

## Identificação de necessidades de aprendizagem em matemática de estudantes no início de cursos técnicos superiores profissionais

Helena Monteiro

Fecha de recepción: 30/03/2020

Fecha de aceptación: 28/08/2020

<p><b>Resumen</b></p>	<p>Las dificultades en matemáticas que muchos estudiantes de programas de educación superior de ciclo corto han manifestado, motivaron el estudio presentado en este artículo. Para identificar con precisión sus necesidades de aprendizaje en matemáticas, se construyó una prueba de conocimiento estandarizada y se aplicó a una muestra de la población objetivo, al inicio del curso. El análisis de las respuestas de los participantes reveló que las características metrológicas de la prueba inspiran confianza en los resultados obtenidos, lo que permite alcanzar el objetivo del estudio y, a partir de ahí, definir prácticas pedagógicas para mejorar el aprendizaje y el éxito de los estudiantes en matemáticas. <b>Palabras clave:</b> dificultades en matemáticas, evaluación, fracaso escolar, modelo Rasch.</p>
<p><b>Abstract</b></p>	<p>The difficulties in mathematics that many students of short-cycle tertiary education manifest, motivated the study presented in this article. Aiming at the rigorous identification of the learning needs in mathematics of these students, a standardized knowledge test was built and applied to a sample of the target population, at the beginning of the course. The analysis of the answers of the participants revealed that the metrological characteristics of the test inspire confidence in the results obtained, which allow to reach the objective of the study and, from there, define pedagogical practices to improve students' learning and success in mathematics. <b>Keywords:</b> difficulties in mathematics, assessment, school failure, Rasch model.</p>
<p><b>Resumo</b></p>	<p>As dificuldades em matemática que muitos alunos de cursos técnicos superiores profissionais têm manifestado, motivaram o estudo que se apresenta neste artigo. Com o objetivo de identificar, de forma rigorosa, as necessidades de aprendizagem em matemática destes estudantes, construiu-se um teste de conhecimentos estandarizado que foi aplicado a uma amostra da população alvo, no início do curso. A análise das respostas dos participantes revelou que as características metrológicas do teste inspiram confiança nos resultados obtidos, que permitem atingir o objetivo do estudo e, daí, definir práticas pedagógicas para melhorar a aprendizagem e o sucesso em matemática dos alunos. <b>Palavras-chave:</b> dificuldades em matemática, avaliação, insucesso escolar, modelo de Rasch.</p>

## 1. Introdução

O sistema educativo português está dividido em diferentes níveis de ensino, essencialmente sequenciais. Tem início na Educação Pré-escolar, com um ciclo de frequência opcional dos 3 aos 6 anos de idade. Continua com o Ensino Básico, que compreende três ciclos: o primeiro, com quatro anos; o segundo, com dois anos; e o terceiro com três anos de escolaridade. Segue-se um ciclo de três anos, com idade esperada de frequência dos 15 aos 18 anos de idade, designado por ensino secundário, que oferece sete tipos de cursos (Eurydice, 2020). Destes cursos, os mais frequentados são os Cursos Científico-Humanísticos (CH), vocacionados para o prosseguimento de estudos de nível superior, e os Cursos Profissionais (P), distribuídos por 39 áreas de formação, que valorizam o desenvolvimento de competências para o exercício de uma profissão, conferindo uma certificação profissional no final do curso, permitindo também o prosseguimento de estudos de nível superior (ANQEP, 2020).

Depois de os estudantes concluírem o ensino secundário, ou uma formação legalmente equivalente, eles podem ingressar num de dois tipos de cursos do ensino superior: num curso conferente do grau de licenciado, que corresponde ao nível 6 do ISCED (International Standard Classification of Education) ou, desde 2014, num curso de curta duração (dois anos) não conferente de grau académico, designado por Curso Técnico Superior Profissional (TeSP) correspondente ao nível 5 do ISCED.

A maioria dos estudantes que frequentam um curso de licenciatura frequentaram um curso CH no ensino secundário e tiveram de realizar um ou vários exames nacionais (provas de ingresso), tendo obtido, pelo menos, 9,5 valores nesse(s) exame(s). Por sua vez, grande parte dos alunos dos cursos de TeSP frequentaram um curso P no ensino secundário e foram admitidos sem terem realizado qualquer prova de ingresso, o que contribui para que nestes cursos existam, além de uma grande diversidade de formações de base, estudantes com níveis de conhecimentos muito diferentes.

A Matemática é uma das unidades curriculares (UC) em que os estudantes dos TeSP têm experimentado bastantes dificuldades, em particular os dos cursos das áreas de tecnologia e de gestão. Muitas delas serão comuns às dos estudantes, a nível internacional, que transitam do ensino secundário para o superior e que, devido aos efeitos prejudiciais que provocam, de âmbito pessoal, familiar, social e institucional, têm vindo a preocupar agentes educativos e motivado muitas investigações como, por exemplo, as de Bigotte e Fidalgo (2013), de Masola e Allevato (2016), de Alves, Coutinho, Rocha e Rodrigues (2016), de Monteiro (2016), de Bressoud (2010) ou de Guzmán, Hodgson, Robert e Villani (1998).

Em alguns dos estudos referidos, que tiveram como público alvo os estudantes que ingressam nas licenciaturas, uma das causas apontadas para as dificuldades em matemática sentidas pelos estudantes é o facto de os professores não saberem qual é o nível e o tipo de conhecimentos dos seus alunos.

Não conhecendo estudos sobre o desempenho em matemática dos estudantes no início de cursos superiores análogos aos TeSP e cientes da necessidade desta informação para constituir uma base sólida e científica que fundamente a organização de práticas pedagógicas que facilitem a aprendizagem e o sucesso escolar na UC de

Matemática dos TeSP, professores de Matemática da Escola Superior de Gestão e Tecnologia do Instituto Politécnico de Leiria (ESGT-IPL) e do Instituto Politécnico de Tomar (IPT) construíram um teste académico standardizado. Este teste foi elaborado de modo a criar um método para avaliação objetiva de conhecimentos de matemática e para despiste de dificuldades e de necessidades de aprendizagem, nas primeiras aulas do 1.º ano dos cursos de TeSP das áreas de tecnologia e de gestão das escolas dos seus autores.

Neste artigo descreve-se o modo como foi construído e apresentam-se as características do referido teste académico, designado por TDM (Teste de Diagnóstico de Matemática). Depois de se caracterizarem os participantes no TDM, apresentam-se as análises feitas às suas respostas para: avaliar as propriedades metrológicas do TDM; conhecer o nível de desempenho e o nível de competência dos estudantes; comparar o desempenho dos estudantes que frequentaram um curso CH com o dos que frequentaram um curso P no ensino secundário. As duas últimas análises foram feitas tendo sempre em vista a identificação de conhecimentos e lacunas de formação em conteúdos considerados necessários para a aprendizagem das matérias da UC de Matemática.

## 2. Metodologia

Como qualquer outro instrumento de medida, um teste de avaliação académica deve medir com rigor os conhecimentos que se querem medir, inspirando confiança aos seus utilizadores - quanto maior o grau de precisão e de adequação das medidas aos objetivos da avaliação, maior a convicção nas inferências feitas a partir dos resultados do teste. Assim, para garantir que o TDM iria efetuar uma avaliação objetiva, os seus autores respeitaram as normas internacionais para a construção e investigação psicométrica, os Standards for Educational and Psychological Testing (AERA, APA & NCME, 2014).

O estudo metrológico do TDM, que envolve técnicas de análise de itens e de estudo da precisão e validação das medidas que ele proporciona, teve por referência dois modelos de medida - o modelo da pontuação verdadeira da Teoria Clássica dos Testes (DeVellis, 2006) e o modelo de Rasch da Teoria da Resposta ao Item (Bond & Fox, 2007).

A análise das características metrológicas do teste é feita a partir das respostas dos participantes, pelo que será descrita com mais pormenor na secção da apresentação e análise dos resultados. Para examinar as respostas ao TDM foram utilizados métodos qualitativos e quantitativos, considerando não só as respostas certas, mas também os erros cometidos pelos participantes.

Sem divulgar o conteúdo do TDM, para se poder aplicar novamente, após a análise de todas as respostas ao teste, elaboraram-se relatórios com os resultados obtidos em cada turma que participou no estudo para entregar ao respetivo professor de Matemática. Os resultados genéricos também foram dados a conhecer aos diretores dos cursos dos participantes e aos órgãos de gestão das escolas.

## 2.1. Construção e caracterização do TDM

Tendo em vista a construção sistemática de um teste estandardizado de acordo com procedimentos científicos, definiu-se *o que se vai avaliar, para que se vai avaliar e quem vai ser avaliado*. Com base nestes parâmetros, tomaram-se as decisões que orientaram todo o sistema de produção dos itens: a forma como o teste seria aplicado; o grau de dificuldade e o nível de complexidade a imprimir ao teste; o conteúdo, o formato e o número de itens do teste, assim como a sua pontuação. De seguida, elaborou-se a matriz dos itens: tabela de dupla entrada, com o número de itens que pertencem a cada área de conteúdo e a cada nível de complexidade (determinado pelo número e natureza dos processos mentais necessários para resolver o item).

Tomada a decisão de construir o teste com itens de escolha múltipla, os autores do TDM, sabendo que muitas das limitações apontadas a este formato de itens são devidas à sua redação, investiram na escrita criteriosa dos itens, orientando-se por diretrizes do domínio psicométrico. Em particular, nas regras de redação sugeridas por Rodríguez, Martínez e Muñiz (2015), mais detalhadas em Haladyna, Downing e Rodriguez (2002).

Depois da seleção dos itens para o teste (foram construídos mais do dobro dos que integrariam o teste), estes foram organizados por área de conteúdo e, dentro de cada área, ordenados do menos para o mais complexo. Desta forma, obteve-se o teste para realizar um estudo piloto, que foi aplicado a 88 estudantes de TeSP no início do ano letivo 2016/2017.

Para identificar os itens e facilitar a interpretação das respostas dos estudantes, cada um deles foi caracterizado em termos de conhecimentos e competências relativos ao conteúdo que representam e à ação cognitiva que solicitam. Também se elaboraram hipóteses explicativas para a escolha das alternativas de resposta erradas, com base no enunciado do item e em todas as suas alternativas de resposta (admitiu-se que foram alguns dos erros mais comuns cometidos pelos estudantes, e conhecidos pelos professores, que os levaram a escolher uma resposta errada).

Com base na análise dos resultados do estudo piloto, alguns itens foram substituídos e outros reestruturados, tendo como objetivo o aperfeiçoamento do teste e obter a versão para o 1.º ensaio experimental do TDM. Esta versão foi administrada a 571 estudantes de 26 cursos de TeSP na sua primeira semana de aulas no ensino superior, em setembro de 2017.

Analisados os resultados do 1.º ensaio, bastante satisfatórios sob o ponto de vista metrológico, procurou-se melhorar o teste fazendo uma pequena alteração na matriz dos itens e reconstruindo nove itens. Obteve-se, assim, a versão do TDM a que se faz referência neste artigo. Refira-se que apenas se concluiu mais um ciclo do processo de construção deste teste de conhecimentos, um processo que, estritamente, nunca está concluído, pois exige constante escrutínio empírico, revisão de conteúdo e aperfeiçoamento técnico (Monteiro, Afonso & Pires, 2013). Considerem-se as características do TDM que se descrevem a seguir.

### Características do TDM:

- Itens: 30 itens de escolha múltipla, cada um com quatro alternativas de resposta (uma certa e três erradas); 23 itens avaliam conteúdos ao nível do ensino básico (até ao 9.º ano de escolaridade) e os restantes ao nível do 10.º ou 11.º ano de escolaridade; todos os itens incidem sobre pré-requisitos para os conteúdos da UC de Matemática dos TeSP;
- Áreas de conteúdo (designação e percentagem de itens): Números e Operações (NOp) - 23,3%; Álgebra (Alg) - 23,3%; Geometria (Geo) - 13,3%; Funções (Fun) - 26,7%; Estatística e Análise de Dados (EAD) - 13,3%;
- Níveis de complexidade, inspirados na clássica Taxonomia de Bloom (1956): Baixo (B) - conhecimento e compreensão - 36,7%; Moderado (M) - aplicação e análise - 50%; Elevado (E) - síntese e avaliação - 13,3%;
- Pontuação dos itens: 1 ponto - Resposta Certa; 0 pontos - Resposta Errada ou Resposta Omissa;
- Aplicação do teste: 1.ª semana de aulas; 90 minutos de duração; tipo *papel-e-lápis*, sem utilização de calculadora, mas com recurso a um formulário incluído no caderno de teste;
- Destinatários: estudantes do 1.º ano/1.ª inscrição de um curso de TeSP da área de tecnologia ou de gestão.

## 2.2. Participantes no TDM

O TDM foi aplicado a 599 alunos de 25 turmas de 21 cursos de TeSP (das áreas de gestão, informática e outras tecnologias) que frequentaram alguma disciplina de Matemática no ensino secundário. Na folha de respostas do teste solicitaram-se alguns dados aos participantes, entre os quais o curso do ensino secundário frequentado (CH: Científico-Humanístico; P: Profissional; O: outro) que permitem caracterizá-los do seguinte modo, tendo em conta que nem todos responderam às questões:

Participantes no TDM (N=599; 21 cursos; 25 turmas)							
Género (n=585)		Idade (n=586)			Curso do Ensino Secundário		
M	F	17 - 19	20 - 23	>23	CH	P	O
474 (81%)	111 (19%)	359 (60%)	189 (32%)	48 (8%)	120 (20%)	455 (76%)	24 (4%)

**Tabela 1.** Caracterização dos participantes no teste

Sabe-se também que 14% dos participantes não estudavam matemática há mais de três anos e que 27,5% avaliaram a sua preparação para estudar matemática como má ou muito má.

### 3. Apresentação e análise dos resultados

Como já foi referido, é necessário verificar se as características metrológicas de um teste são suficientemente boas para assegurarem a qualidade das suas medidas, para garantirem, a quem o aplica, confiança nas conclusões que formula, a partir dos resultados, e legitimidade nas decisões que toma. As estatísticas que permitem aferir a qualidade do TDM como instrumento de avaliação objetiva e rigorosa decorrem do processo de análise das respostas dos participantes. Assim, na secção seguinte apresentam-se e comentam-se algumas destas estatísticas, a par de resultados relativos ao desempenho dos estudantes.

#### 3.1. Características metrológicas do TDM

Conhecidas as respostas dos participantes a cada item do teste, calcularam-se dois índices dos itens:

- Índice de dificuldade - quociente entre o número de respostas certas ao item e o número de participantes; quanto maior, mais fácil é o item;
- Índice de discriminação - correlação entre a pontuação no teste (0 a 30) e a pontuação no item (0 ou 1); quanto maior, mais acentuada é a tendência para que os alunos com melhores (piores) resultados no teste acertem (errem, respetivamente) o item.

Na tabela seguinte encontra-se o índice de dificuldade e o de discriminação (Dif-Disc) dos itens, que estão identificados pela ordem em que aparecem no teste, pela área de conteúdo a que pertencem e pelo respetivo nível de complexidade (ver siglas na caracterização do TDM).

<b>Índice de Dificuldade (Dif) e Índice de Discriminação (Disc) dos Itens</b> (N=599)					
Item	Dif - Disc	Item	Dif - Disc	Item	Dif - Disc
1. NOp.B	0.55 – 0.32	11. Alg.M	0.19 – 0.37	21. Fun.B	0.42 – 0.40
2. NOp.B	0.64 – 0.31	12. Alg.M	0.34 – 0.45	22. Fun.M	0.18 – 0.35
3. NOp.B	0.54 – 0.41	13. Alg.M	0.14 – 0.32	23. Fun.M	0.16 – 0.32
4. NOp.B	0.51 – 0.42	14. Alg.E	0.19 – 0.26	24. Fun.M	0.25 – 0.28
5. NOp.M	0.69 – 0.38	15. Geo.B	0.51 – 0.41	25. Fun.M	0.13 – 0.22
6. NOp.M	0.39 – 0.47	16. Geo.M	0.22 – 0.42	26. Fun.E	0.20 – 0.28
7. NOp.M	0.73 – 0.36	17. Geo.M	0.15 – 0.25	27. EAD.B	0.35 – 0.26
8. Alg.B	0.30 – 0.45	18. Geo.E	0.19 – 0.31	28. EAD.M	0.38 – 0.25
9. Alg.B	0.20 – 0.48	19. Fun.B	0.26 – 0.29	29. EAD.M	0.41 - 0.17
10. Alg.M	0.21 – 0.30	20. Fun.B	0.22 – 0.41	30. EAD.E	0.37 - 0.22
Mínimo: 0.13 – 0.17; Máximo: 0.73 – 0.48; Mediana: 0.28 – 0.32; Média: 0.33 – 0.34; Desvio Padrão: 0.17 – 0.08.					

**Tabela 2.** Índice de dificuldade e de discriminação dos itens

Apenas um dos itens tem um índice de discriminação inferior a 0.20; 20 itens têm um índice igual ou superior a 0.30, pelo que apresentam um bom grau de coerência entre a pontuação no item e a pontuação no teste, ou seja, dois terços dos itens têm um bom poder discriminativo. Note-se que a maioria destes itens tem um índice de dificuldade igual ou superior a 0.30, isto é, foram acertados por, pelo menos, 30% dos estudantes. Refira-se que a discriminação dos itens foi uma melhoria substancial que se conseguiu com a revisão da versão anterior do TDM.

Com oito itens a serem acertados por menos de 20% dos participantes, nenhum por mais de 80% e com uma média de 33% de respostas certas por item, conclui-se que o teste foi mais difícil do que se desejava. Tem-se uma melhor percepção deste resultado ao observar o gráfico seguinte ou a Tabela 3, construídos a partir do total de respostas certas por estudante, ou seja, da sua pontuação.

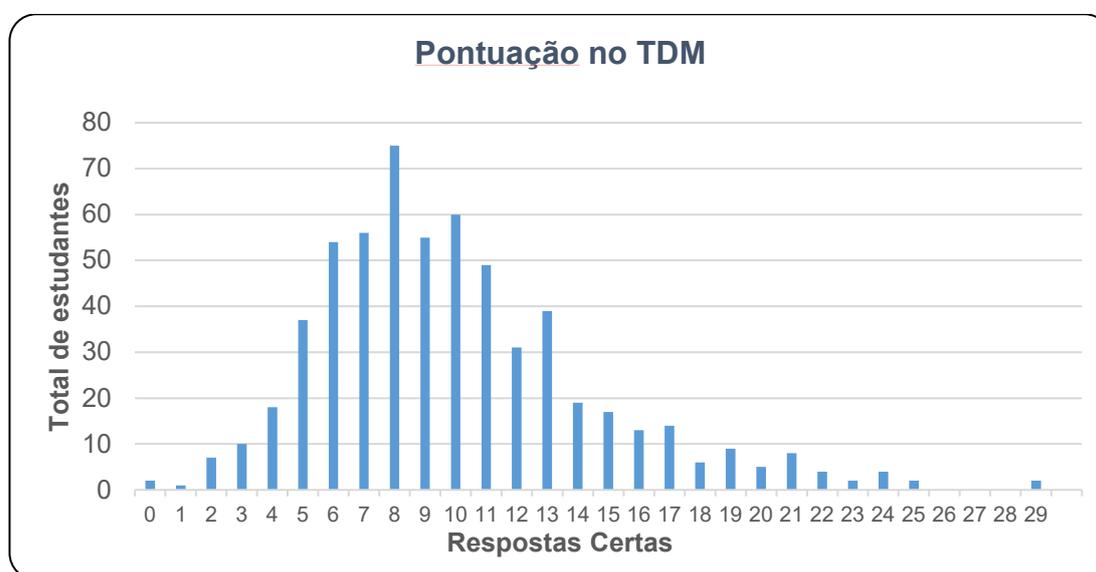


Gráfico 1. Respostas certas por participante

O Gráfico 1 é explícito quanto à pontuação mais frequente. Embora nenhum participante tenha acertado os itens todos, dois deles identificaram a resposta certa de 29 itens, tantos estudantes quantos os que não acertaram nenhum item. Refira-se que, apesar de um destes estudantes não ter dado qualquer resposta, de um modo geral, os participantes não se escusaram a responder aos itens (provavelmente porque as respostas erradas valem 0 pontos). No total, a mediana e a moda das respostas omissas são iguais a 0, a média igual a 2.3 e o desvio padrão igual a 4.98.

Para conhecer outras estatísticas descritivas da pontuação, tem-se a tabela seguinte de onde se conclui, por exemplo, que metade dos participantes não conseguiu acertar um terço dos itens.

Pontuação dos Participantes no Teste – Estatísticas Descritivas (N=599)							
Moda	Média	DP	Min	Q1	Mediana	Q3	Max
8	10	4,6	0	7	9	13	29

**Tabela 3.** Estatísticas descritivas da pontuação dos participantes

Retome-se a análise dos itens. Ao observar o total de respostas que foi dado a cada opção, conclui-se que, com exceção de uma (do item 2, o terceiro mais fácil), todas foram selecionadas por mais de 5% dos participantes, o que demonstra que, além do item 2, os itens têm distratores funcionais, ou seja, não têm alternativas de respostas obviamente erradas.

Quem responde a um item de escolha múltipla e não tem a certeza de qual é a resposta certa, sabendo que não é penalizado por errar, tenderá a escolher uma das opções, eventualmente a correta, devido a algum conhecimento que possui ou, simplesmente, por acaso. O modelo de Rasch, com base no padrão de respostas dos participantes (respostas, 1 ou 0, escritas por ordem crescente de dificuldade dos itens, estimada pelo modelo), calcula um índice, para cada item, que alerta para as respostas certas inesperadas, talvez dadas ao acaso, em quantidades preocupantes. Depois de se confirmar o bom ajustamento dos dados empíricos ao modelo, verificou-se que apenas o item 29, o menos discriminativo, teve mais respostas certas do que se esperava (refira-se que o item 2 também apresenta um índice elevado, quase a atingir o valor crítico).

O modelo de Rasch também mostra que, com exceção do item 29, as respostas certas foram identificadas pelos estudantes com as pontuações mais altas. Os itens 2 e 29 são, portanto, fortes candidatos a sofrer uma reestruturação na próxima revisão do teste.

Para avaliar a fiabilidade ou precisão dos resultados do TDM, uma característica que sugere que eles são suficientemente consistentes e livres de erros de medida para serem úteis (Urbina, 2004), calculou-se o coeficiente *alfa de Cronbach* - uma estimativa do coeficiente de fiabilidade, considerado um índice de consistência interna (grau de uniformidade ou de coerência existente entre as respostas dos estudantes a cada um dos itens do teste (Almeida & Freire, 2008)).

O coeficiente *alfa de Cronbach* das respostas ao TDM é igual a 0.74. Atendendo à heterogeneidade das áreas de conteúdo do teste, pode-se afirmar que os resultados do TDM têm um grau de consistência e precisão bastante bom. Considera-se que este valor de *alpha* inspira confiança às decisões a tomar a nível de grupo. Refira-se que a análise de Rasch distingue quatro níveis de pontuação nos resultados do TDM com uma fiabilidade independente da amostra de, pelo menos, 0.95 (Nível 1: 0 - 7; Nível 2: 8 - 14; Nível 3: 15 - 22; Nível 4: 23 - 30).

Além da precisão dos resultados de um teste, também importa assegurar que o teste mede o que se pretende, neste caso, conhecimentos em matemática. Dos vários indicadores da validade do TDM analisados menciona-se, como exemplo, a sua unidimensionalidade, uma característica dos testes cujas respostas se devem apenas

a um construto (a dimensão que se pretende medir): confirma-se o pressuposto da unidimensionalidade pelo bom ajustamento dos dados empíricos ao modelo, segundo alguns autores, e também pela análise de componentes principais dos resíduos (Linacre, 2020), onde se verifica que a percentagem da variância explicada pelo modelo é superior a 20% (igual a 24%) e que a segunda dimensão não chega a ter a força de dois itens para estar acima do nível de ruído.

Confirmada a confiança nos resultados do TDM, serão legítimas as conclusões que se formulam a partir da sua análise, que se apresenta de seguida.

### 3.2. Conhecimentos e necessidades de aprendizagem dos participantes

No que respeita ao nível de desempenho dos participantes, indicado pelas suas pontuações, o Gráfico 1 e a Tabela 3 mostram que, no geral, é baixo: a pontuação mais frequente foi de 8 pontos e, em média, os estudantes acertaram um terço dos itens do teste. Contudo, este estudo pretende ir além do total de respostas certas. Para organizar práticas pedagógicas que facilitem a aprendizagem dos conteúdos programáticos da UC de Matemática, é fundamental saber em que áreas e, dentro destas, em que tópicos os alunos têm necessidades de formação.

Os índices de dificuldade dos itens, que constam na Tabela 2, informam quais os itens e as respetivas áreas de conteúdo em que houve menos respostas certas. No entanto, a leitura e a interpretação dessa informação ficam facilitadas com a observação do Gráfico 2 que representa esses índices, convertidos em percentagens de respostas certas (índice\*100%).

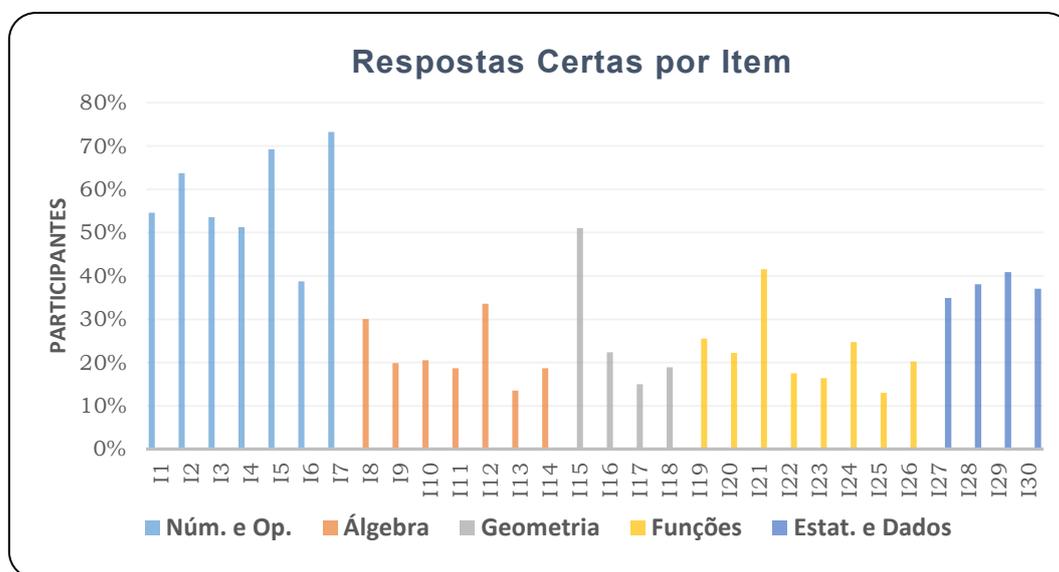


Gráfico 2. Percentagem de respostas certas por item

Perante este gráfico, é claro que as áreas onde os estudantes têm mais necessidades de aprendizagem são Álgebra, Geometria e Funções - em cada uma destas áreas, só há um item com mais de 30% de respostas certas.

Para, dentro de cada área de conteúdo, identificar os conhecimentos e as lacunas de formação dos participantes nos tópicos em que os itens incidem, articularam-se as respostas dadas aos itens com os conhecimentos e as competências que eles avaliam. Com o objetivo de conseguir uma informação mais específica sobre as necessidades de aprendizagem dos estudantes, para ajudá-los a corrigir os erros cometidos, também se efetuou uma análise interpretativa das suas respostas erradas, baseada nas hipóteses explicativas (formuladas quando se construíram os itens). Na análise das respostas ao item 1, por exemplo, foram tidos em conta os seguintes dados:

- Conhecimento: números racionais;
- Competências: ordenar números racionais, representados na forma decimal ou na forma fracionária;
- Respostas por alternativa: A (certa) – 54,6%; B - 24,7%; C - 13,7%; D - 5,7%; resposta omissa - 1,7%;
- Hipóteses explicativas: HB - O aluno não sabe comparar dois números fracionários; HC - O aluno não sabe comparar um número decimal com um fracionário; HD - O aluno não sabe comparar dois números fracionários nem um decimal com um fracionário.

Perante estes dados, concluiu-se, relativamente ao desempenho dos participantes, que 54,6% têm conhecimentos sobre números racionais, tendo mostrado que sabem ordenar alguns destes números representados na forma decimal ou fracionária. Por outro lado, admite-se que a maioria dos estudantes que erraram este item não sabe comparar dois números fracionários.

Das hipóteses explicativas para as respostas erradas dos outros itens, identificaram-se erros cometidos pelos estudantes como, por exemplo, os que se apresentam de seguida:

- Pelos menos, 27% dos participantes não encontraram a solução da equação do 2.º grau completa, solicitada pelo item 12, porque consideraram que  $x(ax + b) = c \Leftrightarrow x = c \vee ax + b = c$ ;
- Quase um terço dos estudantes revelaram dificuldades em identificar a imagem de uma função num ponto a partir do seu gráfico, uma vez que, no item 23, escolheram a opção  $f(0) = f(b)$ , quando o gráfico da função  $f$ , dado no item, mostra claramente que  $f(0) < 0$  e  $f(b) = 0$ ;
- Mais de metade dos participantes erraram o item 8 porque cometeram o erro de fazer  $(x - a)^2 = x^2 - a^2$  para simplificar uma expressão algébrica.

O impacto da falta de conhecimentos de um determinado conteúdo na aprendizagem das matérias da UC de Matemática irá determinar a relevância da quantidade de estudantes que erraram cada um dos itens. Por exemplo, pode ser mais preocupante o facto de 14% dos alunos não saber somar frações (item 4) do que 40% não saber utilizar, ou não ter utilizado, a fórmula fundamental da trigonometria (dada no formulário) para responder ao item 25. O primeiro caso pode justificar a organização de uma formação complementar específica, enquanto o segundo poderá ser remediado quando, e se, for lecionada a matéria de trigonometria. Refira-se que no relatório enviado ao professor de Matemática, de cada

turma que participou no TDM, constam os dados dos itens registados nessa turma, como os do item 1 mostrados atrás, para ele poder fazer a sua própria análise.

Além de se analisarem os dados com base no desempenho dos participantes, também se podem analisar com base na sua competência, que não depende apenas do número de itens que acertaram, mas também de quais acertaram. Neste estudo utilizou-se o modelo de Rasch para estimar a competência dos estudantes, depois de estimado, também pelo modelo, o nível de dificuldade dos itens.

Em teoria, as medidas de Rasch (competência e dificuldade) variam entre  $-\infty$  e  $+\infty$ , mas na prática variam entre -5 e 5. Com estas medidas estimadas, a partir de uma amostra representativa da população alvo, o modelo calcula a probabilidade de um indivíduo acertar um determinado item:

$$P_{ni} = \frac{e^{\theta_n - \delta_i}}{1 + e^{\theta_n - \delta_i}}, \text{ com } \theta_n \text{ a medida do indivíduo } n \text{ e } \delta_i \text{ a do item } i.$$

Quando  $P_{ni}$  é igual ou superior a 0.5, espera-se que o indivíduo  $n$  tenha sucesso no item  $i$ , ou seja, que o acerte.

O nível de competência de um estudante pode ser interpretado como sendo o valor do parâmetro de dificuldade dos itens até ao qual ele tem mais probabilidade de sucesso do que de insucesso, enquanto o valor da dificuldade de um item indica o valor da competência de um indivíduo que tem uma probabilidade de 0.5 de o acertar.

Sempre que há um bom ajustamento dos dados empíricos ao modelo, existe um forte correlação positiva entre o nível de competência dos indivíduos e as suas pontuações (neste estudo, é igual a 0.98) e a disposição dos participantes no teste por ordem de pontuação é igual à que se obtém quando o critério de ordenação é a medida de Rasch.

Com as medidas de Rasch dos itens e dos participantes no TDM e considerando a relação pontuação-medida dos estudantes, estimada pelo modelo, construiu-se uma tabela, parte da qual se apresenta na Tabela 4, que se interpreta da seguinte forma: a coluna da esquerda contém as pontuações dos participantes, com indicação da percentagem de estudantes com esses pontos e a dos que têm até esses pontos; na coluna da direita estão os conhecimentos e competências avaliados pelos itens aos quais os estudantes, com os pontos indicados à esquerda, têm uma probabilidade igual ou superior a 0.5 de responder corretamente, além dos que estão indicados nas linhas abaixo.

A Tabela 4 mostra que um estudante com menos de 5 pontos no TDM tem mais probabilidade de insucesso do que sucesso em qualquer item do teste. Também mostra que ter 9 pontos no TDM, a mediana da pontuação da amostra observada, significa ter probabilidade de sucesso em seis itens da área NOP, todos ao nível do ensino básico e quase todos relacionados com um problema em contexto, assim como no item mais fácil de Geo. Com base nesta tabela, também se pode afirmar, por exemplo, que um participante com 14 pontos tem conhecimentos suficientes (para frequentar o TeSP) nas áreas NOP e EAD e lacunas de formação nas áreas de Alg, Geo e Fun.

Pontuação	Conhecimentos / Competências (Item)
<b>15 e 16</b> (5,0%   90,7%)	- Simplificação de expressões designatórias / Desenvolver o quadrado de uma diferença, multiplicar um número negativo por um polinómio e adicionar monómios (8. Alg.B)
<b>14</b> (3,2%   85,6%)	- Resolução de equações do 2.º grau / Multiplicar um monómio por um polinómio e aplicar a fórmula resolvente (12. Alg.M) - Medidas de tendência central / Organizar os dados de um problema em determinado contexto e calcular a média e a mediana solicitadas (27. EAD.B)
<b>13</b> (6,5%   82,5%)	- Representação gráfica da frequência relativa de uma variável qualitativa através de um gráfico circular; tabela de frequências / Relacionar os dados de uma tabela de frequências incompleta com a sua representação através de um gráfico circular e com a dimensão da amostra. Relacionar frequência absoluta e relativa (30. EAD.E) - Média de uma variável aleatória discreta / Determinar o efeito da introdução de um novo elemento na amostra no cálculo da média (28. EAD.M)
<b>12</b> (5,2%   76,0%)	- Operações algébricas com potências / Calcular uma potência de base negativa e expoente par e dividir potências com a mesma base (6. NOp.M) - Tabela de frequências; Percentagem; Proporção; Relação entre percentagem e proporção / Relacionar frequências absolutas, frequências relativas e percentagens e representá-las numa tabela de frequências (29. EAD.M)
<b>11</b> (8,2%   70,8%)	- Gráfico de uma função real de variável real / Relacionar o objeto e a imagem de uma função com as coordenadas de um ponto do gráfico dessa função (21. Fun.B)
<b>9 e 10</b> (19,2%   62,6%)	- Triângulos / Aplicar os conhecimentos sobre triângulos isósceles (15. Geo.B) - Operações algébricas com frações / Adicionar, multiplicar e dividir frações (4. NOp.B) - Proporções / Interpretar um problema em contexto que solicita a soma de várias proporções da mesma unidade (3. NOp.B)
<b>8</b> (12,5%   43,4%)	- Números racionais / Ordenar números escritos na forma decimal e na forma fracionária (1. NOp.B)
<b>6 e 7</b> (18,3%   30,9%)	- Percentagens / Resolver um problema em contexto que envolve percentagens (2. NOp.B)
<b>5</b> (6,2%   12,5%)	- Proporcionalidade direta / Resolver um problema em contexto que solicita o cálculo de uma proporção que envolve um período de tempo, dado em horas e minutos (5. NOp.M) - Frações / Interpretar um problema em contexto, deduzindo a que porção da unidade corresponde uma determinada quantidade (7. NOp.M)
<b>4, 3, 2, 1 e 0</b> (6,3%)	-----

**Tabela 4.** Relação entre pontuação e probabilidade de sucesso nos itens

Na Tabela 4 estão representadas as pontuações obtidas por 90,7% dos participantes, aqueles que não foram além dos 16 pontos e que têm mais probabilidade de errar do que acertar, pelo menos, 15 itens. Entre eles, três itens de complexidade baixa que requerem:

- A aplicação do conceito de exponencial e o cálculo de potências de base 2 (item 9);
- A resolução de uma inequação e de equações do 1.º grau (item 19);
- A identificação da função dada como sendo quadrática, deduzindo a concavidade e o valor da função num ponto (item 20).

O modelo de Rasch estima que apenas os estudantes que tiverem, pelo menos, 23 pontos têm competência para identificar a resposta certa de qualquer item do teste. Este resultado, e outros relativos à competência dos participantes com mais de 16 pontos que não se encontram na Tabela 4 (e também os desta tabela), pode ser observado no gráfico seguinte, onde se representam, de forma conjunta, as medidas dos itens e as dos estudantes numa reta real. Nesta escala de intervalo (conhecida por *logit*) o zero corresponde ao valor médio da dificuldade dos itens (e aos indivíduos que têm uma probabilidade de o acertar igual a 0.5).

No Gráfico 3, à direita da reta real encontram-se os itens e à esquerda os estudantes, todos colocados na posição que corresponde à sua medida, cujos valores inteiros se encontram na coluna da esquerda. Este gráfico lê-se da seguinte forma: os estudantes têm uma probabilidade igual a 0.5 de acertar os itens que estão alinhados com eles, superior a 0.5 de acertar os itens que estão abaixo e inferior a 0.5 de acertar os que estão acima. Como foi referido atrás, para conhecer a probabilidade de um estudante acertar um determinado item, basta conhecer a sua medida e a do item, representados neste gráfico.

As cores do Gráfico 3 assinalam os quatro níveis de pontuação que o TDM permite distinguir: vermelho - nível 1 (0 a 7 pontos); castanho - nível 2 (8 a 14 pontos); azul - nível 3 (15 a 22 pontos); verde - nível 4 (23 a 30 pontos).

A posição relativa dos estudantes e dos itens no Gráfico 3 mostra como, por exemplo, os participantes com 6 e 7 pontos têm probabilidade de sucesso nos mesmos itens ou como os estudantes com 14 pontos têm a mesma probabilidade de acertar os itens 12 e 27.

Como se refere depois do Gráfico 3, encontraram-se diferenças significativas entre o desempenho dos participantes com um curso CH do ensino secundário e os que frequentaram um curso P (ver Tabela 1). Por isso, neste gráfico distinguiram-se os estudantes CH dos restantes (P e O): quase todos os participantes com mais de 16 pontos pertencem ao grupo CH; apenas estudantes CH atingiram o nível 4.

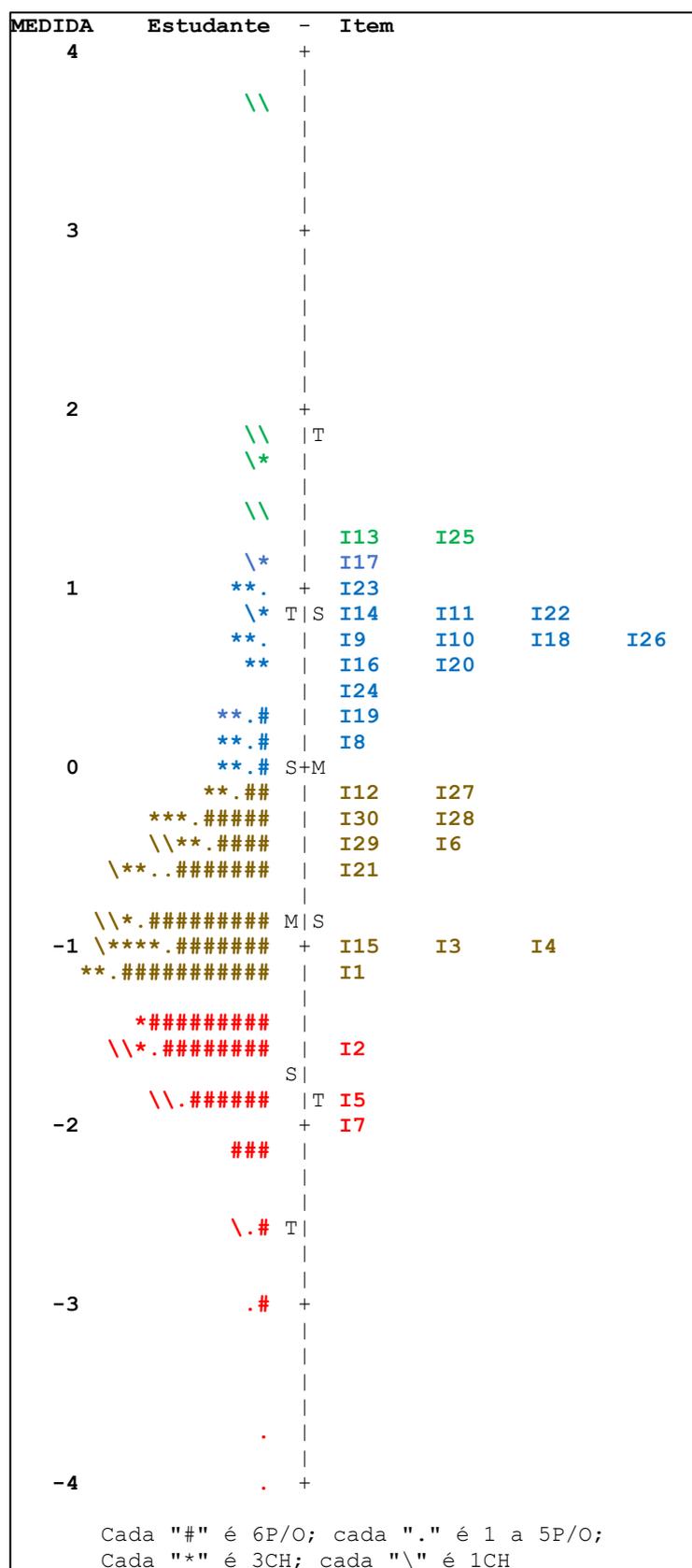


Gráfico 3. Medidas conjuntas dos itens e dos participantes no TDM

Considerem-se, como exemplo, alguns itens de complexidade moderada que sugerem necessidades de aprendizagem de quase todos os participantes P ou O e de, pelo menos, dois terços dos alunos CH:

- Item 11 - avalia conhecimentos sobre a interseção de conjuntos, solicitando a definição em extensão de um conjunto definido por inequações do 1.º grau;
- Item 17 - incide sobre retas, pedindo a dedução do declive de uma reta a partir de dois dos seus pontos e a relação entre os declives de retas paralelas;
- Item 23 - avalia conhecimentos sobre o gráfico de uma função, requerendo a dedução de características de uma função a partir da análise do seu gráfico;
- Item 24 – solicita a resolução de uma equação do 3.º grau incompleta (sem termo independente e sem monómio do 2.º grau), estabelecida pela igualdade de duas funções;
- Item 25 – incide sobre funções trigonométricas, requerendo a aplicação da fórmula fundamental da trigonometria e a dedução do sinal de  $\sin(\alpha)$  a partir do sinal de  $\cos(\alpha)$  e de  $\tan(\alpha)$ .

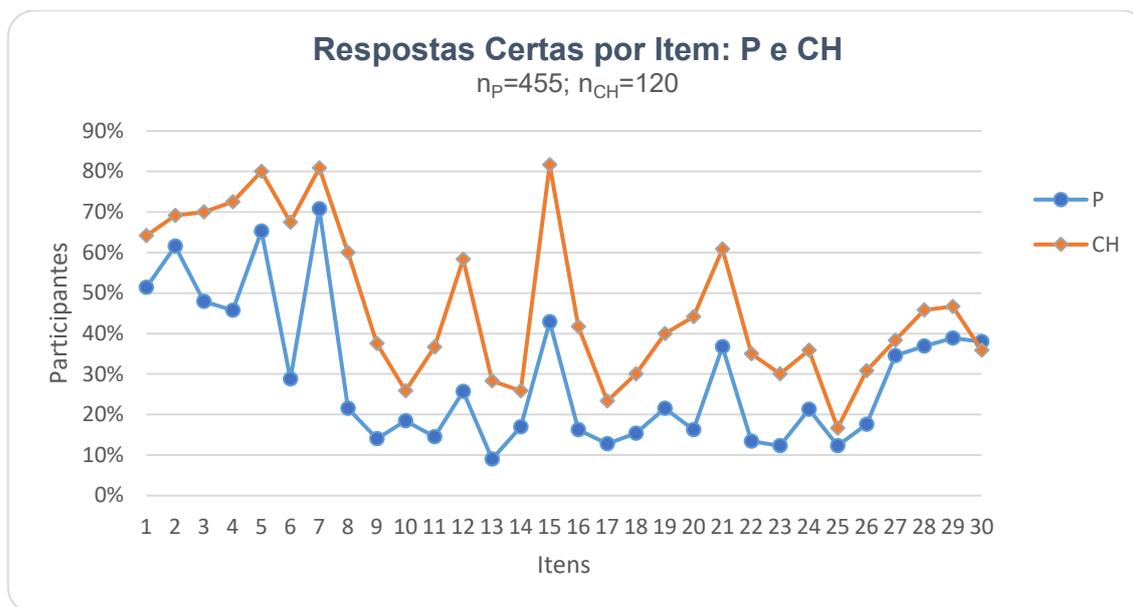
Depois de se analisarem as respostas de todos os participantes no TDM, definiram-se subamostras em função da área do curso superior e do tipo de curso frequentado no ensino secundário: P ou CH. Enquanto a área do curso superior parece não ter muita influência no desempenho dos estudantes, as distribuições das pontuações dos participantes P e CH são significativamente diferentes, mostrando que os indivíduos da subamostra CH obtiveram melhores resultados no teste. Esta diferença, que se reflete na superioridade do nível de competência dos estudantes CH evidenciado no Gráfico 3, justifica a breve análise comparativa do desempenho das subamostras P e CH que se apresenta de seguida.

A Tabela 5 confirma o melhor desempenho dos estudantes CH, embora a sua pontuação média tenha sido inferior a metade de respostas certas.

Pontuação dos Participantes P e CH							
Estatísticas Descritivas							
Participantes	n	Moda	Média	Mediana	DP	Min	Max
P	455	8	8,8	8	3,4	0	21
CH	120	9	14,2	13,5	5,5	3	29

**Tabela 5.** Estatísticas descritivas das pontuações dos participantes P e CH

No Gráfico 4 observa-se a percentagem de estudantes P e CH que responderam corretamente a cada item do teste. Refira-se que os resultados por item de todos os participantes (Gráfico 2) são, apenas, ligeiramente melhores que os da subamostra P, que representa 76% da amostra total.



**Gráfico 4.** Percentagem de respostas certas por item: P e CH

Exceto no último item, da área EAD, o desempenho dos estudantes CH é sempre superior ao dos P (em média, a resposta certa de cada item foi identificada por 29,3% dos participantes P e por 47,1% dos CH). Observe-se que, apesar de diferentes, as percentagens de respostas certas por item das duas subamostras variam de forma análoga de item para item, sendo que, para ambos os grupos de alunos, o item 7 foi um dos dois mais fáceis e o item 25 um dos dois mais difíceis.

Considerando os itens agrupados por área de conteúdo, é evidente que a menor diferença de desempenho ocorre em EAD (itens 27 a 30). A maior diferença acontece nos itens de Alg (8 a 14) de Geo (15 a 18) e nos cinco primeiros de Fun (19 a 23) - em cada um destes grupos, os alunos CH tiveram, em média, mais 22% de respostas certas do que os alunos P.

Entre os seis itens onde há maior diferença percentual de respostas certas dadas por participantes P e CH (entre 27% e 39%), destacam-se os itens 4, 6, 8 e 12 por incidirem em pré-requisitos indispensáveis ao desenvolvimento de qualquer conteúdo programático da UC de Matemática, a saber: operações algébricas com frações e com potências, simplificação de expressões designatórias e resolução de equações do 2.º grau (ver Tabela 4).

Observe-se que, apesar de os estudantes das licenciaturas não pertencerem ao público-alvo do TDM, o teste também foi aplicado nestes cursos, das mesmas áreas dos TeSP que participaram no TDM e no início do ano letivo. No estudo comparativo efetuado, verificou-se que o nível de conhecimentos em matemática dos estudantes das licenciaturas é significativamente superior ao dos estudantes dos TeSP. Em particular, a média da pontuação da subamostra CH das licenciaturas, à qual pertence a maioria dos alunos, foi de 16,3 pontos, maior que a média dos participantes dos TeSP que frequentaram o mesmo tipo de cursos no ensino secundário.

---

#### 4. Considerações finais

O abandono escolar dos estudantes de cursos de TeSP tem atingido valores muito superiores ao dos estudantes de cursos de licenciatura. Considerando que nos institutos politécnicos que ministram estes dois tipos de cursos, os respetivos alunos partilham os mesmos espaços e professores, estão sujeitos às mesmas regras de funcionamento da instituição e também, no início do curso, às mesmas dificuldades da adaptação à nova realidade académica, aos novos colegas e, muitos deles, à nova experiência de viver fora de casa dos pais, a diferença entre as taxas de abandono não se deve atribuir a estes fatores.

Admite-se que uma das causas relevantes para os estudantes dos cursos de TeSP abandonarem os estudos é a sua falta de pré-requisitos para aprenderem os conteúdos das unidades curriculares, em particular de Matemática, que se reflete no elevado insucesso académico que se tem verificado nestes cursos. O facto de os estudantes estarem integrados em turmas muito heterogéneas, com todas as perturbações geradas pelo ensino de conteúdos a alunos com diferentes níveis de conhecimentos, também deverá desmotivar os estudantes com maiores lacunas de formação para continuar a frequentar o TeSP.

No que respeita à Matemática, o estudo apresentado mostra que a maioria dos participantes não possui muitos dos conhecimentos necessários para o sucesso nesta unidade curricular, revelando bastantes dificuldades nas áreas de Álgebra, Geometria e Funções, não tendo conseguido identificar a resposta certa de itens que avaliam conteúdos elementares ao nível do ensino básico. Quando se consideram apenas os alunos dos TeSP que frequentaram um curso profissional do ensino secundário, os resultados são ainda mais preocupantes, como por exemplo: apenas quatro itens do teste foram respondidos corretamente por mais de metade destes alunos (e menos de 71%); não chegou a metade o número de alunos que mostrou ter conhecimentos sobre operações algébricas com frações; só um quarto destes estudantes foi capaz de resolver uma equação do 2.º grau.

Sem qualquer rigor científico, acredita-se que se o TDM, ou outro instrumento de avaliação objetiva análogo, fosse aplicado noutros cursos de TeSP das áreas de tecnologia e de gestão do sistema educativo português, obter-se-iam resultados análogos aos apresentados.

Para facilitar a transição dos estudantes de cursos profissionais do ensino secundário para cursos superiores com Matemática no plano de estudos, importa definir medidas educativas que visem a melhoria contínua e sustentada da aprendizagem da matemática, que permitam reduzir ou evitar posteriores insucessos, inadaptações e mesmo o abandono escolar. Essas medidas teriam de ser aplicadas, de forma concertada, tanto nas escolas que ministram cursos secundários profissionais, focando o prosseguimento de estudos dos seus alunos, como nas instituições de ensino superior que os acolhem.

A identificação das lacunas de formação em matemática dos estudantes quando ingressam nos TeSP, como se fez neste estudo, facilita a definição de práticas pedagógicas em sala de aula e a organização de atividades complementares, desenvolvidas fora da sala de aula, que permitem superar as dificuldades dos alunos,

que podem ser agrupados em função do seu nível de competência. A oferta destas atividades logo no início do curso seria uma oportunidade para os estudantes remediarem muitas das suas dificuldades e conseguirem aprender com sucesso as primeiras matérias da unidade curricular de Matemática. Além disso, seriam esbatidas as diferenças de desempenho entre estudantes da mesma turma, o que contribuiria para o melhor funcionamento das aulas e para a maior motivação do professor em aperfeiçoar as suas práticas para melhorar a aprendizagem dos alunos.

Seria importante desenvolver um estudo sobre as melhores medidas educativas a adotar para diminuir as dificuldades em matemática dos estudantes dos cursos de TeSP, que poderiam ser testadas com o TDM, por se tratar de um teste estandardizado que legitima estudos comparativos, transversais ou longitudinais.

## Bibliografia

- Almeida, L. S., Freire, T. (2008). *Metodologia da investigação em Psicologia e Educação* (5ª ed.). Psiquilíbrios Edições, Braga. Portugal.
- Alves, M., Coutinho, C., A. C. Rocha, A. M., & Rodrigues, C. (2016). *Fatores que influenciam a aprendizagem de conceitos matemáticos em cursos de engenharia: Um estudo exploratório com estudantes da Universidade do Minho*. *Revista Portuguesa De Educação*, 29(1), 259-293.
- American Educational Research Association (AERA), American Psychological Association (APA), & National Council on Measurement in Education (NCME). (2014). *Standards for educational and psychological testing*. American Educational Research Association, Washington, DC.
- ANQEP (2020). Jovens - Cursos profissionais. Obtido em 29 de fevereiro de 2020, de <https://bit.ly/2uFipj6>
- Bigotte, E., Fidalgo, C. (2013). O ensino da Matemática nas licenciaturas de Engenharia: ACAM-Avaliação de competências/ações de melhoria. Obtido em 1 de março de 2020, de <https://bit.ly/2wf5j8C>
- Bloom, B. S. (Ed.). (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I, cognitive domain*. Longmans, Green, New York.
- Bond, T., Fox, C. (2007). *Applying the Rasch model - Fundamental measurement in the human sciences* (2nd ed.). Lawrence Erlbaum Associates, Inc, New Jersey.
- Bressoud, D. (2010). Meeting the challenge of high school Calculus: Introduction. Obtido em 1 de março de 2020, de <https://bit.ly/2TcBsGN>
- DeVellis, R. (2006). *Classical Test Theory*. *Medical Care*, 44(11), 50-59.
- Eurydice (2020). Portugal – Organização do sistema educativo e da sua estrutura. Obtido em 28 de fevereiro de 2020, de <https://bit.ly/2TtLull>
- Guzmán, M., Hodgson, B., Robert, A., Villani, V. (1998). *Difficulties in the passage from secondary to tertiary education*. *Documenta Mathematica*. Extra Volume ICM III (1998), 747-762.

- Haladyna, T., Downing, S., Rodriguez, M. (2002). *A review of multiple-choice item-writing guidelines for classroom assessment*. *Applied Measurement in Education*, 15(3), 309-334.
- Linacre, J. M. (2020). *Winsteps® Rasch measurement computer program User's Guide*. Beaverton, Oregon: Winsteps.com. Obtido em 2 de março de 2020, de <https://bit.ly/2UcQsVK>
- Masola, W., Allevato, N. (2016). *Dificuldades de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na educação superior*. *Revista Brasileira de Ensino Superior*, 2(1), 64-74. Obtido em 27 de fevereiro de 2020, de <https://shorturl.at/nryB8>
- Monteiro, H. (2016). *Conhecimentos de Matemática dos estudantes à entrada do ensino superior de ciências e tecnologia: contributo para a definição de um perfil de exigências*. Tese de doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade do Algarve, Portugal. Obtido em 27 de fevereiro de 2020, de <http://hdl.handle.net/10400.1/9009>
- Monteiro, H., Afonso, M. J., Pires, M. (2013). *Testes de escolha múltipla: Construção de itens*. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática - Actas do Encontro Nacional da SPM 2012*, 53-56.
- Rodríguez, R., Martínez, R., Muñiz, J. (2015). *Guidelines based on validity criteria for the development of multiple choice items*. *Psicothema*. 27(4):388-394. DOI: 10.7334/psicothema2015.110.
- Urbina, S. (2004). *Essentials of psychological testing*. John Wiley & Sons, Inc, New Jersey.

**Helena Monteiro** é Professora Coordenadora no Instituto Politécnico de Tomar, Portugal. É doutorada em Matemática pela Universidade do Algarve, na área da Didática, e membro do Centro de Estudos e Desenvolvimento da Matemática do Ensino Superior (UAlg).  
Email: [helena.monteiro@ipt.pt](mailto:helena.monteiro@ipt.pt)