UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ISSN: 1815-0640
Número 62. Agosto 2021
Páginas 1-21

www.fisem.org/web/union

Dieta saludable y proporcionalidad: una experiencia en educación matemática crítica

Christian Camilo Fuentes Leal

Fecha de recepción: 7/04/2020
Fecha de aceptación: 9/05/2021

Resumen	En el documento se sistematiza y reflexiona sobre una experiencia de aula cuyo objetivo fue enseñan diferentes significados, procedimientos y representaciones asociados a la proporcionalidad a partir de la comprensión y el análisis de una situación de alimentación, dieta y nutrición, la cual se considera significativa para un grupo de estudiantes de grado noveno de un colegio público del suroccidente de la ciudad de Bogotá. Para esta tarea se implementaron como herramientas metodológicas conceptos como escenarios de aprendizaje propuestos por Skovsmose y algunos planteamientos de modelación matemática. **Palabras clave:** Proporcionalidad, Escenarios de aprendizaje, Modelación, Alimentación saludable.
Abstract	The document systematizes and reflects on a classroom experience whose objective was to teach different meanings, procedures and representations associated with proportionality based on the understanding and analysis of a situation of food, diet and nutrition, which is considered significant for a group of ninth grade students from a southwestern public school in the city of Bogotá. For this task, take concepts such as learning scenarios proposed by Skovsmose, and some approaches about mathematical modeling. **Keywords**: Proportionality, Learning scenes, Modeling, Healthy eating.
Resumo	O documento sistematiza e reflete sobre uma experiência em sala de aula cujo objetivo era ensinar diferentes significados, procedimentos e representações associados à proporcionalidade, com base no entendimento e análise de uma situação de alimentação, dieta e nutrição, considerada significativa para um grupo de alunos da nona série de uma escola pública do sudoeste da cidade de Bogotá. Para esta tarefa, conceitos como os cenários de aprendizado de Skovsmose propostos por e algumas abordagens de modelagem matemática foram implementados como ferramentas medológicas. **Palavras-chave:** Proporcionalidade, Cenários de aprendizagem, Modelagem, Alimentação saudável.

1. Introducción

La enseñanza de la proporcionalidad nos genera diferentes retos para nosotros como profesores, pues desde los planteamientos de autores clásicos de psicología cognitiva la comprensión de la proporcionalidad es requisito para pasar de la etapa de operaciones concretas a la etapa de las operaciones formales, esta última caracterizada por la capacidad de valoración de la verdad o falsedad de proposiciones abstractas analizando fenómenos complejos en términos de causa efecto utilizando el método hipotético deductivo, e incluso consecuencias de situaciones hipotéticas para diseñar pruebas para ver si las consecuencias sostienen la verdad.

Por otro lado, es necesario tener en cuenta que uno de los objetivos de la educación matemática es la formación para la ciudadanía y la toma responsable de decisiones, las cuales están relacionadas con situaciones como el consumo responsable y una alimentación saludable, elementos que son abordados en esta experiencia por medio de significados, representaciones y procedimientos asociados a la proporcionalidad.

De este modo, por medio de este documento se quiere sistematizar una experiencia de aula como una estrategia de reflexión sobre práctica pedagógica en la enseñanza de las matemáticas con un grupo de 35 estudiantes en grado noveno (de 14 a 16 años) en un colegio público en la ciudad de Bogotá, Colombia. Este tipo de ejercicios de reflexión y sistematización de la práctica son una tarea necesaria para la comprensión, mejora y teorización de la práctica pedagógica, además de formar parte del compromiso ético y político que todo profesor debe apropiar procurando transformar la teoría en praxis, entendiendo esta última en términos de Freire, es decir como el proceso por el cual una teoría pasa a formar parte de la experiencia vívida.

2. Planteamiento de la investigación

La construcción del pensamiento proporcional se consolida como una de las tareas las significativas en el proceso de las operaciones formales, pues implica hacer uso de capacidades como la argumentación y la abstracción, además es de gran importancia pues la proporcionalidad como concepto está presente desde la Educación Primaria, en el uso de la estructura multiplicativa, las fracciones y los porcentajes, en la Educación Secundaria es necesaria en la comprensión de fenómenos como función lineal, congruencia y semejanza, y en la universidad en la construcción de relaciones de variación entre magnitudes para llegar a los conceptos de derivada o integral.

Para llevar a cabo satisfactoriamente este proceso es necesario hacer un acercamiento a los estudiantes a diferentes experiencias que aborden diferentes interpretaciones, representaciones y procedimientos asociados a la proporcionalidad por medio de la modelación de la realidad. Ante esta situación es necesario construir propuestas de enseñanza que busquen superar dificultades y errores asociados a aprendizaje de la proporcionalidad, además de asociar diferentes tipos de representaciones y relacionar contextos aritméticos, geométricos y algebraicos.

De esta forma, se considera que la modelación de una situación real (en este caso la construcción de propuestas de dietas saludables) por medio de ambientes de aprendizaje pueden constituir una propuesta adecuada que permita hacer, por un lado, formación para la ciudadanía y forma conciencia sobre sobre consumo responsable y, además enriquecer las experiencias que aporten a la comprensión de la proporcionalidad como concepto construido a largo plazo.

Para esto fue necesario plantear como pregunta orientadora ¿Qué potencialidades tiene el uso de la modelación y los ambientes de aprendizaje en la enseñanza de la proporcionalidad?, para poder responder esta incógnita se planteó como objetivo principal comprender cuales elementos disciplinares y didácticos están involucrados en el diseño, uso y evaluación de estrategias como la modelación de situaciones reales para la enseñanza de la proporcionalidad.

3. Referentes Teóricos

Para presentar los elementos teóricos tenidos en cuenta para el diseño de la presente experiencia se hará por medio de dos categorías, la primera asociada al conocimiento disciplinar sobre la proporcionalidad como objeto matemático, y la segunda relacionada con los conocimientos didácticos asociados a la proporcionalidad como objeto a ser enseñado.

3.1 Acercamiento a la proporcionalidad como objeto disciplinar

En primera medida, es importante tener en cuenta la existencia de diferentes definiciones sobre la proporcionalidad como relación de igualdad entre dos razones, por ejemplo, Fiol y Fortuny (1990), definen la proporcionalidad por medio de teorías sobre funciones, mencionando que dos magnitudes son proporcionales si se puede establecer un isomorfismo entre sus cantidades $f: M \rightarrow N$ tal que:

I. Si $a < b$ implica $f(a) < f(b)$, la relación de orden es monótona.

II. $f(a+b) = f(a) + f(b)$, es decir, se conserva el orden y la suma.

III. Si la magnitud es continua, la proporcionalidad f queda unívocamente determinada dando la cantidad homóloga $f(a)$ de una cantidad cualquiera y en particular las cantidades correspondientes $f(a)$ a una unidad.

En efecto si $a = r \cdot e$, entonces $f(r \cdot e) = rf(e)$, así las medidas de cantidades correspondientes, a, $f(a)$ con unidades correspondientes, $e, f(e)$ son iguales

$$a = re\ ;\ f(a) = rf(e)$$

De igual forma, los autores definen la constante de proporcionalidad a partir de M y N como dos magnitudes proporcionales continuas, donde f sea la correspondencia entre sendas cantidades e y u dos unidades respectivas de M y N.

$$f: M \rightarrow N$$

$$e \rightarrow u$$

Escribiendo que sí $f(e) = k \cdot u$, se podrá decir entonces que k es la constante de proporcionalidad respecto de las unidades e y u. En este sentido, la constante de la proporcionalidad es una representación de la correspondencia y por eso se denota como $k = [f]\,\{e\}\,\{u\}$. Como las magnitudes M y N pueden ser descritas completamente por sus medidas m_e y m_u respectivamente, entonces la proporcionalidad f puede expresarse como una aplicación g de R^+ en R^+.

Esta definición construida a partir de isomorfismos aporta, por un lado, en la superación de la idea que la proporcionalidad se asocia únicamente entre segmentos y por la otro también aporta en la comprensión de la proporcionalidad desde una perspectiva analítica a partir del uso de funciones, elementos que serán necesarios para el profesor en una comprensión amplia y rica del objeto matemático.

Otra posible forma de definir el concepto de proporcionalidad desde una perspectiva disciplinar está en Carrillo, Contreras, Climent, Montes, Escudero y Flores (2016), quienes la presentan como una relación multiplicativa entre magnitudes, la cual permite determinar el valor cantidad de magnitud en función de otra cantidad de magnitud de la cual se conoce su medida, estableciendo relaciones de proporcionalidad entre cantidades de distintas magnitudes, como por ejemplo, cuando se relacionan la cantidad de litros de leche y gramos de harina en una receta, o de la misma magnitud, como cuando se relaciona el valor de unos artículos que están al 50% de descuento.

La anterior definición aporta una comprensión disciplinar del objeto matemático, pues, por medio de esta se establece la proporcionalidad como una relación numérica se puede presentar entre magnitudes que necesariamente no pueden homogéneas, enriqueciendo así desde otra perspectiva el conocimiento asociado a la proporcionalidad.

3.1.1 Relaciones Proporcionalidad directa – inversa y proporcionalidad aritmética geométrica

La proporcionalidad entre magnitudes se puede caracterizar desde dos categorías, la directa y la inversa, la primera se define como una relación entre magnitudes que permite obtener la medida de cantidad de la otra magnitud multiplicando una constante por la medida de cantidad de esta u otra magnitud; esta relación es expresada simbólicamente como y=kx, donde x e y son medidas de cantidades de magnitudes, y k es la constante o razón de proporcionalidad.

Un ejemplo de proporcionalidad directa, es cuando aumenta tanto la variable dependiente como la independiente, por ejemplo, cuando se menciona que en la preparación de una mezcla de concreto se necesita 2 kilos de arena por cada 14 bultos cemento, la expresión algebraica para esta situación sería y=7x , siendo y la cantidad de bultos de cemento y x la cantidad de kilos de arena, además 7 como la constante de proporcionalidad de la cantidad de bultos de cemento necesitados respecto a la cantidad de arena necesitada .

De forma similar, la proporcionalidad inversa se define como una relación entre magnitudes que permiten obtener la medida de una cantidad de magnitud multiplicando por una constante por la inversa de la medida de otra cantidad de magnitud; un ejemplo clásico de este tipo de proporcionalidad es la relación entre la cantidad de personas y el tiempo necesario para hacer una actividad, pues a mayor cantidad de personas se necesitará menos tiempo para hacer dicha tarea. Si 3 albañiles tardan 12 días para poner el piso de una casa, 6 albañiles tardarán 6 días, su expresión simbólica será *y = k 1/x,* donde *x* e y representan las medidas de las cantidades de magnitudes, y k representa la constante o la razón de proporcionalidad.

En el ejemplo de los albañiles, la expresión simbólica está dada por la cantidad de albañiles = 36 (1/cantidad de días) o en término de la cantidad de días sería = 36 (1/ cantidad de pintores), en el caso que el tiempo necesitado para acabar el piso de la casa sean sólo 2 días, la relación sería y=36 (1/2) = 18 albañiles.

Con respecto a los contextos en los cuales se da la proporcionalidad, esta se puede establecer en dos casos: el numérico y el geométrico; se puede mencionar que cuando se busca encontrar una relación de proporcionalidad directa o inversa entre dos cantidades de magnitud es necesario hacer uso de la proporcionalidad numérica; en cambio, se hará uso de la proporcionalidad geométrica cuando se indague por cuerpos, formas, objetos de los cuales se quieren replicar a diferente tamaño o cuando su medición no sea físicamente posible, por ejemplo, la construcción de maquetas, mapas o medir alturas de edificios de grandes alturas.

Con respecto a la proporcionalidad aritmética, es importante mencionar que esta busca calcular la medida de una cantidad de magnitud a partir de otra, o también encontrar una cuarta cantidad de magnitud dadas tres cantidades de magnitudes proporcionales. En Carrillo *et al.* (2016) se propone el siguiente ejemplo de proporcionalidad directa, en el cual se indaga por el valor de 5 cuadernos.

Cant. de cuadernos	2	5
Precio (euros)	3	?

Para los autores, la primera cuestión en este tipo de problemas es la identificación que la situación descrita se puede expresar por medio de una relación de proporcionalidad directa entre la cantidad de cuadernos y el precio, es decir se debe identificar que el costo por la cantidad de cuadernos sea constante igual al costo de un cuaderno, como en este caso la expresión si es proporcional se puede representar por medio de la siguiente representación.

Cant. de cuadernos	2	4	1	5
Precio (euros)	3	6	1,5	7,5

Por medio de este tipo de razonamientos se concluye que la razón está dada por la expresión 3 euros / 2 cuadernos = 1,5 euros por un cuaderno, es decir que para saber el costo de los 5 cuadernos se establece una relación multiplicativa entre 1,5 y 5 es decir 1,5 euros x 5 cuadernos= 7,5 euros, de esta forma se propone elementos para resolver problemas asociados a proporcionalidad directa como:

- Calcular la constante de proporcionalidad e igualarla a la relación entre el segundo par de cantidades.
- Calcular el precio de una unidad de la magnitud determinada (un cuaderno, en este caso), a esto se le conoce como reducción a la unidad.
- Aplicar propiedades de proporcionalidad directa, en este caso la aditividad de la proporcionalidad directa.

En el caso de la proporcionalidad inversa, desde la perspectiva aritmética, en el texto propuesto por los autores se preguntaba sí 3 albañiles tardan 12 días para poner el piso de una casa, 6 albañiles cuántos días se demorarían. Sabiendo que la constante de proporcionalidad en este caso es 12 x 3 = 36, por lo que 36 = 6 x, donde x representa la cantidad de días demorarían 6 albañiles para construir el piso de una casa; en este caso también es necesario hacer uso de la reducción a la unidad y para esto será de ayuda la construcción de representaciones tabulares

Albañiles	3	6	2	1
Días	12	6	3	6

Se considera que este tipo de análisis (reducción a la unidad) y representaciones le dará un mayor significado a procedimientos que se presentarán posteriormente como la regla de tres, la cual generalmente es presentada algorítmicamente.

Al explorar otras características y propiedades de la proporcionalidad geométrica, se puede mencionar que la proporcionalidad directa también permite el estudio entre las medidas de cantidades de magnitudes en contextos geométricos.

En el contexto de medida de cantidades de longitud en contextos reales, se puede caracterizar un ejemplo de proporcionalidad geométrica cuando se hace la comparación entre una fotografía ampliada y una fotografía real, pues describen la misma forma con diferente tamaño, característica que a su vez está relacionada con el concepto de semejanza entre polígonos, la cual está presente cuando se tienen ángulos correspondientes iguales y los lados correspondientes tienen la misma razón; en este caso llamará razón de semejanza.

Por ejemplo, cuando se amplía una imagen a razón de semejanza de *x*, la medida de las distancias de la imagen resultante será *x* veces mayor que la inicial, además de tener todos los ángulos correspondientes iguales entre sí, tal y como lo muestra la figura 1.

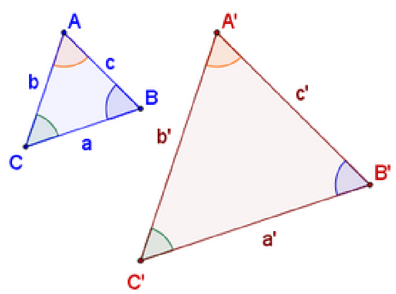


Figura 1. Triángulos semejantes

Otro tipo de representación asociada a la semejanza como proporcionalidad geométrica se muestra en la siguiente imagen, la cual se puede observar una pareja de triángulos semejantes donde la razón de semejanza es 4, en la figura 2 se puede determinar que: $\frac{f'}{c'} = \frac{d'}{a'} = \frac{e'}{b'} = 4$, donde $f' = 4 \cdot c'$; $d' = 4 \cdot a'$; $e' = 4 \cdot b'$

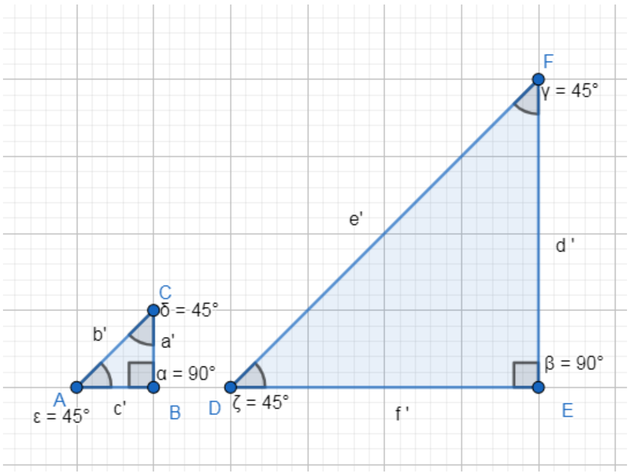


Figura 2. Triángulos cuya razón de semejanza es 4

Mostrando de esta forma, la semejanza como una propiedad asociada a la proporcionalidad desde una perspectiva geométrica, donde no sólo se pueden comparar sus lado, sino también se pueden comparar sus superficies; esta característica aporta en la comprensión y sensibilización teórica con respecto a la proporcionalidad desde la perspectiva geométrica, en especial en la identificación del rol de las representaciones gráficas como herramientas para identificar y caracterizar las propiedades de la proporcionalidad geométrica como una relación, elemento que debe formar parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la enseñanza de la proporcionalidad.

Otro contexto en el que se presenta la semejanza como proporcionalidad geométrica en situaciones reales es la elaboración de maquetas, la elaboración de mapas o planos en los que se usen escalas. En estos casos, el uso de las medidas de las distancias reales resulta ser proporcionales a sus correspondientes en el plano o mapa; elementos como las escalas numéricas generalmente vienen presentadas como una fracción, donde el numerador muestra la unidad de medida en el mapa y el denominador la medida equivalente en la unidad en la realidad. Por ejemplo, si se ve un mapa con una escala de 1:500, a la medida de un segmento del plano representará 500 veces esa medida, es decir que cada metro en la realidad representa como si se hubiera reducido 500 veces parte de terreno real.

3.2 Conocimientos didácticos asociados a la proporcionalidad como objeto a ser enseñado

Múltiples investigaciones con respecto al conocimiento didáctico asociado a la proporcionalidad han demostrado la importancia del manejo de diferentes sistemas de representación como herramientas necesarias para la construcción de una comprensión amplia del conocimiento, un ejemplo de estos planteamientos está en Fiol y Fortuny (1990) quienes consideran que la comprensión de la proporcionalidad puede realizarse dando diferentes representaciones, mostrando la importancia de la conversión de una representación a otra. Algunos ejemplos esta traslación se muestra en la tabla 1, en esta se hace énfasis en descripciones verbales, tablas de valores, gráficas, formulas y ejemplos.

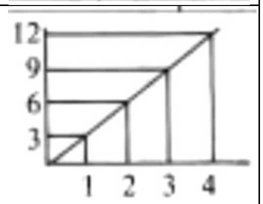
De \ A	**Situaciones descripción verbal**	**Tablas de valores**	**Gráficas**	**Fórmulas**	**Ejemplos**
Situaciones descripción verbal	Analogía Redacción	Mediaciones Particularizar Concretar	Esbozar Visualizar	Algebraizar Obtener un modelo	(el perímetro de un triángulo equilátero es el triple del lado)
Tablas de valores	Reflexiones Describir	Interpretar Extrapolar	Señalizar	Generalizar Relacionar Ajustar	x lado — y perímetro 1 — 3 2 — 6 3 — 9 4 — 12
Gráficas	Interpretar	Seleccionar Lectura de puntos	Cambios de sistema de referencia Cambio de escala	Generalizar Relacionar Ajustar	
Fórmulas	Explicar Reconocimiento de parámetros	Calcular Tabular	Esboza Representa	Transformación algebraica Operaciones	$y = 3x$ $\frac{y}{x} = 3$

Tabla 1. Representaciones sobre proporcionalidad propuestas por Fiol y Fortuny (1990)

Otros conocimientos que aportan en la comprensión de los conocimientos asociados a la enseñanza de la proporcionalidad están presentes en los planteamientos de Khoury (2002), quien presenta un cuadro los cuatro niveles de razonamiento proporcional el cual observará en la tabla 2. En esta propuesta se hace énfasis en el proceso que debería tener un estudiante en el proceso de comprensión de las características y las propiedades de la proporcionalidad, especialmente el paso de un nivel aditivo al uno multiplicativo (nivel razón).

Problema: La altura de un señor bajito es 4 botones, mientras la altura de un señor alto es de 6to es botones. Si usamos clips, la medida de señor bajito es de 6 clips. ¿Cuál será la altura de señor alto en clips?	
Nivel ilógico	El estudiante no proporciona explicación, exhibe un cálculo ilógico o una adivinanza, o realiza una estimación general sobre la base de una observación descriptica.
Nivel aditivo	El estudiante se enfoca en las diferencias entre 6 y 4 botones, y luego asume que la misma diferencia debe existir cuando se usan los clips
Nivel transicional	El estudiante usa un enfoque aditivo dirigido a la correspondencia entre las medidas de cada figura, por cada dos botones hay un clip adicional.
Nivel razón	El estudiante usa una relación de razón constante o hace una comparación multiplicativa de las medidas de ambas figuras.

Tabla 2. Niveles de razonamiento proporcional en Khoury (2002)

A modo de resumen se presentará un esquema en la tabla 3 donde se muestra diferentes obstáculos y errores asociados a la proporcionalidad en diferentes momentos de su enseñanza, elementos que aportaron en la construcción de la presente experiencia.

Categorías/ Autores	Dificultad o error asociado a la proporcionalidad
Asociadas a conceptos previos a la proporcionalidad Rapetti (2003), Rivas (2013), Fernández y Llinares (2012)	Errores en el significado de la fracción como relación parte-todo y como cociente. No comprender de la razón como un índice comparativo, que generalmente expresa una relación multiplicativa entre dos medidas. No establecer la relación entre el uso de una razón como una fracción y viceversa. No usar razón como un índice comparativo.
Asociadas a la iniciación a la proporcionalidad Fiol y Fortuny (1990), Godino y Batanero (2002), Rodríguez y Pérez (2003), Carrillo *et al.* (2016),	Uso de métodos mecánicos de manipulación de símbolos, como los esquemas del tipo de "regla de tres" sin introducir el dominio de otros intuitivos. La no utilización de la estrategia del valor unitario en la resolución de un problema. El no uso de situaciones reales que sean intuitivas para el estudiante, haciendo énfasis en las relaciones multiplicativas entre las cantidades de magnitud y diferenciarlas de las relaciones aditivas. Identificación equivocada de relaciones proporcionales de cantidades de magnitudes cuando no lo son.
Asociados al significado de conceptos relacionados a la proporcionalidad Guarín y Escolano (2009), Khoury (2002), Vega (2006), Godino y Batanero (2002), Rodríguez y Pérez (2003), Carrillo *et al.* (2016)	Realización de operaciones aditivas por medio de operaciones entre números como entes abstractos y no como expresión de las distintas cantidades de magnitud. Cálculo de la constante es un simple cálculo numérico sin interpretación alguna. Uso de tablas dadas únicamente en forma numérica es decir sin especificar de qué magnitudes se trata. Considerar las razones como entes numéricos abstractos. Presentar la razón como un número y no como medida, mostrando a la razón como un ente abstracto desconectado de las magnitudes ocupándose solamente de los aspectos numéricos. Uso exagerado de procedimientos de cálculo, junto con la habitual aritmetización de la medida, provocando la pérdida del significado de las magnitudes.
Asociados al pensamiento variacional Guarín y Escolano (2009), Rodríguez y Pérez (2003), Torres y Deulofeu (2018), Rivas (2013)	Definición errónea del valor de las incógnitas. Interpretación errónea de la solución y el erróneo establecimiento de las relaciones algebraicas. Resolución de situaciones en las que se presenta una variación simultánea de dos cantidades.

	Asociar el concepto de proporcionalidad únicamente al hecho de doblar o triplicar magnitudes, en este caso el estudiante no entiende la proporcionalidad como una relación de doble sentido.
Asociado al uso de estrategias de proporcionalidad erronas Fernández y Linares (2012), Torres y Deulofeu (2018), Rivas (2013), Carrillo *et al.* (2016)	No complementar el significado del concepto de razón proveniente de la estructura aditiva (significado de uno a varios), incorporando nuevos significados generados independientemente de las estructuras aditivas. No trabajar situaciones no proporcionales No usar diferentes tipos de razones (enteras y no enteras) No distinguir entre situaciones que son organizadas de manera apropiada por razones, de aquellas que no lo son. Dificultad de razonar proporcionalmente distinguiendo las diferencias entre situaciones donde existen proporciones y donde no existen.

Tabla 3. Categorización de diferentes tipos de errores en la enseñanza de la proporcionalidad

Finalmente, es necesario contemplar qué elementos priorizar y cómo enseñar este contenido disciplinar de una forma significativa para los estudiantes, para esto es necesario tener en cuenta los planteamientos emitidos por instituciones el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, en este caso se tuvo en cuenta planteamientos de los Derechos Básicos de Aprendizaje como los lineamientos institucionales, de acuerdo al MEN (2017) algunos de los indicadores conceptuales relacionados con la proporcionalidad y la propuesta de aula son:

- Expresa una misma medida en diferentes unidades, establece equivalencias entre ellas y toma decisiones de la unidad más conveniente según las necesidades de la situación.
- Emplea las relaciones de proporcionalidad directa e inversa para resolver diversas situaciones.
- Propone y explica procedimientos para lograr mayor precisión en la medición de cantidades de líquidos, masa, etc.
- Describe y utiliza diferentes algoritmos, convencionales y no convencionales, al realizar operaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y los emplea con sentido en la solución de problemas.
- Construye representaciones geométricas y pictóricas para ilustrar relaciones entre cantidades.
- Describe procedimientos para calcular el resultado de una operación (suma, resta, multiplicación y división) entre números enteros y racionales

3.2.1 Experiencias previas y antecedentes asociados al uso de modelación, proporcionalidad y dieta saludable.

Otra parte importante en la elaboración de propuestas es contemplar el trabajo pedagógico no parte del vacío, por lo contrario, es necesario analizar y apropiarse de diferentes experiencias o antecedentes que pueden enriquecer la presente propuesta. En este caso, en el contexto colombiano se puede mencionar el trabajo de Camelo, Mancera, Romero, García y Valero (2011) quienes indagaron sobre la necesidad de trabajar la modelación matemática desde una perspectiva socio crítica, encaminada a vincular a los estudiantes en la reflexión colectiva sobre situaciones sociales relevantes para ellos, además de buscar la constitución de subjetividades sociales.

En este trabajo los autores diseñan e implementan un ambiente de aprendizaje en torno a la nutrición. Este diseño curricular local fue parte de un proyecto más amplio destinado a desarrollar un plan de estudios para estudiantes de séptimo grado, inspirado en los principios de la educación matemática crítica. Desde esta perspectiva, el diseño propició el aprendizaje interdisciplinario en matemáticas, ciencias naturales y ciencias de la computación, además involucró de manera directa el contexto social, cultural y político de los estudiantes, como una forma de contribuir a la educación de ciudadanos democráticos y críticos.

Otra experiencia que aportó en la elaboración de esta propuesta fue presentada en Camelo, Mancera, Amaya y García (2014) quienes reflexionan sobre los desafíos y las posibilidades que han encontrado en el montaje de dos ambientes de aprendizaje desde la perspectiva sociocrítica, discutiendo las diferentes interpretaciones de los ambientes como reflejos de las subjetividades de los estudiantes; todos estos elementos aportaron en la comprensión de las potencialidades del uso de la modelación y los ambientes de aprendizaje en el proceso de construcción de matemáticas para la ciudadanía crítica.

4. Referentes metodológicos

Para el diseño y ejecución de esta propuesta se usaron varias herramientas metodológicas, inicialmente dos conceptos propuestos por Skovsmose (2005) el primero, foreground, definido como aquel que contempla las condiciones económicas de los estudiantes, procesos de inclusión y exclusiones socioeconómicas, oportunidades, valores culturales y tradiciones y el segundo llamando background, el cual se caracteriza como el conjunto de experiencias previas que involucran el contexto cultural, social y político de una persona.

En este caso tanto el foreground como el background están relacionados a las problemáticas de poblaciones con nivel socioeconómico precario debido a que los colegios públicos de Colombia reciben en su gran mayoría a población de sectores populares en situación de vulnerabilidad.

Por otra parte, fue necesario de la implementación de conceptos como modelación matemática, la cual ha tenido diferentes acepciones y líneas de trabajo a través del tiempo, en esta ocasión se optará por la modelación matemática desde una perspectiva socio crítica en términos de Blomhøj (2009), pues desde estos planteamientos la modelación posee un potencial para empoderar a los estudiantes como ciudadanos autónomos e independientes de la sociedad, promueve el desarrollo de una competencia crítica de los modelos matemáticos, así como en las formas en las que se utilizan en la toma de decisiones, además de capacitar a los estudiantes a usar modelos matemáticos para una reflexión crítica sobre la realidad social.

En Salazar, Mancera, Camelo y Perilla (2017) se proponen los siguientes momentos en la ejecución de este tipo de estrategias:

A) Escogencia del problema o tema a trabajar otorgando gran importancia al macro y micro contexto: Para esto los autores consideran tres casos i) Considerando ampliamente el contexto social, cultural, histórico y político de los estudiantes, el profesor plantea un problema o una temática específica a trabajar que enfatiza en la responsabilidad de los estudiantes como ciudadanos ii) el profesor plantea un marco general para la actividad, basado en los resultados de actividades previas de indagación acerca de las intenciones de los estudiantes, de situaciones que impactan sus porvenires o de situaciones que implican prácticas de cuidado de sí iii) los estudiantes plantean que investigar de acuerdo a sus amplios intereses

B) Desarrollo de una investigación exploratoria: Para esto los autores consideran que se debe ampliar los conocimientos sobre la o las temáticas definidas en la etapa anterior, realizando una búsqueda de informaciones para profundizar conocimientos al respecto. Esta búsqueda de información para la reinterpretación de la situación y la delimitación de la situación problema, incluye no sólo conocimientos teóricos, sino que involucra el acopio de información a través de entrevistas, evidencias empíricas, saberes culturales, experiencias de los estudiantes o de la comunidad en torno a las temáticas o problemáticas a estudiar. Luego de tal ampliación, se debe puntualizar una situación problema para indagar, lo que conducirá a un objetivo, comprender más profundamente y con la ayuda de soportes matemáticos.

C) Levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción: En esta etapa la información se sistematiza, se depura y se traza una trayectoria para la acción con el fin de alcanzar el objetivo o responder a la pregunta que se estableció. Además, se plantean preguntas como: ¿qué datos adicionales se deben recolectar?, ¿con qué instrumentos recolectar tales datos? y ¿cómo se analizarán tales datos? A partir de lo anterior, cada grupo de estudiantes traza un plan de acción con responsables y cronogramas.

D) Reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y desarrollo del problema: Par los autores en este momento cada grupo debe proponer una reinterpretación de la situación a estudiar o plantear desarrollos de esta, apoyado en consideraciones matemáticas, con el propósito de alcanzar el objetivo o responder a la pregunta formulada inicialmente.

E) Análisis crítico de los desarrollos planteados: Aquí se presenta un análisis retrospectivo, dando lugar a reflexiones sobre posibles implicaciones sociales del uso de los modelos matemáticos que se generen. En esta etapa del ambiente los estudiantes reformulan el modelo propuesto, dando entrada a otras consideraciones que inicialmente no se advirtieron adecuadamente.

En este tipo de propuestas también es necesario presentar el concepto de ambiente de aprendizaje como concepto metodológico que aporta en la construcción de este tipo de propuestas de enseñanza, para en Skovsmose (1999) es necesario el concepto de ambientes de aprendizaje surge como una estrategia de relación entre el conocimiento matemático y el contexto social y económico de los estudiantes.

De acuerdo a los planteamientos del autor, los ambientes de aprendizaje están dados en dos contextos, el paradigma del ejercicio el cual privilegia los algoritmos, y los escenarios de investigación los cuales implican un contexto más amplio; cada uno de estos contextos se puede trabajar a partir de diferentes tipos de referencia, desde las matemáticas puras cuando el estudiante construye una demostración o una hipótesis matemática, desde la semirealidad cuando se habla de una realidad hipotética y desde la vida real cuando relaciona su contexto social con las matemáticas.

Con respecto a los tres tipos de referencia, las matemáticas puras se usan para describir el estudio de las matemáticas sin referencia a las aplicaciones prácticas que pudieran derivarse, caracterizándose por trabajar de una forma abstracta, utilizando axiomas, formulas, algoritmos con criterios matemáticos rigurosos; en segundo lugar, la semirealidad pretende ser entendida como una realidad "hipotética" construida por el profesor y con respecto a la referencia de la vida real, mostradora a partir de las situaciones que son propias de la realidad y del contexto cercano a los estudiantes, en la tabla 4 se muestra a forma de esquema la propuesta Skovsmose (1999).

Tipos de referencia	Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Matemáticas puras	1	2
Semirealidad	3	4
Vida real	5	6

Tabla 4. Formas de organización de la actividad de los estudiantes de acuerdo con Skovsmose (1999).

En la presente experiencia se usaron ambientes tipo 5 y 6 en las cuales se tiene un mayor grado de realidad, y por lo tanto se considera que aporta más en la construcción de la importancia de hábitos de alimentación saludable.

4. Descripción de la experiencia

La presente experiencia fue llevada a cabo teniendo en cuenta varias acotaciones, entre estas como se pudo observar en el apartado de marco teórico la vastedad y complejidad de la proporcionalidad como concepto disciplinar, además de corto tiempo con el cual se cuenta en las instituciones escolares públicas de Colombia, pues se tiene únicamente 4 horas de clase semanalmente, elementos que junto con variables como la sobrepoblación escolar (35 a 45 estudiantes por grupo), y problemáticas sociales y económicas hacen que las dinámicas sean mas lentas de los presupuestadas y se abarquen menos temas de los inicialmente planteados.

En esta experiencia se tuvo un acercamiento a las nociones de proporcionalidad directa en contextos numéricos con estudiantes de grado noveno cuyas edades oscilan entre 14 y 16 años, para dar cuenta de la experiencia se tendrán en cuenta los momentos planteados en Salazar *ed al* (2017).

Esta experiencia surge a raíz de del inicio del funcionamiento del comedor escolar, el cual brinda la oportunidad de alimentar a los casi 2200 estudiantes de las dos jornadas en la institución educativa, pertenecientes en su mayoría a población vulnerable de la ciudad de Bogotá; ante estas nuevas dinámicas surgió la necesidad de generar conciencia sobre el uso responsable de este espacio y la creación de hábitos sanos de alimentación, en este caso este será el problema o el tema a trabajar, constituyéndose como el primer momento de la experiencia.

El segundo momento está relacionado con la investigación exploratoria, esta giró en torno a la comprensión de procesos de nutrición, la importancia de una alimentación sana, por medio de la búsqueda de información y reflexión sobre preguntas orientadoras como, ¿Qué tipo de alimentos son más o menos saludables?, ¿Cuáles variables hacen que sea más o menos saludable?, ¿Cuántas calorías debe consumir un humano diariamente?, ¿Cómo se debe distribuir una dieta saludable para tener una dieta saludable?, ¿Qué problemas médicos genera no tener una dieta saludable?

Con base a la consulta y reflexión de estas preguntas los estudiantes comprendieron, por ejemplo, la importancia de consumir 2000 Kcal diarias y la comprensión de las enfermedades como la obesidad, la hipertensión, diabetes y diferentes tipos de cáncer gástricos generadas como producto de no tener hábitos de alimentación saludables, gracias a este segundo momento los estudiantes identificaron en términos generales las variables y las situaciones que iban a ser trabajadas por medio de la modelación, priorizando el uso de datos reales.

En el tercer momento relacionado con el levantamiento de los datos y la trayectoria de acción, inicialmente a los estudiantes se les pidió cortar y pegar 15 tablas de información nutricional de diferentes alimentos procesados que usualmente consumen como lo muestra la imagen 1; la interpretación y en análisis de este tipo de tablas fue una primera actividad relacionada con la proporcionalidad desde un perspectiva numérica, para esto los estudiantes junto con el acompañamiento del profesor debieron responder preguntas orientadoras como ¿sí 2000 Kcal representan el 100% de las calorías que se deben consumir, entonces qué porcentaje representa el consumo de determinado producto según la tabla nutricional? O ¿Cuántas unidades de cada uno de los productos se pueden comer de tal forma que se tengan las 2000 Kcal?

Imagen 1. Tabla nutricional de un alimento procesado donde se muestra que contiene 140 Kcalorias.

En este momento se hizo necesario mostrar a los estudiantes la importancia de la proporcionalidad como concepto matemático necesario para poder resolver los anteriores cuestionamientos, para esto se dejó como tarea, consultar sobre la proporcionalidad directa desde un contexto numérico, con base a esta consulta los estudiantes elaboraron un mapa conceptual con los elementos más importantes, como lo muestra la imagen 2.

Imagen 2. Mapa conceptual elaborado por los estudiantes.

Una vez los estudiantes elaboraron y socializaron los mapas conceptuales construidos, caracterizaron la proporcionalidad como igualdad de razones construidas a partir de dos cantidades de magnitud, elemento que se asoció inmediatamente con las situaciones trabajadas, denotando como magnitudes las

Kcal y el porcentaje.

Como forma de comprobar lo anteriormente comentado se solicitó a los estudiantes encontrar la cantidad de Kcal diarias que tiene el consumo de un pan blanco de 50 gramos, sabiendo que este contiene 200 Kcal. Dado que comprendieron la proporcionalidad como igualdad entre razones, pudieron construirlas ubicando en la parte superior la primera magnitud (Kcal) y en la parte inferior la segunda (porcentaje). Una vez determinaron esta igualdad procedieron a usar el principio de medios y extremos para encontrar la incógnita (porcentaje desconocido), como lo muestra la imagen 3, en la cual el estudiante concluye que un pan blanco de 50 gramos equivale al 10% de las calorías de un día, constituyéndose esta situación como un escenario tipo 5 de los propuestos por Skovsmose (1999).

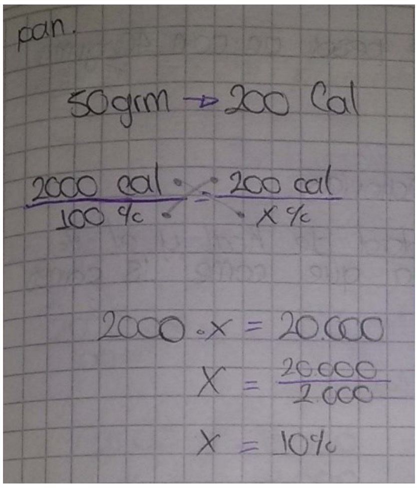


Imagen 2. Porcentaje de calorías diarias de un pan blanco.

Una vez los estudiantes comprendieron la importancia del uso de la proporcionalidad para establecer el porcentaje de calorías de diferentes alimentos procesados, ahora se procedió a hacer el mismo experimento con alimentos no procesados. Para esto inicialmente los estudiantes debieron consultar debieron consultar e indagar sobre el porcentaje de calorías diarias que tiene cierta cantidad de estos alimentos como lo muestra la imagen 2.

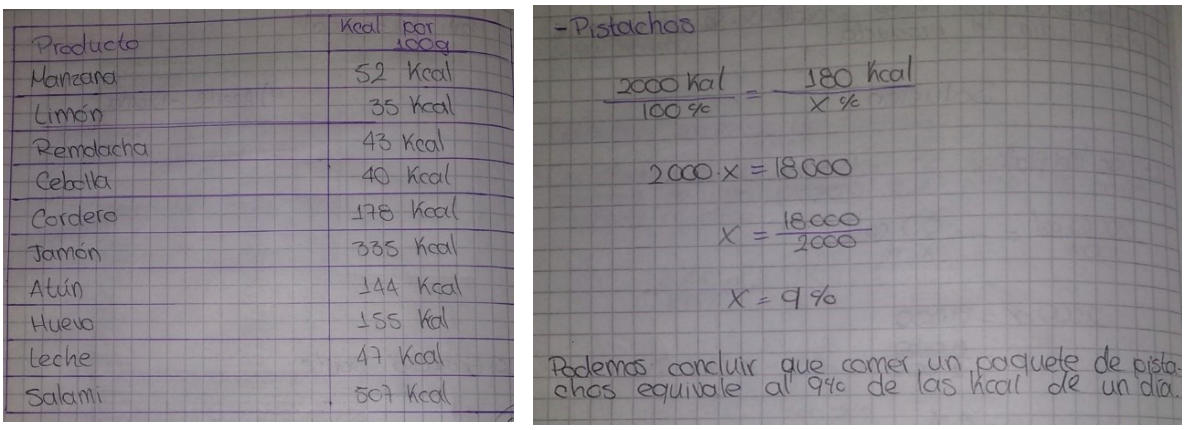


Imagen 2. Kcalorías de productos sin procesar y porcentaje de calorías de los pistachos.

En cuarto momento está asociado con la reinterpretación de la situación inicialmente planteada usando sus conocimientos sobre proporcionalidad directa desde una perspectiva numérica y complejizando las situaciones inicialmente planteada, en este caso preguntando sí un almuerzo saludable de1000 Kcalorías, además debe tener una proteína, vegetales, un almidón y una bebida ¿Cuáles propuestas de almuerzos se pueden hacer?, constituyendo este tipo de situación como un ambiente tipo 6 de acuerdo a los planteamientos de Skovsmose (1999), dado que no busca ejercitar un procedimiento sino más bien explorar las técnicas de resolución de problemas de los estudiantes

Para esto se consultaron la cantidad de calorías de 100 gramos de alimentos procesados y no procesados necesarios para elaborar diferentes menús, a continuación, en la imagen 3 se muestra una propuesta inicial de almuerzo construido por un estudiante, donde concluye que contiene 518 Kcalorías, es decir el 25,9% de las calorías necesarias para un día, concluyendo que esta propuesta es insuficiente, pues según lo planteado inicialmente un almuerzo debe tener 1000 Kcalorías.

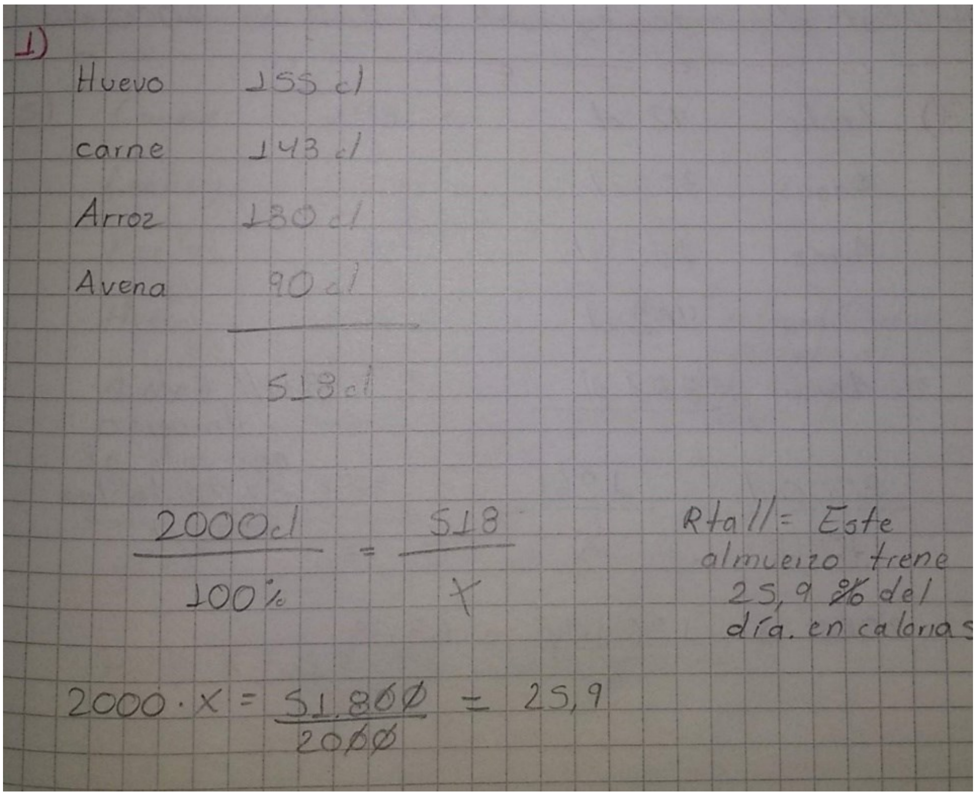


Imagen 3. Propuesta inicial de un almuerzo saludable.

Poco a poco los estudiantes fueron modificando variables para poder construir menús que cumplieran los las indicaciones nutricionales solicitadas (tener 1000 Kcalorías, contener al menos una proteína, vegetales, un almidón y una bebida), en el siguiente ejemplo, el menú inicial del estudiante contenía solo 724 Kcalorías, es decir necesita aún 276 Kcalorías para cumplir las 1000 Kcalorías solicitadas, para esto propuso agregar al menú un postre (arroz con leche), sabiendo que 100 gramos de este contiene 123 Kcalorías.

De esta forma la pregunta que se buscaba solucionar fue, ¿Cuántos gramos de arroz con leche se debe poner para obtener las 276 Kcalorías que hacen falta para cumplir las 1000 Kcalorías del almuerzo? Para esto también fue necesario hacer uso del pensamiento proporcional a partir de un contexto numérico, como lo muestra la imagen 4.

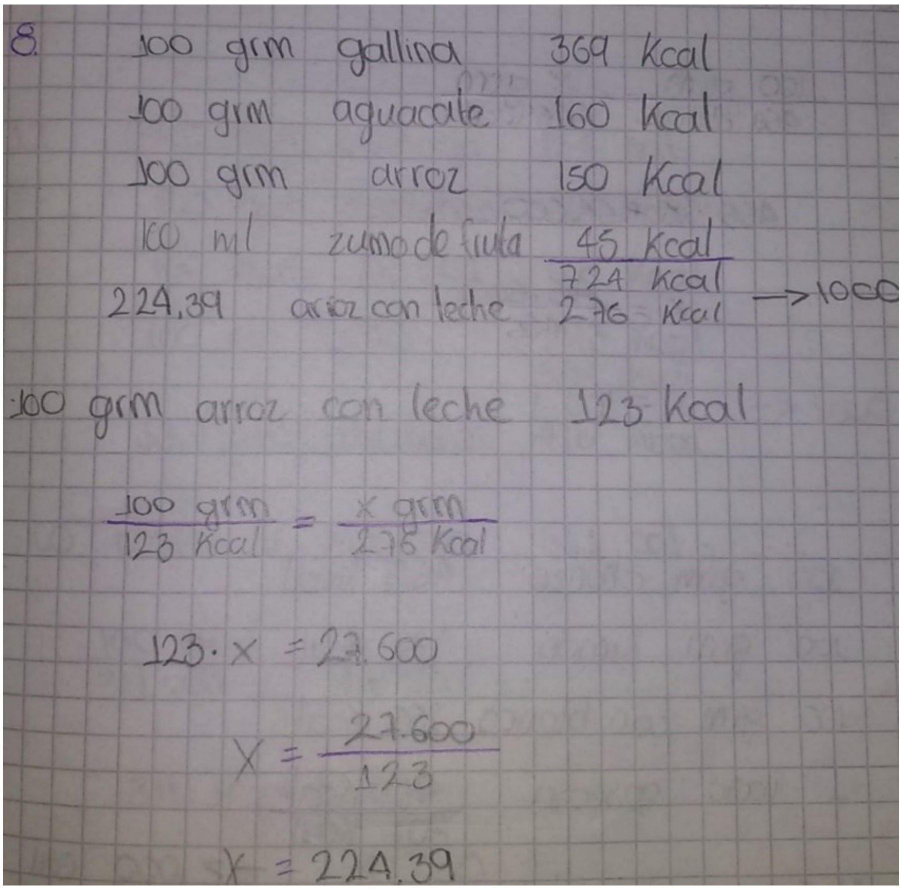


Imagen 4. Menú saludable con 1000 Kcalorías.

Con base a los procedimientos del estudiante, se pudo concluir que sería necesario 224,3 gramos de arroz con leche para obtener 276 Kcalorías y finalmente tener un menú saludable con 1000 Kcalorías, compuesto por proteína, vegetales, un almidón, una bebida y un postre.

Finalmente, con respecto al momento de análisis crítico de los desarrollos planteados, se indagó sobre las implicaciones del uso del pensamiento proporcional para la construcción de menús saludables y hábitos de alimentación sanos. Para eso los estudiantes resolvieron y socializaron preguntas orientadoras como ¿Por medio de esta experiencia qué aprendí que inicialmente desconocía?, ¿Cómo aporta el conocimiento sobre proporcionalidad en la creación de conciencia sobre hábitos saludables de alimentación?, ¿Qué hábitos no se consideran saludes y por qué?, ¿Cómo socializaría sus aprendizajes asociados con dieta saludable con sus allegados y la comunidad educativa?

Por medio de las reflexiones de los estudiantes se pudieron establecer relaciones entre el conocimiento matemático (asociado a la proporcionalidad), la comprensión de la realidad y la toma de decisiones, como, por ejemplo, la construcción de argumentos de naturaleza matemática para mostrar la importancia de una dieta saludable, el consumo de determinada cantidad de calorías o las enfermedades generadas por no tener hábitos saludables.

5. Consideraciones finales

A modo de cierre, en este apartado que quiere comentar algunas reflexiones, dificultades, retos y proyecciones que se pudieron percibir por medio de la ejecución de la presente experiencia; en primera medida es importante mencionar que este tipo de propuestas son un reto tanto para los profesores como para los estudiantes, pues pretenden cambiar las relaciones tradicionales entre estos, por un lado se busca un estudiante comprometido con un aprendizaje para su vida, más allá del condicionamiento por una nota, un agente reflexivo de su realidad y sus problemas, activo y propositivo ante las propuestas del profesor.

Con respecto a los retos para los profesores, es importante ser consciente que este tipo de estrategias buscan que se pueda manejar y aprender a través de la contingencia, alejándose de las zonas de confort, además de dar prioridad a comprensión de conceptos y su realidad con la realidad más allá de la ejecución repetitiva y memorística de procedimientos descontextualizados. Además, es importante mencionar el cambio de las relaciones ente estos (estudiante, profesor), pues se busca que dejen se ser unilaterales a ser mas bien de tipo dialógico y reflexivo, mostrando al profesor como un mediador y al estudiante como un agente activo y propositivo.

Con respecto a las dificultades vivenciadas en el trascurso de la propuesta, la principal estuvo asociada a la evaluación, pues, los estudiantes están acostumbrados a otro tipos de instrumentos más taxativos como talleres, exámenes escritos o pruebas estandarizadas, y les cuesta concebir a esta como un proceso sumativo y multidimensional compuesta de diferentes criterios.

Un elemento que se considera fue una limitante más que una dificultad fue que por cuestiones de tiempo las situaciones fueron modeladas de forma individual, se considera que la implementación de este tipo de propuestas en grupos de trabajo puede potenciar aspectos como el trabajo colaborativo, la comunicación asertiva y la argumentación en matemáticas.

Finalmente, con respecto a las proyecciones de esta experiencia es necesario constatar dos elementos, el primero, la necesidad de implementar proyectos de aula transversales que puedan aportar a la comprensión de este tipo de fenómenos desde por ejemplo, la biología y las ciencias sociales; el segundo está relacionado con la necesidad de seguir enriqueciendo la comprensión de la proporcionalidad por medio de otro tipo de situaciones, de tal forma que estas abarquen, por ejemplo, la proporcionalidad entre segmentos, la proporcionalidad inversa y la semejanza, mostrando así la proporcionalidad como un concepto amplio y complejo.

Referencias

Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching of learning mathematical modelling. M. Blomhoj y S. Carreira (Eds.) Mathematical aplication and modelling in the teaching and learning of mathematics. Proceedings from Topics Study Group 21. Monterrey. México.

Camelo, F., Mancera, G., Romero, J., Garcia, G. y Valero, P. (2011). The importance of the relation between the social-political context, interdisciplinarity and the learning of the mathamatics. Proceedings of the Sixth International. Mathematics Education and Society Conference Vol. 1, p. 299- 310. Disponible en http://www.ewi-psy.fuberlin.de/en/v/mes6/documents/proceedings/Band 1Finale.pdf.

Camelo, F., Mancera, G., Amaya C.,y García, G. (2014). Aspectos políticos y críticos en las prácticas de modelación matemática escolar. *I Encuentro distrital de educación matemática.* Disponible en https://www.researchgate.net/publication/319449119_Aspectos_politicos_y_criticos_en_las_practicas_de_modelacion_matematica_escolar

Carrillo, J; Contreras, L; Climent, Montes, N; Escudero, D; y Flores E. (2016). *Didáctica de las matemáticas para maestros de educación primaria*. Madrid: Paraninfo.

Fernández, C. y Llinares, S. (2012). Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la Educación Primaria y Secundaria. *Enseñanza de las Ciencias, 30* (1), 129-142.

Fiol, L. Fortuny, M. (1990). *Proporcionalidad directa. La forma y el número*. Madrid.: Síntesis.

Godino, J.; Batanero, C. (2002). *Proporcionalidad para maestros*. Proyecto Edumat Maestros. España.

Guairín, J. Escolano, R. (2009). Proporcionalidad aritmética: buscando alternativas a la enseñanza tradicional. *Revista Suma 62*, 5-48. Disponible en https://revistasuma.es/IMG/pdf/62/SUMA_62.pdf

Khoury, H. (2002). Classroom challenge. exploring proportional reasoning: Mr. Tall/Mr. short. In: B. Litwiller; G. Bright (Eds.). *Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 yearbook.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics, p. 100 - 102.

Rapetti, V. (2003). Proporcionalidad. Razones internas y razones externas. *Revista suma,* (44). 65-77. Disponible en https://revistasuma.es/IMG/pdf/44/065-070.pdf

Rivas, M. (2013). *Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada. Disponible en https://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Mauro_Rivas_tesis.pdf

Rodríguez, A., y Pérez, J. (2003). *La noción de proporcionalidad*. México: Ethos Educativos.

Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Bogotá: una empresa docente.

Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F., y Perilla (2017). Una propuesta para el desarrollo de prácticas pedagógicas de modelación matemática en la perspectiva socio crítica. *IV Encuentro distrital de educación matemática.* Disponible en https://www.researchgate.net/publication/326569765_UNA_PROPUESTA_PARA

_EL_DESARROLLO_DE_PRACTICAS_PEDAGOGICAS_DE_MODELACION_MATEMATICA_EN_LA_PERSPECTIVA_SOCIO_CRITICA

Skovsmose, O. (2005). Foregrouds and politics of learning obstacles. *For the learning of Mathematics*, (25), 4-10. Disponible en https://www.jstor.org/stable/40248476

Torres, E; y Deulofeu, J. (2018). *La enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad en el paso de la educación primaria a la secundaria: el caso de Ainoa. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (99). 105-126. Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/12902/

Autores:

Christian Camilo Fuentes Leal: *Profesor de la Secretaría de Educación de Bogotá, Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas y Magíster en Educación- Énfasis Educación Matemática por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Doctor y Máster en Investigación en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas por la Universidad Internacional de Andalucía - Universidad de Huelva. Email:* *cfuentesl@educaciónbogota.edu.co*