ISSN: 1815-0640
Año XVI - Número 59. Agosto 2020
Páginas 64-82

http://www.fisem.org/www/index.php
https://union.fespm.es/index.php/UNION

A Engenharia Didática articulada à Teoria das Situações Didáticas para o ensino da Geometria Espacial

Aline Maria da Silva Camilo, Francisco Régis Vieira Alves, Francisca Cláudia Fernandes Fontenele

Fecha de recepción: 14/03/2020
Fecha de aceptación: 28/08/2020

Resumen	Este trabajo presenta una propuesta pedagógica basada en situaciones didácticas, elaboradas a través de preguntas relacionadas con la Geometría y dirigida a la evaluación del Sistema de Evaluación Permanente de Educación Básica de Ceará (SPAECE). Es una propuesta elaborada a partir de la revisión de la literatura, que se refiere a conceptos introductorios de una investigación de maestría en processo. Dichas situaciones se organizaron de acuerdo con los supuestos de la Ingeniería Didáctica y con base en la dialéctica de la Teoría de Situaciones Didácticas. Finalmente, se enfatiza el uso del software GeoGebra, para una mejor comprensión la situaciones problemáticas indicadas. **Palabras clave:** Ingeniería Didáctica; Teoría de Situaciones Didácticas; Geogebra; Geometría; SPAECE.
Abstract	This work presents a pedagogical proposal based on didactic situations, elaborated through questions involving Geometry and directed to the evaluation of the Permanent System of Evaluation of Basic Education in Ceará (SPAECE). It is a proposal elaborated from the literature review, referring to introductory concepts of a master's research in process. Such situations were organized according to the assumptions of Didactic Engineering and based on the dialectics of Didactics Situations Theory. Finally, the use of the GeoGebra software is emphasized, for a better understanding the indicated problem situations. **Keywords**: Didactic Engineering; Theory of Didactic Situations; Geogebra; Geometry; SPAECE.
Resumo	Este trabalho apresenta uma proposta pedagógica baseada em situações didáticas, concebidas por meio de questões envolvendo a Geometria e direcionada à avaliação do Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE). Trata-se de uma proposta elaborada a partir da revisão de literatura, referente a conceitos introdutórios de uma pesquisa de mestrado em trâmite. Tais situações foram organizadas de acordo com os pressupostos da Engenharia Didática e fundamentadas pelas dialéticas da Teoria das Situações Didáticas. Por último, enfatiza-se o uso do *software* GeoGebra, para melhor compreensão das situações-problema indicadas. **Palavras-chave**: Engenharia Didática; Teoria das Situações Didáticas; Geogebra; Geometria; SPAECE.

1. Introdução

Há registros da utilidade da Geometria em ações humanas desde a época das antigas civilizações, como os de comparar figuras por suas formas e tamanho, executar a noção de distância, de acordo com suas necessidades e realizar cálculos e medidas de dimensionamento da terra (Eves, 1994). Mas foi no início do século XIX, que explodiu a quase redescoberta da Geometria como uma parte viva da matemática, onde se buscaram aplicações geométricas para a engenharia, pedagogia, física, arquitetura, dentre outros (Boyer e Merzbach, 2011).

No mundo contemporâneo, deparamos cada vez mais com formas geométricas ao nosso redor, seja na natureza, nas construções ou até nas artes, tornando-se indispensável tal conhecimento geométrico, para suprir a necessidade de vivenciar o espaço que nos cerca. Nesse sentido, as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais reforçam tais considerações, reiterando que a Geometria é substancial à representação, ao conceito, à grandeza e ao dimensionamento de vários instrumentos e ambientes no cotidiano e nas práticas de produção e de serviços (Brasil, 2007).

Apesar de toda a relevância dos saberes geométricos na natureza humana e, consequentemente, na estrutura curricular da matemática na educação escolar, lamentavelmente, esta ciência é desaprovada por grande parte dos alunos. Esta rejeição é ocasionada, muitas vezes, pelas dificuldades enfrentadas pelo professor em introduzir a percepção visual, dispondo, na maioria das vezes, apenas de recursos pedagógicos limitados a meios tradicionais. A privação em imaginar todos os componentes geométricos, visíveis e não visíveis, acaba sendo um entrave na compreensão do assunto, além da dificuldade encontrada pelo aluno em assimilar os conceitos da disciplina e consequentemente convertê-los para o cotidiano de forma concreta.

Ainda no cenário educacional, é oportuno comentar sobre a avaliação externa, em larga escala, realizada nas escolas públicas do estado do Ceará (na região Nordeste brasileira), com o propósito de avaliar o índice de ensino e, posteriormente, em posse dos resultados, adotar medidas que priorizem a melhoria do sistema educacional nestas instituições. Esta avaliação é intitulada de Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), que avalia, atualmente, todos os alunos das escolas estaduais e municipais, na disciplina de Língua Portuguesa para o 2º ano do ensino fundamental (crianças de 7 anos de idade, em média), e em Língua Portuguesa e Matemática para os 5º (10 anos de idade, em média) e 9º anos (14 anos de idade, em média) também do ensino fundamental, 3º ano (17 anos de idade, em média) do ensino médio e EJA (Educação de Jovens e Adultos). Entre as competências e habilidades exigidas neste exame, enfatizam-se os temas: “convivendo com a geometria” e “vivenciando as medidas” (Ceará, 2013, pp. 19), no qual tratam, entre outros conteúdos, o cálculo da área e volume de sólidos geométricos e da área e perímetro de figuras planas. Mais na frente estes assuntos serão explorados em algumas situações-problema.

Dessa forma, manifesta-se a seguinte indagação: como construir situações didáticas, embasadas em metodologias de pesquisa e ensino, e apoiadas por um recurso tecnológico que favoreça a percepção visual, de forma a colaborar com a aprendizagem do aluno e fornecer um apoio ao professor de matemática?

Isso posto, o objetivo deste artigo é apresentar uma proposta didática, a partir de situações didáticas, envolvendo a Geometria, tendo como parâmetro questões direcionadas à prova de matemática do 3º ano do ensino médio do SPAECE. Tal situação será organizada pelos pressupostos da Engenharia Didática (ED) e desenvolvida por algumas noções da Teoria das Situações Didáticas (TSD), sobretudo suas fases dialéticas. Além disso, pretende-se explorar a percepção visual, apoiando-se no *software* GeoGebra. Este programa é gratuito e, geralmente, direcionado para o uso em sala de aula, onde, além do dinamismo vinculado à álgebra, permite a construção de figuras geométricas, com o emprego de várias ferramentas disponíveis no aplicativo.

No mais, esta pesquisa, de abordagem qualitativa, se fundamentará em estudos bibliográficos, baseados em autores como Almouloud (2007, 2012); Artigue (1988, 2014); Brousseau (1976, 2002, 2008), dentre outros. Esta proposta, portanto, pretende proporcionar uma discussão de elementos que possam ser agregados à práxis docente em sala de aula e assim contribuírem na aprendizagem da matemática.

2. Engenharia Didática (ED)

A Engenharia Didática (ED) é uma forma de trabalho didático, comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos da área, aceita a se submeter a um controle do tipo científico, mas, ao mesmo tempo, é obrigado a trabalhar objetos mais complexos que os objetos depurados da ciência (Artigue, 1988).

O processo da ED é composto em quatro fases, a saber: as análises preliminares; concepção e análise *a priori*; experimentação; e análise *a posteriori* e validação (Artigue, 1988). Todavia, somente as duas primeiras fases serão discriminadas a seguir, visto que o objetivo precípuo deste artigo é discorrer acerca da concepção (e não da aplicação) de situações didáticas.

Sobre a primeira fase, Artigue (2014) explica que uma das finalidades das análises preliminares, é delinear o cenário para a fase de concepção do processo. Neste momento, se realiza basicamente:

Uma análise epistemológica do conteúdo estudado, ajudando assim, a determinar os reais objetivos da pesquisa, a reconhecer possíveis obstáculos epistemológicos a serem superados e a busca por situações-problema que representará o conhecimento desejado. Geralmente envolve o uso de dados históricos.

Uma análise institucional, cujo objetivo é identificar as características do cenário em que ocorre a pesquisa, bem como suas condições e restrições. Estas condições e restrições

> podem estar associadas a escolhas curriculares relacionadas ao conteúdo em jogo e às práticas de ensino, às características curriculares mais gerais relativas ao ensino da disciplina, os recursos (tecnológicos) acessíveis, as práticas de avaliação e à organização da escola. Elas também podem estar ligadas às características dos alunos e professores envolvidos, à maneira como a escola está conectada com o ambiente... (Artigue, 2014, pp. 471, tradução dos autores).

Uma análise didática, cujo objetivo é investigar o que a pesquisa tem a proporcionar em relação ao ensino e aprendizagem do conteúdo explorado e, certamente, orientar o *design*. Geralmente envolve uma dimensão cognitiva substancial.

A segunda fase, da concepção e análise *a priori*, é considerada por Artigue (2014) como o momento primordial da metodologia. É nesta fase que as hipóteses tratadas na fase anterior são legitimadas e explicitadas na construção das situações didáticas. Esta concepção exige um número de escolhas, intituladas de macro-escolhas (projeto global) e micro-escolhas (situação específica). Estas escolhas, por sua vez, determinam as variáveis didáticas (macro-didáticas e micro-didáticas). Estas variáveis condicionam o meio, ou seja, as interações entre o aluno-saber, aluno-aluno e aluno-professor. “Nessas escolhas deve ser dada atenção especial à pertinência epistemológica dos problemas colocados e à responsabilidade matemática dada aos alunos” (Artigue, 2014, pp. 471, tradução dos autores). O pesquisador, portanto, deve elaborar e analisar uma sequência de situações-problema, nas quais representam a escolha de questões abertas e/ou fechadas, numa situação mais ou menos matematizada, envolvendo um campo de problemas colocados em um ou vários domínios de saber e de conhecimentos. Estas situações devem ser organizadas de forma a conceder ao discente a capacidade de agir, se expressar, raciocinar e progredir por iniciativa própria, apoderando-se, desta maneira, de novos conhecimentos (Almouloud, 2007).

Portanto, no cenário do tema aqui abordado, já se observa a necessidade do uso do GeoGebra, como recurso didático, para a visualização das figuras geométricas, contidas nas situações-problema, escolhidas para compor o conjunto de situações didáticas. Esta necessidade fundamenta-se no fato de que os avanços tecnológicos, aliados à educação, só têm a contribuir para um melhor processo de ensino e aprendizagem, evitando assim, que o professor/aluno se restrinja a meramente apresentar/decorar fórmulas matemáticas sem dar/atribuir algum sentido lógico para a situação vivenciada. Alves e Neto (2012) corroboram ao expor que são evidentes as vantagens provenientes da tecnologia, no tocante ao ensino de matemática, tanto no contexto escolar como no *locus* acadêmico. No mais, a visualização das figuras geométricas, por meio do aplicativo, “além de promover a intuição geométrica, auxilia na redução da abstração dos conceitos matemáticos”. (Paiva e Alves, 2018, pp. 72).

3. Teoria das Situações Didáticas (TSD)

A Teoria das Situações Didáticas (TSD), diz respeito a um modelo teórico, desenvolvido na França por Brousseau (2002, 2008), apresentado a partir de uma situação de ensino, que por sua vez, é determinada pela interação entre professor e aluno, inseridos em um meio (*milieu),* onde se estabelece relações entre conhecimento ou transformação de conhecimento em saber. Para que ocorra a aprendizagem, Brousseau (2008) reitera que deve ocorrer a adaptação do sujeito, assimilando o meio criado pela situação didática, de modo independente à intervenção do docente ao longo do processo. Nesta perspectiva, o professor deve dispor o aluno perante circunstâncias em que suceda desequilíbrio, ou seja, circunstâncias em que suas estratégias cognitivas, a princípio, não sejam capazes de resolver.

A concepção e condução destas situações de aprendizagem vão ao encontro do pensamento de Brousseau (2002), quando afirma que os matemáticos não transmitem seus resultados do mesmo modo em que os encontra, eles os remodelam, dando a eles a forma mais geral possível. “Eles procuram situações que possam dar sentido ao conhecimento a ser ensinado” (Brousseau, 2002, pp. 227). A ideia da realização de uma didática prática, por sua vez, de modo a possibilitar transmitir o conhecimento sobre forma comunicável, remete ao conceito de transposição didática, que é designada por Chevallard (1991) como a passagem do saber sábio para o saber ensinado. Neste contexto, a transposição didática é de fundamental importância, posto que “o professor deverá recontextualizar e repersonalizar o saber científico” (Alves, 2016, pp. 60). De forma mais detalhada, ela é definida como:

> um conteúdo de conhecimento que foi designado como saber ensinar, sofre posteriormente um conjunto de transformações adaptativas que o tornarão adequado para ocupar um lugar entre objetos de ensino. O “trabalho” que se transforma de um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino é chamado de transposição didática (Chevallard, 1991, pp. 45, tradução dos autores).

Portanto, a discussão sobre esta teoria se faz necessária, pois ela se relaciona com a situação de aprendizagem, no papel do professor, uma vez que este, ao selecionar a situação-problema, deverá realizar a interpretação dos saberes e os reestruturar em saber ensinado, ou seja, saberes que serão ensinados em sala de aula, selecionando as adaptações e recursos necessários ao alcance da aprendizagem, no decorrer da aplicação da situação didática.

Conforme Brousseau (2008), o professor por sua vez, deverá ter o controle da situação, prevendo inclusive a conduta do estudante diante do problema matemático proposto e quais medidas deverão ser adotadas, sempre na intenção de modificar o sistema de conhecimento do aluno, configurando assim o uso de uma interação didática. O autor ainda afirma que o processo didático não deve limitar-se apenas à conduta do professor, pois, durante este processo, é relevante considerar as relações do aluno com o meio adidático. Ou seja, a mediação do docente, em relação aos conhecimentos que ensina, naturalmente conduz a um funcionamento possível em outras circunstâncias, não apenas nas situações com fins didáticos (exercícios ou problemas) que ele apresenta.

Dessa forma, surge uma situação adidática, definida por uma situação-problema imaginada, planejada e selecionada pelo professor, de modo que provoque no aluno as adaptações desejadas, para a obtenção do saber, até que este possa ser aplicado fora do contexto educativo, e ausente de qualquer indicação intencional (Brousseau, 2008). Portanto, cada conhecimento matemático pode ser caracterizado por pelo menos uma situação adidática, que preserva seu significado, e que é chamada de situação fundamental (Brousseau, 2002). Ela determina o conhecimento ensinado, em um dado momento, e o significado específico que ele assumirá, em virtude das restrições e deformações adicionadas à situação fundamental.

> Uma situação fundamental constitui um grupo restrito de situações adidáticas cuja noção a ensinar é a resposta considerada a mais adequada/indicada, situações que permitem introduzir os conhecimentos em sala de aula numa epistemologia propriamente científica (Almouloud, 2007, pp. 34).

Brousseau (2002) compara uma situação didática a um jogo de interações, do aluno com o meio (problema proposto pelo professor), representando, portanto uma relação didática que envolve o trinômio professor – aluno – saber. A maneira em que este problema é proposto ao aluno é chamada de devolução, na qual o professor cede ao aluno uma parte da responsabilidade pela aprendizagem, e tem por objetivo "provocar uma interação suficientemente rica e que permita ao aluno desenvolvimento autônomo" (Almouloud, 2007, pp. 35). O contrato didático, por sua vez, é a regra do jogo e a situação didática, a estratégia. A noção de contrato didático não se resume a um contrato pedagógico geral, sendo definido por:

> um relacionamento que determina - explicitamente até certo ponto, mas principalmente implicitamente - o que cada parceiro, professor e aluno, terá a responsabilidade de gerenciar e, de uma maneira ou de outra, ser responsável perante o outro (Brousseau, 2002, pp. 31, tradução dos autores).

É importante mencionar que durante a condução de tais situações, podem se manifestar obstáculos de várias origens, dos quais se destacam, no presente contexto, os de origem ontogenética, epistemológica e didática. Os obstáculos de origem ontogenética, relacionam-se com as limitações (neurofisiológicas, entre outras) manifestadas no momento de uma aprendizagem fora do desenvolvimento das capacidades cognitivas do estudante (Brousseau, 1976). Já os obstáculos epistemológicos e didáticos são definidos como:

> Os obstáculos de origem epistemológica são aqueles que não podem, nem devem, ser evitados, pois são constitutivos do conhecimento propriamente dito. Os de origem didática são os que parecem depender das escolhas do processo de ensino (Brousseau, 2008, pp. 51).

Estes obstáculos se manifestam pelos erros e estes não devem ser considerados como resultado de ignorância ou incerteza, pois estes erros são importantes no processo de aprendizagem, uma vez que eles fazem parte de um conhecimento anterior, uma concepção característica, coerente, embora incorreta (ibid.).

Finalmente, é importante mencionar a classificação das diferentes fases das situações, denominadas de dialéticas, pois ao mesmo tempo em que o aluno mostra ser possível antecipar o resultado de suas escolhas, suas estratégias retratam proposições confirmadas ou invalidadas pela experimentação, como um tipo de diálogo com a situação (Brousseau, 2002). A saber: dialética de ação, dialética de formulação, dialética de validação e dialética de institucionalização. Cada uma delas será detalhada seguir:

Dialética de ação*:* O professor deve apresentar o problema ao aluno e este, por sua vez, deve ser capaz de realizá-lo, encarando-o como desafiador. Ou seja, é a sucessão de interação entre o aluno e o meio, no qual ele cria estratégias, diante do problema, na tentativa de resolvê-lo (Brousseau, 2002).

Dialética de formulação*:* ocasião em que o aluno, já conhecedor do problema, realiza progressivamente a troca de informação através de uma linguagem na qual todos possam compreender (ibid.). O autor exemplifica esta situação através do jogo “Quem vai dizer 20?” (Brousseau, 2008, pp. 22), competindo uma equipe contra outra, no qual se considera que “para chegar à vitória, não basta que o aluno saiba como ganhar. Deve também saber comunicar aos colegas sua proposta de estratégia, pois essa é a única maneira que tem de atuar na situação” (ibid., pp. 26). Nesta conjuntura, é oportuno o uso de uma linguagem compreensível por todos os alunos da equipe, evitando assim a ocorrência de ambiguidade, redundância, dentre outros fatores que causariam falta de pertinência e eficácia na mensagem.

Dialética de validação: momento em que os alunos se empenham em provar a exatidão de suas validações, mesmo que acompanhadas de raciocínio insuficiente, incorreto ou desajeitado (Brousseau, 2002). Nesta fase, é obrigatório o emprego de uma linguagem matemática formal. Esta e as outras situações anteriores caracterizam uma situação adidática, em que o professor possibilita o aluno a explorar os caminhos da descoberta de seu próprio conhecimento, recusando-se “a intervir como fornecedor dos conhecimentos que quer ver surgir” (Brousseau, 2008, pp. 35).

Dialética de institucionalização*:* momento de uma situação didática em que o professor revela sua intenção, resgatando para si a responsabilidade, outrora oferecida aos alunos, lhes conferindo o estatuto do saber ou descartando algumas de suas produções e, “definindo assim os objetos de estudo por meio da formalização e da generalização” (Teixeira e Passos, 2013, pp. 166). É considerável, conforme Almouloud (2007), que o docente conheça o momento de realizar tal oficialização. Se feita muito cedo, esta cessará a concepção do sentido, impossibilitando uma aquisição de conhecimento, trazendo grandes obstáculos para o processo de ensino e aprendizagem. Em contrapartida, se feita muito tarde, se acentuará observações equivocadas, dificultando o aprendizado e aplicações.

Por fim, pode-se explicitar, pelo que foi exposto anteriormente, o interesse por um saber matemático, consubstanciado e impulsionado durante uma situação de aprendizagem e constituinte de um conhecimento científico mais abrangente. Neste contexto, é importante destacar a distinção entre conhecimento (*connaissance*) e saber (*savoir*):

> Conhecimento é o que alcança o equilíbrio entre sujeito e meio, o que o sujeito coloca em jogo quando investe uma situação. Ele é um conceito muito amplo, que inclui tanto o conhecimento de corpo, conhecimento em ação, conhecimento de interação, conhecimento memorizado etc. O saber é de outra natureza, é uma construção social e cultural, que mora em uma instituição (Douglas, 2004) e que é por natureza um texto (o que não significa que seja sempre materialmente escrito). O saber é despersonalizado, descontextualizado, atemporal. É formulado, formalizado, validado e memorizado. Ele pode ser linearizado, o que corresponde à sua natureza textual (Margolinas, 2012, pp. 7-8, tradução dos autores).

Ainda conforme a autora existe um processo dialético entre saber e conhecimento, pois se existe saber em uma instituição é porque ele foi encontrado como conhecimento *in situ* e reconhecido como útil, formulado, formalizado, validado e memorizado, portanto adquirido status institucional, caracterizando o processo de institucionalização. Já o conhecimento, relaciona-se com o processo de devolução, uma vez que para concretizar um processo de ensino, é necessário descontruir os saberes para encontrar o conhecimento. A figura a seguir ilustra este processo:

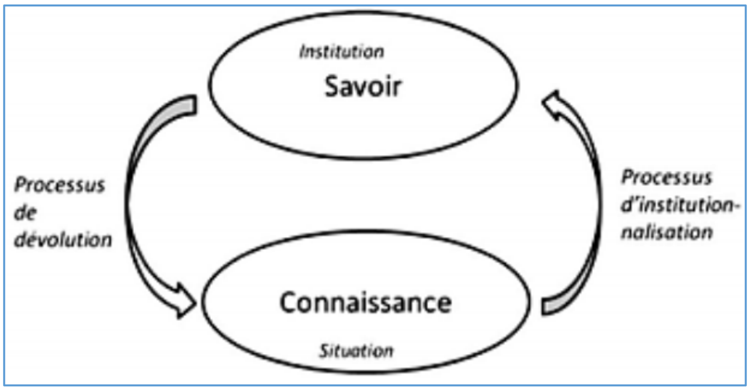


Figura 1. Processo dialético entre saber (*savoir*) e conhecimento (*connaissance*)
Fonte: Margolinas (2012, pp. 8).

4. Representação das situações didáticas com o uso do *software* GeoGebra

A avaliação do SPAECE exige, entre outros conteúdos de Geometria, noções básicas de cálculo da área, perímetro e volume de sólidos geométricos e de figuras planas, aplicados em situações-problema. As provas são elaboras pelo CAEd/UFJF (Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora) e não são disponibilizadas para consulta ao público. Apesar da inacessibilidade das avaliações, anualmente divulga-se um boletim pedagógico de avaliação do ensino médio do SPAECE, contendo diversas informações e instruções, oportunizando ao professor de matemática, da rede pública cearense, um subsídio ao planejamento de suas atividades pedagógicas.

Portanto, neste tópico serão apresentadas duas situações didáticas, fundamentadas por problemas retirados dos boletins pedagógicos de avaliação de matemática do ensino médio do SPAECE, dos anos de 2008 e 2013.

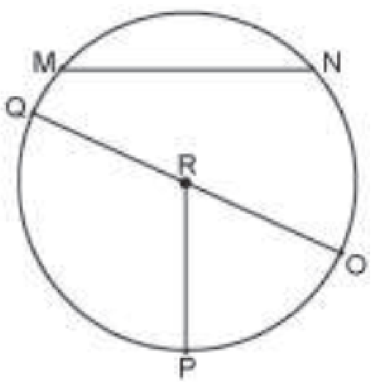
Verifica-se então que, a partir deste momento, a primeira fase da Engenharia Didática (análises preliminares) deve ser posta em prática, uma vez que é preciso "identificar os problemas de ensino e aprendizagem do objeto de estudo e, delinear, de modo fundamentado, a(s) questão(ões), as hipóteses, os fundamentos teóricos e metodológicos da pesquisa" (Almouloud, 2007, pp. 172). Além disso, comporta-se nesta fase, "o estudo da transposição didática do saber considerando o sistema educativo no qual insere-se o trabalho" (Almouloud, 2012, pp. 66). Para tal, foi realizado um levantamento bibliográfico, através dos mencionados boletins pedagógicos, onde se encontrou diversas informações sobre o histórico do exame, análise do desempenho dos alunos, matriz de referência, escala de proficiência, domínio das habilidades e competências, entre outras. A realização desta análise, então representa o conjunto de estudos epistemológicos, cognitivos e institucionais, necessários para o desenvolvimento de um conjunto de situações a serem vivenciadas em sala de aula (Perrin-Glorian e Bellemain, 2019).

Em seguida sugere-se a execução da segunda fase da ED (análises *a priori*), devido à necessidade de analisar e selecionar o problema a ser trabalhado, de acordo com o resultado das hipóteses levantadas na fase anterior. Além disso, deve-se priorizar um modelo de uma situação estruturada, de modo que desenvolva no aluno a capacidade de agir, se expressar, raciocinar e desenvolver-se de forma independente, sem a intervenção do professor. Portanto, a realização desta fase é extremamente importante para o sucesso da condução da situação (Almouloud, 2007). Para tal, utilizou-se o mesmo material da fase anterior, como suporte teórico, para a seleção dos problemas, de modo a possibilitar o êxito no desenvolvimento das situações de aprendizagens aqui propostas.

Finalmente, "com o intuito de desenvolver habilidades e competências que permitam os estudantes construírem o conhecimento, a suscitar o raciocínio matemático, a reflexão, a análise e, sobretudo a descoberta através do estímulo de algumas ações" (Santos e Alves, 2018, pp. 147), adota-se a Teoria das Situações Didáticas (TSD) que, aliada ao emprego do *software* GeoGebra, levarão o aluno a descobrir os caminhos para adquirir um conhecimento novo, através da observação, raciocínio, percepção e manipulação por iniciativa própria. Assim, é considerável salientar que os problemas propostos pelo educador deverão ser acessíveis à manipulação no GeoGebra, priorizando a manipulação dos recursos visuais pelos alunos durante a execução da situação de aprendizagem.

Problema 1:

(M090033A8) Na figura abaixo, R é o centro da circunferência representada.

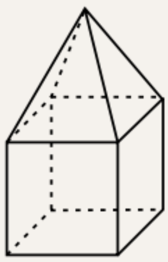


Sabe-se que a medida do raio é igual a dois centímetros e que as coordenadas dos pontos M, N e R são, respectivamente, (-1,3;3,52), (1,3;3,52) e (0,2). Se esta circunferência se move, sobre o eixo x, enquanto o segmento RP realiza um giro de 360º, no sentido horário, quais serão as novas coordenadas dos pontos mencionados?

Figura 2. Exemplo retirado do boletim pedagógico de avaliação de matemática do ensino médio do SPAECE 2008.
Fonte: Adaptado de Ceará (2008, pp. 44).

Problema 2:

(M110148CE) Na aula de matemática, a professora Rita desenhou no quadro o sólido abaixo.



Sabendo que as suas arestas medem todas 2cm, calcule a área da superfície deste sólido.

Figura 3. Exemplo retirado do boletim pedagógico de avaliação de matemática do ensino médio do SPAECE 2013.
Fonte: Adaptado de Ceará (2013, pp. 70).

Doravante, serão descritas duas situações didáticas, com suas respectivas fases, baseadas nos problemas expostos anteriormente.

4.1.Situação Didática 1

Na situação de ação do Problema 1, o educador deverá instigar o discente a explorar todas os conhecimentos necessários para encontrar a solução do problema. Almouloud (2007) afirma que uma situação de ação de qualidade, deve conceder ao discente a capacidade de avaliar a conclusão de sua conduta e repará-la, se houver necessidade, sem a interferência do docente. Então, caso as fases de análises preliminares e análise *a priori* tenham sido realizadas previamente pelo docente, o aluno será capaz de se apropriar do enunciado e dos seus conhecimentos prévios, pertinentes ao Problema 1, visualizando e reconhecendo hipóteses, sem formalismo, que possam ser aplicadas à questão. Almeja-se, portanto, que o aluno tenha a noção em localização de pontos no plano cartesiano, assim como alguns elementos da circunferência, como o raio, o centro e o comprimento da circunferência.

Na situação de formulação, os alunos já podem debater sobre as estratégias a utilizarem para se chegar à solução do problema. A partir de então, eles deverão reconhecer a localização dos pontos no plano cartesiano para a circunferência de raio 2 cm e centro no ponto R (0,2), e em seguida a nova localização destes pontos após o deslocamento da circunferência, conforme enunciado. Desse modo, torna-se de fundamental importância a utilização do GeoGebra, nesta etapa, para que a percepção visual da questão seja explorada de forma dinâmica e clara. Portanto, o professor poderá estimular que os alunos construam e manipulem a situação do problema, conforme figura:

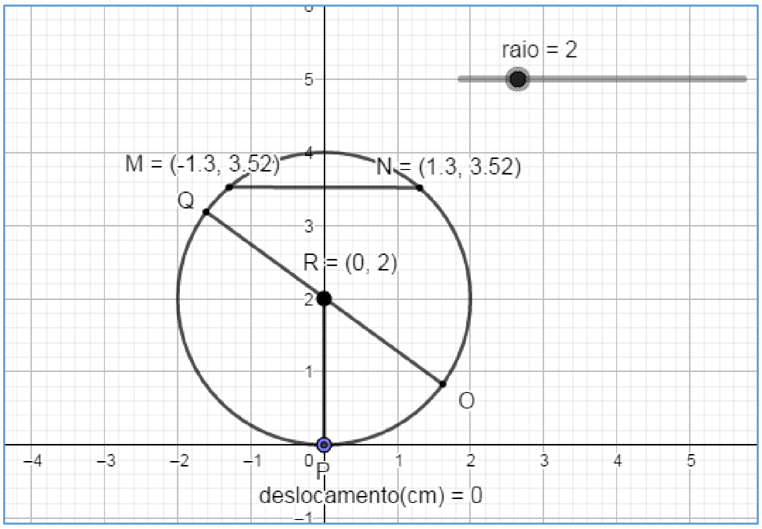


Figura 4. Representação do Problema 1 construído no GeoGebra
Fonte: Elaboração dos autores (2020).

A Figura 4 tem o intuito de clarificar os meios estratégicos, para que assim os alunos possam fazer afirmações (mesmo que incorretas ou incompletas), socializando-as entre o grupo de debate, sem a necessidade de uma justificativa formal. No entanto, caso o aluno, mesmo com o uso da visualização no GeoGebra e de seus conhecimentos prévios, sinta-se incapacitado de desenvolver uma linha de raciocínio para o problema, siginificará que a tentativa da construção de uma primeira solução falhou e, portanto, o professor deverá providenciar uma travessia deste obstáculo. Para tal, de acordo com Brousseau (1976), o docente deverá retornar com uma situação modificada, mas intrínseca (não arbitrariamente dependente dos propósitos do professor), permitindo repetições a vontade, para testar todos os recursos deste aluno. Assim, diante de tal dificuldade, o professor poderá mediar o manejamento da figura, remodelando-a, ou até mesmo realizar indagações que contribuam com a elucidação do raciocínio para a solução do problema, se precavendo de não fornecer respostas prontas.

Feita esta adaptação à situação e certificando-se de uma evolução na autonomia e reflexão do aluno, analisa-se então, as possíveis estratégias adotadas pelo grupo de estudantes:

Pela visualização da Figura 4, espera-se que os estudantes reconheçam as informações contidas no Problema 1, comparando-as com as construídas no GeoGebra, tais como as coordenadas dos pontos R, M e N e o trajeto realizado pela circunferência. A figura a seguir representa tal situação mais detalhadamente:

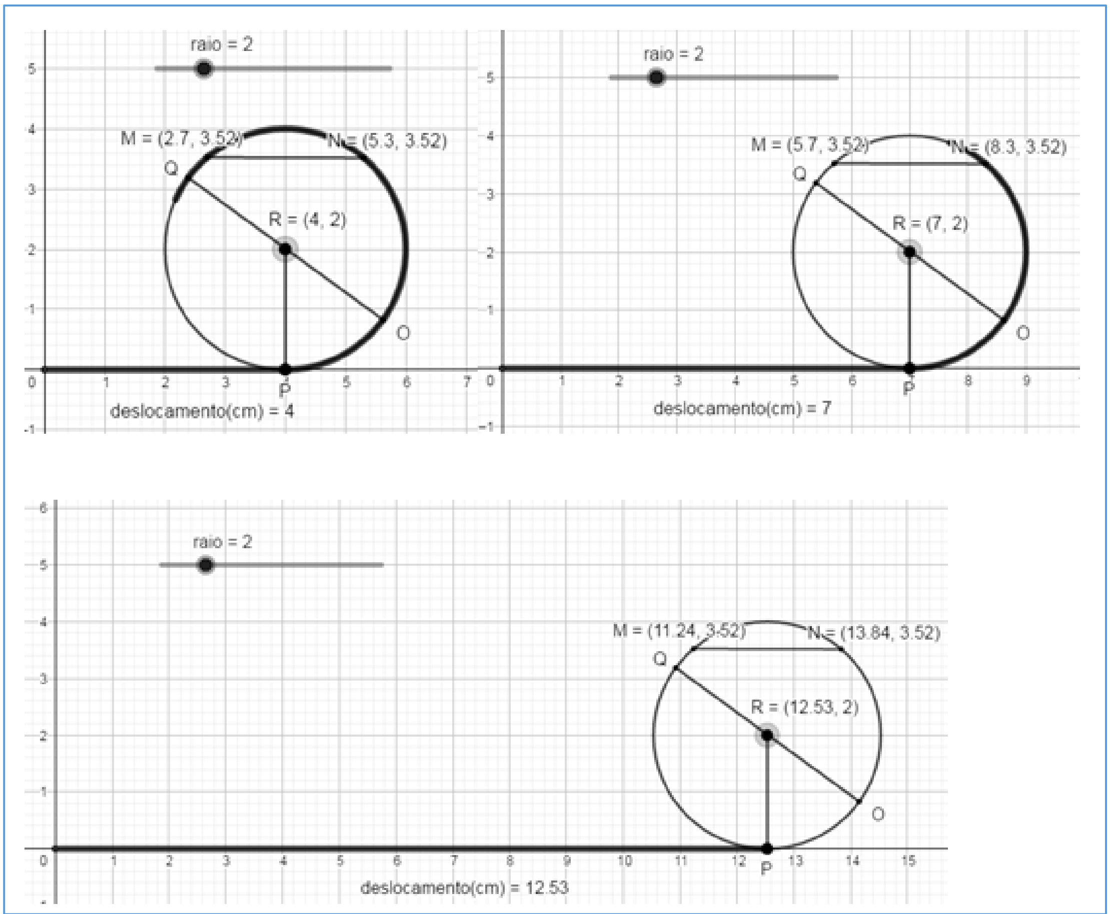


Figura 5. Trajeto da circunferência, de raio 2 cm, que se move, girando 360º, em sentido horário, sobre o eixo x
Fonte: Elaboração dos autores (2020).

Portanto, ao manipular a construção da circunferência, conforme a Figura 5, os alunos perceberão que o seu deslocamento será exatamente igual ao seu comprimento. Além disso, percebe-se que as coordenadas dos pontos desta circunferência, após o seu afastamento, serão modificadas no eixo x e mantidas no eixo y. Dessa forma, conhecendo a medida do comprimento da circunferência, torna possível os alunos descobrirem o valor das novas coordenadas dos pontos M, N e R, comparando este resultado encontrado algebricamente, com o visualizado no GeoGebra. Vale destacar que, conforme percebido pelas Figuras 4 e 5, os elementos contidos na circunferência tornam-se bem mais perceptíveis com o auxílio do GeoGebra, propiciando uma melhor compreensão durante a resolução do problema.

Ademais, como forma de mostrar a interatividade do *software*, recomenda-se ao leitor verificar a construção da representação gráfica do Problema 1, e acompanhar o movimento da circunferência, de forma dinâmica, através do QR *code* disponibilizado na figura a seguir:

Figura 6. QR *code* para acesso da construção do Problema 1 no GeoGebra
Fonte: Elaboração dos autores (2020).

Na situação de validação, “o aprendiz deve mostrar a validade do modelo por ele criado, submetendo a mensagem matemática (modelo da situação) ao julgamento de um interlocutor” (Almouloud, 2007, pp. 39). Espera-se então que o aluno explicite a formalização do seu raciocínio. Brousseau (2008) informa que tais explicitações podem vir acompanhadas de raciocínio incompleto ou de falsas teorias e os devidos ajustes serão feitos durante a situação de institucionalização. Portanto, o professor deve estimular que os alunos apresentem aos demais suas asserções, independetes de corretas ou não. Na ocasião, é relevante que os alunos representem, em forma algébrica, as estratégias utilizadas na fase anterior, explicando o caminho traçado que os levaram a encontrar a solução do problema, podendo utilizar o GeoGebra como apoio para comprovação de suas soluções.

Por fim, na situação de institucionalização, “o saber torna-se oficial e os alunos devem incorporá-lo a seus esquemas mentais, tornando-o assim disponível para utilização na resolução de problemas matemáticos” (Almouloud, 2007, p. 40). Sendo assim, o professor, ao assumir a intervenção do saber oficial, deverá identificar as singularidades de cada método empregado, rever os conceitos utilizados, realizando as correções necessárias, unificando a escrita e as ideias encontradas em um saber oficial. Portanto, algumas definições a serem ratificadas, nesta etapa, pelo professor seriam as dos elementos de uma circunferência, como por exemplo: “o comprimento de uma circunferência de raio r é igual a $2\pi r$” (Lima, 1991, pp. 53).

4.2. Situação Didática 2

Na situação de ação, o educador deverá instigar o discente a explorar todas os conhecimentos adquiridos para encontrar a solução do problema 2. É neste momento que o aluno ensaia suas primeiras observações de forma intuitiva e experimental. Com isso, ao observar a Figura 3, almeja-se que o estudante reconheça os polígonos existentes no sólido geométrico, bem como o conceito de aresta e a noção de área da superfície. A figura a seguir explicita a representação das arestas do sólido construído no GeoGebra:

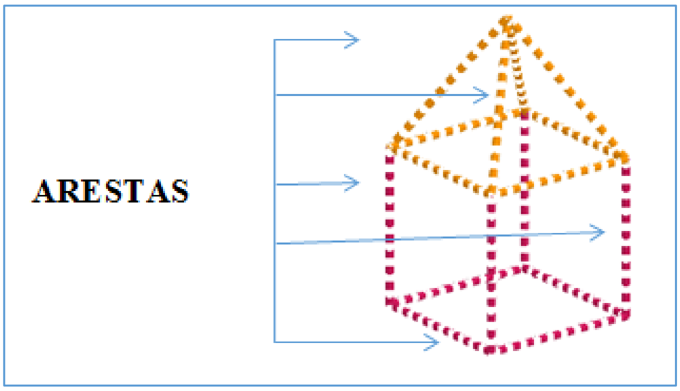


Figura 7. Representação do sólido do Problema 3 construído no GeoGebra
Fonte: Elaboração dos autores (2020).

Na situação de formulação, os alunos já podem começar a traçar estratégias de resolução da questão. Presume-se nesta etapa, que eles reparem, a princípio, que o sólido geométrico, em questão, pode ser dividido em dois sólidos conhecidos, a saber: pirâmide e cubo. Além disso, os alunos devem reconhecer que, para encontrar a área do sólido, deverão encontrar a área de cada um dos polígonos que formam a figura. A partir daí, o professor pode sugerir que os estudantes realizem a construção no GeoGebra, com suas devidas planificações, para facilitar a percepção visual da situação:

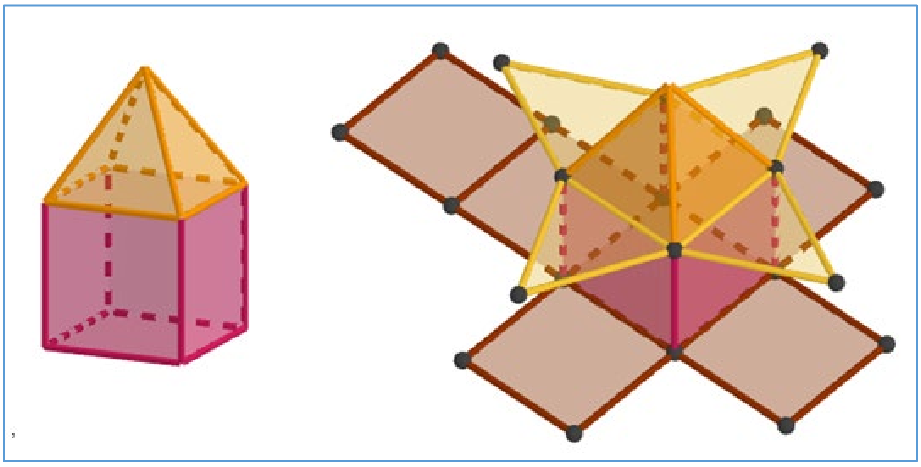


Figura 8. Representação do sólido geométrico com a sua planificação
Fonte: Elaboração dos autores (2020).

A partir de sua planificação, eles deverão perceber que a pirâmide é formada por quatro triângulos e um quadrado. Do mesmo modo, o cubo é formado por seis quadrados. Portanto, por tratar-se de um sólido geométrico, que possui todas as suas arestas com mesma medida (2 cm), os quadrados e triângulos existentes também terão a mesma medida, ou seja, a figura é formada por triângulos equiláteros e quadrados. Além disso, a visualização possibilita observar que a pirâmide e o cubo possuem uma base em comum. Portanto, espera-se que os alunos percebam que a área do sólido geométrico, será a soma das áreas de todos os polígonos existentes. Representando o raciocínio em linguagem algébrica:

$$A_{sólido\ geométrico} = 4 \cdot A_{triângulo\ equilátero} + 6 \cdot A_{quadrado}$$

Caso seja de interesse do leitor, a figura a seguir disponibiliza o QR de acesso à construção no GeoGebra do Problema 2 :

Figura 9. QR *code* para acesso da construção do Problema 3 no GeoGebra
Fonte: Elaboração dos autores (2020).

Na situação de validação, o estudante deverá mostrar a validade de tudo o que foi contruído pela modelagem e procedimentos matemáticos. Espera-se então que o aluno exponha suas respostas, mostrando através de uma linguagem apropriada que esta resposta é a correta, mesmo que se verifiquem mais tarde não ser. Ademais, é considerável que eles, mais uma vez, utilizem do apoio do *software* GeoGebra para os demais alunos tentem comparar e encontrar um procedimento padrão para o cálculo.

Por fim, na situação de institucionalização, acontecerá a formalização e discussão, pelo professor, de toda a metodologia adotada pelos alunos, de forma a apresentar a solução oficial do problema. Sendo assim, o professor neste momento torna-se o responsável pela transmissão do saber, caracterizando assim uma situação didática. Portanto, algumas definições a serem ratificadas, nesta etapa, pelo docente seriam, por exemplo:

a) “[...] a área de um quadrado Q, cujo lado mede a, deve ser expressa pela fórmula área de Q = a^2” (LIMA, 1991, pp. 14).
b) “[...] a área de um triângulo é a metade do produto de uma base pela altura correspondente” (LIMA, 1991, p. 20).
c) “A superfície total de um cubo é a reunião de seis quadrados congruentes de lado a. A área de cada um é a^2. Então, a área total do cubo é $S = 6a^2$” (DOLCE; POMPEO, 2005).
d) “A área total de uma pirâmide é a soma das áreas das faces laterais com a área da base” (DOLCE; POMPEO, 2005).

Ademais, nesse momento, torna-se essencial que o docente estimule uma confrontação do modelo computacional com o modelo matemático proposto no problema 2. Nesta fase, deve-se privilegiar o alicerce do estatuto cognitivo do saber, onde, todo o conteúdo explorado na ocasião da situação didática, deve ser agregado ao saber científico do aprendiz.

5. Considerações finais

Reuniu-se, neste trabalho, uma discussão dos elementos que possam vir a contribuir categoricamente na prática docente em matemática. Para tanto foram abordadas duas situações didáticas, com problemas voltados ao SPAECE, uma vez que a Geometria é um tema pertinente em tal avaliação.

Em relação à Engenharia Didática, através de suas duas fases iniciais, ressaltou-se a sua relevância na elaboração das situações didáticas, realizando um estudo prévio, através de um levantamento bibliográfico dos boletins pedagógicos de avaliação do SPAECE nos anos de 2008 e 2013, concedendo assim, ao docente, elementos que possam vir a contribuir com a redução ou superação dos obstáculos apresentados ao longo do processo e indo ao encontro do que se preconiza na primeira fase, das análises preliminares:

> considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluem a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática. (Almouloud, 2012, pp. 26). .

Em seguida, realizou-se a elaboração da proposta de ensino, de acordo com os resultados encontrados na fase anterior, em consonância ao que indica a segunda fase da ED, a análise *a priori.*

Quanto à TSD, sugeriu-se a aplicação de suas fases, de modo que estas se mostrassem eficientes para a compreensão dos conceitos estudados, obedecendo, gradativamente, a evolução de todas as etapas para a interação com o meio, representado pelos problemas matemáticos propostos. Além disso, a aplicação da TSD contou com a complementaridade de outras noções teóricas, tais como a transposição didática, o contrato didático, conhecimento e saber e obstáculos. Na ocasião, procurou-se que o estudante agisse diante das situações-problema propostas (fase de ação), pondo em prática seus conhecimentos e suposições (fase de formulação), em seguida, debatendo a respeito de suas soluções, procurando confirmar suas hipóteses (fase de validação) e finalmente, realizando, na figura do professor, o papel de formalização do conhecimento adquirido, durante todo o processo (fase de institucionalização), permitindo assim que o discente possa conceber, por suas ações, as etapas de concepção de seus conhecimentos, tornando-o assim, como mencionado no início deste trabalho, protagonista da sua própria construção do saber.

Finalmente, destacou-se o uso do *software* GeoGebra, como um reforço expressivo na compreensão das situações, retratando seus elementos visuais e auxiliando na resolução dos problemas, propiciando, ao professor, o estímulo no envolvimento ativo do estudante, de forma dinâmica, tornando o momento em uma ação de transposição didática, “integrando explicitamente a dimensão informática desde o início" (Celina Abar, 2020, p. 62), onde a visualização, a percepção e a intuição se apresentam de maneira factual.

Portanto, através da discussão deste trabalho, observa-se ser possível apresentar a construção e aplicação de situações didáticas, diante de situações-problema, que possam servir de aporte ao professor de matemática. Para tal, mostrou-se a importância da reunião e aplicação dos pressupostos das duas primeiras fases da Engenharia Didática (como metodologia de pesquisa), com a Teoria das Situações Didáticas (em complementaridade com outras noções teóricas) e com o *software* GeoGebra (como recurso tecnológico). Com isso, a estruturação destas situações, envolvendo de forma efetiva e dinâmica, a tríade do processo de ensino e aprendizagem: professor – aluno – saber, disponibiliza um contributo para o desenvolvimento do ensino da matemática, sobretudo da Geometria, direcionada ao SPAECE, estimulando o raciocínio e a aprendizagem de forma independente e autônoma. É também oportuno aqui mencionar que, sem a presença destes elementos, o processo de transmissão de conteúdos, em tais situações, estaria ameaçado a ser propagado de modo defectível, conduzindo sua ação ao emprego automático de fórmulas prontas, desprovidas de logicidade e real compreensão.

Não obstante, se fazem necessárias ulteriores pesquisas, concernente ao tema aqui investigado, e que venham a cooperar ainda mais com o aprimoramento do ensino da matemática, sobretudo na educação básica.

Bibliografía

ALMOULOUD, S. Ag. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Editora UFPR, Paraná. Brasil.

ALMOULOUD, Ag S.; SILVA, M. J. F. (2012). *Engenharia didática: evolução e diversidade. Revemat*, Florianópolis/SC, v. 7, n. 2, p. 22-52. Recuperado em 11 de fevereiro de 2020, de https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p22/23452.

ALVES, F. R. V.; NETO, H. B. (2012). *Uma sequência didática para explorar a regra de L'Hospital com o uso da Tecnologia*. *Educação Matemática Pesquisa,* 14, 337-367.

ALVES, F. R. V. (2016). *Teoria das Situações Didáticas (TSD): Sobre o ensino de pontos extremantes de funções com arrimo da tecnologia. Sala de aula em foco revista eletrônica,* 5, 59-68.

ARTIGUE, M. (1988). *Ingénierie Didactique*. *Recherches en Didactique des Mathemátiques*, 9, 281-308.

ARTIGUE, M. (2014). *Perspectives on design research: the case of didactical engineering*. *Approaches to qualitative research in mathematics education*, 467-496

BOYER, C., MERZBACH, U. (2011). *A History of Mathematics*. 3 ed. New York: Wiley and Sons.

BRASIL, PCN + Ensino Médio. (2007). *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, Brasil. Recuperado em 12 de abril de 2019, de http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf

BROUSSEAU, G. (1976). *Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. In J. Vanhamme & W. Vanhamme (Eds.), La problématique et l'enseignement des mathématiques.* Comptes rendus de la XXVIIIe rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques,101-117.

BROUSSEAU, G. (2002). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques*. Edição e Tradução de N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland e V. Warfield. Kluwer Academic Publishers, New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow.

BROUSSEAU, G. (2008). *Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: Conteúdos e métodos de ensino*. Editora Ática, São Paulo. Brasil.

CHEVALLARD, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*.Traduzido por Claudia Gilman. Editora Aique, Buenos Aires. Argentina.

CEARÁ, Secretaria da Educação – SPAECE (2008). *Boletim Pedagógico Matemática Ensino Médio. SPAECE*. Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. Recuperado el 20 de abril de 2019, de http://www.spaece.caedufjf.net/colecao/anos-anteriores/

CEARÁ, Secretaria de Educação do estado do Ceará. Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE (2013). *Boletim Pedagógico* *de Avaliação Matemática, Ensino Médio.*Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. Recuperado em 20 de abril de 2019, de http://www.spaece.caedufjf.net/colecao/anos-anteriores/

CELINA ABAR, A. A. P. A. (2020). *Transposição Didática na criação de estratégias para a utilização do GeoGebra. Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo,* São Paulo, 9, 59-75.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. (2005). *Fundamentos de Matemática Elementar: geometria espacial posição e métrica. Atual Editora,* São Paulo. Brasil.

EVES, H.(1994). *Tópicos de História da matemática para uso em sala de aula: Geometria.*Atual, São Paulo. Brasil.

LIMA, E. L.(1991). *Medida e Forma em Geometria: Comprimento, Área, Volume e Semelhança.*SBM, Rio de Janeiro. Brasil.

MARGOLINAS, C. (2012). *Connaissance et savoir. Des distinctions frontalières?* Sociologie et didactiques: vers une transgression des frontières, Lausane. Suíça

PAIVA, A.; ALVES, F. R. V. (2018). *Utilização do GeoGebra como auxílio no ensino de curvatura de curvas planas e espaciais*. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 7, 65-79.

PERRIN-GLORIAN, M. J.; BELLEMAIN, P. M. B. (2019). *L'ingenierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maîtres. Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online*, 9, 45-82.

SANTOS, A. P. R. A.; ALVES, F. R. V. (2018). *A Engenharia Didática para o ensino de Olimpíadas de Matemática: Situações olímpicas com o amparo do software GeoGebra.Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 13, 141-154.

TEIXEIRA, P. J. M.; PASSOS, C. C. M. (2013). *Um pouco da teoria das situações didáticas (tsd) de Guy Brousseau. Zetetiké*, 21, 155-168.

Aline Maria da Silva Camilo: Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Especialista em Educação a Distância pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). Professora da Educação Básica da Secretaria de Educação do Estado do Ceará. E-mail: aline.maria.silva65@aluno.ifce.edu.br.

Francisco Régis Vieira Alves: Mestre em Matemática Pura pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e em Educação, com ênfase em Educação Matemática, pela UFC. Doutor, com ênfase no ensino de Matemática pela UFC. Professor Titular do departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do IFCE. E-mail: fregis@ifce.edu.br.

Francisca Cláudia Fernandes Fontenele: Licenciada em Matemática. Mestre e Doutora em Educação pela Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará (UFC). Pós-doutoranda em Educação Profissional e Tecnológica. Professora Assistente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA). E-mail: claudiafontenele05@gmail.com.