos de azar sencillos, estableciendo las diferencias entre los fenómenos aleatorios y los deterministas.

3. Explorar sistemáticamente diversas estrategias para la resolución de problemas; profundizar y relacionar contenidos matemáticos.

4. Percibir la relación de la matemática con otros ámbitos del saber.

5. Analizar invariantes relativas a cambios de ubicación y ampliación o reducción a escala, utilizando el dibujo geométrico.

Tercer Año Medio

Los alumnos y las alumnas desarrollarán la capacidad de:

1. Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de los sistemas de ecuaciones, de la función cuadrática, de nociones de trigonometría en el triángulo rectángulo y de variable aleatoria, mejorando en rigor y precisión la capacidad de análisis, de formulación, verificación o refutación de conjeturas.

2. Analizar información cuantitativa presente en los medios de comunicación y establecer relaciones entre estadística y probabilidades.

3. Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas.

4. Resolver desafíos con grado de dificultad creciente, valorando sus propias capacidades.

5. Percibir la matemática como una disciplina que recoge y busca respuestas a desafíos propios o que provienen de otros ámbitos.

Cuarto Año Medio

Los alumnos y las alumnas desarrollarán la capacidad de:

1. Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de rectas y planos en el espacio, de volúmenes generados por rotaciones o traslaciones de figuras planas; visualizar y representar objetos del espacio tridimensional.

2. Analizar informaciones de tipo estadístico presente en los medios de comunicación; percibir las dicotomías, determinista-aleatorio, finito-infinito, discreto-continuo.

3. Aplicar el proceso de formulación de modelos matemáticos al análisis de situaciones y a la resolución de problemas.

4. Reconocer y analizar las propias aproximaciones a la resolución de problemas matemáticos y perseverar en la sistematización y búsqueda de formas de resolución.

5. Percibir la matemática como una disciplina que ha evolucionado y que continua desarrollándose, respondiendo a veces a la necesidad de resolver problemas prácticos, pero también planteándose problemas propios, a menudo por el sólo placer intelectual o estético.

Contenidos Mínimos

I Números y Proporcionalidad

Números

- a. Distinción entre números racionales e irracionales. Aproximación y estimación de números irracionales. Estimaciones de cálculos, redondeos. Construcción de decimales no periódicos. Distinción entre una aproximación y un número exacto.
- b. Análisis de la significación de las cifras en la resolución de problemas. Conocimiento sobre las limitaciones de las calculadoras en relación con truncar y aproximar decimales.
- c. Resolución de desafíos y problemas numéricos, tales como cuadrados mágicos o cálculos orientados a la identificación de regularidades numéricas.
- d. Comentario histórico sobre la invención del cero, de los números negativos y de los decimales.
- e. Potencias de base positiva y exponente entero. Multiplicación de potencias.

Proporcionalidad

- a. Noción de variable. Análisis y descripción de fenómenos y situaciones que ilustren la idea de variabilidad.

Tablas y gráficos

- b. Proporcionalidad directa e inversa. Constante de proporcionalidad. Gráfico cartesiano asociado a la proporcionalidad directa e inversa (primer

cuadrante).

- c. Porcentaje. Lectura e interpretación de información científica y publicitaria que involucre porcentaje. Análisis de indicadores económicos y sociales. Planteo y resolución de problemas que perfilen el aspecto multiplicativo del porcentaje. Análisis de la pertinencia de las soluciones. Relación entre porcentaje, números decimales y fracciones.

Planteo y resolución de problemas que involucren proporciones directa e inversa. Análisis de la pertinencia de las soluciones. Construcción de tablas y gráficos asociados a problemas de proporcionalidad directa e inversa. Resolución de ecuaciones con proporciones. Relación entre las tablas, los gráficos y la expresión algebraica de la proporcionalidad directa e inversa. Relación entre la proporcionalidad directa y cocientes constantes y entre la proporcionalidad inversa y productos constantes.

II. Álgebra y Funciones

- a. Sentido, notación y uso de las letras en el lenguaje algebraico. Expresiones algebraicas no fraccionarias y su operatoria. Múltiplos, factores, divisibilidad. Transformación de expresiones algebraicas por eliminación de paréntesis, por reducción de términos semejantes y por factorización. Cálculo de productos, factorizaciones y productos notables.
- b. Análisis de fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes en relación con la incidencia de la variación de los elementos lineales y viceversa.
- c. Generalización de la operatoria aritmética a través del uso de símbolos. Convención de uso de los paréntesis.
- d. Comentario histórico sobre la evolución del lenguaje algebraico.
- e. Demostración de propiedades asociadas a los conceptos de múltiplos, factores y divisibilidad. Interpretación geométrica de los productos notables.
- f. Ecuación de primer grado. Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Planteo y resolución de problemas que involucren ecuaciones de primer grado con una incógnita. Análisis de los datos, las soluciones y su pertinencia.

III. Geometría

Congruencia

- a. Congruencia de dos figuras planas. Criterios de congruencia de triángulos.

- b. Resolución de problemas relativos a congruencia de trazos, ángulos y triángulos. Resolución de problemas relativos a polígonos, descomposición en figuras elementales congruentes o puzzles con figuras geométricas.
- c. Demostración de propiedades de triángulos, cuadriláteros y circunferencia, relacionadas con congruencia.
- d. Aporte de Euclides al desarrollo de la Geometría.

Transformaciones

- a. Traslaciones, simetrías y rotaciones de figuras planas. Construcción de figuras por traslación, por simetría y por rotación en 60, 90, 120 y 180 grados. Traslación y simetrías de figuras en sistemas de coordenadas.
- b. Análisis de la posibilidad de embaldosar el plano con algunos polígonos. Aplicaciones de las transformaciones geométricas en las artes, por ejemplo, M.C. Escher.
- c. Clasificación de triángulos y cuadriláteros considerando sus ejes y centros de simetría.
- d. Uso de regla y compás; de escuadra y transportador; manejo de un programa computacional que permita dibujar y transformar figuras geométricas.

Segundo Año Medio

I. Álgebra y Funciones

Lenguaje algebraico

- a. Expresiones algebraicas fraccionarias simples, (con binomios o productos notables en el numerador y en el denominador). Simplificación, multiplicación y adición de expresiones fraccionarias simples.
- b. Relación entre la operatoria con fracciones y la operatoria con expresiones fraccionarias.
- c. Resolución de desafíos y problemas no rutinarios que involucren sustitución de variables por dígitos y/o números.
- d. Potencias con exponente entero. Multiplicación y división de potencias. Uso de paréntesis.

Funciones

- a. Representación, análisis y resolución de problemas contextualizados en situaciones como la asignación de precios por tramos de consumo, por ejemplo, de agua, luz, gas, etc. Variables dependientes e independientes. Función parte entera. Gráfico de la función.
- b. Evolución del pensamiento geométrico durante los siglos XVI y XVII; aporte de René Descartes al desarrollo de la relación entre álgebra y geometría.
- c. Ecuación de la recta. Interpretación de la pendiente y del intercepto con el eje de las ordenadas. Condición de paralelismo y de perpendicularidad.
- d. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Gráfico de las rectas. Planteo y resolución de problemas y desafíos que involucren sistemas de ecuaciones. Análisis y pertinencia de las soluciones. Relación entre las expresiones gráficas y algebraicas de los sistemas de ecuaciones lineales y sus soluciones.
- e. Función valor absoluto; gráfico de esta función. Interpretación del valor absoluto como expresión de distancia en la recta real.
- f. Uso de algún programa computacional de manipulación algebraica y gráfica.

II. Geometría

- a. Semejanza de figuras planas. Criterios de semejanza. Dibujo a escala en diversos contextos.
- b. Teorema de Thales sobre trazos proporcionales. División interior de un trazo en una razón dada. Planteo y resolución de problemas relativos a trazos proporcionales.

Análisis de los datos y de la factibilidad de las soluciones.

- c. Teoremas relativos a proporcionalidad de trazos, en triángulos, cuadriláteros y circunferencia, como aplicación del Teorema de Thales. Relación entre paralelismo, semejanza y la proporcionalidad entre trazos. Presencia de la geometría en expresiones artísticas; por ejemplo, la razón áurea.
- d. Ángulos del centro y ángulos inscritos en una circunferencia. Teorema que relaciona la medida del ángulo del centro con la del correspondiente ángulo inscrito. Distinción entre hipótesis y tesis. Organización lógica de los argumentos.

- e. Uso de algún programa computacional geométrico que permita medir ángulos, y ampliar y reducir figuras.

III. Estadística y Probabilidad

- a. Juegos de azar sencillos; representación y análisis de los resultados; uso de tablas y gráficos. Comentarios históricos acerca de los inicios del estudio de la probabilidad.
- b. La probabilidad como proporción entre el número de resultados favorables y el número total de resultados posibles, en el caso de experimentos con resultados equiprobables. Sistematización de recuentos por medio de diagramas de árbol.
- c. Iteración de experimentos sencillos, por ejemplo, lanzamiento de una moneda; relación con el triángulo de Pascal. Interpretaciones combinatorias.

Tercer Año Medio

I. Álgebra y Funciones

Álgebra

- a. Raíces cuadradas y cúbicas. Raíz de un producto y de un cociente. Estimación y comparación de fracciones que tengan raíces en el denominador.
- b. Sistemas de inecuaciones lineales sencillas con una incógnita. Intervalos en los números reales. Planteo y resolución de sistemas de inecuaciones con una incógnita.

Análisis de la existencia y pertinencia de las soluciones.

Relación entre las ecuaciones y las inecuaciones lineales.

Funciones

- a. Función cuadrática. Gráfico de las siguientes funciones:

$$y = x^2$$

$$y = x^2 + a, a > 0$$

$$y = (x + a)^2, a > 0$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

Discusión de los casos de intersección de la parábola con el eje x. Resolución de ecuaciones de segundo grado por completación de cuadrados y su aplicación en la resolución de problemas.

- b. Función raíz cuadrada. Gráfico de: $y = \sqrt{x}$, enfatizando que los valores de x, deben ser siempre mayores o iguales a cero. Identificación de $\sqrt{x^2} = |x|$.

Comentario histórico sobre los números irracionales; tríos pitagóricos; comentario sobre el Teorema de Fermat.

- c. Uso de algún programa computacional de manipulación algebraica y gráfica.

II. Geometría

- a. Demostración de los Teoremas de Euclides relativos a la proporcionalidad en el triángulo rectángulo.
- b. Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.
- c. Resolución de problemas relativos a cálculos de alturas o distancias inaccesibles que pueden involucrar proporcionalidad en triángulos rectángulos. Análisis y pertinencia de las soluciones. Uso de calculadora científica para apoyar la resolución de problemas.

III. Estadística y Probabilidad

- a. Variable aleatoria: estudio y experimentación en casos concretos. Gráfico de frecuencia de una variable aleatoria a partir de un experimento estadístico.
- b. Relación entre la probabilidad y la frecuencia relativa. Ley de los grandes números. Uso de programas computacionales para la simulación de experimentos aleatorios.
- c. Resolución de problemas sencillos que involucren suma o producto de probabilidades. Probabilidad condicionada.

Cuarto Año Medio

I. Álgebra y Funciones

- a. Función potencia: $y = a^{x^n}$, $a > 0$, para $n = 2, 3$, y 4 , y su gráfico correspondiente. Análisis del gráfico de la función potencia y su

comportamiento para distintos valores de a .

- b. Funciones logarítmica y exponencial, sus gráficos correspondientes. Modelación de fenómenos naturales y/o sociales a través de esas funciones. Análisis de las expresiones algebraicas y gráficas de las funciones logarítmica y exponencial. Historia de los logaritmos; de las tablas a las calculadoras.
- c. Análisis y comparación de tasas de crecimiento. Crecimiento aritmético, y geométrico. Plantear y resolver problemas sencillos que involucren el cálculo de interés compuesto.
- e. Uso de programas computacionales de manipulación algebraica y gráfica.

II. Geometría

- a. Resolución de problemas sencillos sobre áreas y volúmenes de cuerpos generados por rotación o traslación de figuras planas. Resolución de problemas que plantean diversas relaciones entre cuerpos geométricos; por ejemplo, uno inscrito en otro.
- b. Rectas en el espacio, oblicuas y coplanares. Planos en el espacio, determinación por tres puntos no colineales. Planos paralelos, intersección de dos planos. Ángulos diedros, planos perpendiculares, intersección de tres o más planos. Coordenadas cartesianas en el espacio.

III. Estadística y Probabilidad

- a. Graficación e interpretación de datos estadísticos provenientes de diversos contextos. Crítica del uso de ciertos descriptores utilizados en distintas informaciones.
- b. Selección de diversas formas de organizar, presentar y sintetizar un conjunto de datos. Ventajas y desventajas. Comentario histórico sobre los orígenes de la estadística.
- c. Uso de planilla de cálculo para análisis estadístico y para construcción de tablas y gráficos.
- d. Muestra al azar, considerando situaciones de la vida cotidiana; por ejemplo, ecología, salud pública, control de calidad, juegos de azar, etc. Inferencias a partir de distintos tipos de muestra.