

---

## Los tratados franceses en la enseñanza del análisis en Colombia (1851-1951)<sup>1</sup>

*Luis Carlos Arboleda*<sup>2</sup>

---

En este trabajo se exponen algunos de los resultados de la investigación que hemos venido adelantando sobre la formación de pensamiento matemático en Colombia en los siglos XIX y XX. Se analizan comparativamente cuatro momentos claves en la recepción, difusión y apropiación de los fundamentos del cálculo infinitesimal:

1. Los tres primeros momentos tienen que ver con los pioneros en la enseñanza del cálculo: José Celestino Mutis y sus alumnos en los años 1770 la Cátedra de matemáticas del Colegio del Rosario, André Bergeron en el Colegio Militar de Bogotá en la década de 1840, y el primer curso sistemático de cálculo diferencial e integral en el enfoque de Cauchy enseñado por Julio Garavito en la Universidad Nacional de Colombia a principio del siglo 20.
2. El cuarto momento se refiere a la enseñanza del ingeniero Jorge Acosta Villaveces en la Facultad de Matemáticas e Ingeniería durante los años 1930 y 1940, que tiene como hecho significativo la publicación del primer texto colombiano de *Análisis Matemático* en 1951.

Cada uno de estos casos particulares se estudia con base en fuentes documentales primarias y publicaciones originales poco conocidas, con lo cual este trabajo pretende contribuir a valorar nuestro patrimonio histórico en matemáticas. Hemos procurado situar cada momento en su respectivo contexto institucional y en su correspondiente fase de profesionalización de las matemáticas. Se ha tratado así

---

<sup>1</sup> Este texto constitui uma primeira versão condensada de capítulo de livro que irá ser publicado em 2007, sobre a matemática moderna nos países ibero-americanos. Nessa obra estarão as referências completas aqui mencionadas.

<sup>2</sup> Grupo de Historia de Matemáticas, Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Ciudad Universitaria-Meléndez, Cali. Colombia. E-mail: [arboleda@univalle.edu.co](mailto:arboleda@univalle.edu.co)

mismo de caracterizar las prácticas pedagógicas asociadas con los distintos tipos de enseñanza del cálculo en los establecimientos de educación superior.

La investigación se adelantó sobre materiales educativos producidos en Colombia dentro de procesos de enseñanza inspirados en tratados y planes de estudio franceses. Nos hemos apoyado para ello en la tipología elaborada por el matemático e historiador francés Martín Zerner. De esta tipología hemos retenido la periodización y la caracterización de las tres generaciones de los tratados franceses que de una u otra manera representaron la influencia francesa en la enseñanza del cálculo dentro en las instituciones seleccionadas en nuestro estudio. Estos son tales tratados junto con los intervalos en donde se sitúan sus correspondientes ediciones: (I) Lacroix (1802-1881) y Boucharlat (1813-1891), (II) Duhamel (1856-1886), Sturm (1857-1929), (III) Bertrand (1864), Serret (1868-1911), Jordan (1ª ed.)(1882) y (III) Tannery (1886-1904), Jordan (2ª ed.)(1893), Goursat (1902-1942), Humbert (1903). Entre todos ellos los más significativos en este trabajo sobre la transformación de la cultura de los fundamentos del análisis en Colombia, son Boucharlat, Sturm y Humbert. El criterio rector para establecer esta tipología es el es el principio de sustitución de las cantidades infinitamente pequeñas, el cual fue introducido por Jean-Marie-Constant Duhamel en su tratado de 1856 como resultado de la enseñanza de sus cursos de análisis en la década anterior, y que en una de sus primeras formulaciones dice lo siguiente:

“El límite de la suma o de la razón entre cantidades infinitamente pequeñas no cambia si se reemplaza estas cantidades por otras cuyas razones con las primeras tienen por límites respectivamente la unidad”.

Durante los cien años que van desde que Bergeron enseñó su curso de cálculo diferencial en el Colegio Militar, hasta la publicación del libro de Acosta en la Universidad Nacional, se aclimató en el país una cultura sobre los fundamentos del análisis de corte esencialmente francesa. Los planes de estudio de los colegios e instituciones universitarias legitimaron esta influencia, por lo menos en lo que se

refiere al último año de la formación en cálculo diferencial, integral, ecuaciones diferenciales (en épocas más recientes) y mecánica racional. En nuestras instituciones circularon textos de análisis de primera, segunda y tercera generación que venían precedidos del prestigio de haber sido empleados para la enseñanza en escuelas y facultades francesas.

Sin embargo, las concepciones de los pioneros de esta enseñanza, las prácticas pedagógicas de naturaleza operatoria e instrumental, los débiles intercambios con los medios matemáticos internacionales, la precariedad de monografías y memorias originales en nuestras bibliotecas y la casi inexistente demanda interna de conocimientos avanzados en matemáticas puras y aplicadas, favorecieron que esta cultura llevara la impronta del libro más influyente del período estudiado por nosotros: el curso de Sturm, una obra de segunda generación. Esta situación es la misma aún en la etapa de los años 1940 cuando en el marco de esta cultura operatoria, se expresaron tímidamente corrientes de rigor del análisis pertenecientes a textos de la tercera generación como el de Humbert. Estos libros se encontraban de tiempo atrás en las bibliotecas públicas y privadas en donde nuestros profesores y estudiantes más aventajados los consultaron para su formación personal; pero no por ello se generó algún interés en apropiarse de tales obras para transformar cualitativamente las muy conservadoras prácticas pedagógicas.

Una situación algo distinta se presentaba por la misma época en otros países latinoamericanos. En Perú, por ejemplo, en donde el estudio de las matemáticas en la Universidad Católica de Lima era entonces reconocido por su alto nivel, se publicó en 1945 un completo curso en dos volúmenes de análisis matemático. Por su factura esta obra parece ubicarse en el nivel de tercera generación según la rejilla analítica de Zerner. Su autor, Cristóbal Losada y Puga, catedrático de esa universidad y célebre hombre público, se doctoró en ciencias matemáticas en la Universidad de San Marcos de Lima en 1923 con una tesis sobre teoría de curvas. También se

graduó de Ingeniero de Minas en la Escuela de Ingenieros. Como resultado de la enseñanza de varios años en estas instituciones y en la Universidad Católica, produjo su Curso de Análisis Matemático, tal vez la más conocida de sus publicaciones.

En el prólogo, Losada y Puga explica que éste se originó en la necesidad de “poner al alcance de mis alumnos aquellos puntos teóricos que no suelen encontrarse tratados en los textos corrientes de cálculo”; se refiere a los fundamentos de la teoría de conjuntos, la teoría de los números reales y la teoría de funciones continuas. En particular reconoce las filiaciones de los capítulos de su tratado sobre las funciones continuas, con el “gran *Cours d’Analyse Mathématique* del maestro francés Édouard Goursat”. También dice haber consultado en la elaboración de su libro todos los tratados clásicos de análisis franceses que “como todos lo saben y reconocen, (es en esto) la maestra del mundo”. El curso de Losada y Puga responde al *desideratum* de su autor de presentar a sus alumnos en español “una exposición amplia y rigurosa del Análisis, que permita abordar primero el estudio de las obras monográficas y luego el de las memorias originales de los investigadores, así como por otra parte resolver las cuestiones –a menudo arduas– que plantean las ciencias aplicadas”.

Losada y Puga consideraba que el principio de sustitución de infinitesimales era legítimo y aportaba claridad en ciertas “cuestiones arduas” del cálculo, y por ello abogaba por su empleo en la enseñanza. En el *Curso* el autor introduce el principio de Duhamel al inicio del primer volumen, en la parte correspondiente a las derivadas e infinitesimales, a partir de lo cual se desarrollan en seguida las aplicaciones de la diferenciación a las tangentes, máximos y mínimos y velocidades. El hecho no deja de ser sorprendente para una obra que se reclamaba en la introducción del paradigma francés de tratado moderno de análisis y que, tanto por la claridad y rigor de su exposición como por la calidad de su edición, aspiraba a justo título a ser utilizada como texto de enseñanza en el Perú y otros países.

El recurso privilegiado a este tratamiento se justificaba en el siguiente planteamiento de Losada y Puga:

“Incluso los más rigurosos de los aritmetizantes (*sic*, en clara alusión a los seguidores del enfoque de aritmetización del análisis de la escuela de Weierstrass), quienes no le confieren a la intuición ningún derecho como elemento demostrativo, y que desconfían de ella, creo que estarían dispuestos a aceptarla al menos como un elemento auxiliar de explicación, particularmente asequible y claro”.

Otro es el punto de vista de los autores de textos de la tercera generación como Jordan y Goursat, en los cuales dice basarse el curso de Losada y Puga. Los cursos de segunda generación como Duhamel, Sturm y Serret empleaban el principio de manera natural cada vez que se trataba de calcular límites asociados con problemas como la rectificación de curvas o el cálculo de áreas. Jordan introducirá un tratamiento alternativo mediante el enunciado de teoremas, por ejemplo, sobre las condiciones necesaria y suficiente que debe cumplir una curva expresada en su forma paramétrica para ser rectificable, y su demostración basada en el empleo estricto de técnicas aritméticas en el lenguaje  $\varepsilon$ - $\delta$ . Goursat hace suyo el tratamiento formal y analítico de Jordan en ésta y otras materias de teoría de curvas, un asunto que como hemos visto era del mayor interés para Losada y Puga. Precisamente Goursat plantea lo siguiente que viene bien a propósito de la opinión del carácter “auxiliar de explicación” de la intuición geométrica de curva:

“el razonamiento no hace más que confirmar la intuición geométrica, pero no hay que creer que ello siempre es así. Peano ha dado un ejemplo bien curioso de una curva plana que tiene la siguiente propiedad singular. Cuando se hace variar el parámetro  $t$ , el punto de coordenadas  $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$  coincide sucesivamente con *todos los puntos interiores de un cuadrado*. Si citamos este resultado es para mostrar hasta dónde la noción analítica de curva es más compleja que la noción vulgar”. [Goursat (1910), vol. 1, p. 30]

Por lo que parece, la estrategia pedagógica de Losada y Puga de recurrir a la intuición geométrica de lo infinitesimal cada vez que se hiciera necesaria, iba de hecho en contravía de uno de los propósitos centrales del patrón de texto francés de tercera generación que parece haber moldeado su enseñanza en las universidades de Lima y la propia escritura de su *Curso de Análisis Matemático*.

Pero, como también lo hemos constatado en el caso de Acosta Villaveces, ni la cuestión de determinar el nivel de rigor de la organización del material de los cursos de cálculo diferencial e integral, ni mucho menos su aplicación en estrategias de enseñanza, admitían respuestas simples ni uniformes en contextos institucionales y profesionales tan diferentes como los de las universidades de Bogotá, Lima y París.

Mientras a mediados de los años 1940 la enseñanza en nuestros países sigue, con las variantes que se han señalado, el patrón de libros de tercera generación como el Goursat, en Francia se está gestando desde hace una década un distanciamiento radical con respecto a ese patrón. Los textos de tercera generación y concretamente el Goursat, ya no satisfacían las expectativas de la generación de matemáticos como Weil, Cartan, Chevalley, Delsarte, Dieudonné y Mandelbrojt, varios de ellos egresados de la influyente y prestigiosa Escuela Normal Superior de París, y quienes como miembros de la élite matemática de entonces aseguraban la enseñanza del análisis en París y en las universidades de provincia. Sus intereses iban en la dirección de sistematizar los conocimientos matemáticos universitarios en una obra con una organización temática y un estilo distintos a la factura clásica de los textos utilizados por sus maestros Hadamard, Denjoy, Borel, Lebesgue, Montel, Julia y Fréchet.

La idea de producir un tratado de análisis alternativo al Goursat se convertiría en un ambicioso programa para elaborar el tratado *Éléments de mathématique* como un emprendimiento colectivo del célebre grupo Bourbaki. De acuerdo con el testimonio de un miembro del grupo, Armand Borel,

“En 1934 A. Weil y H. Cartan eran Maîtres de Conférences (el equivalente a profesores asistentes) en la Universidad de Estrasburgo. Su función principal era, obviamente, la enseñanza del cálculo diferencial e integral. El texto estándar era el *Traité d'Analyse* of E. Goursat que les parecía deficiente en varios aspectos. Cartan asediaba frecuentemente a Weil con preguntas sobre cómo presentar este material; de manera que para resolver el asunto de una vez por todas, Weil propone escribir entre ambos un nuevo *Traité d'Analyse*. Esta sugerencia se hizo pública y rápidamente un grupo de unos diez matemáticos comenzó a reunirse regularmente para planear este tratado. Pronto se pusieron de acuerdo que el trabajo sería colectivo sin ningún reconocimiento a las contribuciones individuales. En el verano de 1935 se escogería el seudónimo de Nicolás Bourbaki”.

Por distintos factores como el aislamiento relativo de la actividad real de los centros académicos franceses, los eventos de la guerra y la propia dinámica de las instituciones universitarias en nuestros países, este proceso de transformaciones radicales en la investigación y en la enseñanza de las matemáticas escapó a la consideración de las élites de Bogotá y Lima. Habrá que esperar la siguiente década, la de los años 1950, para que estos acontecimientos sean reconocidos y empiecen a incidir en transformaciones en la enseñanza del análisis y de las matemáticas en general, dentro de entornos institucionales distintos, y a través de las relaciones que establecerían con Bourbaki algunos de los matemáticos e ingenieros formados por la generación de Acosta Villaveces, y Losada y Puga.