



## *Adhibere:*

### *“tratamiento interactivo de la resolución de problemas”*

**Rafael Bracho López**

#### Resumen

El principal objetivo de nuestro trabajo es conseguir una alternativa multimedia al tratamiento, en clase, de la resolución de problemas; una presentación que atraiga la atención del alumnado en clase de matemáticas facilitando así la tarea al profesor, dotándolo de una herramienta adicional para trabajar empíricamente.

Este trabajo multimedia de resolución de problemas supone un material novedoso para el aula, que vendrá a formar parte de las herramientas de que dispondrá el profesorado de matemáticas para despertar entre su alumnado el interés y el ánimo por disfrutar con las matemáticas; éste ha sido nuestro objetivo primordial a la hora de idear y más tarde crear este trabajo.

#### Abstract

The main objective in our work is to get a multimedia alternative to the treatment, in class, of the resolution of problems; a presentation that attracts the attention of the pupil in class of mathematics facilitating this way the task to the professor, endowing it of an additional tool to work empirically.

This work of resolution of problems supposes a novel material for the classroom, that it will come to be part of the tools that the teacher of mathematics will prepare to excite among his pupil the interest and the spirit to enjoy with the mathematics; this has been our primordial objective when imagining and later to create this work.

#### Introducción

No cabe ninguna duda que por encima de esa polémica que cuestiona si en educación matemática y sobre todo en los niveles de primaria (6-12) y secundaria (13-18), la Matemática debe considerarse dividida en distintos apartados o bloques temáticos o no, está el hecho de que la **Resolución de Problemas** está tan unida a las Matemáticas que nunca podremos pensar en un tratamiento de éstas sin trabajar continuamente en nuestras aulas la Resolución de Problemas.



Sin embargo, pese a contar con multitud de trabajos realizados por los investigadores en este campo, parece que no terminamos de encontrar la manera de atraer a los estudiantes hacia el placer que supone investigar una situación problemática hasta conseguir su resolución.

Desde hace algunos años, un grupo de profesores estamos trabajando en un proyecto con el que queremos aportar una nueva alternativa al tratamiento de la Resolución de Problemas en el aula aprovechando la tecnología multimedia y convencidos, a través de la experimentación, del interés que supone el dotar a las actividades matemáticas de las animaciones que caracterizan a las secuencias lógicas que se dan ordenadamente en la resolución de un problema.



*Tratamiento Interactivo de la Resolución de Problemas*

Nuestro objetivo fundamental ha sido lograr que los alumnos y alumnas de **E.S.O.** (13-16) se acostumbren a "**introducirse**" dentro de las distintas situaciones que se les propone en cada problema y que disfruten, como solemos hacer los matemáticos y matemáticas, investigando la situación, utilizando para ello procedimientos muy diversos.

Básicamente nuestra metodología de trabajo ha consistido en abordar previamente en el aula la resolución de cada uno de los problemas que se incluyen para, a la vista de los hitos que se han dado en cada situación, diseñar una presentación para cada problema que recoja los diferentes planteamientos y posibles soluciones. A su vez, cada una de estas resoluciones está secuenciada contemplando las ideas que han surgido en el seno de la clase de Matemáticas. De esta forma tenemos garantizado un tratamiento de cada problema acorde con los esquemas mentales propios de los/as estudiantes de E.S.O. (13-16).

Sin duda resulta muy útil para el profesor o profesora la posibilidad de detenerse en el momento que vea



*Presentación del CD*



conveniente, dirigiendo el aprendizaje y entrenando a los chicos y chicas en las diversas técnicas y/o estrategias heurísticas que se pueden emplear en la Resolución de Problemas, adaptando además el ritmo de la presentación al del aprendizaje del grupo de alumnos y alumnas.

Hay que destacar especialmente que la colección de problemas que se ha escogido está integrada por todos los que han sido propuestos en las **fases provinciales y regionales de las Olimpiadas Matemáticas "THALES"** para estudiantes de 2º de ESO (13 años), desde que éstas se iniciaron, hace ahora dieciocho años. Tratándose de la actividad reina de la SAEM "Thales" y teniendo en cuenta el esmero y cariño con el que todos los coordinadores de las distintas provincias andaluzas han seleccionado los problemas, creemos que se trata de un documento excepcional, de especial interés para todos los que conformamos la gran familia Olímpica de la SAEM "THALES".

## Contenido y estructura del trabajo



Menú Principal

Al iniciar el programa se accede a un **Menú Principal**. Si es la primera vez que se ejecuta resultará conveniente leer la **Introducción** que se ofrece, ya que así se podrá tener una impresión general acerca de las características del CD. Además, desde dicho menú puede optarse por el apartado de **Consideraciones Metodológicas** o bien por entrar en una de las cuatro grandes clasificaciones de los problemas según diferentes puntos de vista.



## Consideraciones metodológicas

Si bien el enfoque que hemos querido darle a nuestro trabajo ha sido eminentemente práctico, nos parecía que debía incluirse un apartado metodológico que pudiera servir de referencia más o menos sistemática a la hora de abordar el aprendizaje de técnicas de resolución de problemas.



Menú metodológico

En cualquier caso, dadas las características de extensión en los textos y la distribución en pantallas que creemos deben poseer las producciones multimedia, hemos optado por ofrecer una serie de procedimientos esquemáticos e interactivos que se corresponden con las tendencias actuales más aceptadas en resolución de



Esquema de P. Gavilán



Actitudes y bloqueos...



problemas, como son los enfoques de **Polya** (se incluyen dos versiones), **Gavilán**, **Bransford y Stein**, y **Mason, Burton y Stacey**. Siendo como decimos esquemáticos, todos los procedimientos que se presentan son suficientemente sustanciosos. Esperamos que cada profesor pueda identificarse con alguno de estos procedimientos aunque debe tenerse en cuenta que la validez de todos ellos y los elementos comunes que comparten pueden hacer que cada resolutor/a pueda utilizar más de una alternativa.

Por otro lado, hemos querido ocuparnos de analizar los aspectos sentimentales y emocionales que se experimentan cuando nos enfrentamos a una situación problemática. Me refiero a las actitudes positivas y negativas y a los bloqueos que se pueden padecer ante un problema.

En el caso de las actitudes ante el problema, se ofrece una recopilación según las características al tiempo que se citan las consecuencias de dichas actitudes.

En cuanto a los bloqueos, se presentan clasificados según su naturaleza en unas versátiles tablas animadas e interactivas por las que el usuario puede ir dirigiéndose en función de su interés, ofreciéndose además en cada instante una serie de apoyos sistemáticos a los distintos bloqueos.

## Tratamiento de los problemas. Clasificaciones del material

Estando convencidos de que potencialmente todos los alumnos pueden y deben sentirse atraídos hacia el placer que supone afrontar el desafío de enfrentarse a un problema, sabemos sin embargo, lo difícil que hasta ahora nos ha resultado conseguir una predisposición inicial adecuada en el alumnado.

Aprovechando los recursos tecnológicos que nos aporta la tecnología multimedia nos hemos propuesto vencer esa actitud negativa habitual, centrando nuestro trabajo en tratar con todo el mimo posible a cada uno de los ya de por sí sugerentes problemas propuestos en las **Olimpiadas "Thales"**, con el fin de que los chicos y chicas se sientan "**enganchados**" en todo momento y no se resistan a imbuirse dentro de las situaciones que se les propone.

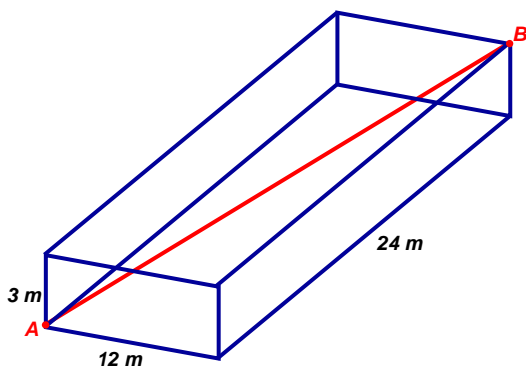
Para conseguir esta situación de "**enganche**" nos hemos ocupado básicamente de dos aspectos: el **estético** y el **procedimental**.

En el primero, hemos prestado especial atención a los enunciados de los problemas redactándolos convenientemente con el objetivo de que la situación que se les presenta les resulte lo suficientemente **atractiva** como para dedicarse a su estudio.

Véanse como ejemplo los dos enunciados siguientes:

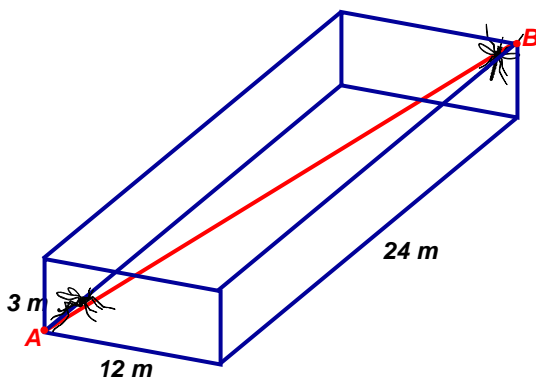


**Enunciado 1:** *Calcula la distancia de A a B en el ortoedro de la figura:*



**Enunciado 2:** *¡Qué bonito es el amor...!:*

*El mosquito Pepito se encuentra en la esquina A de una nave industrial que mide 24 metros de largo, 12 de ancho y 3 de alto, cuando divisa en el vértice opuesto B a Melinda, su mosquita preferida, ¿qué distancia habrá de volar Pepito para encontrarse con su amada Melinda?*



Evidentemente, el interés matemático en uno y otro enunciado es idéntico, y a nosotros este interés puede parecernos suficiente para la justificación del problema, sin embargo, es seguro que el segundo enunciado le resultará más atractivo a los estudiantes. Y si a este segundo enunciado le añadimos unas ilustraciones y animaciones apropiadas que terminarán, cuando se encuentre la solución, con el paseito de Pepito en busca de Melinda y el bonito desenlace del encuentro, el efecto que se consigue es evidente.

En cuanto al aspecto **procedimental**, no nos hemos limitado a presentar la solución o soluciones de cada problema, más bien nos hemos ocupado de "encaminar" las resoluciones, deteniéndonos en los hitos que hemos observado en la experimentación en el aula, esbozando y proponiendo ideas, estableciendo de



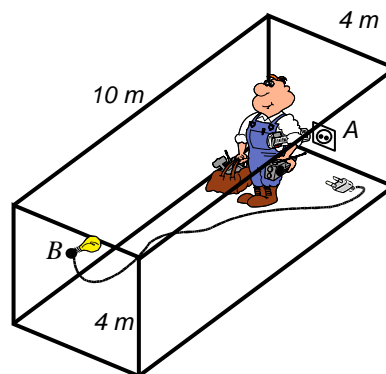
esta manera, en cada caso, una cuidada secuencia que ayuda a pensar a los estudiantes y los acostumbra de manera sutil a enfrentarse por sí solos a las situaciones, dotándolos además de forma natural, de las destrezas que deben manejar.

## Ejemplo en papel

No resulta fácil transmitir en formato papel la idea de las presentaciones de los problemas en multimedia; no obstante, la manera secuencial dual de introducir a los estudiantes en los problemas podría ser la que se expone en el siguiente ejemplo:

Electrificando:

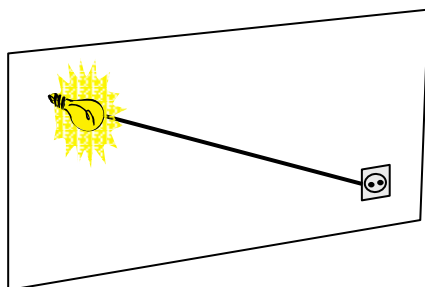
*Una habitación tiene 10 m. de largo, 4 m. de ancho y otros 4 m. de alto. En el punto A, en el medio de la pared del fondo y a medio metro del suelo, hay un enchufe. Se necesita tender un cable para conectar el enchufe A con una lámpara situada en el punto medio B de la pared de enfrente, a medio metro del techo. Por evidentes razones de seguridad, el cable debe ir sujeto a las paredes, suelo o techo, y nunca por el aire.*



*Calcula la longitud de cable mínima para resolver el problema. (Una pista: ¡La respuesta no es 14 m!)*

Solución:

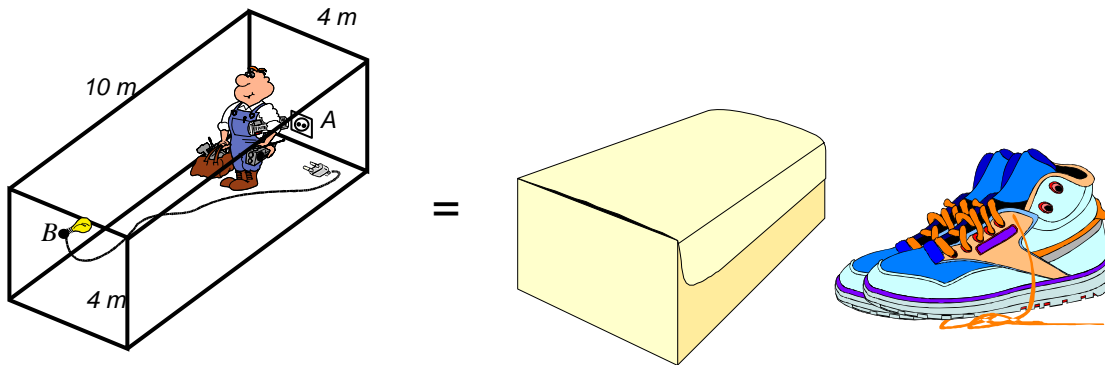
- No siendo 14 m la solución, el asunto no es tan fácil, ¿verdad?...
- ... si el enchufe y la bombilla estuvieran en la misma pared sí que estaría claro cuál es el recorrido más corto...
- 



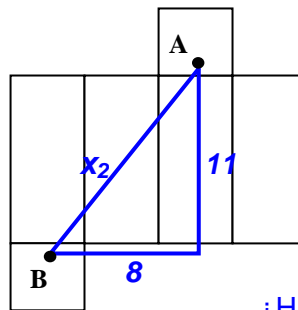
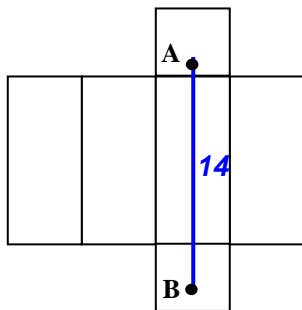
... la línea recta, evidentemente



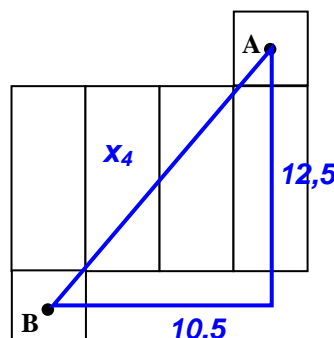
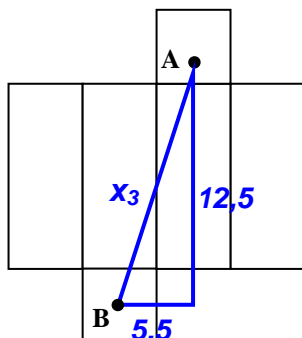
- Pues bien, ten en cuenta que el recorrido del cable va a ser siempre sobre el plano e intenta reducir la situación a un solo plano...
- Imagínate la habitación como si fuera una caja de cartón como las de zapatos...



- Estudia las diferentes formas de deshacerla para que la distancia de A a B sea mínima...



... ¿Hay más alternativas?



- ¿Sabrías calcular ya el camino más corto?

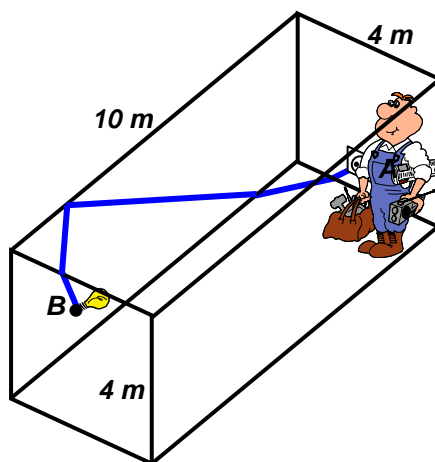




- $X_4$  ni perderíamos el tiempo en calcularlo,  $x_1 = 14$  m,  $x_2 = 13,6$  m y  $x_3 = 13,66$  m, luego:

**La mínima distancia es 13 m y 60 centímetros**

- Y para finalizar..., ¿sabrías indicar el recorrido del cable en el dibujo inicial?



## Clasificaciones del material

En nuestra metodología de trabajo, comenzamos con el tratamiento individualizado de cada uno de los 311 problemas que integran la colección y, cada vez que estudiábamos un problema, le aplicábamos una clasificación atendiendo a distintos criterios que nos sirvió más tarde para presentar la serie de problemas desde distintos menús, cada uno de los cuales con un interés evidente para el profesorado que verá cómo puede dirigirse hacia las actividades deseadas según sus necesidades y de forma operativa y sistemática.

Los menús que se ofrecen son los siguientes:

## Menú olimpiadas

En él se presentan los problemas propuestos en las 18 ediciones de las Olimpiadas "Thales" organizados por ediciones. Cuando se elige una edición, nos dirigimos a otro submenú desde el que podemos optar por acceder a los problemas propuestos en la fase provincial o en la fase regional correspondiente.



Menú olimpiadas

Creemos que este menú puede resultar interesante para los/as profesores/as y alumnos/as que tengan un cariño especial a las Olimpiadas "Thales" o quieran preparar próximas ediciones de esta actividad.

### Menú aleatorio

Hemos llamado así a una clasificación de los problemas en la que éstos aparecen ordenados alfabéticamente según sus títulos, es decir, cuando elijamos un problema no sabremos de antemano si éste es más o menos complicado, ni si es un problema algebraico, geométrico o de cualquier otro bloque temático.

Esta clasificación está pensada para aquellos usuarios a los que les guste enfrentarse a los problemas como retos desconocidos...



Menú aleatorio



## Menú dificultad

Para esta opción se han clasificado los problemas en tres niveles de dificultad. Sin embargo, en cualquier nivel nos podremos encontrar problemas de cualquier bloque temático. La idea es pues, ir adquiriendo gradualmente destrezas en resolución de problemas, manejando para ello una amplia gama de recursos.

En la pantalla principal de este menú se incorpora un hipervínculo llamado "**Estadísticas**", que conduce a sendas gráficas que ilustran las frecuencias con las que han sido propuestos en la Olimpiadas Matemáticas "THALES" problemas de unos y otros grados de dificultad.



Menú dificultad

## Menú bloques

Sin lugar a dudas ésta será una de las opciones que más interés tenga para el profesorado, puesto que hace posible un uso directo en el aula acomodándose a la unidad didáctica que se esté estudiando en cada momento.

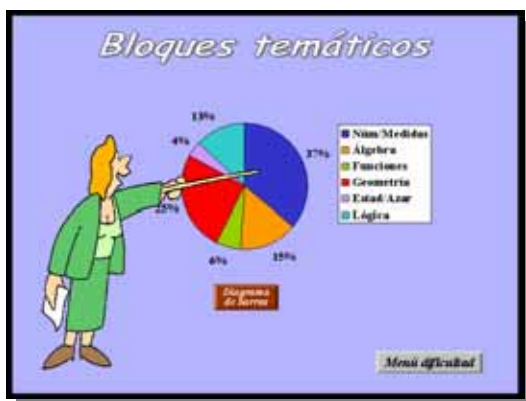
A la hora de clasificar los problemas por bloques temáticos nos ha parecido adecuado tomar como referencia los cinco bloques que se proponen en el diseño curricular correspondiente al área de matemáticas: **Números y medidas, Álgebra, Funciones y gráficas, Geometría y Estadística y azar**. No obstante, hemos incorporado un sexto bloque que corresponde a los problemas denominados "**de lógica**", debido al interés que este tipo de problemas tiene para el alumnado y a la relativa frecuencia con la que han sido propuestos en las Olimpiadas Matemáticas "THALES".



Dentro de cada bloque los problemas están ordenados por nivel de dificultad.

Debe considerarse la existencia de problemas que admiten diversos procedimientos de resolución y también aquellos problemas para cuya solución son necesarios elementos de más de un bloque temático de los citados anteriormente. Estos hechos hacen que existan problemas que se han incluido en más de un bloque temático.

En la pantalla principal de este menú también se incorpora un hipervínculo llamado "**Estadísticas**", que conduce a sendas gráficas que ilustran las frecuencias con las que han sido propuestos en la Olimpiadas Matemáticas "THALES" problemas de cada uno de los seis bloques temáticos que son objeto de esta clasificación. Resulta interesante el análisis de estas gráficas estadísticas.



[Menú bloques](#)

## Bibliografía

- C. Alsina, E. Trillas E (1984): Lecciones de Álgebra y Geometría. GG., Barcelona.
- F. J. Anillo, R. Bracho (2000): Por una integración plena de las recreaciones matemáticas en la ESO. (CEJA) Revista Perspectiva CEP, nº 2, Sevilla.
- R. Bracho (1999): Actividades Recreativas para la Clase de Matemáticas. Delegación de Educación, Córdoba.
- R. Bracho (2001): El Gancho Matemático. Port-Royal, Granada.



- R. Bracho (2000): Recreo Matemático (CD-ROM). SAEM THALES, Cádiz.
- J. D. Bransford, S. Stein (1988): Solución ideal de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear. Labor, Barcelona.
- W. H. Cockroft (1986): Las matemáticas sí cuentan. MEC, Madrid.
- M. De Guzmán (1991): Para pensar mejor. Labor, Barcelona.
- M. De Guzmán (1990): Seminario-Taller: "Resolución de Problemas". I EDUMAT, CEP de Montilla, Córdoba.
- Grupo Cero (1987): De 12 a 16. Un proyecto de curriculum de matemáticas. Mestral Libros, Valencia.
- R. Honsberguer (1994): El ingenio en las Matemáticas. Euler, Madrid.
- I. Lakatos (1978): Pruebas y refutaciones. Alianza Universidad, Madrid.
- Mason, Burton y Stacey (1988): Pensar matemáticamente. Labor, Barcelona.
- R. E. Mayer (1986): Pensamiento, resolución de problemas y cognición. Paidós Ibérica, Barcelona.
- J. Peralta (1995): Principios didácticos e históricos para la enseñanza de las Matemáticas. Huerga y Fierro, Madrid.
- G. Polya (1965): Cómo plantear y resolver problemas. Trillas, México.
- G. Polya (1966): Mathematical Discovery. 2 vols. John Wiley & Sons, New York.
- G. Sánchez (1996): Métodos gráficos de resolución de problemas geométricos. SAEM "THALES", Sevilla
- L. M. Santos Trigo (1996): Principios y métodos de la Resolución de Problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Grupo Editorial Iberoamericana, México.
- A. Schoenfel (1983): Problem solving in the mathematics curriculum. The Mathematical Association of America.
- K. Stacey, S. Groves (1999): Resolver problemas: estrategias. Unidades para desarrollar el razonamiento matemático. Nancea, Madrid.

**Rafael Bracho López**, es Licenciado en Ciencias Matemáticas por la Universidad de Granada y doctorando en Ciencias de la Educación.

Profesor de secundaria de Matemáticas desde 1984, destinado en el IES Averroes de Córdoba desde 1991. Coordinador de la experiencia TIC del IES Averroes desde el curso 2003-2004.

Primer premio de publicaciones educativas de la Delegación de Córdoba, primer premio en el Certamen Europeo "Física y Matemática en Acción", primer premio de software educativo de la SAEM THALES y tercer premio de elaboración de material didáctico de la SAEM THALES.

Ha publicado diversos libros de recursos de Matemáticas para educación secundaria, así como diversos CDs multimedia y artículos en revistas educativas.

Ha impartido conferencias y presentado ponencias y comunicaciones en numerosos congresos nacionales e internacionales.

Tiene experiencia en formación permanente del profesorado, habiendo participado en numerosos cursos de formación sobre didáctica de las Matemáticas y utilización de las TIC en el aula.

Coordinación TIC del IES Averroes de Córdoba (España)

e-mail: [rbracho@gmail.com](mailto:rbracho@gmail.com)