Diciembre de 2007, Número 12, páginas 171 - 174
ISSN: 1815-0640

DOS UNIÓN 10
La sección de unión para los estudiantes más jóvenes.

Por Santiago López Arca

SÓLIDOS PLATÓNICOS

Los *poliedros* son los cuerpos con múltiples caras poligonales (del griego: *polys*, múltiples, y *hedra*, cara). Debemos aclarar que, para que todo "funcione bien matemáticamente", cuando se habla de un poliedro no se debe pensar en un *sólido* sino en una ***superficie poliédrica***.

Los ***poliedros regulares*** son aquellos en los que sus caras son *polígonos regulares* iguales y, además, en cada vértice concurren siempre el mismo número de caras.

Un poliedro es ***convexo*** cuando todo segmento que una dos de sus vértices esté formado sólo por puntos que pertenezcan a la superficie poliédrica o al espacio "interior" que ésta limita.

En la siguiente tabla se resumen algunas propiedades de los poliedros regulares convexos. En las diferentes fórmulas que se mencionan, se representa con ***a*** la medida de la arista del poliedro que se esté considerando

POLIEDRO	HEXAEDRO REGULAR	TETRAEDRO REGULAR	DODECAEDRO REGULAR	ICOSAEDRO REGULAR	OCTAEDRO REGULAR
CARAS	6 cuadrados	4 triángulos equiláteros	12 pentágonos regulares	20 triángulos equiláteros	8 triángulos equiláteros
VÉRTICES	8	4	20	12	6
ARISTAS	12	6	30	30	12
ARISTAS POR VÉRTICE	3	3	3	5	4
SENO DEL ÁNGULO ENTRE CARAS	1	$\frac{2}{3}\sqrt{2}$	$\frac{2}{5}\sqrt{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}\sqrt{2}$
ÁREA	$6a^2$	$\sqrt{3}\,a^2$	$3\sqrt{25+10\sqrt{5}}\,a^2$	$5\sqrt{3}\,a^2$	$2\sqrt{3}\,a^2$
VOLUMEN	a^3	$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$	$\frac{\sqrt{15+7\sqrt{5}}}{4}a^3$	$\frac{5\sqrt{3+\sqrt{5}}}{12}a^3$	$\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$
RADIO DE LA ESFERA CIRCUNSCRITA	$\frac{\sqrt{3}}{2}a$	$\frac{\sqrt{6}}{4}a$	$\frac{\sqrt{15}+\sqrt{3}}{4}a$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}a$	$\frac{\sqrt{2}}{2}a$
RADIO DE LA ESFERA INSCRITA	$\frac{1}{2}a$	$\frac{\sqrt{6}}{12}a$	$\frac{\sqrt{250+110\sqrt{5}}}{20}a$	$\frac{\sqrt{42+18\sqrt{5}}}{12}a$	$\frac{\sqrt{6}}{6}a$

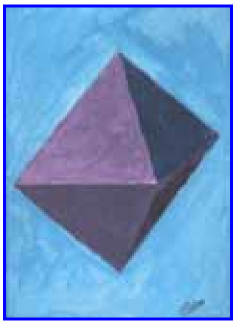
Platón
(427 a.C.– 347 a.C.)

Hay autores que sostienen que fueron los *pitagóricos* los que primero observaron que solamente existen ***cinco*** poliedros regulares convexos; ese es el motivo por el que denominan a los poliedros regulares como sólidos "pitagóricos". Constatar que existen exactamente cinco poliedros regulares es relativamente sencillo, ¿puedes hacer un razonamiento que sirva de comprobación?

Los *poliedros regulares* se denominan también ***sólidos platónicos***. ¿Cuál es la razón para adoptar esta denominación?

Platón (filósofo griego discípulo de Sócrates) asoció cada uno de los cuatro *elementos* que, según los antiguos griegos, constituían el universo, Tierra, fuego, aire y agua, con su correspondiente poliedro regular: cubo, tetraedro, octaedro e icosaedro, respectivamente.






Platón aseguraba que las caras que componen estos cuatro poliedros regulares están constituidas por dos tipos de "partículas elementales" que se corresponden con dos familias de triángulos rectángulos: la de los triángulos rectángulos isósceles, la escuadra, que se obtienen cortando un cuadrado por su diagonal; y la de los triángulos rectángulos escalenos con hipotenusa de doble medida que la del cateto menor, cartabón, que se obtiene cortando un triángulo equilátero siguiendo una de sus alturas.

Las características que presenta a simple vista cada poliedro llevan a Platón a hacer su interpretación:

La *Tierra* es el *cubo* ya que él tiene la forma más sólida y, por tanto, la mas segura y la que presenta más cohesión. El cubo está formado por veinticuatro triángulos elementales isósceles que determinan seis caras cuadradas.

El *tetraedro* representa el *fuego* pues es el poliedro regular con el aspecto más afilado, ligero y movible. Se forma con veinticuatro triángulos elementales escalenos que generan cuatro caras triangulares equiláteras.

El *octaedro* es la representación del *aire* porque, siendo afilado ligero y móvil, tiene una naturaleza intermedia entre el fuego y agua. El octaedro se compone de cuarenta y ocho triángulos elementales escalenos.

El agua se asocia al *icosaedro* pues es el cuerpo menos afilado, ligero y móvil entre los que tienen las caras triangulares. Está formado por ciento veinte triángulos elementales escalenos que producen sus veinte caras.

El poliedro regular de doce caras pentagonales, el *dodecaedro regular*, lo utiliza Platón para designar el *Universo* en su totalidad; la sustancia generadora de los planetas y las estrellas. De él dice: *"Dios lo ha utilizado para establecer el orden final"*.

L. A. F.

ALREDEDOR DE LOS NÚMEROS PRIMOS

Cuando hablamos de números ***primos*** estamos pensando en aquellos números que tienen únicamente dos divisores: el propio número y la unidad. Por el contrario, los números que se pueden descomponer cómo producto de otros factores, son los que llamamos ***números compuestos***. Así, por ejemplo, el 13 es un número primo porque el único producto de dos factores que nos permite expresarlo es 13x1; mientras que 12 no es primo pues podemos obtenerlo, como producto de dos factores, de varias formas: 12x1, 6x2 o 3x4.

Eratóstenes de Cirene (Cirene, 276 a.C. – Alejandría, 194 a.C.) matemático, astrónomo, geógrafo, filósofo y poeta griego, escribió los números naturales en una tabla (como en la figura A) y procedió de la siguiente manera: fue tachando los múltiplos de 2 (exceptuando el 2); después borró los múltiplos de 3 (salvo el 3); los múltiplos de cuatro ya habían sido eliminados al borrar los múltiplos de 2, pues todo múltiplo de cuatro es un múltiplo de 2; luego quitó los múltiplos de 5 (salvando el 5); los múltiplos de 6 ya se habían eliminado por ser simultáneamente múltiplos de 2 y 3; y así sucesivamente… Este procedimiento se conoce con el nombre de ***criba de Eratóstenes*** y el resultado de su aplicación se muestra en la figura B.

Este matemático dio conclusión a otros importantes trabajos: midió la inclinación del eje de la Tierra, fijó un catálogo de 675 estrellas, determinó la medida de la circunferencia máxima de la Tierra con una extraordinaria precisión para su tiempo, etc.

Volvamos con los números primos. Si os fijáis en la cuarta columna de la figura A, observaréis la sucesión:

4, 8, 12, 16, 20, 24...

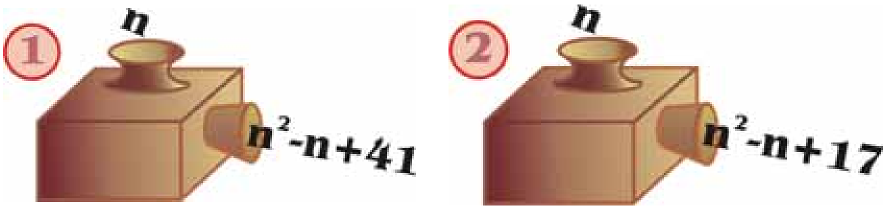
formada por los múltiplos de 4 y, por lo tanto, su término general será $a_n = 4n$ (es una progresión aritmética de primer término 4 y diferencia 4).

Los números primos (ver figura B) quedaron situados en las columnas primera y tercera, formando parte de las sucesiones:

5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, ... ,4n+1, ... y 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, ... , 4n-1, ...

por lo que podemos afirmar que ***"todo número primo es un múltiplo de cuatro más 1 o un múltiplo de cuatro menos 1"***. Pero además, en esas familias hay otros muchos elementos que no son números primos: por ejemplo, 33 = 4x8+1 es un número compuesto.

Los números primos pertenecientes a la primera familia, 5, 13, 17, 29, 37, 41..., ***se pueden poner cómo suma de dos cuadrados*** (*Teorema de Fermat*): 5 = 1+4, 13 = 4+9, 17 = 1+16, 29 = 4+25... propiedad que no verifican los primos pertenecientes a la segunda familia (trata de constatar estas afirmaciones).



¡Que curioso!, los números...
331
3 331
33 331
333 331
3 333 331
33 333 331
... ¡son primos!

Existen muchas curiosidades que tienen que ver con números primos. Fíjate en la colección de números que mostramos al margen o en las dos máquinas que sirven para "fabricar" números primos. La primera produce primos para valores de *n* comprendidos entre 1 y 41 y la segunda para valores de n comprendidos entre 1 y 16, ¡compruébalo!

Brenda Rodríguez Seoane

PENSAR ES DIVERTIDO

¿Supersticioso?

Alrededor de una mesa, unos amigos participan en un juego. ¿Cuál? ¡Esa no es la cuestión! Lo que sabemos es que uno de ellos gana y que recibe de cada uno de los otros tantas fichas como participantes. El ganador recibe de este modo 156 fichas. ¿Cuántos son los jugadores?

Modelo reducido

Un cilindro macizo de madera tiene 3 metros de altura y pesa 60 kg. Hicimos un modelo reducido de 30 cm de alto, fabricado con la misma madera, respetando las proporciones. ¿Cuál es el peso de este modelo reducido?

Dos palomas se amaban tensamente

Una pareja de palomas volaba apaciblemente en línea recta a una velocidad de 10 km/h. De pronto, una de ellas ávida probablemente de aventuras, se pone a volar, siempre sobre la misma línea recta, a una velocidad de 20 km/h. Después de recorrer 80 km decide dar media vuelta y volver, a la misma velocidad de 20 km/h, al encuentro de su compañera que había seguido su vuelo a la velocidad de 10 km/h. ¿Cuánto tiempo transcurrió hasta que volvieron a encontrarse?

XV Rally Matemático sin Fronteras 2007.