UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Septiembre de 2006, Número 7, páginas 53 - 61
ISSN: 1815-0640

Los números irracionales y su aplicación práctica en la educación secundaria básica en Argentina: el número de oro

Alejandra Cañibano

Resumen

El número de oro es un número que aparece repetidamente en la vida diaria, sin embargo poco se sabe de él y esto último no se refiere al desconocimiento de dicho número sino más bien al desconocimiento de su presencia en diferentes situaciones cotidianas y que, de una manera u otra, reducen la visión de un aprendizaje sistémico.

El contenido de la enseñanza es el componente que le da razón al proceso docente educativo y siempre está determinado por los objetivos de enseñanza que se concretan en el programa analítico de la asignatura. Dicho programa debe estructurarse con un enfoque sistémico que comprenda un sistema de conocimientos y de habilidades. Esto significa que el modo de abordar los objetos y fenómenos no puede ser de ninguna manera aislado y si tiene que verse como parte de un todo. De esa manera se trata de un conjunto de elementos que se encuentran en interacción y que, por lo tanto, deben tener una doble función: instructiva y educativa.

El sistema educativo argentino

Las dificultades que mostraron en los últimos años los egresados del polimodal para ingresar a las universidades llevaron a las autoridades a replantear el sistema impuesto por la Ley Federal de Educación de 1994. Esa norma establecía una Educación General Básica (EGB) de 9 años y otros 3 años de polimodal. Hace dos años, el gobierno de la Provincia de Buenos Aires a través de la Dirección General de Cultura y Educación (DGCyE) anunció una reforma para jerarquizar el último tramo de la educación. Así, a partir del año 2006, se ideó un esquema de seis años de secundaria: tres de ESB (Educación Secundaria Básica) y tres de Polimodal, reduciendo la Educación Primaria Básica (EPB) a 6 años divididos en dos ciclos de tres años cada uno. El tercer ciclo de la EGB se transforma en el ciclo denominado ESB y mientras en la actualidad se terminan de discutir los contenidos de cada asignatura permanecen vigentes los que se dictaban anteriormente. De acuerdo a la *Resolución Nº 13269/99. Tomo 1. Áreas Curriculares,* y atendiendo al tema que se trata en este trabajo, los números irracionales aparecen citados en el apartado Contenidos, Tercer Ciclo, Números y Operaciones. El siguiente es un extracto de la totalidad de los contenidos donde estarían incluidos los números irracionales.

- Números reales: noción de número real, propiedades. Completitud.
- Encuadramiento y aproximación de números reales.
- La lectura, escritura e identificación de números pertenecientes a los distintos conjuntos numéricos (N, Z, Q, R).

- El ordenamiento y la ubicación en la recta de números pertenecientes a los distintos conjuntos numéricos.
- Propiedades de los distintos conjuntos numéricos. Análisis comparativo.
- Operaciones en distintos conjuntos numéricos.
- La interpretación del sentido de las operaciones en los distintos conjuntos numéricos.
- Propiedades de las operaciones en distintos conjuntos numéricos. Análisis comparativo.
- Distinción del tipo de número necesario en función de la situación a resolver.

Es notable que los números irracionales no se designan explícitamente, sin embargo es un conjunto más que debería ser incluido cuando se estudia el conjunto de los números reales. Todo docente conoce este tema pero, como se citó anteriormente, poco se sabe de ellos y esto afirmación no se refiere al desconocimiento de dichos números sino más bien al desconocimiento de su presencia en diferentes situaciones cotidianas y que, de una manera u otra, ajustan un aprendizaje sistémico.

El número de oro

El número de oro, Φ (FI), también conocido como la proporción áurea, es uno de los conceptos matemáticos que aparecen una y otra vez ligados a la naturaleza y el arte. Comparte el grupo de los llamados números metálicos, Φ esta ligado al denominado rectángulo de oro y a la sucesión de Fibonacci.

Su descubrimiento data de la época de la Grecia clásica (s. V a.C.), fue seguramente el estudio de las proporciones y de la medida geométrica de un segmento lo que llevó a los griegos a su descubrimiento. Ya era perfectamente conocido y utilizado en los diseños arquitectónicos, por ejemplo el Partenón y escultóricos pero, recién en el siglo XX fue cuando el número de oro, conocido también como sección áurea, proporción áurea o razón áurea recibió su símbolo Φ (FI). El valor numérico de Φ es de 1,618... , Φ es un número irracional.

Su definición es la siguiente: "Dos números A y B están en la proporción de oro si (A + B) es a A lo mismo que A es a B".

En símbolos: $\frac{(\mathbf{A}+\mathbf{B})}{\mathbf{A}}=\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{B}}$

Si a A se le da el valor unitario, A = 1 entonces se tendrá que:

$$\frac{(\mathbf{1}+\mathbf{B})}{\mathbf{1}}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{B}}$$

$$\mathbf{B}+\mathbf{B}^2=\mathbf{1}$$

$$B^2 + B - 1 = 0$$

Con las dos soluciones: $B_1 = 1.618033989$ y $B_2 = 0.618033989$.

La presencia del número de oro en diferentes situaciones

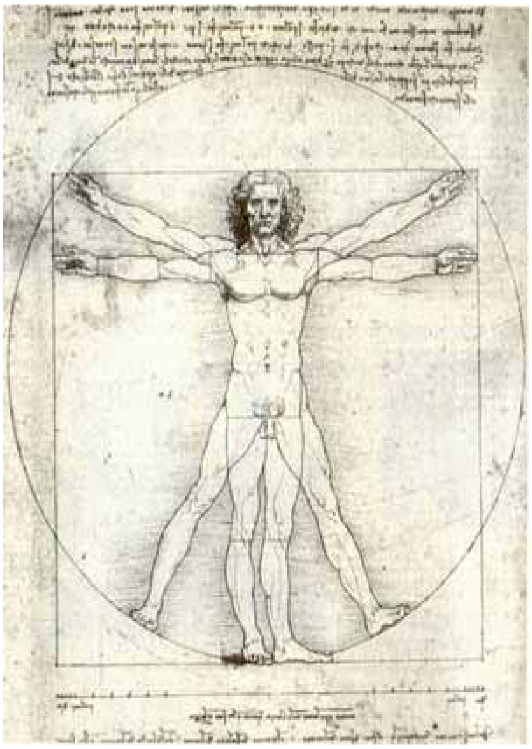
El número de oro no solo se encuentra en la naturaleza o en las antiguas construcciones y representaciones artísticas, diariamente se observan objetos en los cuales se han tenido en cuenta las proporciones áureas para su elaboración: las tarjetas de crédito y los documentos de identidad tienen la proporción de un rectángulo áureo. Los atados de cigarrillos, la construcción de muebles, los marcos para ventanas, las camas son otros ejemplos de dicha proporción.

Se encuentra el número de oro en la naturaleza: en el hombre (las falanges de las manos guardan esta relación, igualmente la longitud de la cabeza y su anchura), los caracoles marinos, las piñas y las hojas que se distribuyen en el tallo de una planta,

Leonardo Da Vinci ilustró el libro “De Divina Proportione” del matemático Luca Pacioli editado en 1509. En este libro se describen cuales han de ser las proporciones de las construcciones artísticas. El Hombre de Vitrubio es uno de los dibujos de los libros de apuntes de Leonardo da Vinci.

En cualquier persona la longitud de una estructura (brazos) varía en relación con la de cualquier otra estructura (la altura total del cuerpo) en las diferentes etapas del desarrollo.

En particular, Pacioli propone un hombre perfecto en el que las relaciones entre las distintas partes de su cuerpo sean las del dibujo adjunto.



El numero de oro y la sucesión de Fibonacci

La sucesión de Fibonacci[1]

Consideremos la siguiente sucesión de números:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...

Cada número a partir del tercero, se obtiene sumando los dos que le anteceden. Por ejemplo 34 = 21+13 lo que sugiere que el número siguiente a 34 en la sucesión es 55 = 21+34.

Esta sucesión es la llamada "sucesión de Fibonacci"*.

La sucesión de Fibonacci presenta diversas reglas numéricas y cumple con determinadas propiedades. La tabla muestra hasta el término 14 de la sucesión:

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	t_{13}	t_{14}
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377

Propiedades (aplicadas sobre los términos de la sucesión)

- Si se suman los cuatro primeros términos y se agrega 1, se obtiene el sexto número (1+1+2+3+1=8). Si se suman los cinco primeros términos y se añade una unidad surge el séptimo número (1+1+2+3+5+1=13).
- Si se suman los tres primeros términos que ocupan posición impar (t1,t3,t5) se obtiene el sexto término (t6), (1+2+5=8) y si se suman los cuatro primeros términos que ocupan posición impar (t1,t3,t5,t7) se obtiene el octavo término (t8), (1+2+5+13 = 21).
- Si se suman los tres primeros términos que ocupan posición par (t2,t4,t6) y se añade 1, se obtiene el séptimo término (t7), (1+3+8+1=13); si se suman los cuatro primeros términos que ocupan posición par (t2,t4,t6,t8) y se le vuelve a sumar 1, sale el noveno término (t9), (1+3+8+21+1 =34).
- Tomando dos términos consecutivos, por ejemplo t4=3 y t5=5; elevados al cuadrado y sumados: 9+25=34 se obtiene el noveno (4+5) término de la sucesión. Tomando t6=8 y t7=13; haciendo el mismo procedimiento se obtiene 64+169=233, que es el (6+7) decimotercero término de la sucesión.

[1] Leonardo de Pisa (1170-1240) fue sin duda el matemático más original y hábil de toda la época medieval cristiana, pero buena parte de sus trabajos eran demasiado difíciles para ser bien comprendidos por sus contemporáneos. Fibonacci era su sobrenombre y significa “Hijo de Bonacci”, tal era el apellido paterno.

- Elevando al cuadrado los cinco primeros términos y sumándolos, sale el producto del quinto y el sexto término: 1+1+4+9+25=40=5x8. Si se hace lo mismo para los seis primeros términos, sale el producto del sexto y el séptimo término:1+1+4+9+25+64=104= 8 x13.
- Otra propiedad consiste en dividir dos términos consecutivos de la sucesión, siempre el mayor sobre el menor. Los resultados que se obtienen son los siguientes:

1 : 1 = 1	13 : 8 = 1,625
2 : 1 = 2	21 :13 = 1,6153846....
3 : 2 = 1,5	34 :21 = 1,6190476....
5 : 3 = 1,66666666	55 :34 = 1,6176471....
8 : 5 = 1,6	89 :55 = 1,6181818....

Al tomar más términos de la sucesión y hacer su cociente nos acercamos al número de oro. Esta es la relación entre Φ y la sucesión de Fibonacci.

Cuanto mayores son los términos, los cocientes se acercan más a Φ =1,61803...

Aplicaciones para el aula

El presente apartado no intenta demostrar ninguna experiencia didáctica aplicada al aula; excede el objetivo de este trabajo que solo busca brindar un “torbellino de ideas” para todo aquel docente o persona interesada que lo considere necesario para determinados fines. Es sabido que la Sucesión de Fibonacci y la Proporción Áurea se encuentran en diversos escenarios y las aplicaciones son muchas. A fin de acotar la temática los ejemplos que se muestran se hallan directamente asociados al campo de las Ciencias Naturales.

Ejemplo 1: En el **cuerpo humano** el número áureo aparece en muchas medidas: la relación entre las falanges de los dedos es el número áureo (Figura 1), la relación entre la longitud de la cabeza y su anchura es también este número.

Figura 1

Ejemplo 2: En el caso de la **zoología,** el número de descendientes en cada generación de una abeja macho o zángano nos conduce a la sucesión de Fibonacci.

La abeja reina puede determinar el sexo de su descendencia. Cuando un huevo pasa del ovario al oviducto, puede ser fecundado o no con el esperma que contiene la espermateca. El huevo fecundado se transforma en una abeja hembra, ya sea obrera o reina, y el huevo no fecundado en una abeja macho o zángano. Los zánganos son machos, y nacen a los 24 días de haber sido aovado un huevo no fecundado (partenogenético) en una celda de zángano.

Si observamos el árbol genealógico (Figura 2) de un zángano, podemos ver como el número de abejas en cada generación es uno de los términos de la sucesión de Fibonacci.

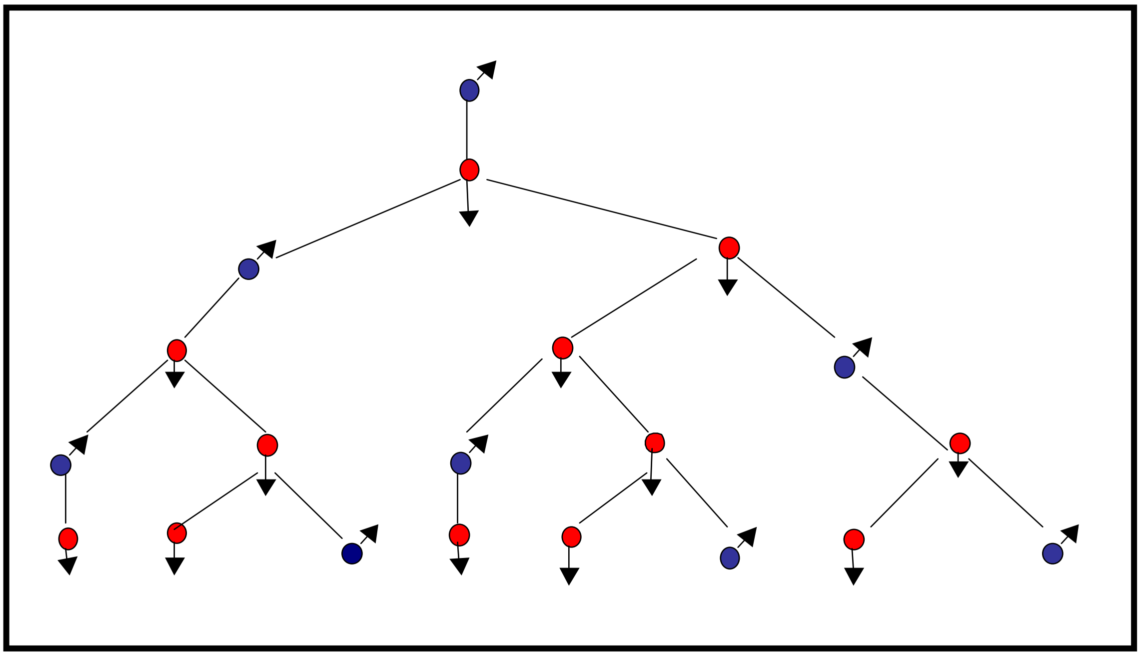


Figura 2

Acá se ha graficado hasta la cuarta generación y si se cuenta el número de abejas por fila se tendrá 1,1, 2,3, 5, 8 tal como se mencionó en el párrafo anterior.

Ejemplo 3: La serie de Fibonacci se puede encontrar también en **botánica**. Así, por ejemplo, ciertas flores tienen un número de pétalos que suelen ser términos de dicha sucesión; de esta manera el lirio tiene 3 pétalos, algunos ranúnculos 5 o bien 8, las margaritas y girasoles suelen contar con 13, 21, 34, 55 o bien 89.

Margaritas

Lirios

Ejemplo 4: La Filotaxia es una parte de la botánica que estudia la disposición de las hojas a lo largo de los tallos de las plantas. El arreglo de las hojas o partes florales en sus ejes; por lo general expresado numéricamente por una fracción, en la que el numerador representa el número de revoluciones de una espiral para llegar de una hoja, pasando por cada una sucesiva, hasta alcanzar la que está directamente sobre la hoja inicial, y el denominador representa el número de hojas encontradas al hacer tal espiral. Se llama característica del tallo a la fracción m/n

Si se toma la hoja de un tallo y se cuenta el número de hojas consecutivas hasta encontrar otra hoja con la misma orientación este número será, por regla general, un término de la sucesión de Fibonacci.

Sauce Llorón; Característica = 3/8

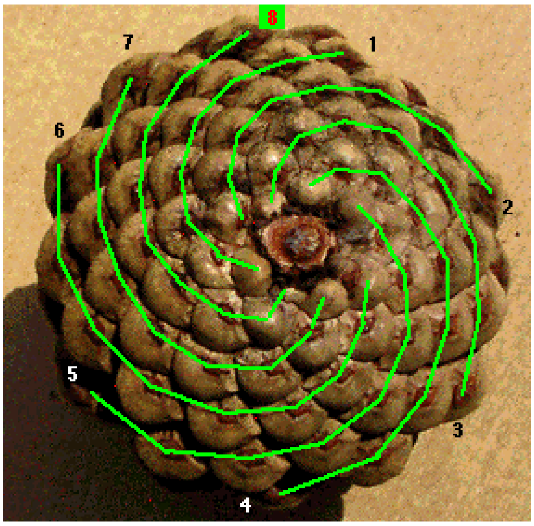
Olmo; Característica = 1/2

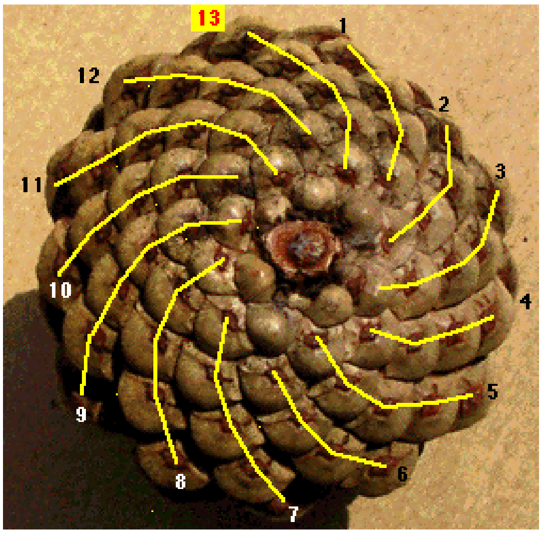
Almendro; Característica = 8/13

Álamo Blanco; Característica =2/5

Ejemplo 5: Las **"hojas" de una piña** de pino tienen, por regla general, una característica de 5/8 o bien 8/13, presentando propiedades similares las hojas de las lechugas, los pétalos de las flores, las ramas de las palmeras, el ficus, etc., ejemplos que se pueden comprobar fácilmente.

En las dos fotografías que se muestran a continuación se cuentan las espirales de la piña de arriba y se aprecia ese hecho: hay 8 en un sentido y 13 en el otro, es decir, dos números de Fibonacci consecutivos.





La matemática, considerada una actividad que ocupa grandes espacios en casi todas las situaciones cotidianas, es una ciencia intensamente dinámica y cambiante aún en su propia concepción profunda. Esto sugiere que, efectivamente, la actividad matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo.

Haciendo hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática más que en la transferencia de contenidos, la matemática se transformará en un saber hacer y el método predominará sobre el contenido. El enfoque de sistema, también denominado enfoque sistémico, es justamente el modo de abordar los objetos y fenómenos en forma no aislada, como parte de un todo. Es la reunión de una serie de elementos que se encuentran en interacción, integrándose y de ello se obtendrán resultados en un nivel superior al de los componentes que lo forman.

Finalmente a la matemática, en los niveles educativos en que los alumnos se están formando y recibiendo información de manera continua, no se le deberá seguir dando un tratamiento de ciencia independiente de la realidad que nos rodea.

Bibliografía

- Álvarez, Cristina; Álvarez, Fernando; Garrido, Luis Mario; Martinez, Stella M. y Ruiz, Andrés.(2004). Matemática. 1ª edición. Editorial Cúspide. E.G.B. Tercer Ciclo. Noveno Año. 267 pp. ISBN: 987-21118-0-4.
- Carione Noemí H; Carranza, Susana G; Diñeiro, María Teresa; Latorre, María Laura y Trama, Eduardo E. (1996). Matemática 3. Editorial Santillana. Secundaria. 255 pp. ISBN: 950-46-0234-7
- Donoso C, Mauricio (1995). Taller de educación matemática: "La sección áurea y el número de oro, estudio en el cuerpo humano". Universidad de Santiago - Chile.
- Rosell Puig W.; Mas García M. (2003). El enfoque sistémico en el contenido de la enseñanza. Edición Médica Superior. Volumen 17, Nº 2. Mayo-Junio 2.
- Resolución Nº 13269/99. Tomo I. Áreas Curriculares. Matemática. 1999. DGEy C. Provincia de Buenos Aires.

WEB

- http://rt000z8y.eresmas.net/El%20numero%20de%20oro.htm#5
- http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/concurso2002/alumnado/naturaleza.html
- http://www.ubu.es/investig/aulavirtual/trabajos_03/trabajo12.pdf

Alejandra Cañibano, nació en Azul (Argentina) el 13 de julio de 1963. Es Agrimensora y posee una maestría en Metodología de la Investigación Biológica Aplicada a las Ciencias Agropecuarias. Es Profesora Adjunta del Área Matemática en la Facultad de Agronomía de la UNICEN. Comparte su trabajo con la enseñanza de la matemática en el nivel medio y adultos de escuelas estatales. Ha escrito diversos trabajos con la finalidad de mostrar las bondades de la matemática aplicada.

mac@faa.unicen.edu.ar