UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Marzo de 2007, Número 9, páginas 83-99
ISSN: 1815-0640

Coordinado por
Agustín Carrillo de Albornoz

Geometría Dinámica para el análisis de obras de arte

José Antonio Mora Sánchez

Resumen

Este artículo utiliza el software de Geometría Dinámica para el análisis de obras de arte. A la capacidad de este tipo de software para generar figuras en movimiento y diseños interactivos, se amplia ahora la posibilidad de colocar una imagen en la pantalla de dibujo para estudiarla, marcar líneas y polígonos, trazar paralelas y perpendiculares, medir y realizar transformaciones para observar pautas, simetrías y relaciones. Esto permite conectar dos áreas de conocimiento que en muchos momentos de la historia han ido unidas: el arte y las matemáticas, y que esa conexión esté al alcance de los estudiantes. En palabras de Alberto Durero: *las matemáticas, las más precisas lógicas y gráficamente constructivas de todas las ciencias, deben ser un ingrediente importante del arte.*

Abstract

This article uses the Dynamic Geometry software in order to analyse the works of art .Until this moment, this kind of software had the ability to create figures in motion and interactive designs, but now, so as to examine guidelines, symmetries and proportions, there is also the possibility to study an image placed on the drawing screen, to mark lines and polygons, to draw parallel and perpendicular lines and to measure and transform. This process allows the connection of two knowledge areas that have been together many times in the history, which are: art and mathematics. This connection can also be operated by students. Quoted from Alberto Durero: *"mathematics, the most accurately, logically and graphically constructive science, should be an important ingredient of art".*

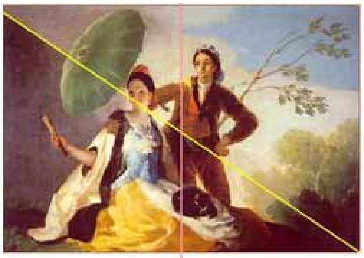
Introducción

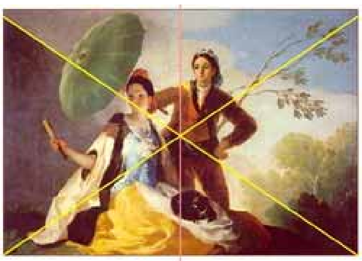
En la página de Internet *Geometría Dinámica y Calculadoras Gráficas en Matemáticas* –http://jmora7.com/ -, se pueden revisar antecedentes de este nuevo trabajo dedicado a las obras de arte. Allí se exponen algunas muestras del uso de la geometría dinámica para la creación de figuras animadas e interactivas en campos diversos como el estudio de los mosaicos en la Alhambra -*La Mitad del Cuadrado*-, el diseño de poliedros -*Construcción de un Omnipoliedro*-, la utilización de los mecanismos en la tecnología –*Geometría y Mecanismos*-, y también las mismas matemáticas –*Coordenadas con Cabri II*-. El objetivo de todos estos trabajos es establecer relaciones entre las matemáticas y otras áreas de conocimiento, pero estas conexiones no sólo se encuentran en conceptos implicados, sino que también aparecen en los métodos que se utilizan y además suponen el establecimiento de lazos afectivos para los alumnos que aprenden matemáticas. Si los conocimientos se desarrollan en un contexto conocido y agradable para el alumno, el lógico que también mejore su rendimiento en los contenidos geométricos.

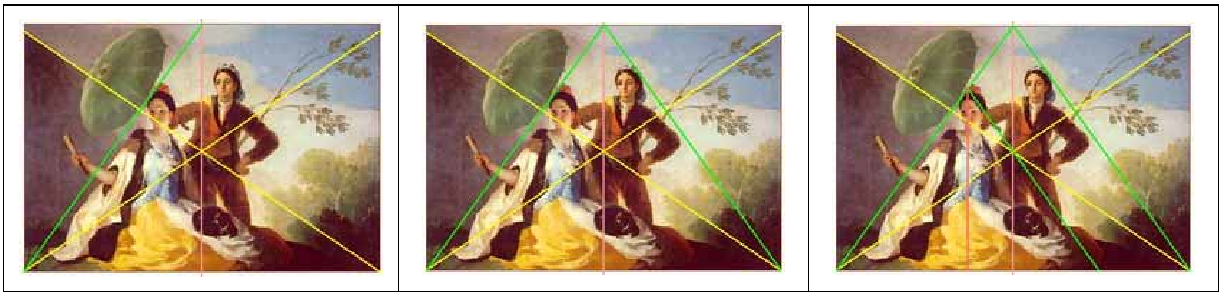
El análisis que se realiza de cada obra vendría a suponer el proceso inverso al realizado por el artista: si él reúne, organiza y distribuye los elementos, las formas y los colores para componer la obra, nosotros haremos lo contrario, diseccionaremos su obra en la búsqueda de una idea inicial que, conscientemente o no, el artista tenía en su mente previamente y después ha ido evolucionando durante su realización. Con ello pretendemos acercarnos al tipo de conocimientos y técnicas que disponía y sus intenciones. Los esquemas geométricos realizados parten de los estudios de Capdevila (1992) y Bouleau (1996).

Se han seleccionado algunos cuadros que utilizan diferentes polígonos para componer la estructura: el triángulo (Goya y Rafael), el cuadrado (Ghirlandaio), el hexágono (P. de la Francesca), el rectángulo (Velázquez y Seurat) o el círculo (TIziano). Es un conjunto de obras de distintas épocas y estilos a las que aplicamos modernas técnicas informáticas que permiten sacar a la luz lo que C. Bouleau llama *la geometría secreta de los pintores*, en un futuro se ampliará este tipo análisis a otros autores, con el objetivo de profundizar en el trabajo de artistas y matemáticos que han querido ver reflejada en las obras de arte su pasión por las matemáticas. Y esto no debe extrañarnos porque los matemáticos solemos pensar en nuestra tarea en términos en cierto modo artísticos, hablamos de la belleza de los razonamientos, buscamos que nuestras ideas se puedan trasladar y transformar para ocuparse de situaciones semejantes y nos fascina cuando encontramos la periodicidad o la simetría en nuestros modelos de la realidad.

El procedimiento seguido para mostrar los elementos geométricos se plantea como una secuencia de seis pasos que desvela progresivamente la estructura de la obra, en cada uno se muestran nuevas líneas y figuras. Está diseñado mediante un applet java que dispone de una especie de "mando" a la derecha que se sube y baja haciendo de interruptor para que aparezcan los trazos que se superponen a la imagen del cuadro y a los dibujos realizados anteriormente. Lo veremos en una secuencia de imágenes realizada sobre *El quitasol* de Goya. Las explicaciones a las líneas las veremos más adelante como el primero de los cuadros analizados.







Cada salto de la imagen hace aparecer un nuevo elemento que desvela una posible idea geométrica del pintor. Después de este estudio ya no veremos la obra de la misma forma en que lo hacíamos antes, cada nuevo conocimiento que adquirimos sobre el cuadro hace que cambie nuestra relación con él: el muro de la izquierda que antes podía pasar más desapercibido, ahora se hace más patente, la rama de la derecha ya no está puesta al azar, su presencia cumple un objetivo, el de equilibrar las zonas superior derecha e izquierda del cuadro y las formas triangulares llevan nuestra mirada hacia los personajes.

Los diseños se hicieron inicialmente con el programa Cabri II. La aparición de la versión plus ofrece la posibilidad de introducir un archivo de imagen y colocarlo en la zona de dibujo insertado dentro de un rectángulo que sirve de sistema de referencia para añadir puntos y trazar líneas. El problema de Cabri en las fechas en que se escribe este artículo –octubre de 2006-, es que todavía no ha resuelto la exportación de archivos hacia applets java insertados en una página web y esto es una dificultad grande en un trabajo de este tipo porque obliga al lector a disponer del programa en su ordenador y tener unas nociones mínimas de su manejo, mientras que el applet se puede abrir en cualquier ordenador que disponga de un navegador y la manipulación no requiere de conocimientos previos.

Este inconveniente ya lo ha resuelto Geogebra, un gran programa de geometría dinámica con la ventaja añadida de ser de código libre. Los puntos de partida de estos dos programas son diferentes: Cabri es un programa de geometría que podríamos llamar “puro” por trabajar con objetos geométricos (puntos, líneas, polígonos, etc.) y sus relaciones (paralelismo, perpendicularidad, isometrías, etc.), la geometría de coordenadas es para Cabri algo añadido a lo anterior. Por el contrario, Geogebra remite desde el principio a la geometría de coordenadas con una ventana algebraica que mantiene a la vista los valores que toman las variables y las coordenadas de los puntos en cada momento, esto lo hace especialmente apto para el estudio de funciones ya que las relaciones entre gráfica y expresión algebraica aparecen más evidentes. Para el dibujo con regla y compás supone algunas pequeñas dificultades fácilmente resolubles si cambiamos un poco la forma de pensar y el tipo de razonamientos que utilizamos.

Llegados a este punto se puede seguir la lectura del artículo en este documento o hacerlo en la versión de Internet. La ventaja de hacerlo en la web es que mientras en la versión escrita de este artículo que sigue aquí aparecen para cada obra la imagen limpia del cuadro y la “decorada” con los puntos, líneas y figuras superpuestas, cuando lo hacemos en las páginas html disponemos de applets java que permiten que interactuemos sobre el diseño realizado sobre las obras de arte para que aparezcan poco a poco los trazos realizados para resaltar los elementos geométricos de la composición.

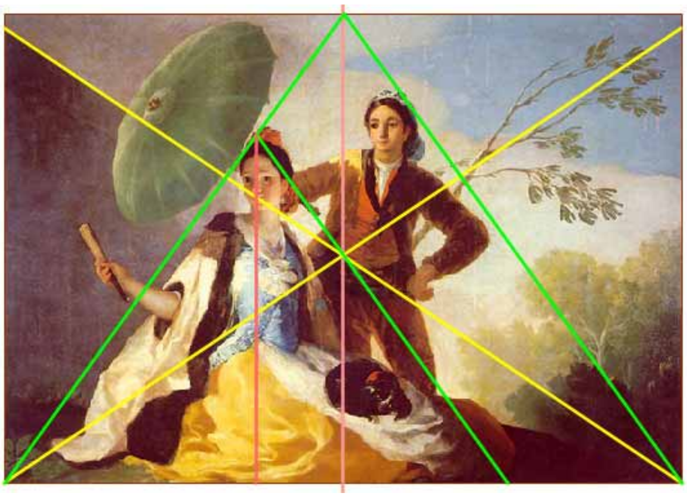
Para seguir la lectura en las páginas de Internet, ir a la dirección:

http://jmora7.com/Arte/arte.htm

Goya. El quitasol. 1777. Museo del Prado. Madrid

El quitasol forma parte de una serie de cartones para tapices.

(1) Al iniciar el estudio geométrico de la composición, resalta en primer lugar el gran muro que se encuentra a la izquierda, si lo prolongamos, comprobaremos que la línea (amarilla) se dirige al vértice inferior derecho del cuadro.



(2) Trazamos la mediatriz que divide verticalmente el rectángulo del cuadro en dos partes iguales y trazamos a la derecha **(3)** el segmento simétrico al muro (1) respecto de la mediatriz (2). Las ramas de la derecha que aparecen detrás del hombre tienen la inclinación de esta línea.

(4 y 5) Las diagonales de los dos rectángulos surgidos al trazar la mediatriz en (2) revelan la estructura triangular de la composición, los dos personajes quedan casi completamente enmarcados por esta figura.

(6) Construimos un segundo triángulo que envuelve a la mujer, dos de los lados están situados sobre los del triángulo anterior, mientras los terceros lados son paralelos.

Volveremos a ver una composición muy parecida con dos triángulos semejantes en *Las meninas* de Velázquez.

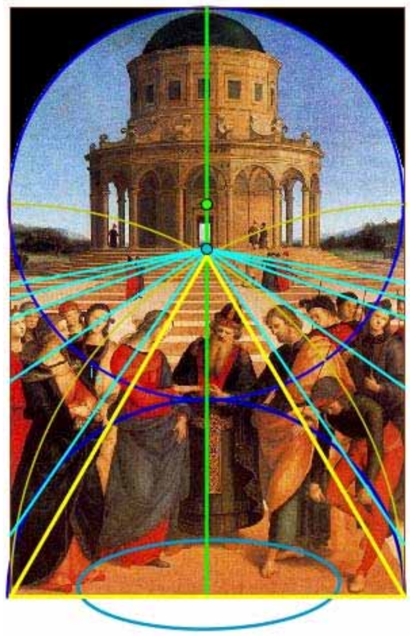
Rafael. Los desposorios de la Virgen. 1504. Museo de la pinacoteca de Brera. Milán

El cuadro está basado en una de las obras maestras de Perugino en el tratamiento de la perspectiva: *La entrega de las llaves*.

(1) El eje de simetría del edificio posterior divide verticalmente el cuadro en dos partes iguales.

(2) Terminamos de dibujar la circunferencia tangente a los lados laterales y al lado superior del cuadro.

(3) Las dimensiones del cuadro son 1x1.5 lo que permite dibujar una semicircunferencia que tiene por diámetro el lado inferior y será tangente a la dibujada en (2)



(4) Trazamos un triángulo equilátero que tenga por base el lado inferior del rectángulo. El vértice superior se sitúa en las escaleras del edificio. Los lados marcados en amarillo son paralelos a las líneas de fuga de los límites del pavimento central de mármoles que se han dibujado en dos colores para resaltar la perspectiva. Con esto se consigue dar una referencia espacial entre las figuras próximas y la edificación del fondo.

(5) Los pies de los personajes están distribuidos alrededor de una elipse en la parte inferior del cuadro.

(6) Trazamos las líneas que se unen en un único punto de fuga situado un poco más arriba del vértice del triángulo equilátero (4), en la puerta del edificio.

Ghirlandaio. Adoración de los Magos, 1488. Galería de los Uffizi. Florencia

Ghirlandaio parte del círculo como marco de la obra e inscribe en él otras figuras geométricas que irán definiendo la composición

(1) Inscribimos en el círculo un cuadrado (amarillo) tomando como punto de partida el extremo izquierdo de la cornisa del edificio, los otros vértices se sitúan en zonas perfectamente diferenciadas del cuadro.

(2) Trazamos un nuevo cuadrado (verde) mediante un giro de 45º alrededor del centro del círculo. Los vértices de los dos cuadrados que se han dibujado lo serán también de un octógono regular.

(3) Dibujamos las diagonales del octógono que resulten horizontales o verticales, esto dará lugar a dos rectángulos (en colores naranja y rosa)

(4) Señalamos las diagonales (en azul) del rectángulo rosa, estos segmentos marcan la posición de muchos de los personajes que se distribuyen a lo largo de esta línea.

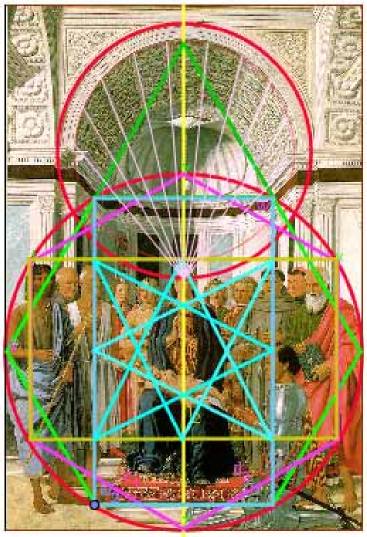
(5) Las diagonales (fucsia) del otro rectángulo (naranja) también distribuyen a los personajes.

(6) La intersección de los dos rectángulos dibujados en (2) y (3) es un cuadrado en el que podemos inscribir una circunferencia (blanco) que contiene al grupo principal: la Virgen, el Niño y uno de los Magos.

Pietro della Francesca. Madonna con niño y santos (Cuadro del huevo). 1475. The Nacional Gallery. Londres.

Pietro Della Francesca es un estudioso de la geometría a la que dedicó los últimos años de su vida. Se dedico a plasmar sus reflexiones en sus obras de arte. Una de sus obras más conocidas *es Madonna con Niño y santos*, también llamado *Cuadro del huevo* por el huevo de avestruz -símbolo de la fertilidad-, que cuelga de la bóveda.

(1) Se dibuja el eje de simetría del edificio. Además, como el cuadro tiene unas dimensiones de 1x1.5. Cuando trazamos una circunferencia tangente al lado inferior y a los laterales, recoge a todos los personajes. El punto de intersección de la circunferencia con el eje de simetría indica el comienzo del tercio superior dedicado a la arquitectura del edificio.



(2) Dos circunferencias con centro en la intersección del segmento vertical con la línea de impostas dibujan la bóveda del edificio. También se han dibujado las líneas de fuga que confluyen en un único punto situado en los ojos de la Virgen.

(3) Dos hexágonos regulares inscritos en la primera circunferencia enmarcan a los personajes. La prolongación de dos lados alternos del hexágono verde hace aparecer un triángulo equilátero que revela la altura de la bóveda.

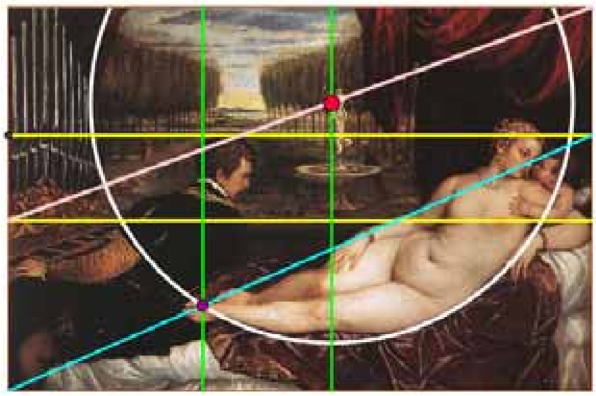
(4) y (5) Los vértices de los dos hexágonos determinan un dodecágono regular (ya ocurría algo parecido en el cuadro de Ghirlandaio cuando un octógono regular surgía de dos cuadrados concéntricos). A partir de los vértices del dodecágono podemos construir dos rectángulos que tienen sus lados verticales u horizontales. Uno de ellos (amarillo) determina la altura de los personajes, mientras que el otro (azul) se centra en la Virgen y el Niño. La intersección de estos dos rectángulos es un cuadrado

(6) El polígono estrellado sobre los vértices y los centros de los lados del cuadrado interno hace resaltar la figura de la Virgen, su manto está diseñado por dos de las líneas e incluso el Niño está acostado sobre una de las diagonales.

En cada uno de los lados verticales de ese cuadrado hay dos personajes, el de la derecha es Luca Pacioli, alumno de Pietro Della Francesca.

Tiziano. Venus y el organista. 1547. Museo del Prado. Madrid

Tiziano sigue las normas de Alberti que inicialmente se diseñaron para la arquitectura, pero pronto se trasladaron a otras artes: pintura, escultura, música o el estudio de las proporciones humanas. Para Alberti la composición es la disposición armoniosa de las distintas superficies en el lugar que les corresponde. Uno de los primeros en utilizar este tipo de proporciones para componer sus cuadros es Boticelli (*La primavera, el nacimiento de Venus*). Aquí se ha seleccionado *Venus y el organista* de Tiziano por la sencillez con la que aplica estas normas y también porque llega más lejos con la introducción de líneas curvas y otros elementos. Tiziano distribuye los personajes según la proporción 4/6/9 referidos a los lados del cuadro.



(1) Dividimos los lados del cuadro en 9 partes iguales y se marcan comenzando en los extremos inferior izquierdo el vertical y superior derecho el horizontal.

(2) Señalamos los segmentos horizontales sobre las marcas 4 y 6 (V_4 y V_6) para delimitar la región donde se encuentran los rostros de los personajes.

(3) El segmento vertical en H_4 sitúa el eje de la fuente y el de H_6 corresponde a la posición del organista.

(4) Construimos un segmento (azul) que parte del vértice inferior izquierdo hasta V_6, como vemos determina gran parte de la zona superior del cuerpo de Venus.

(5) Otro segmento paralelo al anterior (rosa), que parte del extremo superior derecho para llegar a V_4

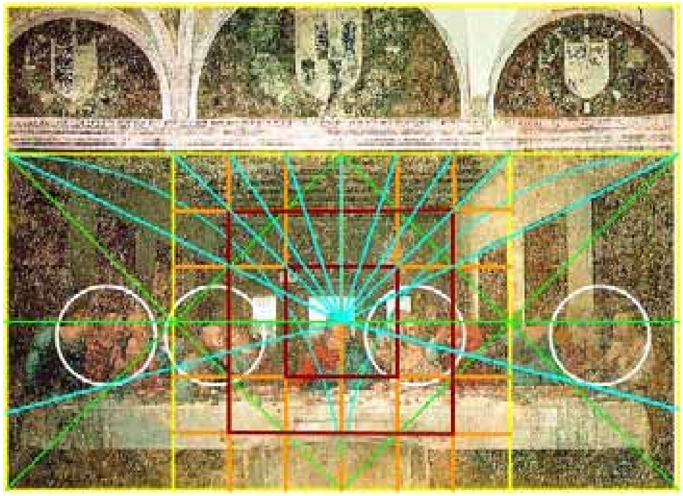
(6) Venus descansa sobre una circunferencia. Para dibujarla con exactitud es preciso situar el centro, que estará colocado en el punto de intersección de V_6 con la línea obtenida en (4). El radio lo marca el punto de intersección de la V_4 con la línea obtenida en (5)

Leonardo da Vinci. La última cena. 1497. Monasterio de Santa María delle Grazie de Milán

La Última Cena sigue una composición "transparente", es aparentemente muy sencilla, aparentemente es muy fácil de analizar, porque se sustenta en una superposición de cuadrados. Para empezar, si quitamos los tres arcos de la parte superior, las dimensiones de la parte inferior es 2x1 de forma que la escena se encuadra en un doble cuadrado que tiene por centro la figura de Cristo.

(1) Dividimos el rectángulo en dos cuadrados.

(2) Trazamos sus diagonales. Consideramos el cuadrado formado por las dos mitades centrales, sus diagonales son las que determinan el techo de la estancia.



(3) Se dividen los lados del cuadrado central en seis partes iguales formando una cuadrícula 6x6. En la parte superior nos da las divisiones del artesonado del techo.

(4) La cuadrícula forma dos nuevos cuadrados (rojo oscuro), ambos con el mismo centro y cuyos lados y vértices descansan sobre la cuadrícula marcada en el paso anterior. El más pequeño alberga la figura de Cristo y el mayor delimita la pared del fondo.

(5) Las líneas de fuga (azul) confluyen en el ojo de Cristo. En la parte superior resaltan el artesonado del techo, las diagonales del cuadrado central señalado en (2) son las líneas de fuga que marcan la unión de las paredes laterales con el techo, las diagonales del rectángulo grande son las que delimitan los lados superiores de los cuadros de las paredes laterales.

(6) Los apóstoles se agrupan de tres en tres en cada una de las cuatro partes en que se divide la escena. Se encuentran en un estado de agitación, esto se debe a que la escena representada por Leonardo es el momento siguiente al anuncio de Cristo de que uno de sus discípulos lo va a traicionar.

Como se ha visto, la composición del cuadro es muy sencilla, pero el resultado no puede calificarse de simple ya que está lleno de ambigüedades. La estancia representada tiene una gran profundidad si analizamos solamente la mitad superior, en cambio, en la parte inferior niega esa sensación de profundidad colocando una gran mesa a modo de friso casi plano. La sensación de que podríamos entrar en el cuadro se incrementa porque fue diseñado para la pared norte del comedor del monasterio de Santa María delle Grazie de Milán de forma que la escena debía parecer que era una prolongación de la sala. Cristo debía presidir ambas salas: la ficticia pintada en el cuadro y la real del comedor, para conseguirlo ha sido representado a mayor escala que el resto de los personajes. Pero aún hay más, como el punto de fuga está situado en e ojo de Cristo, a 4,5 metros de altura respecto del suelo del comedor, la perspectiva obliga a nuestro cerebro a realizar una concordancia entre la situación real de la estancia y la representada en el cuadro y provoca un efecto óptico de elevación del observador.

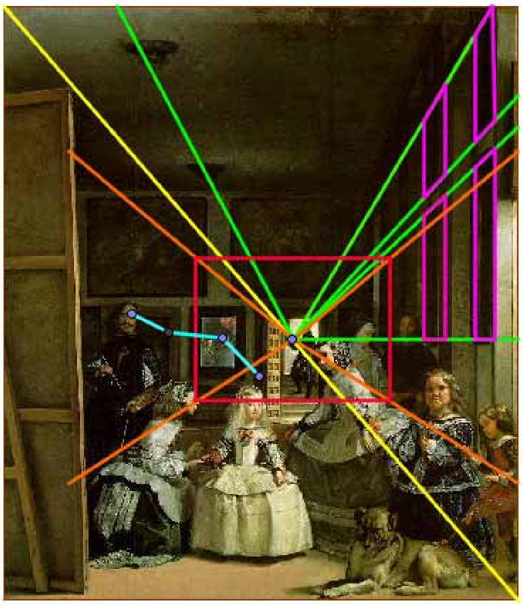
Velázquez. Las meninas. 1656. Museo del Prado. Madrid.

Animación 1. Perspectiva.

Representa una escena cotidiana en la corte, el mismo título entraña una contradicción ya que antepone los sirvientes a los amos –las damas de la corte a la infanta y los reyes-. Es un cuadro lleno de ambigüedades, unos críticos se inclinan a que representa una intromisión casual de la infanta y su séquito en las estancias en las que el pintor realiza un cuadro de los reyes. Los reyes se encontrarían del lado del espectador porque están siendo retratados y además los vemos reflejados en el espejo del fondo. Otros piensan que el pintor está retratando una escena cotidiana de la infanta y los miembros de la corte y que son los reyes los que acaban de entrar en la estancia.

En la página de Internet Mirar un cuadro del Museo del Prado dedicada a Las Meninas hay una interesante disección del cuadro escena a escena.

La perspectiva de las Meninas tiene un punto de fuga situado en el brazo del aposentador José Nieto que se encuentra al fondo a punto de atravesar la puerta que da a una estancia y que es a la vez uno de los puntos por los que la luz entra a la sala –el otro es la ventana más próxima de la derecha-, de esta forma el espacio tiene una prolongación más allá de la pared del fondo lo que le da mayor profundidad.



(1) Trazamos la diagonal del cuadro y situamos en ella el punto de fuga que está situado en el brazo del personaje del fondo.

(2) Dibujamos algunas de las líneas de fuga: las que limitan los cuadros que hay entre las ventanas de la pared de la derecha, el techo y las dos lámparas de la parte superior izquierda.

(3) Construimos los rectángulos de los cuadros de la pared derecha, que en la representación serán trapecios con dos lados verticales y los otros dos sobre las líneas de fuga del apartado anterior.

(4) Con una de las líneas de fuga y sus simétricas respecto de dos ejes, uno vertical y otro horizontal que pasan por el punto de fuga, representamos un rectángulo que podemos modificar de tamaño como si fuera un gran cristal rectangular que desplazamos perpendicularmente al suelo adelante y atrás en la estancia. A la izquierda se ha colocado un deslizador que nos permite manipular la distancia a la que colocamos el cristal, con ello simulamos en la imagen lo que sería una traslación en la realidad y que aquí se convierte en una homotecia con centro en el punto de fuga.

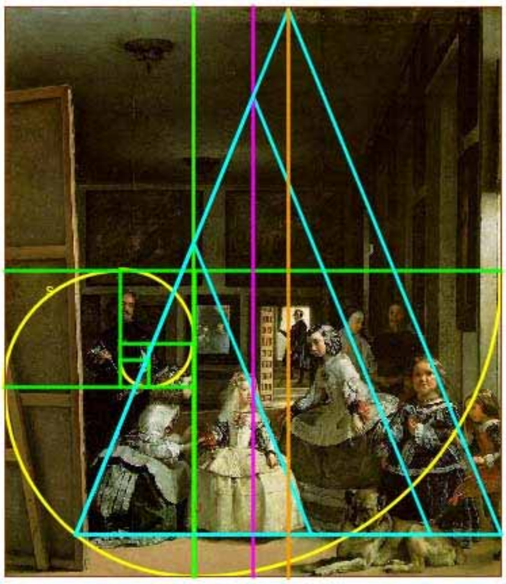
(5) Intentamos averiguar la posición de los reyes para que su imagen sea reflejada en el espejo del fondo, vuelva después a otro espejo mucho mayor que estaría situado en la pared del espectador y después se dirija al ojo del pintor. También aquí se han colocado dos deslizadores pequeños: uno a la derecha y otro en la parte inferior que nos permite variar la posición de los reyes arriba-abajo e izquierda-derecha y comprobar la composición de reflexiones especulares.

La posición correcta para mirar este cuadro sería colocarnos detrás de los reyes a una distancia igual a la reflejada entre el espejo y el pintor. Aún podríamos mejorarla situándonos de espaldas al cuadro y mirándolo a través de un espejo

Animación 2. Proporción áurea

La perspectiva en el cuadro de Las Meninas se ve reforzada por el tratamiento que da Velázquez a la luz, hay unas figuras –la infanta y las meninas-, más iluminadas mientras otras pierden no sólo luz, sino también definición en los trazos como es el caso de Diego Ruiz de Azcona –de pie a la derecha-, cuyo rostro está a duras penas bosquejado. Parece que Velázquez no lo tenía en gran estima.

Después del estudio de la perspectiva en Las meninas, realizamos un nuevo acercamiento a la obra a partir de una idea planteada en el programa número 36 de Redes (TVE) dirigido por Eduardo Punset dedicado a la proporción áurea. En una de las secciones del programa dedicada a las ideas de Dalí acerca del cuadro de Las meninas, Rafael Pérez expone una interesante idea acerca a la forma en que el aire entra en la estancia. Si construimos un rectángulo áureo con el lado inferior del cuadro, el famoso aire de las pinturas de Velázquez entraría por la ventana que hay abierta por la derecha y la espiral podría describir la trayectoria que sigue hasta llegar a la paleta del pintor. Aprovecharemos también para introducir otro elemento compositivo que encontramos en el cuadro y que ya vimos en El quitasol, aquí Velázquez introduce tres triángulos isósceles y semejantes



(1) Dibujamos un rectángulo según las proporciones áureas con uno de sus lados en el inferior del cuadro. A partir de ahora iremos quitando cuadrados para quedarnos con el rectángulo restante que también tiene la propiedad de ser áureo. A la vez iremos dibujando los arcos sobre los cuadrados eliminados para construir la espiral áurea.

(2) (3) y **(4)** Seguimos quitando cuadrados para construir la espiral

(5) En este paso la espiral áurea y con ella el aire que entra por la ventana de la derecha llegan a la paleta del pintor.

(6) Se han trazado tres triángulos semejantes que enmarcan las zonas centrales más iluminadas, el más grande recoge a la mayoría de los personajes (sólo faltan Nicolasillo y el propio pintor), el siguiente enmarca las tres figuras centrales: la infanta Margarita y las dos meninas: María Agustina Sarmiento a la izquierda e Isabel de Velasco a la derecha. Los triángulos son isósceles porque la inclinación de los cuerpos es parecida. El triángulo más pequeño es el que incluye a la infanta y a una de las meninas, encontramos una coincidencia con la espiral áurea trazada en los pasos anteriores: que su eje de simetría está situado sobre el primero de los segmentos verticales dibujados en la construcción (1) de la espiral áurea.

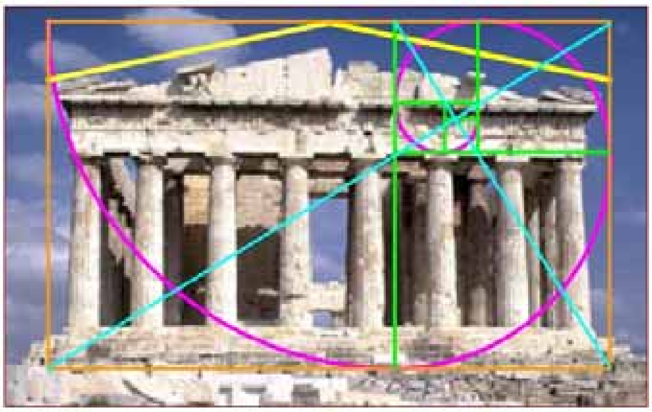
Ictinio y Calícrates (arquitectos) y Fidias (escultor). El Partenón. Del 447 al 432 a.c. Atenas

El Partenón es uno de los templos de la Acrópolis dedicado a la diosa Atenea

(1) En primer lugar recomponemos el frontón para tener una idea de la fachada completa del templo.

(2) Enmarcamos la fachada del Partenón en un rectángulo con las proporciones áureas en el que vamos a construir la espiral. Veremos cómo los sucesivos pasos nos llevan a distintos elementos arquitectónicos prefijados por la construcción.

(3) Iremos eliminando cuadrados a la vez que construimos los arcos correspondientes a esos cuadrados. Y en la primera división encontramos que, de las 8 columnas de la fachada, separamos 5 a la izquierda y 3 a la derecha, los tres números: 8, 5 y 3 son elementos de la sucesión de Fibonacci que está íntimamente ligada a la proporción áurea (Φ es el límite de los cocientes entre los términos consecutivos de la sucesión)



(4) Al eliminar el segundo cuadrado, llegamos a una línea horizontal que indica el comienzo del arquitrabe

(5) Dos cuadrados –con sus arcos correspondientes-, más tarde llegaremos a la cornisa. El rectángulo áureo abarca ahora la franja que contiene el entablamento (franja situada entre las columnas y el frontón).

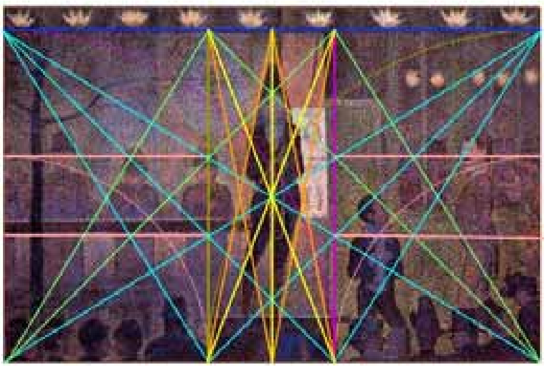
(6) Continuamos el proceso de construcción de la espiral. El punto de corte de las diagonales de los dos primeros rectángulos es el punto de convergencia de la espiral.

G. Seurat. La parada del circo. 1888. Metropolitan Museum of Art. Nueva York

La parada del circo es una obra cuidadosamente organizada en la que Seurat no deja nada al azar, todos los elementos siguen un plan perfectamente trazado desde el principio.

Hay una controversia entre quienes defienden que Seurat utilizó la proporción áurea para su composición y los que afirman que la proporción utilizada es 8/5=1.6, que es muy próxima a Φ.

(1) Eliminamos en primer lugar el friso de la parte superior. El rectángulo restante en la parte inferior tiene dimensiones áureas. Si dibujamos dos cuadrados uno a cada lado del cuadro, los lados opuestos alcanzan justo a los laterales del templete sobre el que se ha situado la figura central.



(2) Ahora tomamos los dos rectángulos que han quedado en los laterales. Si hacemos la misma descomposición: trazar los cuadrados superior e inferior en cada uno de ellos, los segmentos que se originan, resaltan otros elementos del cuadro: las cabeza de muchos personajes e incluso la barandilla de la izquierda.

(3) Los segmentos que van desde los vértices superiores hacia las marcas que se han originado en el lado inferior rozan todas las cabezas de los personajes de la misma forma.

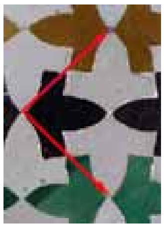
(4) Igual ocurre con los segmentos que parten de los vértices inferiores hacia las marcas del lado superior.

(5) Tomamos ahora el rectángulo central que contiene al músico. La figura del personaje queda delimitada por los segmentos marcados en color naranja.

(6) Las líneas del apartado anterior se completan con las diagonales que faltaban, señaladas en color amarillo. Entre unas y otras delimitan exactamente la figura del músico: la cabeza, el cuerpo, hasta la posición de las piernas queda desvelada por las diagonales.

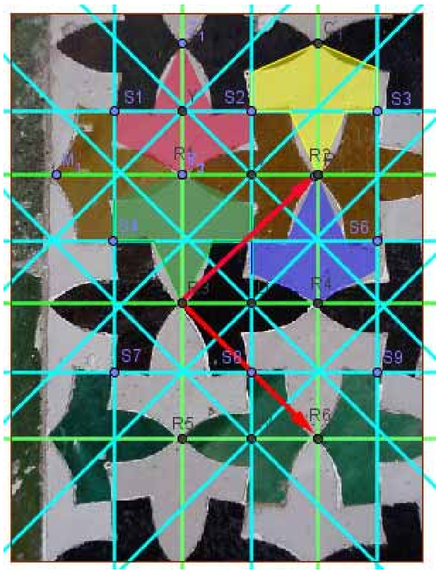
Arte nazarí. Mosaico con forma de avión. S XI. La Alhambra. Granada.

Mosaico de una de las columnas que rodean el patio de los leones en la Alhambra de Granada. El análisis realizado pretende detectar, paso a paso, las isometrías que dejan invariante el mosaico sin tener en cuenta los colores, nosotros sólo atenderemos a figuras blancas y coloreadas. Progresivamente iremos desvelando las traslaciones, las rotaciones, las simetrías y las simetrías con deslizamiento.



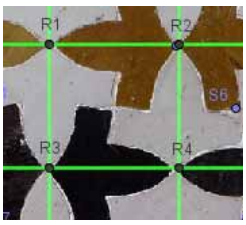
(1) Los vectores de traslación forman un ángulo de 90º

(2) Sólo hay dos tipos de centros de rotación, ambos de orden 2 (mediante un giro de 180º el mosaico vuelve a coincidir consigo mismo. Unos se encuentran en los extremos anterior y posterior de los aviones (R_1, R_2,…) y los otros en las alas (S_1, S_2,…). Los dos grupos de centros de rotación del mosaico determinan dos cuadrículas solapadas.

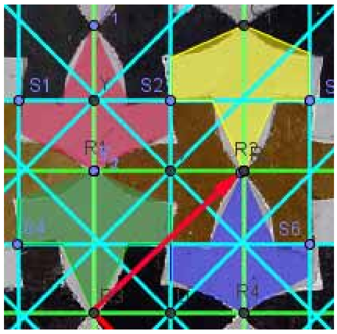


(3) Los ejes de simetría (en verde) parten por la mitad los aviones y pasan por los puntos de la cuadrícula R_i.

(4) Hay dos tipos de ejes de simetría con deslizamiento, el primero está compuesto por líneas paralelas a los ejes de simetría ordenados en una cuadrícula idéntica a la anterior que pasa por los centros S_i. La segunda está integrada por rectas que forman un ángulo de 45º y 135º con estas para configurar una nueva cuadrícula.



(5) Se resalta en color amarillo uno de los aviones blancos.



(6) Se colorean tres más para estudiar cuál es el movimiento adecuado para pasar del avión amarillo a cada uno de los otros. Para el azul tenemos dos posibilidades: una simetría axial o una rotación de 180º (simetría central). Para el rojo tenemos la simetría central en el extremo de una de las alas y para el verde tendríamos que hacer una simetría con deslizamiento: primero una simetría con un eje azul y después una traslación con vector paralelo a ese eje y de módulo el lado de la cuadrícula en la que se incluye el avión.

Apéndice

Para acabar, dedicaremos un espacio para que los lectores interesados puedan ver la forma en que esas líneas salen a la luz y se ocultan. Lo primero es diseñar un "deslizador": un segmento en el que un punto hace la función de variable al que se da el nombre de "paso" y toma los valores que deseemos (de 0 a 7 con incremento 1).

Si queremos que aparezcan una serie de figuras cuando "paso" valga 3 o más, pero que no estén para valores inferiores ni para 7, realizaremos la siguiente secuencia:

- En el primero creamos una variable tipo test t_3 que vale 1 cuando "paso" está entre 3 y 6 y vale 0 en cualquier otro caso. La instrucción sería t_3=if (paso>2 ∧ paso <7, 1, 0)
- Ahora creamos un punto B_3 cuyas coordenadas dependen de otro A_3 que existe previamente pero con la particularidad de que dividimos estas coordenadas entre el valor de la variable que hace de test t_3. Cuando t_3 tome el valor 1, B_3 estará situado exactamente sobre A3. Si t_3 vale 0, se hará una operación no permitida, no nos comunicará el error, pero B_3 no existirá.
- Ahora sólo nos tenemos que preocupar de que todas las líneas del paso 3 sean dependientes del punto B_3 y permanecerán en los pasos 4, 5 y 6 mientras que en el 7 desaparecerán para dejar el cuadro limpio.

Todo esto se puede comprobar mejor con la revisión de alguno de los archivos de Geogebra diseñados.

Bibliografía

- Bouleau, Charles (1996). Tramas. La geometría secreta de los pintores. Ed. Akal. Madrid
- Cansino, E. (1998). El misterio Velázquez. Ed. Bruño. Madrid
- Capdevila Ed. (1992). Las claves de la pintura. Ed. Planeta. Barcelona
- Cole, Alison. (1993). Perspectiva. Ed. Blume. Barcelona
- Ghyka, M.C. (1983). Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes. Ed. Poseidón. Barcelona
- Lawlor, R. (1993) . Geometría sagrada. Ed. del Prado. Madrid
- Livio, M. (2002) La proporción áurea. Ed Ariel. Barcelona.
- Malins, Frederik (1983). Mirar un cuadro. Herman Blume Ediciones. Madrid
- Pedoe, D. (1982). La geometría en el arte. Ed. Gustavo Gili. Barcelona
- Prado, J.M. Ed. (1989) David. Grupo Ed Fabri., Milán.
- Prado, J.M. Ed. (1989) Durero. Grupo Ed Fabri., Milán.
- Prado, J.M. Ed. (1989) Goya. Grupo Ed Fabri., Milán.
- Prado, J.M. Ed. (1989) Leonardo da Vinci. Grupo Ed Fabri., Milán.
- Weyl, H. (1991). Simetría. Ed Mc Graw Hill. Barcelona

Páginas de Internet

- Geometría dinámica y calculadoras gráficas en matemáticas de José A. Mora http://jmora7.com/
- Biblioteca Wikipedia http://es.wikipedia.org/wiki/Portada
- Aproximación hipertextual a las meninas de Velásquez http://www.uoc.es/humfil/digithum/digithum1/jcampas/menines.html
- Museo del Prado. Mirar un cuadro. Las Meninas http://museoprado.mcu.es/meni.html
- Universitat Oberta de Cataluya. Joan Campàs Montaner http://www.uoc.es/humfil/digithum/digithum1/jcampas/menines.html
- La Balisse de Michel Gardes. Introducción a la estética de las proporciones (en francés) http://www.ac-poitiers.fr/arts_p/B@lise14/pageshtm/index.htm

José Antonio Mora Sánchez. IES Sant Blai. Alicante