

Operaciones y funciones con tablero y dado

Omar Armando Cabrera

Resumen

Para favorecer el aprendizaje del cálculo aritmético en la escuela media (13 a 18 años) se comparten dos experiencias que intentan presentarlo de manera funcional y divertida. El material propuesto -juegos de consignas, tablero y dados- ofrece posibilidades de adaptación a distintos niveles de conocimientos e interés y, también, de que los estudiantes construyan sus propios juegos. Se incluyen además algunos ejercicios como los que pueden plantearse para avanzar en el estudio de funciones numéricas.

Abstract

To make the learning of the arithmetic calculation in the middle school, ages from 13 to 18, two experiences are shared trying to present it in a functional and amusing way. The proposed material - games of watchwords, board and dice - he/she offers possibilities of adaptation to different levels of knowledge and, also, this allow that the students build their own games. There are also including some exercises like those that can help to think about the development in the study of the numeric functions.

Propuesta didáctica

Son los clásicos juegos de tablero y consignas que indican avances y retrocesos, leídas después de arrojar un dado, como en el famoso Juego de la Oca. Se presentan dos juegos: el primero para operar con números enteros y el segundo sólo con naturales. El tablero es el mismo para ambos.

Las consignas son funciones numéricas adaptables a cada grupo de estudiantes, así como las causas de premios y castigos. El material fue presentado en primeros cursos de escuelas medias de distintos niveles socio-económicos de Buenos Aires (13-17 años y adultos) intentando favorecer el aprendizaje del cálculo con naturales y enteros (considerando algunas necesidades operativas del álgebra), introducir o repasar funciones numéricas y comprender cierta simbología y vocabulario matemáticos. Las discusiones surgidas entre los jugadores ofrecieron posibilidades para corregir errores y realizar fundamentaciones. Fue positivo detenerse en cada una, compartirla con todos (modo heurístico colectivo) y ofrecer ejercitación adicional relacionada con las operaciones conflictivas para poner el juego al servicio del desarrollo y fortalecimiento de los contenidos cognoscitivos.

La construcción colectiva de consignas permite la discusión de valores, en relación a las actitudes que se premian o castigan en la sociedad y la escuela. Si bien el contexto directo es el juego en sí, la referencia a dichos valores constituye un

segundo nivel de contextualización relacionando la matemática con la vida real, no como herramienta de comprensión o transformación de la misma, sino como motivación afectiva o emocional. La presentación dinámica de funciones numéricas que movilizan al alumno para cambiar la ficha de lugar, puede ser una forma natural de comenzar a construir los conceptos de espacio recorrido y posición, así como la diferencia entre ambos, necesarios para los primeros estudios de cinemática.

El entusiasmo mostrado por alumnos de una zona muy marginada socialmente -algunos armaron juegos con sus propias funciones y consignas (sus valores)- estimuló esta presentación y la profundización y extensión de estos juegos didácticos. El desafío es que las “escuelas de contención¹” sean realmente educativas. Un alumno de 13 años expresó: *profesor, traje un problema para resolver en clase. “Tengo 120 pares de zapatos. Debo vender la tercera parte a un precio tal que, devolviendo 230 pesos que debo, me queden 250 de ganancia. ¿A cuánto debo vender cada par?”* Muy bien, ¿cómo se te ocurrió ese problema? *Es que ayer se descompuso un camión con zapatos que pasaba por el barrio y...*

Proponiendo situaciones diversas, salvo casos puntuales como el problema de los zapatos o el cálculo del tiempo de condena a cumplir por algún familiar (interesantes por la relación directa con el entorno), estos juegos estuvieron entre las actividades más atractivas para la mayoría de los adolescentes (de “zonas desfavorables” o no) y, también, para adultos que retomaron sus estudios después de muchos años. La discusión sobre valores a premiar o castigar y las dificultades operatorias y expresivas relevadas en la construcción de juegos propios, fueron aportes positivos para el proceso de evolución conceptual de los temas estudiados.

Estas fueron algunas consignas en un juego construido por un alumno de 13 años de una escuela “de contención”: *“Hablaste. Retrocedé al punto de partida”, “Le pegaste a tu amigo de al lado. Ubicáte en la casilla $\sqrt{144-n+33}$ ”, “Insultaste al profesor, pierdes un turno”* (el hecho y la benévola pena grafican cierta aceptación social e institucional del maltrato a los docentes); *“Fuiste a buscar la tiza, retrocedé 5 casillas”* (el singular es revelador).

Se presentan a continuación

1. Un juego de consignas para trabajar con números enteros: *“Carrera presidencial”*.
2. El tablero correspondiente.
3. Un juego de consignas para trabajar con naturales (el tablero es el mismo): *“Donde los malos alumnos también pueden ganar”*.
4. Estudio de funciones planteado después de que los alumnos de tercer año (15-17) se familiarizaron con el juego de enteros.

¹ Término que otrora caracterizara en Argentina una oposición positiva a las escuelas expulsivas de regímenes dictatoriales, hoy suele ser un eufemismo de *escuelas para pobres*. En éstas se pretende que los docentes asuman un rol fundamentalmente asistencialista e intenten enseñar ciertos contenidos mínimos.

1.- Funcionando con números enteros

Carrera presidencial

Se juega con un dado. Al llegar a un casillero con círculo, reemplace la variable n por el número obtenido al arrojar el dado. Ante la indicación "muévase", si el resultado de los cálculos es positivo debe avanzar tantas unidades como indique el mismo. Si es negativo debe retroceder. Gana el juego quien primero llega al casillero 113, o lo pasa.

3: Es un político camaleón: *cambia de colores según la ocasión*. Vaya al casillero $1+3.n$

5: No se durmió en la última sesión del parlamento. Vuelva al punto de partida.

8: A veces no miente. Muévase $3-n$ unidades.



11: Ubíquese en el casillero $-2.n+18$

13: Aceptó una coima para derogar leyes que benefician a los trabajadores. Avance 3 unidades.



15: Si n es par, avance $3+\sqrt{n-2}$ unidades. Si n es impar vaya al casillero $-n^2+26$

19: Muévase $5-2.n$ unidades.

22: Pagó a cientos de fiscales para que anulen votos válidos de la oposición. Ubíquese en el casillero 26.



23: Muévase $(n-2)^2-10$ unidades.

27: Si $n-4$ es divisor de 3, avance n^2 unidades. Si no, retroceda n unidades.

30: Dirige un sindicato en el que las bases no deciden nada. Siga hasta el casillero 32. ¡Momento! Amenazó al candidato de la lista de oposición. Siga hasta el 35.

32: Muévase $2^n:(2.n-4)$ casilleros.

37: Si $n > 2$ avance o retroceda $(-2)^{6-n}$ unidades. Si $n \leq 2$ retroceda hasta el casillero 31.

40: Si $(-1)^n > 0$ avance 3 unidades. Si $(-1)^n < 0$ retroceda 4 unidades.

41: Si n es múltiplo de -2 , avance la mitad de n , más cinco. De lo contrario, muévase el duplo de: n menos cuatro.



45: Muévase $(n-3)^{35} : (n-3)^{34}$ unidades. Si el cociente es indeterminado quédese en el 45.

49: Muévase $\frac{(n+3).(n-6)}{n-3}-9$ unidades. Si el cociente no existe, retroceda n unidades.

53: Afirmó que $-2^4 = 16$. Avance hasta el casillero 58.



57: Avance $30:n$ unidades si $n \geq 4$ y $12:n$ si $n < 4$.

62: Votó a favor del pago de una deuda externa fraudulenta y contra el aumento del presupuesto para educación. Siga hasta el $70-n$



66: Presentó un proyecto para restituir tierras a los aborígenes. Retroceda 7 unidades.



70: Tuvo un gesto de honestidad. Dijo: “para que el país crezca los funcionarios debemos dejar de robar por dos años”. Muévase $3-(n-3)^2$ unidades.

72: Se opone a expulsar del país a los “indocumentados”. Retroceda al casillero 63.

74: Propone privatizar la universidad estatal. Adelante $|n - 4|$ unidades.



76: Alardeando de su cultura griega dijo “renaceré como el gato Félix”. Avance 8 unidades.

79: Prometió cargos a todos los familiares y amigos. Avance $(6-n).(4-n).(1-n)+10$ unidades.

82: Si ${}^{n+1}\sqrt{64} \in \mathbb{Z}$ avance n unidades. Si no es así, ubíquese en el casillero 77.



85: Muévase $5 - \sqrt{4.(n-3)^2}$ unidades.

88: Si n es un número primo, avance $2.n-1$ unidades. Si no, retroceda n unidades.

90: En su campaña contra la discriminación dijo que tiene un amigo mapuche, se fotografió con un inmigrante chino y consiguió besar un nenito negro. Avance $|8 - 2.n| + 1$ casillas.

93: Pidió a un amigo que ocupe la banca de un diputado ausente (así surgió el *dipu-trucho*). Ubíquese cómodamente en el casillero 98.

96: Si $n+2 > 9-n$ avance 4 unidades. De lo contrario retroceda $3.n+1$ unidades.

99: Exigió reprimir a los defensores del medio ambiente que luchan contra la construcción de fábricas contaminantes. Avance 6 unidades.



102: Si $(n-2).(3-n).(5-n).(n-6) \neq 0$ avance n unidades. Si no, vaya al 108.

104: No realiza un crucero por el Caribe desde hace un año. Retroceda hasta el casillero 97.



107: Si n es múltiplo de -2 y 3 , avance hasta el 111. De lo contrario retroceda hasta el 98.

109: Votó contra la disminución de la edad mínima de imputabilidad penal. Retroceda $12-n$ unidades.

110: Propuso anular las leyes que amnistiaron a militares genocidas. Retroceda hasta el 103.



112: Rechazó su jubilación de privilegio como ex-diputado. Retroceda n unidades.

113: ¿Llegó o pasó el 113? ¡Felicitaciones!. **Es el presidente de la Nación.**



The board game grid consists of 10 rows and 10 columns. The numbers are arranged as follows:

- Row 1: 12, 11, 10, 9, 5, 4, 3
- Row 2: 13, 8, 7, 6, 2, 1
- Row 3: 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25
- Row 4: 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71
- Row 5: 62, 97, 98, 99, 100, 101, 72
- Row 6: 61, 96, 102, 73
- Row 7: 60, 95, 103, 74
- Row 8: 59, 94, 104, 75
- Row 9: 58, 93, 105, 76
- Row 10: 57, 92, 106, 77
- Row 11: 56, 91, 107, 78
- Row 12: 55, 90, 108, 79
- Row 13: 54, 89, 109, 110, 108, 80
- Row 14: 53, 88, 87, 86, 85, 84, 83, 81, 80
- Row 15: 52, 82
- Row 16: 51, 81
- Row 17: 50, 49, 48, 47, 46, 45, 44, 43, 42, 41, 40

Illustrations on the board include: a parrot, a house, a cow, a tractor, a bus, a school bus, a person with balloons, a lighthouse, a pagoda, a donkey, a train, a car, and a green car. A yellow starburst with the number 113 is located in the center of the board. A box on the right side contains the word 'SALIDA' and a tree icon.

3.- Funcionando naturalmente

Donde los malos alumnos también pueden ganar

Se juega con un dado. Al llegar a un casillero con círculo hay que ejecutar una consigna. La variable n debe reemplazarse por el número obtenido al arrojar el dado. Gana el que llega primero al casillero 113, o lo pasa.

3: Es miembro activo del molesto grupito del fondo. Ubíquese en el casillero $1+3.n$

5: No se copió en la última evaluación de Geografía. Vuelva al punto de partida.



8: Estudió todas las materias. Retroceda $2+n$ unidades.



11: Ubíquese en el casillero $18-2.n$

13: Molesta en las clases de Biología. Avance 3 unidades.



15: Si n es par, avance $n-1$ unidades. Si n es impar vaya al casillero $26-n^2$

19: Si el resultado de $8-2.n$ es natural, avance 2 unidades.
De lo contrario, retroceda 3 unidades.



22: Aplaudió el discurso de una profesora. Para colmo lo escuchó.
Ubíquese en el casillero 14.

23: Si $n > 3$ retroceda $(n-2)^2 + 1$ unidades. Si $n \leq 3$ avance $(n+1)^2 - 6$.

27: Si n es múltiplo de 2 avance $n:2+5$ unidades.
Si no lo es, retroceda $1+n^2$ casilleros.



30: Le tiró una tiza a un compañero. Siga hasta el casillero 31.
¡Momento! El compañero se agachó y le pegó al profesor. Siga hasta el 35.



32: Salió del aula sin permiso. Avance $2^n:(2.n-4)-2$ casilleros.
Si alguna operación no tiene solución en \mathbb{N} siga hasta el 39.

37: Si n es divisor de 8 avance $2^{4-n}+1$ unidades.
De lo contrario retroceda hasta el casillero 31.



40: Si $3^{n-1} \geq 2.n+19$ avance 6 unidades. Si no lo es, retroceda 4 unidades.

41: Si n es 2 ó 3, avance el duplo de n , más tres.
Si no, retroceda el duplo de: n menos dos.



45: Ayudó a la compañera que usa silla de ruedas. Retroceda $(2+2.n):2+8$ unidades.

49: Si $1 + \sqrt{n-1}$ tiene solución exacta en \mathbb{N} , avance 5 unidades.
Si no, retroceda n unidades.



53: Afirmó que $2^4 = 4^2$. Retroceda hasta el casillero 50.



57: Avance 60:n unidades si $n \geq 4$ y 12:n si $n < 4$.

62: Dijo que los ángulos pueden ser agudos, graves o esdrújulos. Siga hasta el 70-n



66: Repartió el mate cocido y el pan de la merienda escolar. Retroceda 7 unidades.

70: Si $n < 5$ retroceda $\frac{6}{4-n}$ casilleros. Si no, avance n unidades.



72: ¡Lo eligieron abanderado! Retroceda al casillero 55+n

74: Se queja por todo y no aporta nada positivo. Adelante $\sqrt{n^2} + 1$ unidades.

76: Bajó el trabajo de Historia por internet. Ni lo leyó y se sacó un diez. Avance 8 unidades.



79: Nunca lleva útiles escolares. Si $n \neq 6$ avance $(6-n) \cdot 2$ casilleros. Si $n = 6$, siga hasta el 92.

82: Si ${}^{n+1}\sqrt{64} \in \mathbb{N}$ avance 5 unidades. Si no es así, retroceda n unidades.

85: Si $\frac{(n+1) \cdot (n-2)}{n-2}$ puede resolverse operando con referencial N, avance n unidades.

Si no, retroceda n+3 unidades.



88: Si n es un número primo, avance $2 \cdot n - 1$ unidades. De lo contrario retroceda n unidades.

90: Pidió los apuntes de Lengua a un compañero y no se los devolvió. Siga hasta la casilla 95.

93: Arroja útiles por el aire. Avance hasta el casillero 98.

96: Si $n+2 > 9-n$ avance 4 unidades. De lo contrario retroceda $3 \cdot n + 1$ unidades.

99: Eludió la clase de Música escondiéndose en el baño. Avance 6 unidades.



102: Si $(n+1):2$ es exacta, retroceda $4 \cdot (5-n) + 1$ unidades. Si no, siga hasta el 108.



104: Se anotó para pintar el aula el fin de semana ¡Y fue! Retroceda hasta el casillero 97.

107: Si n es múltiplo de 2 y 3, avance hasta el 111. De lo contrario retroceda hasta el 103.

109: Sacó fotocopias para todo el curso. Retroceda 9-n unidades.

110: Consiguió tizas y borró el pizarrón voluntariamente. Retroceda hasta el 106.

112: Le gustó la clase de Matemática. Retroceda 4 unidades.



113: ¿Llegó o pasó el 113? **Es un pésimo alumno. Tiene un uno.**

4.- Algunas actividades propuestas en tercer año (15-17 años)

Estudiemos funciones con el juego de números enteros

Al arribar a los casilleros señalados con un círculo se lee una consigna. Algunas indican cuántos casilleros se deben adelantar o retroceder. A cada una de ellas le corresponde una “función movimiento M ”. Otras indican directamente el casillero al que debe llevarse la ficha; están asociadas a una “función posición P ”. Puede considerarse entonces que el conjunto de partida de las funciones *movimiento* y *posición* es, a priori, $\{1,2,3,4,5,6\}$. Considerando las restricciones propias del juego el dominio natural de cada función será uno de sus subconjuntos (propio o no), pues por ejemplo con $n=6$ nunca se llega al casillero 3, con $n=3$ no se llega al 8, etc. Siendo el *dominio natural* el formado por la mayor cantidad de elementos posibles, al hablar de “dominio” se hará implícita referencia al dominio natural, como es costumbre extendida. El *conjunto imagen* de cada función será el correspondiente a dicho dominio.

Identificaremos con P_3 la función posición de la consigna del casillero 3, con P_5 la del casillero 5, M_8 será la función movimiento del casillero 8, M_{13} la del 13, etc. Las funciones movimiento y posición tienen como variable independiente el número obtenido con el dado y como variable dependiente la cantidad de casilleros que el jugador debe avanzar o retroceder o el número de casillero al que debe dirigirse, respectivamente.

Para cada función movimiento podemos definir una función posición equivalente (que produzca el mismo efecto) y viceversa.

Cada función (numérica) es denominada con su fórmula para reducir el vocabulario y darle un tratamiento dinámico a la ejercitación.

Análisis colectivo

- Analicemos la consigna N° 3:

Es la función posición: $P_3(n) = 1+3.n$

Tiene dominio $\{1, 2, 3\}$, siendo su conjunto imagen $\{4, 7, 10\}$. Podemos definir una función movimiento que produzca los mismos efectos analizando las regularidades de la tabla:

n	1	2	3
$P_3(n)$	4	7	10
$M_3(n)$	1	4	7

Dicha función es: $M_3(n) = 3.n-2$

Es decir, se producen los mismos cambios de ubicación de la ficha moviéndola $3.n-2$ unidades que ubicándola en el casillero $1+3.n$.

El 10 indica que al llegar al casillero número tres obteniendo 3 con el dado (o sea, arrojándolo en la posición de salida), hay que llevar la ficha al casillero 10. El 7 señala que, como resultado de esa jugada, se debe avanzar siete unidades.

- Veamos la consigna N° 5:

Está planteada una función de posición $P_5(n)=0$

Es una función constante. Podemos definir una función de movimiento, también constante, $M_5(n)=-5$, que produce su mismo efecto, esto es, el regreso al punto de partida.

- La función posición de la consigna 11 está dada por el polinomio $-2.n+18$, pues indica el número de casillero en el que se ubicará el jugador. Escribimos:

$$P_{11}(n) = -2.n+18$$

Definimos la función movimiento equivalente, ayudándonos con la tabla:

n	$P_{11}(n) = -2.n+18$	$M_{11}(n) = \dots\dots\dots$
1	16	5
2	14	3
4	10	-1
5	8	-3

En la columna de $M_{11}(n)$ figuran efectivamente las unidades de avance o retroceso correspondientes a cada valor del dominio. Busquemos ahora el polinomio que define esa función. Observamos, por ejemplo, que cada valor de $M_{11}(n)$ es once unidades menor que el de su correspondiente $P_{11}(n)$, entonces:

$$M_{11}(n) = P_{11}(n) - 11 = -2.n+18 - 11 = -2.n+7$$

Por lo tanto, la función M_{11} queda definida así:

$$M_{11}(n) = -2.n + 7$$

En el juego, la consigna “Ubíquese en el casillero $-2.n+18$ ” puede reemplazarse entonces por “Muévase $-2.n+7$ ” unidades, produciendo los mismos efectos. Los valores de la variable independiente 3 y 6 fueron excluidos de la tabla porque no es posible llegar al casillero 11 con esos números.

- La tabla de la consigna 15 es:

n	$P_{15}(n)$	$M_{15}(n)$
1	25	10
3	17	2
5	1	-14
6	20	5

Son funciones definidas por tramos. La expresión de M_{15} es:

$$M_{15}(n) = \begin{cases} -n^2 + 11 & \text{para } n = 1, n = 3 \text{ o } n = 5 \\ 3 + \sqrt{n-2} & \text{para } n = 6 \end{cases}$$

La de P_{15} es:
$$M_{15}(n) = \begin{cases} -n^2 + 26 & \text{para } n = 1, n = 3 \text{ o } n = 5 \\ 18 + \sqrt{n-2} & \text{para } n = 6 \end{cases}$$

- Si estamos ubicados en el casillero 18 y obtenemos 1 al arrojar el dado, debemos aplicar la función

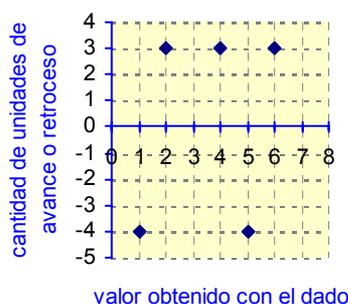
$$M_{19}(n)=5-2.n.$$

Como $M_{19}(1)=3$, avanzamos al casillero 22. En éste hay otra consigna que cumplir, establecida por la función de posición $P_{22}(n)=26$. Entonces, en el mismo turno habremos aplicado sucesivamente dos funciones, primero M_{19} y luego P_{22} , equivalente a $M_{22}(n)=4$, llevando en resumidas cuentas nuestra ficha del casillero 18 al 26. Podemos reemplazar esas dos funciones movimiento por una sola, también de movimiento, aplicable al llegar al casillero 19 con $n=1$. Diremos que estamos realizando una *composición de funciones*.

La función que reemplaza a M_{19} y M_{22} , provocando el mismo efecto que ambas en el mismo turno de juego, una después de otra, se llama *función compuesta*. La función compuesta por M_{19} y M_{22} , en ese orden, es $M_{19,22}(n)=5-2.n+4=9-2.n$. Para verificar lo expuesto, podemos observar que $M_{19,22}(1)=9-2.1=7$, con lo cual para $n=1$, pasamos del casillero 18 al 26, directamente. Sólo compondremos funciones movimiento.

Algunos ejercicios

1. Observando sus tablas, indique si las funciones movimiento M_8 , M_{13} , M_{32} y M_{49} son inyectivas. Defina en cada caso los conjuntos dominio e imagen.
2. ¿Cuál es la función posición equivalente a $M_{19}(n)=5-2.n$?
3. Indique cinco funciones movimiento que sean constantes.
4. ¿Para qué valor de n es $M_{45}(n)=0$?
5. Construya las tablas de valores de M_{109} y P_{109} . Luego obtenga $M_{109}(n)$ y $P_{109}(n)$.
6. Construya la tabla de las funciones P_{96} y M_{96} .
7. ¿Cuál es la función posición con imagen constante 105 ?
8. ¿Cuál es la preimagen de -4 en $M_{88}(n)$? ¿y la de 29 en $P_{23}(n)$?
9. ¿Cuál es la probabilidad de llegar al casillero 98 al arrojar el dado sólo una vez desde el casillero 92?
10. ¿Cuál es la probabilidad de ganar el juego arrojando el dado sólo una vez desde el casillero 111?, ¿y desde el 106?
11. ¿A qué función movimiento corresponde el siguiente gráfico cartesiano?



12. En gráficos cartesianos como el anterior, grafique las funciones M_{37} , P_8 y M_{22} .
13. Averigüe las funciones compuestas $M_{74,76}(n)$, $M_{11,8}(n)$ y $M_{62,66}(n)$. En cada caso indique para qué valor de la variable n está definida la composición.
14. ¿A qué función posición corresponde esta tabla?:

n	1	2	4	5	6
.....	10	9	7	6	5

Respuestas

1.

n	$M_8(n)$
1	2
2	1
4	-1
5	-2
6	-3

n	$M_{13}(n)$
1	3
2	3
3	3
4	3
6	3

n	$M_{32}(n)$
1	-1
3	4
4	4
6	8

n	$M_{49}(n)$
1	1
2	11
3	-3
5	-13
6	-9

Las funciones M_{13} y M_{32} no son inyectivas. M_8 y M_{49} son inyectivas.

Dominio $M_{13} = \{1,2,3,4,6\}$

Imagen $M_{13} = \{3\}$

Dominio $M_8 = \{1,2,4,5,6\}$

Imagen $M_8 = \{-3,-2,-1,1,2\}$

Dominio $M_{32} = \{1,3,4,6\}$

Imagen $M_{32} = \{-1,4,8\}$

Dominio $M_{49} = \{1,2,3,5,6\}$

Imagen $M_{49} = \{-13,-9,3,1,11\}$

2. La relación constante entre una función posición y su correspondiente función movimiento es $P_i(n) = M_i(n)+i$, siendo i el número de consigna.

$$\text{Entonces } P_{19}(n) = M_{19}(n)+19 = 5-2.n+19 = 24-2.n$$

3. M_{22} , M_{66} , M_{93} , M_{99} , M_{104} .

4. Para $n=3$.

5.

n	1	3	4	6
$P_{109}(n)$	98	100	101	103
$M_{109}(n)$	-11	-9	-8	-6

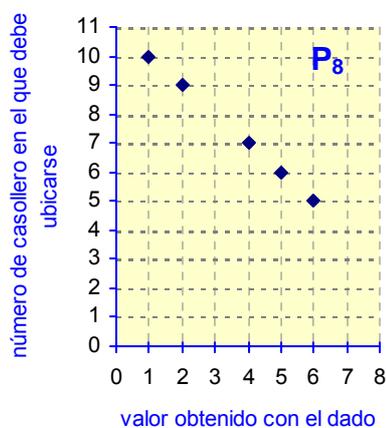
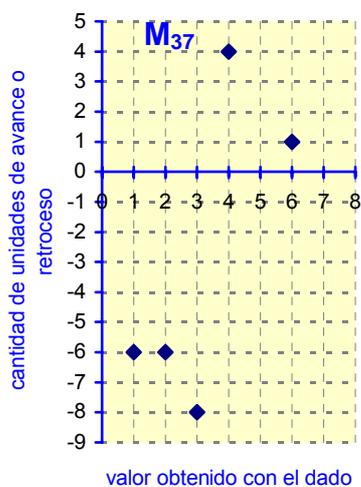
$$M_{109}(n) = -(12-n) = n-12$$

$$P_{109}(n) = n-12+109 = n+97$$

- 6.

n	1	2	4	5
$P_{96}(n)$	92	89	100	110
$M_{96}(n)$	1	-7	4	4

7. P_{99} .
8. 4 y 6
9. $1/3$.
10. $5/6$ y cero.
11. M_{40} .
- 12.



13. $M_{74,76}(n) = |n - 4| + 8$, definida para $n=6$.
 $M_{11,8}(n) = 3 - (-2 \cdot n + 7) = 2 \cdot n - 4$, definida para $n=5$.
 $M_{62,66}(n) = 8 - n - 7 = 1 - n$, definida para $n=4$.
14. Corresponde a la función $P_8(n)$.

Bibliografía

- Ángel Ruiz (2001): Asuntos de Método en la Educación Matemática. Revista Virtual Matemática, Educación e Internet, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Cartago, Costa Rica.
- Leopoldo Varela y Juan A. Foncuberta (1981): Matemática Dinámica I. Editorial Magisterio Río de la Plata, Buenos Aires.
- J. W. A. Young (1947): Fines, Valor y Métodos de la Enseñanza Matemática, Editorial Losada, Buenos Aires

Omar Armando Cabrera es profesor en matemática en escuelas medias argentinas. Trabaja con el Dr. Aníbal Cortés (investigador del CNRS, Université Paris 8) realizando experiencias vinculadas a los invariantes operatorios (teoría de campos conceptuales) en la enseñanza de la matemática. Se publicó en *Novedades Educativas* (Buenos Aires, N°170) el artículo de ambos autores: *Tres tareas invariantes en la resolución de ecuaciones*.

omaramandocabrera@yahoo.com.ar