UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Diciembre de 2005, Número 4, páginas 59 - 62
ISSN: 1815-0640

Aparición de algoritmos en secundaria

Josep Cabrera

Introducción

Me gustaría reflexionar sobre la siguiente cuestión: *¿Por qué los alumnos, en el cálculo mental de multiplicaciones, siempre hallan antes las cifras de la derecha de los números, las más significativas, y, por contra, el algoritmo tradicional calcula, en primer lugar, las unidades de la izquierda, las menos significativas?* A continuación, dejó en el aire la pregunta de cuál podía ser la causa de este hecho. Propongo como respuesta que una causa sea que los alumnos se fijan en primer lugar en lo más importante y después, van llenando los huecos con los últimos detalles, los cuales pueden modificar sus primeras impresiones, y ello no les causa el más mínimo trastorno. Sin embargo, el algoritmo, como herramienta automática que no se ocupa de significados, busca su máxima comodidad y procura evitar tachaduras indeseables, lo cual se consigue empezando por el final. Vendría a abundar en esto, el hecho de que al multiplicar polinomios (donde las cifras no interactúan en sus distintas posiciones), los alumnos suelen hallar en primer lugar indistintamente los términos de mayor grado, o los de menor grado, o incluso, partes separadas de términos del mismo grado, juntándolas después.

Vamos a abordar la cuestión que nos interesa; se describirá una experiencia con alumnos de secundaria acompañada de una serie de reflexiones tendentes a considerar la conveniencia de dedicar algo de **acción y tiempo** a los algoritmos clásicos en secundaria. No demasiado, como tradicionalmente se ha venido haciendo, pero sí algo, siempre que la ocasión lo requiera, y, especialmente, no como principio de unas actividades, sino, **como final de un proceso**, en el cual se habrá considerado el concepto subyacente al algoritmo correspondiente desde diferentes ángulos, algunos de ellos imprevisibles, por depender de las acciones que lleven a cabo los alumnos.

La experiencia

Alumnos de primer curso de bachillerato de Ciencias Sociales (16-17 años), nocturno. Se propusieron varias divisiones mentales. Sin ninguna hipótesis previa, solo observar qué ocurría. Como experiencia con un triple objetivo: escribir estas letras, que los alumnos probaran el cálculo mental tomando conciencia de ello, ya que describirían posteriormente el proceso pensado y, servir de introducción /repaso a la división de polinomios.

Las primeras divisiones (con dos cifras en el dividendo y en el divisor y, aún, con una cifra en el divisor, pero dos el cociente) resultaban demasiado complicadas para algunos alumnos (lo que evidenciaba su escasísima práctica en el cálculo mental) y necesité acudir a una división inicial que caía dentro de lo que llamamos “tabla de multiplicar”: 67 entre 7. A partir de ahí aumentamos la complicación paulatinamente: 93 entre 7, 125 entre 7, 125 entre 11, 250 entre 11...

Desde el principio, hubo alumnos que realizaban el cálculo mental sin titubeos y otros, los menos, incapaces de hacerlo, ni tan siquiera de comenzarlo. Es más, detecté que el problema estaba en que eran incapaces de realizar el esfuerzo previo de concentración. Esta reticencia inicial fue vencida al considerar ellos la posibilidad de hacer únicamente estimaciones, como se verá después.

Fue quedando de manifiesto la diferencia entre división entera y división decimal (o exacta, como ellos la llamaban), profundizando entonces en el significado del concepto de división. También iba evidenciándose que todo el mundo seguía para sus cálculos mentales el mismo camino que nos indica el algoritmo tradicional de la división (ATD), hallando las cifras por su orden de significación, primero las más significativas y después, como ultimando detalles, las menos significativas hasta llegar a las unidades.

Este fue el momento de distinguir claramente entre estimar y calcular, y de alabar las virtudes del primero. Fue también cuando los alumnos antes citados, que tenían problemas de concentración y cálculo, comenzaron a trabajar. Incorporamos todos la sana costumbre de acompañar, a nuestro quehacer una estimación previa del posible resultado. Esta estimación consistió, en general, en calcular la cifra más significativa y una aproximación a la siguiente.

A lo largo de toda la experiencia, la única excepción a calcular mentalmente siguiendo los pasos del ATD, fue hecha por dos alumnos en la misma división propuesta: 318 entre 11. Los dos dijeron que sería menos de 30, ya que 30 multiplicado por 11 es 330. Una alumna no sabía continuar los cálculos en esa dirección, pero le parecía que lo que decía su compañero era incorrecto. Lo que decía su compañero era que el resultado sería 29 y el resto 1, ya que 330 menos 318 es 12, 12 dividido entre 11 da cociente 1 (que quitaba al resultado 30 estimado por exceso, quedando así 29) y de resto 1 (que conservaba).

Esto se aprovechó para explicar la causa del error que se estaba produciendo y como modificarlo, para convertirlo en respuesta correcta. Al operar por exceso estamos realizando un cálculo inverso a como opera el mecanismo de la división, que es por defecto y considera un resto a añadir. Por tanto, al dividir 12 entre 11 con cociente 1, tenemos que 330 se pasa de 318 más de una vez 11; consecuentemente, habrá que quitar 1 unidad más, para tener el cociente de la división inicial, es decir, quitar 1+1 a 30, que nos da el cociente correcto, es decir, 28. Una argumentación similar seguimos con el resto: lo que le falta al resto de dividir 12 entre 11 (o sea, 1) para llegar a 11 (o sea, 10). Con lo cual la respuesta correcta, a partir del camino por exceso iniciado, será: cociente 28 y resto 10, lo cual coincide con los cálculos mentales de los demás alumnos y nos ha dado un método general para utilizar en estos cálculos por exceso. Creo que con esto conseguimos profundizar un poco más en el mecanismo de la división.

Unas divisiones un poco más complejas, y las tres sesiones de 45 minutos transcurridas hasta ese momento, nos hicieron observar nuestro cansancio en esta tarea de cálculo mental. Pasamos, pues, a la división entre polinomios. Hay que tener en cuenta que son alumnos de nocturno, muchos de ellos no recuerdan nada de divisiones entre polinomios y algunos ni tan siquiera la habían visto nunca. Planteé el comienzo sin suponer conocimiento por parte del alumnado de la división entre polinomios. Introduje unos comentarios comparativos con la división entre números y realizaron, ellos mismos, las divisiones entre polinomios que yo les fui proponiendo, **sin ningún ejemplo previo como modelo.**

Comenté que en este contexto no tiene sentido hablar de división con decimales, por lo que consideraríamos sólo la posibilidad de división entera, calculando cociente y resto; que el significado de la división era el mismo; que la posición de las cifras que, en los números indica el valor real de cada una de ellas, sería sustituida por el grado de la incógnita en los polinomios; y, que el orden entre polinomios sería considerar mayor el que tuviera mayor grado, pero no habría comparación entre polinomios del mismo grado, al contrario de lo que sucede con la comparación entre números con las mismas cifras, que sí pueden compararse, esto se traduciría en que la división entre polinomios acababa solamente cuando el grado del resto era estrictamente menor al del divisor.

Con ese bagaje les pedí que escribieran el algoritmo de la división para 125 entre 11 y después intentaran hacer la división x^2+2x+5 entre $x+1$. La cosa funcionó. Seguimos pidiendo divisiones entre polinomios comparándolas con sus homónimas entre los números equivalentes. Pronto se observaron diferencias que parecían insalvables, como buscar la cifra equivalente a un número negativo en polinomios, o a un número de varias cifras, o cuando la división entre polinomios ha de ser exacta, en paso parcial apareciendo números no enteros. Se fueron explicando todas estas anomalías en la trascripción automática de polinomios a números *y viceversa* (como que una cifra negativa en la escritura de un número se puede interpretar rebajando la cifra más significativa siguiente, o que un número de varias cifras se trasladaría aumentando las cifras más significativas, etc.). Pero esto suponía una complejidad, a mi parecer, excesiva, añadida al objetivo propuesto que se estaba cumpliendo a la perfección, con lo que prescindimos de profundizar en ello. Nos quedamos con el algoritmo de la división entre polinomios dominado, con su significado asumido, y continuamos nuestro camino con raíces de polinomios, teorema del resto, regla de Ruffini y descomposición de polinomios.

La reflexión

Llegados aquí, vamos a reseñar algunos factores que justificarían el no abolir, ni prohibir, ni impedir, el algoritmo tradicional de la división ni, paralelamente, otros similares, sino fomentarlo o repasar su concreción, si se creyera oportuno.

En primer lugar, estaría la adquisición de **seguridad.** Los alumnos que conocen el proceso de dividir números y su significado, desde diferentes formas, casi tantas como alumnos, exigen muchas veces una base segura, que para ellos es un procedimiento automático y que funcione para todos por igual.

También tendríamos que el algoritmo permite la **generalización,** y sirve como ejemplo de este mecanismo, tan estimado por las matemáticas.

Además, si quedamos de acuerdo en que lo realizado en cálculo mental supone, de alguna manera, fomentar las capacidades creativas y de ingenio de los alumnos, y que esto, a su vez, lleva implícito cierta **dispersión**, el contrapunto tendente al equilibrio, puede conseguirlo el alumno con el algoritmo tradicional que supone **sistematización, orden y resumen**.

Por otro lado, habría que considerar otro aspecto positivo de conocer en profundidad los algoritmos tradicionales, es el hecho de fomentar la sensación de controlar el **mecanismo que ejecutan interiormente las máquinas**. Esto permite abordar los estudios del funcionamiento de tecnologías, sin falsas ni frustrantes mistificaciones, sin sentirse dominado ni comprender solo a nivel de usuario.

Un hecho a tener en cuenta, que no justifica por sí mismo el seguir usando los algoritmos tradicionales, pero que nos alerta, como mínimo, sobre su posible valor, es la **comparación** con otras actividades que sí **han desaparecido**. Al respecto se me ocurre, inmediatamente, considerar la rápida y silenciosa desaparición de las antaño, imprescindibles y engorrosas, tablas logarítmicas y trigonométricas y reglas de cálculo, así como las correspondientes sesiones para explicar y practicar su manejo. No hubo debate público sobre su consideración en el futuro… desaparecieron sin más.

Finalmente, considero interesante resaltar el **paralelismo** que existe entre los algoritmos tradicionales de las operaciones aritméticas y los que propiamente aparecen en secundaria, como, por ejemplo, el producto de matrices y el método de Gauss de resolución de sistemas de ecuaciones. Estos continúan manteniéndose en la enseñanza/aprendizaje y han sufrido, precisamente, ese cambio en su exposición didáctica: han pasado de instruirse y ejercitarse como valor por ellos mismos, a llegar a ellos como forma sencilla y sistemática de ejecutar unos mecanismos necesarios y repetidos en diversas ocasiones. Su cálculo exhaustivo se va a dejar a la tecnología, pero su conocimiento y uso esporádico, sin apoyo de la misma, no se está abandonando.

Josep Cabrera, IES Chabás, Dénia (Alicante)