UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Marzo de 2006, Número 5, páginas 3 - 8
ISSN: 1815-0640

Uso del ordenador en un entorno sin algoritmos

F. Burrel

La invención de la escritura

El prestigio del apocalipsis es inagotable. Basta que cualquier cantamañanas suelte que el cine ha muerto, que el teatro ha muerto, que la poesía ha muerto o que la política ha muerto para que pasemos a contemplarlo con la admiración pusilánime que se reserva a los sabios provistos de dones adivinatorios. A veces, sin embargo, los apocalípticos no son cantamañanas, sino verdaderos sabios aterrados ante los cambios que se avecinan. Platón lamenta en el Fedro, por boca del rey Tanos, la invención de la escritura, una creación peligrosa porque "implantará el olvido en las almas de los hombres", quienes "dejarán de ejercer la memoria porque contarán con lo que está escrito": la escritura no proveerá a los hombres de sabiduría, sino de falsa sabiduría, lo que inevitablemente conducirá al fin de la auténtica cultura. La verdad es que, si bien se mira, Platón estaba en lo cierto: con la aparición de la escritura desapareció una cultura (la que monopolizaba el maestro que de viva voz impartía sus conocimientos). Pero apareció otra, que en parte aún es la nuestra.

Javier Cercas

EL PAIS Semanal, 13 de Marzo de 2005

¿Son necesarios los algoritmos en la secundaria?

Siendo estudiante de matemáticas en la universidad recuerdo que todos pensábamos que era una barbaridad llegar a primer curso sin haber estudiado nunca nada de álgebra moderna o, al menos, algo sobre el uso de la lógica en matemáticas. Nos resultaban tan difíciles los primeros pasos en álgebra moderna que creíamos fervientemente que era necesario introducirla en el Bachillerato. Supongo que estas ideas estaban influenciadas por la reforma que se estaba empezando entonces en la enseñanza de matemáticas, reforma que llegó a incluir la teoría de conjuntos desde el primer curso de Primaria. Todos fuimos testigos de que aquella no era una buena idea, no voy a detenerme ahora en los motivos, pero lo que nos parecía tan evidente, anticipar la enseñanza del Álgebra Moderna, no funcionó en absoluto.

Este fracaso, junto con las nuevas ideas que estaban apareciendo en la propia ciencia matemática, pusieron de moda la resolución de problemas en la enseñanza secundaria. Ahora el alumno debe resolver problemas auxiliado por el profesor que le ayuda a encontrar las herramientas que va necesitando sobre la marcha. Hay profesores, tanto de Matemáticas como de Física, convencidos de que los alumnos deberían dominar tal o cual técnica antes de presentarle conceptos nuevos. Se les contesta que esa es tarea del profesor actual, que debe ayudar al estudiante a recordar dichas destrezas o presentárselas por primera vez si es necesario. El futuro dirá si estamos exagerando como lo hicimos en el caso de la teoría de conjuntos.

Consecuencia de todo esto es el replanteamiento sobre cuándo debemos enseñar determinadas técnicas y destrezas, entre las que se encuentran muchos de los que llamamos algoritmos. ¿Hay que entrenar a los alumnos prematuramente preparándolos para el día en que los puedan necesitar? o ¿tiene más sentido enseñarlos cuando vayan a utilizarlos?

Anthony Ralston (1999) se pregunta: "¿Cuál sería el impacto de un currículum de matemáticas de primaria con menos ALP sobre la matemática de la escuela secundaria y de la universidad? ¿Cómo afectaría el estilo de matemática propuesto a lo que es enseñado en la matemática de la escuela secundaria y a cómo es enseñado?"

Un ejemplo que nos puede servir de ilustración es el algoritmo de la división. ¿Cuándo debe ser enseñado?, si es que debe serlo alguna vez. Estamos suponiendo que este planteamiento nos lo estamos haciendo en una situación en la que los alumnos han sido entrenados durante sus estudios de primaria en el cálculo mental y son capaces de efectuar mentalmente divisiones de cierta complejidad. ¿Cuándo necesitan manejar el algoritmo de la división? También podríamos plantearnos, si conviene enseñarlo por primera vez en el momento en que se necesite o habría que haberlo presentado antes.

Hay quien piensa que al empezar el aprendizaje de operaciones con números decimales habría que enseñar los algoritmos de la multiplicación y la división para que fuesen capaces de hacer cálculos complicados. Suponemos que los alumnos de secundaria usan calculadora en clase por lo que no tienen la necesidad de hacer cálculos complicados con números decimales a no ser que el profesor lo exija por considerarlo formativo.

En secundaria se suelen realizar cálculos algebraicos de cierta complicación; podríamos pensar que éste puede ser un buen momento para utilizar los algoritmos de la multiplicación y la división, ya que estas operaciones entre polinomios pueden resultar complicadas.

Centrándonos en la división de polinomios, presentaremos a continuación una actividad en la que se utilizan propiedades de la división, dejando al margen la necesidad de conocer el algoritmo.

Una actividad en un entorno de ordenador sin algoritmos

Dice A. Ralston (1999): “El camino a la técnica algebraica en un mundo de calculadoras es esencialmente el mismo que el camino a la técnica aritmética, llamada álgebra mental. Seguramente no es irracional esperar que los estudiantes de álgebra hagan una gran cantidad de álgebra de polinomios mentalmente. Además, aunque como normalmente se enseña ahora, tareas como completar cuadrados son tareas esencialmente mentales las cuales usan el lápiz y el papel como medio de registrarlas”.

Pero, aceptando que hacemos muchos cálculos algebraicos mentalmente y el resto con calculadora u ordenador, nos hacemos la pregunta: ¿qué actividades se pueden realizar en secundaria en un entorno de ordenador y sin algoritmos?

Un modelo de lo que se puede hacer en clase nos lo muestra M. Yerushalmy (1999), durante un curso de álgebra dado a estudiantes de 16 años. Nos hemos inspirado en su trabajo para realizar una experiencia con alumnos de 4º de ESO y de 1º de Bachillerato. En el currículum de la Generalitat Valenciana se propone el estudio de las operaciones entre polinomios en Tercer curso de la ESO[1].

Hemos utilizado el programa de multirepresentación Derive, programa que resulta ser muy fácil de manejar para estudiantes de secundaria, aunque era desconocido por la mayoría.

Hacemos a los alumnos la siguiente propuesta:

Propuesta 1.- *Haz la representación de las siguientes rectas: y=3x–2 ; y=2x+1 Efectúa la multiplicación de dichas funciones y representa gráficamente el resultado*.

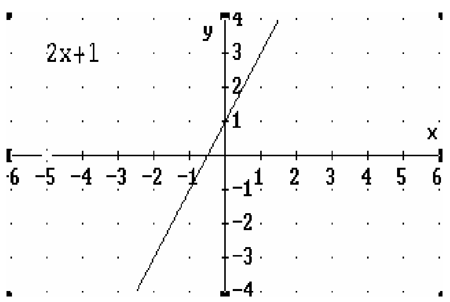
f : 3x-2

g : 2x+1

f·g : (2x+1)(3x-2)

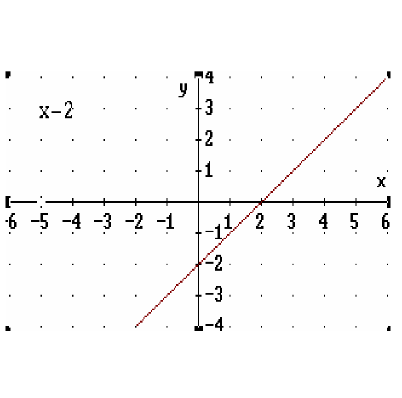
f^{-1} : 1/(2x+1)

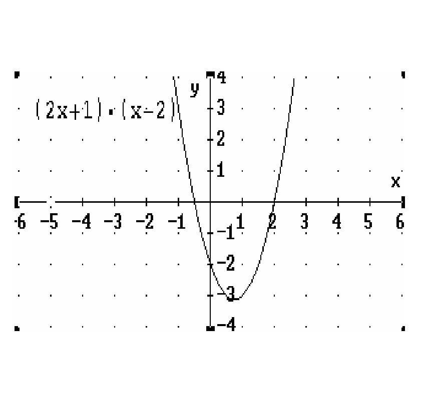
g^{-1} : 1/(x-2)



Los alumnos hacen pruebas con otras funciones propuestas por ellos mismos y discuten. Enseguida les llama la atención que los cortes de la parábola con el

[1] Hay muchos textos que presentan las operaciones con polinomios en cursos anteriores, pero, al menos, en la Comunidad Valenciana, no aparecen antes de tercero de ESO. Pienso que no hay ninguna justificación para tratarlas antes.



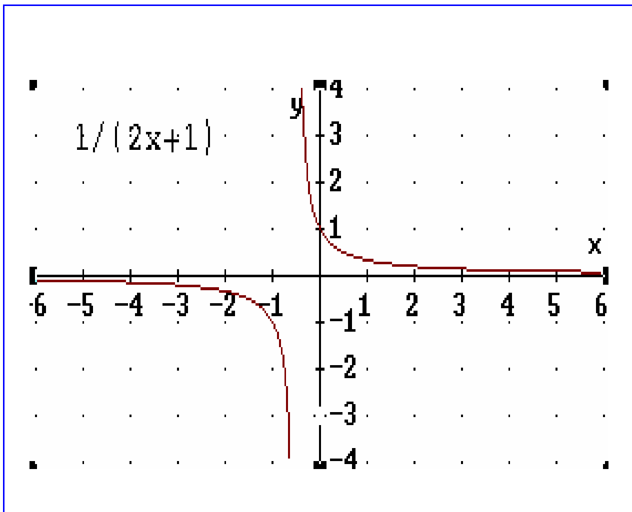


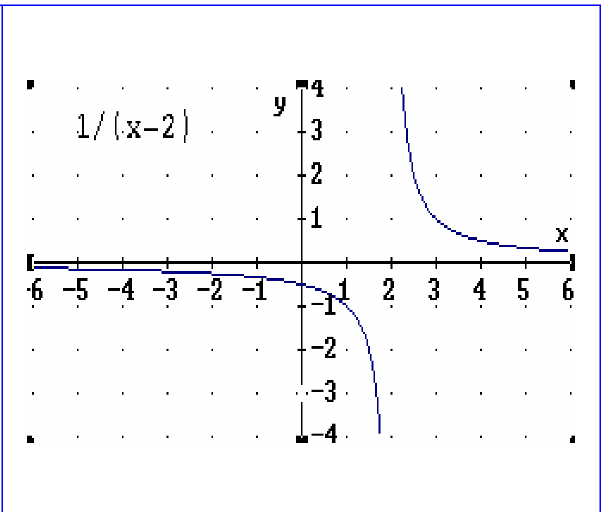
eje OX, coinciden con los cortes de las rectas. Incluso se podría relacionar el crecimiento de las rectas con la concavidad o convexidad de la parábola.

El profesor pide que efectúen el producto (2x+1)·(x-2) mediante los comandos *Simplificar* y *Expandir* de Derive; el resultado es la ecuación de una parábola $2x^2-3x-2$ que nos da una visión gráfica de la multiplicación.

Propuesta 2. *Representar las inversas de las funciones f y g ya conocidas.*

Han estudiado anteriormente la continuidad de funciones y conocen el papel de las asíntotas verticales.



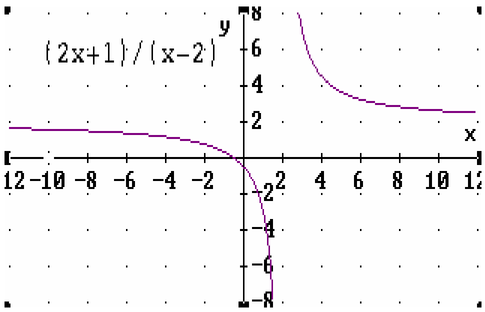


El profesor provoca la discusión pidiendo que muevan el cursor siguiendo la gráfica y que observen las coordenadas de los puntos por donde pasan. Observan la tendencia a cero de los valores de las abscisas y llegan enseguida al acuerdo de que el eje horizontal es una asíntota.

***Propuesta 3**: Efectúa el cociente entre las dos rectas y representa gráficamente el resultado*.

$$\frac{f}{g}:\ \frac{2x+1}{x-2}$$

$$=2+\frac{5}{x-2}$$



Realizan el cociente mediante los comandos *Simplificar* y *Expandir* de Derive. Desplazando el cursor por la gráfica encuentran la asíntota horizontal de ecuación y=2.

Los alumnos encuentran la ecuación de la asíntota de un modo intuitivo, no han relacionado todavía el desarrollo del cociente con la asíntota. El profesor debe intervenir para provocar la discusión entre ellos, les pide que se pongan otros ejemplos hasta encontrar un método general y les aconseja que desarrollen el cociente mediante los comandos indicados anteriormente. No tardan en descubrir que pueden hallar la asíntota a partir de dicho desarrollo. Es este el momento en que el profesor aprovecha para explicar que los sumandos se obtienen a partir del cociente y el resto de la división.

Estamos utilizando el teorema fundamental de la división, esta es una de las primeras ocasiones en que se utiliza este desarrollo para entender un concepto. Más aún, de esta manera abordamos el concepto de asíntota horizontal de un modo gráfico-visual, lo cual resulta muy inteligible para los alumnos y es fácil de recordar.

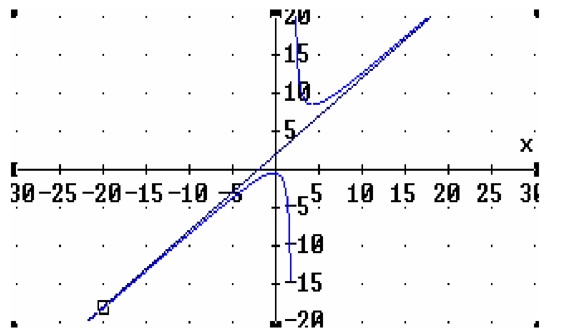
El currículum de 4º de ESO no contempla el estudio de asíntotas oblicuas, pero en 1º de Bachiller podemos ampliar lo visto hasta ahora. Hacemos la siguiente propuesta:

***Propuesta 4:** Haz el desarrollo de la función* $y=\frac{x^2+1}{x-2}$ *y represéntala gráficamente*.

El profesor propone más ejemplos, si lo considera necesario, hasta que encuentran la ecuación de la asíntota oblicua.

$$y=\frac{x^2+1}{x-2}=$$

$$=\frac{5}{x-2}+x+2$$



Tienen que utilizar los comandos de cambio de escala para poder visualizar la gráfica entera. No tardan en comparar este caso con las asíntotas horizontales y representan la recta x+2.

El profesor les ayuda a encontrar las diferencias entre la ordenada de la curva y la de la asíntota, viendo que tienden a cero.

Los alumnos han encontrado las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales sin utilizar las fórmulas tradicionales y basándose en la descomposición del cociente, además han podido visualizar la relación entre la gráfica y la asíntota. Además, han encontrado un método para obtener las asíntotas diferente a los tradicionales y tan potente como ellos.

Se ha utilizado el concepto de división sin necesitar el algoritmo; aunque, si no disponen de ordenador tendrán que realizar la división por algún método.

Bibliografía

- Ralston ANTHONY (1999), Let's Abolish Pencil-and-Paper Arithmetic [1999]: Journal of Computers in Mathematics and Science Education, Vol. 18, No. 2, pp. 173-194.
- YERUSHALMY M.(1997), Reaching the Unreachable: Tecnology and the Semantics of Asymptotes. International Journal of Computers for Mathematical Learning, V.2 N.1

F. Burrel, IES Chabás, Dénia (Alicante)