UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Diciembre de 2005, Número 4, páginas 17 - 29
ISSN: 1815-0640

La enseñanza del cálculo mental

Bernardo Gómez Alfonso

Resumen

Este artículo pretende ser una puesta al día de algunas ideas que han venido apareciendo en otros trabajos precedentes del autor sobre el cálculo mental. Tras explicar lo que se entiende hoy por cálculo mental y cuál es su diferencia con el cálculo estimado y el aproximado, se hace un repaso de las formas que históricamente se han propuesto para su enseñanza. Finalmente se presentan propuestas innovadoras para trabajar en el aula y para su discusión por la comunidad de profesores interesados en el tema.

El significado de los términos

El cálculo mental no debe confundirse con el cálculo estimado y éste no debe confundirse con el cálculo aproximado. Lo que diferencia estos tres tipos de cálculo es que en el cálculo mental se trabaja con datos exactos, mientras que en el cálculo estimado y el cálculo aproximado no. Estos dos últimos difieren en la procedencia de los datos: en el primer caso los datos son el resultado de un juicio o valoración y en el segundo proceden de la medición con instrumentos de medida que por muy finos que sean siempre tienen un margen de error.

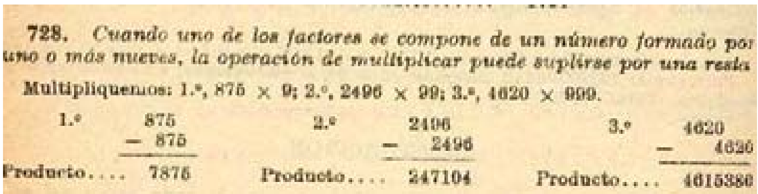
Un ejemplo ayudará a aclarar esta distinción. En plena “guerra del agua” se discute acerca del caudal que podría o debería trasvasarse de una cuenca hidrográfica a otra. Una determinada comunidad reclama 400 hm^3 para cubrir sus necesidades. Para dar una idea de la magnitud de esta petición se puede hacer un cálculo estimado utilizando un referente familiar. Tómese como por ejemplo el estadio del Real Madrid e imagínese que es un recipiente que se puede llenar de agua. Haciendo una estimación de sus dimensiones se puede calcular su capacidad. En efecto, a la vista de las fotografías y dado que las medidas oficiales de un campo de fútbol son: 105x68 m^2, el estadio podría tener unas dimensiones que se pueden estimar en torno al doble de ancho y de largo que el campo de juego, además se ve que tiene el equivalente a unos diez pisos de altura y un piso debe tener unos 3 m de alto. Así, pues, el estadio podría tener un volumen de alrededor de 200x150x30=900.000 m^3, que es equivalente a 900 Dm^3, o lo que es lo mismo 0,9 Hm^3. Por tanto, para atender la demanda de agua que se solicita se podría decir que harían falta del orden de 40 estadios como el del Real Madrid (figura 1) llenos de agua.

Fig. 1 Estadio del Real Madrid CF.

Este tipo de cálculo es un cálculo estimado, con números estimados, que como se ve en el ejemplo suelen ser números redondos para aprovechar las ventajas de operar con números terminados en ceros en el sistema de numeración decimal. Sin embargo, si en vez de estimar los datos se hubiera hecho una medición de las dimensiones del estadio, utilizando cualquier instrumento de medida, es claro que por muy finos que sean éstos instrumentos siempre habrá un error. Este error obliga a trabajar con datos aproximados y el resultado también será aproximado, con un margen de error que es evaluable en función de la precisión del instrumento. En el cálculo aproximado se utilizan sobre todo números decimales, de modo que se suele pedir que se hagan los cálculos con una aproximación a un número de décimas, centésimas, milésimas…, determinado. Así ocurre cuando se pide, por ejemplo, hacer una división aproximando el cociente hasta las milésimas.

El cálculo mental

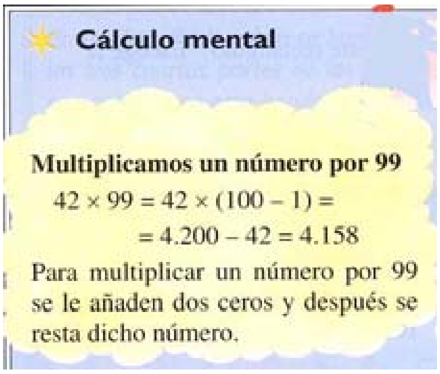
El cálculo mental se caracteriza por el uso de métodos de cálculo alternativos a los de columnas. Estos métodos encuentran su fundamento en las propiedades de las operaciones y en las propiedades de los números derivadas de los principios del sistema de numeración de base diez. Lo mismo ocurre con los métodos de cálculo escrito. Pero no hay nada en estas propiedades y principios que diga que unos son para hacer de cabeza y otros para hacer con lápiz y papel. Esto significa que los métodos de cálculo mental no son básicamente diferentes de los métodos de cálculo escrito; y por tanto, que no hay una línea divisoria entre ellos. En otras palabras, son los mismos métodos, pero es el uso mental o escrito que se hace de ellos lo que los denomina. Las siguientes imágenes (figuras 2 y 3) aclararán esta afirmación.



728. Cuando uno de los factores se compone de un número formado por uno o más nueves, la operación de multiplicar puede suplirse por una resta.
Multipliquemos: 1.º, 875 × 9; 2.º, 2496 × 99; 3.º, 4620 × 999.
1.º 875 − 875 Producto.... 7875
2.º 2496 − 2496 Producto.... 247104
3.º 4620 − 4620 Producto.... 4615380

728. cuando uno de los factores se compone de un número formado por uno o más nueves, la operación de multiplicar puede suplirse por una resta.
Dalmau Carles. 1944, p. 340.

Fig. 2 Método de cálculo abreviado. Siglo XX



Cálculo mental
Multiplicamos un número por 99
$42 \times 99 = 42 \times (100 - 1) =$
$= 4.200 - 42 = 4.158$
Para multiplicar un número por 99 se le añaden dos ceros y después se resta dicho número.

Cálculo mental

Multiplicamos un número por 99.
42x99=42x(100 – 1) =
4200 – 42 = 4.158
Para multiplicar un número por 99 se le añaden dos ceros y después se resta dicho número.

Anaya.1993, p.128.

Fig. 3 Método de cálculo abreviado. En la actualidad.

La primera imagen (figura 2) recoge un método de cálculo abreviado tal y como aparece en un texto de larga tradición en España a lo largo del siglo XX. La segunda imagen (figura 3) recoge otra versión de este mismo método en la forma en que se encuentra en un texto actual de gran difusión en España. El método es el mismo, ya que en ambos casos se trata de efectuar un redondeo para multiplicar por un número formado sólo por nueves; sin embargo, la forma de aplicarlo cambia ya que en un caso se propone para multiplicar en columnas y con lápiz y papel y, en el otro, para ser efectuado de cabeza.

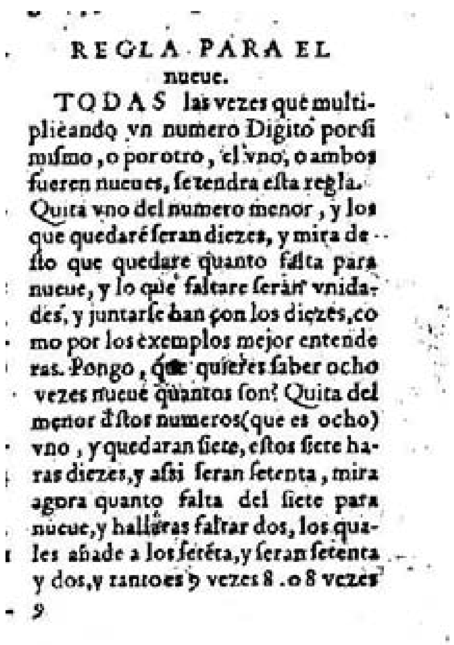
Los modelos de enseñanza de los métodos de cálculo mental

Lo que conocemos en la enseñanza escolar como cálculo mental no ha sido objeto de enseñanza hasta épocas recientes. No es que antes no se hiciera cálculo mental, sino que no se enseñaba como tal, no aparecía en los libros de texto, y no coincide con lo que actualmente se entiende por cálculo mental.

Una revisión de la forma en que los métodos de cálculo mental han sido presentados en los libros de texto a lo largo de la historia permite identificar cuatro modelos de enseñanza (Gómez, 1995, a):

1.- El método de las reglas breves

Prácticamente hasta el siglo XIX, la enseñanza del cálculo aritmético tenía un nivel de exigencia que hoy consideraríamos excesivo. Se trataba de formar expertos calculistas que conocieran varios métodos y pudieran usar el más adecuado en cada operación y situación. En esta época no se hace mención al cálculo Mental. El método de enseñanza consistía en presentar retóricamente y bajo la forma de reglas breves, multitud de métodos variados sobre una misma operación, estos métodos no se relacionan en ningún caso con las propiedades y principios que le dan fundamento y explicación.


REGLA PARA EL
nueue.
TODAS las vezes que multi-
plicando vn numero Digito por si
mismo, o por otro, el vno, o ambos
fueren nueues, se tendra esta regla.
Quita vno del numero menor, y los
que quedaré seran diezes, y mira de
sto que quedare quanto falta para
nueue, y lo que faltare serán vnida-
des, y juntarse han con los diezes, co
mo por los exemplos mejor entende
ras. Pongo, que quieres saber ocho
vezes nueue quantos son? Quita del
menor destos numeros (que es ocho)
vno, y quedaran siete, estos siete ha-
ras diezes, y assi seran setenta, mira
agora quanto falta del siete para
nueue, y hallaras faltar dos, los qua-
les añade a los setéta, y seran setenta
y dos, y tantos es 9 vezes 8 . o 8 vezes
9.

Regla para el nueve

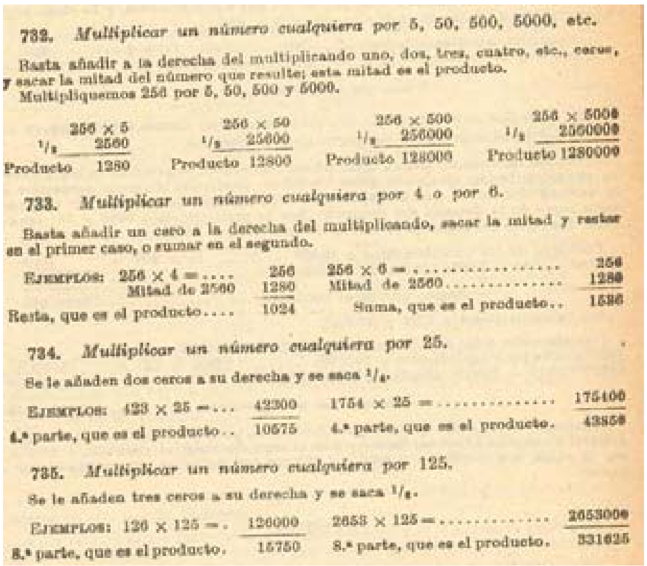
Todas las veces que multiplicando un número Dígito por sí mismo, o por otro, el uno o ambos fueren nueves, se tendrá esta regla. Quita uno del número menor, y los que quedare serán dieces, y mira de esto que quedare cuanto falta para nueve, y lo que faltare serán unidades, y juntarse han con los dieces, como por los ejemplos mejor entenderás. Pongo, que quieres saber ocho veces nueve cuántos son. Quita del menor e estos números (que es ocho) uno, y quedarán siete, estos siete harás dieces, y así serán setenta, mira ahora cuanto falta del siete para nueve, y hallarás dos, los cuales añade a los setenta, y serán setenta y dos, y tanto es 9 veces 8 o 8 veces 9.

Pérez de Moya, Tratado de Matemáticas. 1563, p. 117

Fig. 4 Regla para el nueve

Los métodos de abreviación

A principios del siglo XIX, la implantación del sistema general y público de enseñanza obligaba a plantear una enseñanza común. En Aritmética, esto se tradujo en un reduccionismo que limitó la enseñanza de métodos de cálculo a “las cuatro reglas”. Los otros métodos de cálculo que traían los viejos libros de aritmética perdieron interés. No obstante, en los libros de aritmética de comienzos del siglo XX se recuperaron algunos de estos métodos como métodos particulares para abreviar o atajar los tediosos y rutinarios cálculos en aquellas situaciones que lo requirieran, pero en cualquier caso no parece que formaran parte de la enseñanza obligatoria, más bien aparecían en los capítulos complementarios o avanzados de los libros para aquellos estudiantes que deseaban mayor profundización o adiestramiento. El método de enseñanza combina la forma de columnas con la forma reglada (figura 5).



732. *Multiplicar un número cualquiera por 5, 50, 500, 5000, etc.*

Basta añadir a la derecha del multiplicando uno, dos, tres, cuatro, etc., ceros, y sacar la mitad del número que resulte; esta mitad es el producto.

Multipliquemos 256 por 5, 50, 500 y 5000.

256 × 5	256 × 50	256 × 500	256 × 5000
1/2 2560	1/2 25600	1/2 256000	1/2 2560000
Producto 1280	Producto 12800	Producto 128000	Producto 1280000

733. *Multiplicar un número cualquiera por 4 o por 6.*

Basta añadir un cero a la derecha del multiplicando, sacar la mitad y restar en el primer caso, o sumar en el segundo.

EJEMPLOS: 256 × 4 = ...	256	256 × 6 = ...	256
Mitad de 2560	1280	Mitad de 2560..............	1280
Resta, que es el producto....	1024	Suma, que es el producto..	1536

734. *Multiplicar un número cualquiera por 25.*

Se le añaden dos ceros a su derecha y se saca 1/4.

EJEMPLOS: 423 × 25 = ...	42300	1754 × 25 = ...	175400
4.ª parte, que es el producto..	10575	4.ª parte, que es el producto.	43850

735. *Multiplicar un número cualquiera por 125.*

Se le añaden tres ceros a su derecha y se saca 1/8.

EJEMPLOS: 126 × 125 = .	126000	2653 × 125 = ...	2653000
8.ª parte, que es el producto.	15750	8.ª parte, que es el producto.	331625

732. Multiplicar un número cualquiera por 5, 50, 500, 5000, etc.

733. Multiplicar un número cualquiera por 4 o por 6. Basta añadir un cero a la derecha del multiplicando, sacar la mitad y restar en el primer caso, o sumar en el segundo.

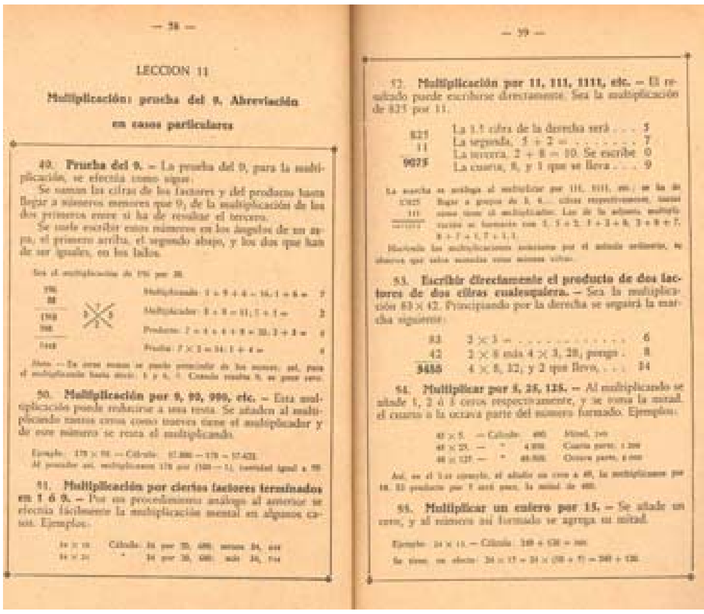
734. Multiplicar un número cualquiera por 25.

735 Multiplicar un número cualquiera por 125.

Dalmau. 1944, p. 341

Fig. 5 Método combinado.

En algunos casos se da fundamento del método con la forma horizontal de igualdades y paréntesis que unifica, la descripción, el ejemplo y la explicación. Así, lo podemos ver por ejemplo en la explicación de la multiplicación por 15 de la imagen (figura 6).



— 58 —

LECCIÓN 11

Multiplicación: prueba del 9. Abreviación en casos particulares

— 59 —

Multiplicar un entero por 15.
Se añade un cero, y al número así formado se agrega su mitad.

Ejemplo: 24 x 15

Cálculo: 240 + 120 = 360.
Se tiene, en efecto:
24 x 15 = 24 x (10+5)= 240 + 120

Edelvives. 1934, p. 58 y 59.

Fig. 6 Forma horizontal de igualdades y paréntesis.

La aritmética mental

Al comenzar el siglo XX, se recupera una vieja teoría que consideraba que la mente se constituía por facultades, que, como músculos, se fortalecen y se forman con el entrenamiento. Esto llevó a considerar a la "disciplina mental" como un objetivo educativo, algo que se concretó en una enseñanza con materias apropiadas para el entrenamiento de la mente. Entre ellas, destacó la Aritmética mental, bajo este nombre se reproducían en los libros de texto largos listados de sencillas operaciones y problemas de enunciado para ser resueltos una y otra vez de cabeza.

RESTAS MENTALES 41

265. Pedro y Antonio poseen juntos 15'75 ptas. Dígase cuánto tiene Pedro si Antonio posee 7'50 ptas.

Pedro tiene 15'75 — 7'50 = **8'25 ptas.**

266. Una factura suma 1.847'50 ptas. ¿ Cuánto deberá entregar el comprador si le descuentan 56'95 ptas. ?

Deberá entregar 1.847'50 — 56'95 = **1.790'55 ptas.**

267. Recibí 2.485 ptas. con encargo de pagar 1.458 pesetas. ¿ Cuánto me quedará ?

Me quedarán 2.485 — 1.458 = **1.027 ptas.**

268. La suma de dos números es 246'53; uno de ellos es 153'89. ¿ Cuál es el otro ?

El otro es 246'53 — 153'89 = **92'64.**

* * *

Resta de centenas, decenas o unidades. — Resta de decenas y unidades.

* 269.		* 270.		* 271.	
400—200	**200.**	783—753	**30.**	727—715 =	**12.**
500—100	**400.**	475—425	**50.**	445—432	**13.**
680—640	**40.**	539—529	**10.**	634—618	**16.**
790— 90	**700.**	668—648	**20.**	825—815	**10.**
845—345	**500.**	899—819	**80.**	133—118 =	**15.**

Resta de centenas, decenas y unidades.

EJEMPLO : *753 — 528.* 753 menos 500, 253 ; 253 — 30, 223 ; 223 más 2, **225.**

* 272.		* 273.		* 274.	
600—515 =	**85.**	450—445	**5.**	442—331 =	**111.**
500—475	**25.**	720—605	**115.**	618—308	**310.**
300—234	**66.**	890—735	**155.**	783—452	**331.**
700—623	**77.**	670—454	**216.**	965—833 =	**132.**
900—832	**68.**	950—815	**135.**	878—345	**533.**

Números de cuatro cifras.

* 275.			* 276.		
	6.000—1.000 =	**5.000.**		4.200—4.000	**200.**
	7 000—3.000 =	**4.000.**		5.700—5.000	**700.**
	5.000—1.000 =	**4.000.**		8.240— 240	**8.000.**
	8.000—4.000 =	**4.000.**		7.228— 218	**7.010.**
	9.000—2 000 =	**7.000.**		9 145—9.128	**17.**

Fig. 7 Aritmética mental. FTD. 1923, p. 40-41

El cálculo mental

Poco a poco se irá abandonando la teoría de las facultades hasta llegar a otra más orientada al utilitarismo y a las aplicaciones de la vida real. Bajo esta idea se introduce el término “cálculo mental” para referirse a un tipo de cálculo que pretende desarrollar la “agilidad mental y el “cálculo rápido” (figura 8).

El método de enseñanza se orienta a casos particulares, se enseña a calcular con ciertos números pero no se enseña a calcular en general; así, por ejemplo, se enseña a multiplicar por 25, sustituyendo 25 por ¼, pero no se enseña a multiplicar mentalmente, por ejemplo, por 0,26. No se hace ver que también hay otros métodos posibles. Además se mantiene la idea de que el cálculo mental requiere adiestramiento, y que es para hacer individualmente y en soledad.

En la actualidad está plenamente asumida la sintaxis del álgebra: el formato horizontal, simbólico y contraído de igualdades y paréntesis, que unifica la descripción, el ejemplo y el fundamento de los métodos de cálculo, como realización de las propiedades de las operaciones.

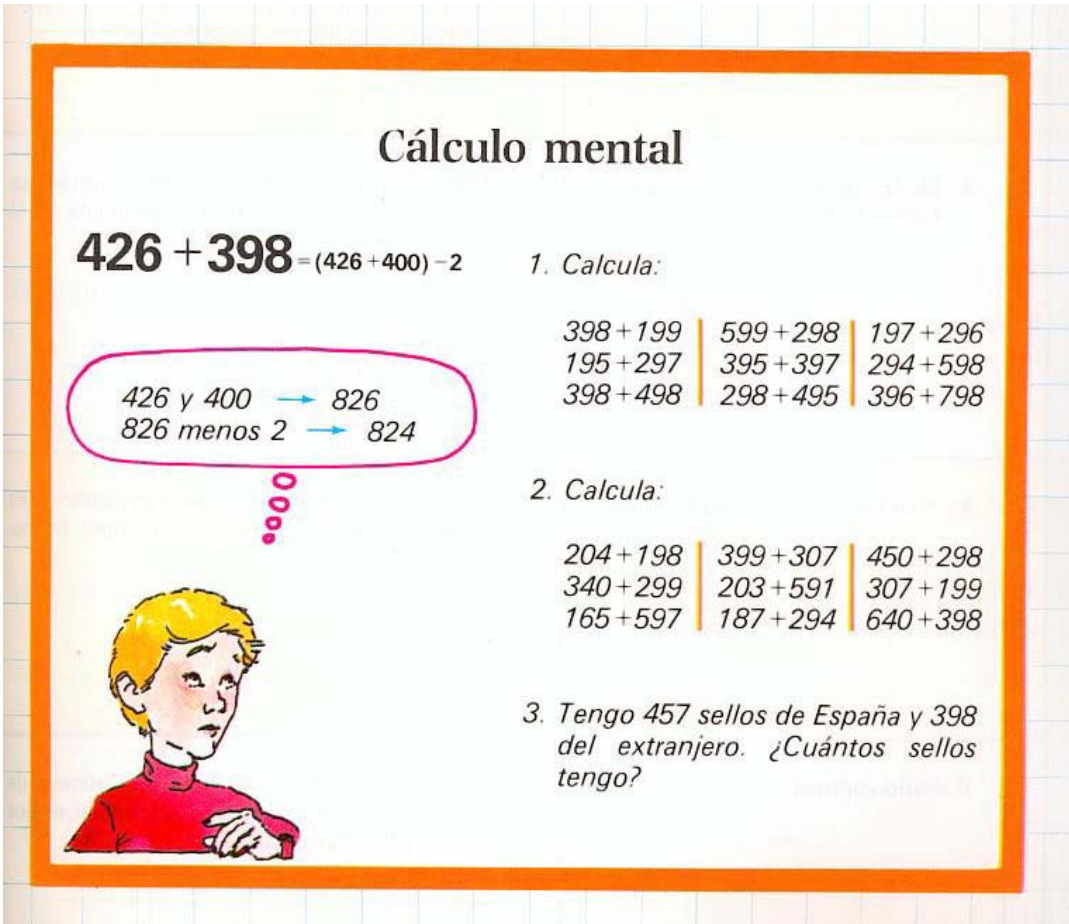


Fig. 8 Cálculo mental. Anaya. 1987, p. 39

Propuestas para la enseñanza

Los modelos de enseñanza descritos hasta aquí tienen algo en común, consideran que el cálculo mental en el ámbito escolar requiere ejercitación y trabajo individual. Algo, que no es muy convincente en un mundo poderosamente dominado por el cálculo electrónico.

Una propuesta innovadora para la enseñanza del cálculo mental podría enmarcase en un programa orientado a un “cálculo flexible”, que se proponga disminuir el énfasis tradicional sobre el cálculo escrito rígido, en favor de una combinación de calculo variado: mental, estimado, con calculadora o con algoritmos estándar, según convenga al momento, a la situación y, al tamaño y características de los números involucrados.

Esto marca un punto de inflexión en cuanto al modelo de enseñanza seguido hasta ahora, dado que plantea la necesidad de integrar el cálculo mental con los algoritmos escritos, incluso antes de que los estudiantes dominen éstos, para evitar que influyan negativamente en aquél. Esta idea va dirigida contra la práctica escolar de ejercitar el cálculo mental después del cálculo escrito ya que esto produce que muchos alumnos, en particular aquellos con buena destreza en cálculo escrito, tiendan a resolver los problemas de cálculo mental utilizando las técnicas del cálculo escrito.

Un programa de integración de la enseñanza de los métodos de cálculo mental, no debería buscar la rapidez, la inmediatez, o la uniformidad en los procedimientos, sino el análisis de las situaciones numéricas, la compresión y la adquisición de los conceptos relacionados con la operatoria y la numeración.

Para ello, hay que aprovechar que el cálculo mental es un dominio privilegiado para el trabajo colectivo en clase. Discutir acerca de las ventajas e inconvenientes de un método u otro, poner de relieve el significado o el trasfondo de los pasos que se siguen, traducirlos al lenguaje horizontal de igualdades y paréntesis para unificar la descripción, la explicación, y el ejemplo, facilitar el uso de los hechos del sistema de numeración, y aplicar las propiedades y alteraciones invariantes de las cuatro operaciones, son tareas que ofrecen la posibilidad de un acercamiento del conocimiento y a la actividad matemática, con una fuerte presencia de aspectos motivadores y tal vez recreativos.

Propuestas alternativas

Bajo estas ideas se han sugerido distintos tratamientos. Uno de ellos plantea utilizar ejercicios en base a una situación particular rica en soluciones. Los dos ejemplos siguientes ilustran este tipo de planteamiento:

Ejemplo 1:

a) Dado 3x37 = 111 encuentra mentalmente el resultado de los siguientes productos y explica cómo lo has hecho:

6x37 = , 15x37 = , 999x37 =

b) Dado $25^2 = 625$, encuentra

25x26 = , 26^2 = , 25 x 24 = , 24^2 =

c) Dado 360: 9 = 40, encuentra

360: 18 = , 360 : 4´5 = , 360 : 45 (French, 1977)

Ejemplo 2:

Resuelve, de todas las maneras diferentes que conozcas, 25 x 48

Soluciones:

a) Descomponiendo y distribuyendo:

25 x 48 = 25 x (40 + 8) = 25 x 40 + 25 x 8 =...

25 x 48 = (20 + 5) x 48 = 20 x 48 + 5 x 48 =...

b) Descomponiendo y distribuyendo doblemente:

25 x 48 = (20 + 5) x (40 + 8) = 20x40 + 5x40 + 20x8 + 5x8

c) Redondeando

25 x 48 = 25 x (50 – 2) = 25 x 50 – 25 x 2 =...

d) Factorizando

25 x 48 = 5 x 5 x 6 x 8 = 5 x 6 x 5 x 8 = 30 x 40 =...

e) Múltiplos y divisores: “doble y mitad”:

25 x 48 = 50 x 24 = 100 x 12 =…

f) Equivalentes numéricos que transforman el producto en división:

25 x 48 = (100 : 4) x 48 = 100 x (48 : 4) =...

g) Promediando:

25 x 48 = (20 x 48 + 30 x 48) : 2 =

h) Otro planteamiento, consiste en recurrir al análisis de reglas ultrarrápidas.

Ejemplo 3.

Regla: multiplicación de 101 por un número de 2 cifras.

58x101; “a 58 le añado 58. Total 5858”.

Es una regla, ya que se presenta mediante una secuencia de pasos que tiene ocultos sus fundamentos. En vez de proponer la memorización de la regla lo que se pide es indagar acerca de cuál es su fundamento, cuál es su campo de validez y sus restricciones, y bajo qué condiciones se puede generalizar.

El fundamento de la regla se ve con claridad usando el lenguaje horizontal de paréntesis, la descomposición decimal del 101 y la propiedad distributiva:

58 x (100+1) = 5800 + 58 = 5858.

Ahora la generalización de la regla es inmediata: Uno de los números en juego ha de ser de la forma: 1001, 10001…; el otro número ha de tener una cifra más que el número de ceros, o una cifra menos que el número de cifras, del primer número.

La ventaja de esta propuesta de enseñanza de las reglas es que no se persigue el adiestramiento en una determinada regla, sino la matematización de la misma, y éste es un objetivo más valioso que el primero.

Ejemplo 4.

Regla: Multiplicar un número cualquiera por 4 o por 6.

733. *Multiplicar un número cualquiera por 4 o por 6.*

Basta añadir un cero a la derecha del multiplicando, sacar la mitad y restar en el primer caso, o sumar en el segundo.

EJEMPLOS: 256 × 4 = ... 256
Mitad de 2560 1280
Resta, que es el producto.... 1024

256 × 6 = ... 256
Mitad de 2560............. 1280
Suma, que es el producto.. 1586

Fig. 9 Dalmau C. Aritmética razonada.1898?, Ed. de 1944, p. 341

Este método es una descomposición, ya que se sirve de alteraciones invariantes que permiten operar con cantidades menores que las dadas para obtener el resultado. En el ejemplo es la propiedad distributiva. Después se usa un equivalente numérico que permite transformar la multiplicación en división, en este caso 5 = 10/2. El fundamento, una vez escrito en el lenguaje horizontal, salta a la vista.

$$5 \times 6 = 5 \times (5 + 1) = 5 \times 5 + 5 = 5 \times 10/2 + 10/2 =$$

Las descomposiciones pueden ser introducidas desde los primeros pasos de la enseñanza de la aritmética, ya que son útiles para favorecer el aprendizaje no memorístico de las tablas y son fácilmente generalizables. Al principio el trabajo en el aula de clase puede ser intuitivo y más adelante algo más formal.

Categorías de las respuestas incorrectas en el cálculo mental

Cuando se enseña cálculo mental los estudiantes aprenden nuevos métodos, pero también incrementan el número de sus respuestas incorrectas (Gómez, 1995, b). Estas se pueden dividir en dos categorías básicas, según que la fuente de las mismas sea las condiciones con que se llevan a cabo las operaciones o la calidad del dominio de los conocimientos aritméticos.

En la segunda categoría se distinguen tres subcategorías: una primera que agrupa los fallos basados en una memorización pobremente establecida de determinados hechos numéricos, una segunda que agrupa los fallos que se basan en la forma en que han sido aprendidas las reglas, y una tercera que se basa en una falta de análisis del efecto que las alteraciones en los datos produce en los resultados.

Estas últimas son un producto de la enseñanza y se pueden observar en multitud de situaciones. Un ejemplo fácilmente observable se tiene con el método de redondeo, cuando a los estudiantes se les pide que resuelvan mentalmente 265 – 199, algunos dicen que la solución es 64 ya que “como 199 + 1 es 200 a 265 le quito 200 – 1”. Lo mismo ocurre con la multiplicación 19x18, para algunos la solución es 341 ya que “como 19 es 20+1, multiplico por 20; 20x18 = 360; y resto 19, 360 – 19 = 341”. Decirles que están equivocados no hará que comprendan el motivo de su error, es necesario que recapaciten y hagan el análisis de la situación viendo lo que ha fallado.

Estos comportamientos suelen permanecer ocultos mientras sólo se hace uso de los métodos de columnas, por lo que no pueden ser detectados previamente. En este aspecto el cálculo mental destaca como un dominio privilegiado para hacerlos emerger, para que los estudiantes se percaten de ellos y para que los profesores puedan ayudarles a remediarlos.

Reticencias frente a la enseñanza del Cálculo Mental

Para terminar, hay que mencionar que, a pesar de la importancia que se otorga al cálculo mental, su enseñanza no acaba de ser asumida por los profesores. Son muchas las causas que podrían explicar sus reticencias. A saber, el efecto en contra de:

- Creencias inapropiadas: obstaculiza el aprendizaje de métodos generales, es una pérdida de tiempo porque la calculadora puede suplirlo, se necesita una buena memoria, etc.
- Los sentimientos negativos del profesor: su propia dificultad y el temor al fracaso ante sus alumnos.
- Viejas teorías obsoletas. Por ejemplo, la que liga el cálculo mental con la inteligencia, o con la vieja teoría de "la disciplina mental", utilizada para identificar a los estudiantes brillantes con los rápidos y a los lentos con los torpes.
- El ambiente social que vincula el cálculo mental a profesiones poco consideradas.
- La falta de éxito con y de los estudiantes: desánimo, pérdida de interés, falta de concentración.
- La planificación oficial: masificación en el aula, presión de los programas, el escaso tiempo para la clase de matemáticas, el tratamiento del cálculo mental en "aparte" en los libros de texto.
- Algunas prácticas usuales “a ver lo que has hecho”, "a ver quién contesta antes", el énfasis en cálculo estándar que no deja sitio para la intervención libre.
- Sobrevaloraciones equivocadas: el éxito, la rapidez.
- La falta de sugerencias y materiales didácticos bien fundamentados y actualizados.

Conclusiones

Para favorecer el desarrollo del cálculo mental en la escuela es necesario actuar en varios frentes, los motivos de las reticencias señaladas nos dicen cuales son, cada uno de ellos presenta dificultades específicas. Ser consciente de ellas ayudará a hacerles frente, pero en definitiva, lo que es importante y necesario es cambiar el clima de opinión generalizado y el método de enseñanza de la aritmética. Si se quieren asumir propuestas innovadoras en este sentido éstas deben estar bien fundamentadas y hay que andar con cautela ante aquellas otras que sólo se basan en opiniones anticuadas o atrevidas. La comunidad de profesores de matemáticas tiene la palabra.

Bibliografía

- ANAYA (1993). (Serie de libros de texto). *Matemáticas 4º Primaria*. L. Ferrero, I. Gaztelu, Mª J. Luelmo, P. Mastín y L. Martínez. Grupo Anaya. Madrid.
- ANAYA (1987). (Serie de libros de texto). *Azimut. Matemáticas 4º Primaria*. Equipo Signo: Manuela A. Gómez Vázquez, Juan Álvaro Muñoz Gómez. Grupo Anaya. Madrid.
- Dalmáu Carles. J. (1944). *Aritmética razonada y Nociones de álgebra. Tratado teórico-práctico demostrado con aplicación a las diferentes cuestiones mercantiles para uso de las Escuelas Normales y de las de Comercio*. Nueva Edición corregida y aumentada. Libro del alumno. Grado profesional. Ed. Dalmáu Carles. 1898. Gerona.
- Edelvives (1934). Serie de libros de texto. *Aritmética por Edelvives* (J. E. Gerorge Brouillette). Segundo Grado. Séptima Edición. Ed. Luis Vives. Zaragoza.
- French, D (1977). Mental methods in mathematics*. Mathematics in School.* (March), 39-41.
- F. T. D. (1923). Serie de libros de texto. *Aritmética*. Segundo Grado por F.T.D. Libro del maestro. Ed. F.T.D. Barcelona.
- Gómez, B. (1995a). *Los métodos de cálculo mental en el contexto educativo: un análisis en la formación de profesores*. Mathema. Ed. Comares. Granada.
- Gómez, B. (1995b). Tipología de los errores de cálculo mental en el contexto educativo. *Enseñanza de las ciencias*, *13*. 3. pp. 313-325.
- Pérez de Moya, J. (1573). *Tratado de Mathematica en que se contienen cosas de Arithmetica, Cosmografía, y Philosophia natural.* Juan Gracian. Alcalá de Henares.

Bernardo Gómez Alfonso. Alzira (Valencia). 2/3/1951. He desarrollado mi trabajo en la línea de Pensamiento Numérico y Algebraico, con especial atención al estudio de su configuración histórica a través de los libros de texto antiguos.
Mis publicaciones más conocidas son los libros: *Numeración y Cálculo* (1988), de la colección Síntesis; *El cálculo mental en el contexto educativo* (1995), de la colección Mathema; y "El número y la forma. Libros impresos para la enseñanza del cálculo y la geometría". En Agustín Escolano (Ed.) *Historia ilustrada del libro escolar en España*, de la Fundación G. S. Ruipérez.
Se pueden encontrar artículos míos en casi todas las revistas de habla española: *Epsilon, Enseñanza de las Ciencias, Guix, UNO. Suma. Educación Matemática, Aula, Números* y *RELIME.*